

## Použité značení

V textu a ve vzorcích bude dodrženo následující značení veličin:

- *vektory* - tučným písmem (např. **r**)
- *jednotkový vektor* - tučné písmo se stříškou (např.  **$\hat{r}$**  je jednotkový vektor ve směru vektoru **r**)
- *velikost vektoru a ostatní skaláry* - obyčejná kurzíva (např.  $r = |\mathbf{r}|$ )
- není-li uvedeno jinak, uvažujeme elektrické veličiny jako fázory, tj. je vynechána časová závislost  $e^{j\omega t}$

## Často používané symboly

Dolní index 0 znamená, že daná veličina (impedance, vlnová délka...) se vztahuje k volnému prostředí. Další použité symboly jsou komentovány na příslušných místech.

$\epsilon$  .... permitivita

$\lambda$  .... vlnová délka

$\mu$  .... permeabilita

$\omega$  .... úhlová frekvence

$k$  .... vlnové číslo ( $2\pi/\lambda$ )

$Z$  .... vlnová impedance

$(R, \psi, \chi), (r, \theta, \varphi)$  .... alternativní polární souřadné systémy

## 2. Teorie návrhu plošných antén

Pro analýzu plošných antén lze využít dvě základní metody. První z nich je založena na **vlnové optice** (VO, v anglické literatuře PO podle *Physical Optics*), která pro přesnou analýzu může být doplněna vlnovou teorií difrakce (VTD). Druhá využívá principů **geometrické optiky** (GO) a je užitečná zejména v případech analýzy velkých (mnohonásobky vlnové délky), vícereflektorových antén, kdy se metoda VO stává příliš výpočetně náročnou. Obdobně jako VO zpřesňuje se GO pomocí geometrické teorie difrakce (GTD). Principy VO i GO jsou popsány např. v [1] a [2]. V některých případech je vhodné obě metody kombinovat. Přes dále popsané aproximace, na kterých jsou metody založeny, pak lze při vhodném použití dosáhnout poměrně přesných výsledků i při krátkém výpočetním čase. Přitom lze říct, že zejména pro hlavní a nejbližší postraní laloky jsou výsledky získané pomocí GO i VO prakticky shodné a dostatečně přesné. Pro ověření návrhu bude použit simulátor pole. Vzhledem k velikosti a komplikovanosti struktury však i při značných zjednodušeních simulace trvá několik hodin (PC Pentium 4 – 2,66GHz, 2GB RAM) a pro samotný návrh je tedy nepoužitelná.

### 2.1. Teorie vyzařování z ploch

Analýza plošných antén pomocí VO je založena na znalosti rozložení pole na určité vyzařující ploše - apertuře, charakterizující anténu. Může ji tvořit např. ústí vlnovodu nebo trychtýře, povrch nebo ústí reflektoru či jakákoliv jiná charakteristická plocha antény. Určení rozložení pole na této ploše je prvním krokem řešení a lze k němu použít i metod GO. Pro konkrétní případy bude tento princip popsán níže. Obecně lze říci, že ze známé charakteristiky primárních zdrojů (rozložení proudů, rozložení pole, nebo směrová charakteristika) určíme rozložení pole resp. proudů na apertuře. Toto pole pak použijeme jako zdroj vlnění vyzářeného mimo oblast antény, tj. pole v oblasti antény “vynulujeme” a jako jediné zdroje pro oblast mimo anténu uvažujeme pole na apertuře. Přitom se dopouštíme následujících nepřesností:

- 1) U složitějších struktur řešíme oddělně úlohu vyzařování ze skutečných primárních zdrojů v oblasti antény a vyzařování antény jako celku. Tyto dvě úlohy jsou však ve skutečnosti provázány. Např. u reflektorové antény určíme nejprve charakteristiku primárního ozařovače a z ní teprve rozložení pole na apertuře. Charakteristika ozařovače je však ve skutečnosti ovlivněna přítomností reflektoru a stejně tak je ovlivněna charakteristika celé antény přítomností ozařovače.
- 2) Často uvažujeme pole mimo zvolenou vyzařující plochu nulové, což také neodpovídá skutečnosti. Např. u reflektoru nebo trychtýře při základní analýze neuvažujeme proudy přetékaající přes okraje. Problém lze opět částečně zpřesnit

např. použitím teorie difrakce, popř. v rámci omezení daných výpočetní náročností řešit simulátorem pole.

- 3) Často předpokládáme, že vlnění generované primárními zdroji a dopadající na vyzařující plochu odpovídá vzdálené oblasti, tj. má pouze složky kolmé ke směru šíření.

Všechny tyto nepřesnosti způsobí, že předpokládané rozložení zdrojů je odlišné od skutečnosti. Díky tomu jsou nepřesné i charakteristiky určené na základě tohoto rozložení. Obvykle však platí, že v blízkém okolí hlavního laloku je přesnost přijatelná.

### 2.1.1. Směrová charakteristika

Jako vyzařující plochu lze uvažovat buď skutečný vodivý povrch (reflektor, patch...) nebo nějakou jinou charakteristickou plochu, tvořící rozhraní mezi oblastí antény a okolím, do kterého anténa vyzařuje (ústí trychtýře resp. reflektoru...). V prvním případě se na vodiči indukují skutečné elektrické proudy. V druhém případě pole na zvolené ploše nahrazuje skutečné zdroje v oblasti antény, které pro výpočet vyzářeného pole vynulujeme. To znamená, že při pohledu zvnějšku tečné složky pole na apertuře mění svou hodnotu z nulové na nenulovou. V obou případech tak můžeme celé zdrojové pole nahradit podle hraničních podmínek plošnými proudy, ať už skutečnými nebo fiktivními (tzv. princip ekvivalence [1], [2]):

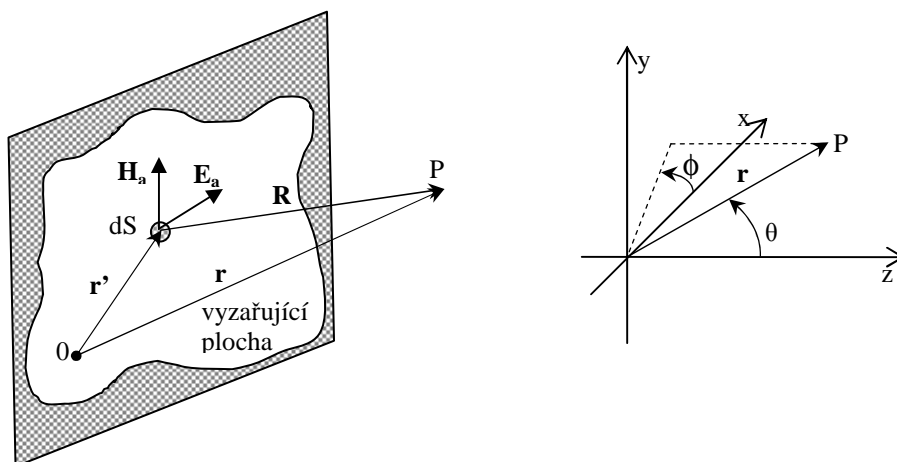
$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{se} &= \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_a \\ \mathbf{J}_{sm} &= -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a\end{aligned}\tag{1}$$

$\mathbf{J}_{se}$  je elektrický povrchový proud a  $\mathbf{J}_{sm}$  je fiktivní magnetický povrchový proud definovaný pro řešení plošných antén. Zavedeme-li ho spolu s fiktivním magnetickým nábojem do Maxwellových rovnic, získáme plnou symetrii mezi elektrickými a magnetickými veličinami (viz. [1], kap. 16).

$\mathbf{E}_a$  a  $\mathbf{H}_a$  jsou složky pole na apertuře a  $\hat{\mathbf{n}}$  je jednotkový vektor ve směru normály k této ploše. Nalezení těchto složek je nejobtížnějším krokem analýzy a k jeho přesnému určení by v mnoha případech bylo nutné použít numerické metody (simulátory pole), které jsou však pro velké struktury výpočetně velmi náročné.

Vlnová i geometrická optika představují aproximace, dobře platné pro struktury s rozměry a poloměry křivosti velkými vzhledem k vlnové délce. VO předpokládá, že proud indukovaný dopadajícím vlněním na obecně zakřiveném povrchu reflektoru je identický s proudem, který by indukovalo v témže bodě vlnění dopadající na tečnou, nekonečně rozlehlou a dokonale vodivou rovinu. Ve [2] je popsána metoda založená na VO postihující i nedokonalou vodivost. Oproti tomu GO vychází z předpokladů, že vlnění se šíří podle paprsků. Základní principy a postupy s tím spojené jsou popsány např. v [1], [2], [3].

Na obr.1. je znázorněn případ, kdy vyzařující plocha je rovinná a oblast antény uvažujeme vlevo od ní. V tomto případě je v podstatě problém převeden na řešení vlny dopadající na otvor v nekonečně rozlehlém stínítku. Notace z tohoto obrázku je použita v následujících vztazích.



Obr.1. Vyzařování z ploch

Známe-li kompletní rozložení proudů na vyzařující ploše, lze vyzářené pole určit na základě elektrického a magnetického vektorového potenciálu definovaných jako:

$$\mathbf{A}_e = \frac{\mu}{4\pi} \int_S \mathbf{J}_{se}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dS$$

$$\mathbf{A}_m = \frac{\varepsilon}{4\pi} \int_S \mathbf{J}_{sm}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dS$$
(2)

Elektrická a magnetická složka pole pak má podobu (viz [1], [2]):

$$\mathbf{E} = -j\omega \left( \mathbf{A}_e + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_e) \right) - \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{A}_m$$

$$\mathbf{H} = -j\omega \left( \mathbf{A}_m + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_m) \right) + \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}_e$$
(3)

kde  $k = 2\pi/\lambda$  je vlnové číslo a  $\omega$  je úhlový kmitočet.

Ve vzdálené oblasti lze podle např. [1] (kap.13.7) v předchozích vztazích použít následující aproximace pro  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  a operátor  $\nabla$ :

$$\frac{e^{-jkR}}{R} \approx \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} e^{-jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} \quad a \quad \nabla \approx -jk\hat{\mathbf{r}}$$
(4)

S využitím těchto aproximací a s uvažováním, že  $k/\varepsilon = \omega Z_0$  (kde  $Z_0$  je impedance volného prostoru) lze podle [2] dojít k následujícímu vztahu pro vzdálené pole:

$$\mathbf{E}_{far} = -\frac{jZ_0}{4\pi} \int_S (\mathbf{J}_{se} - (\mathbf{J}_{se} \cdot \hat{\mathbf{r}})\hat{\mathbf{r}}) e^{-jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} k^2 dS + \frac{j}{4\pi} \hat{\mathbf{r}} \times \int_S \mathbf{J}_{sm} e^{-jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} k^2 dS$$
(5)

Pro vztah mezi elektrickou a magnetickou složkou vzdáleného pole platí vztah:

$$\mathbf{H}_{far} = \frac{1}{Z_0} \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{E}_{far}$$
(6)

Vztahy (5) a (6) již lze při znalosti rozložení pole použít pro výpočet směrové charakteristiky. Je zřejmé, že pro ideálně vodivý povrch reflektoru musí platit že tečná složka elektrického pole je nulová a tedy podle vztahu (1) je nulový i magnetický proud  $\mathbf{J}_{sm}$ . Druhý integrál tedy, v případě že integrujeme přes povrch reflektoru, ze vztahu (5) vypadne.

Často je však možné a vhodné definovat aperturu rovinou a uvažovat na ní pouze tečné složky pole. Pro takto definovanou aperturu se další výpočty podle [1] zjednoduší, definujeme-li pomocné vektorové funkce jako Fourierovu transformaci pole na ploše:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\theta, \phi) &= \int_S \mathbf{E}_a(\mathbf{r}') e^{jk\hat{\mathbf{r}}\mathbf{r}'} dx' dy' \\ \mathbf{g}(\theta, \phi) &= \int_S \mathbf{H}_a(\mathbf{r}') e^{jk\hat{\mathbf{r}}\mathbf{r}'} dx' dy' \end{aligned} \quad (7)$$

Neboť uvažujeme jen tečné složky pole, lze obě funkce rozložit do složek podle kartézských souřadnic  $x$  a  $y$ , tj. např.:  $\mathbf{f} = \hat{\mathbf{x}} f_x + \hat{\mathbf{y}} f_y$ .

Pokud je navíc pro pole na apertuře splněna tzv. podmínka Huygensova zdroje, odpovídající vztahu (6), je zřejmé, že obdobný vztah jako (6) bude platit i mezi funkcemi  $\mathbf{f}$  a  $\mathbf{g}$  a lze tedy jednu plně nahradit druhou. Podmínka není splněna např. uvažujeme-li jako aperturu ústí vlnovodu. Pak musí být impedance volného prostoru ve vztahu (6) nahrazena impedancí vlnovodu (obvykle impedance dominantního vidu). Pro obecnou impedanci apertury  $Z$  pak lze dospět ke vztahu pro složky pole ([1], [3]):

$$\begin{aligned} E_\theta &= jk \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} c_\theta (f_x \cos\phi + f_y \sin\phi) \\ E_\phi &= jk \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} c_\phi (f_y \cos\phi - f_x \sin\phi) \end{aligned} \quad (8)$$

kde pro aperturu vyzařující do volného prostoru je:

$$c_\theta = \frac{1 + Z_0/Z \cos(\theta)}{2}, \quad c_\phi = \frac{Z_0/Z + \cos(\theta)}{2} \quad (8a)$$

a pro aperturu umístěnou v nekonečně rozlehlé dokonale vodivé rovině je:

$$c_\theta = 1, \quad c_\phi = \cos(\theta) \quad (8b)$$

Vztahy (8a) a (8b) vycházejí z alternativních forem principu ekvivalence daného vztahem (1). Zjednodušeně řečeno lze ukázat, že elektricky vodivou zemní rovinu lze nahradit vynulováním elektrických a zdvojnásobením magnetických ekvivalentních proudů na apertuře. Důležitým důsledkem tak je, že stačí znát rozložení elektrického pole na apertuře, což je vhodné zejména v případech, kdy je obtížné definovat vlnovou impedanci apertury a tedy vztah mezi elektrickou a magnetickou intenzitou. Stručně a přehledně je tento princip popsán např. ve [25] a podrobně včetně náležitých matematických formulací ve [24]. K obdobným výsledkům lze dospět pro dokonale magneticky vodivou zemní rovinu. Charakteristiky odvozené z těchto alternativních forem se poněkud liší a např. podle [26] se výsledky při využití (8b) shodují lépe s měřeními např. pro malé trychtýře (obecně pro malé apertury).

### 2.1.2. Směrovost a účinnost apertury

**Směrovost** antény vzhledem k izotropickému zářiči v obecném směru (*directivity gain*) je obecně dána:

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_i} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \quad (9)$$

kde  $U_i$  je intenzita vyzařování izotropického zářiče a  $U$  je intenzita vyzařování zkoumané antény v daném směru.  $P_{rad}$  je vyzářený výkon, shodný pro obě antény. Směrovost ve směru maxima intenzity vyzařování bývá v anglické literatuře označována jako *directivity*. Podrobnosti k dalším odvozením lze nalézt např. v [1].

Intenzitu vyzařování lze vyjádřit pomocí intenzity vyzářeného pole  $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$  podle následujícího vztahu:

$$U(\theta, \phi) = \frac{dP}{d\Omega} = r^2 \frac{1}{2Z_0} (|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2) = r^2 \frac{1}{2Z_0} |\mathbf{E}(r, \theta, \phi)|^2 \quad (10)$$

Celkový vyzářený výkon lze určit buď integrací vyzářeného vlnění přes prostorový úhel, do kterého apertura vyzařuje – (11a), nebo určením celkového výkonu procházejícího aperturou, tj. integrací pole na ní – (11b). Při slnění předpokladu Huygensova zdroje pak pro aperturu podle obr.1. platí:

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} U(\theta, \phi) d\Omega & (a) \\ P_{rad} &= \frac{1}{2} \int_A \hat{\mathbf{z}} \cdot \text{Re}[\mathbf{E}_a \times \mathbf{H}_a^*] dS = \frac{1}{2Z_0} \int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')|^2 dS & (b) \end{aligned} \quad (11)$$

Předpokládáme-li nejobvyklejší případ, kdy maximum vyzařování nastává pro  $\theta = 0$ , tj.  $\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}' = 0$ , lze na základě vztahů (7) a (8) dojít k následujícímu vztahu pro maximum intenzity vyzařování:

$$U_{\max} = \frac{1}{2\lambda^2 Z_0} |\mathbf{f}|_{\max}^2 = \frac{1}{2\lambda^2 Z_0} \left| \int_A \mathbf{E}_a(\mathbf{r}') dS' \right|^2 \quad (12)$$

Nyní lze maximální směrovost vyjádřit následovně:

$$D_{\max} = 4\pi \frac{U_{\max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi \left| \int_A \mathbf{E}_a(\mathbf{r}') dS' \right|^2}{\lambda^2 \int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')|^2 dS'} = \frac{4\pi A_{eff}}{\lambda^2} \quad (13)$$

Ve vztahu (13) je zavedena efektivní plocha  $A_{eff}$ . Nyní je vhodné definovat **účinnost apertury** jako poměr efektivní plochy a skutečné velikosti apertury  $A$ :

$$e_a = \frac{A_{eff}}{A} = \frac{\left| \int_A \mathbf{E}_a(\mathbf{r}') dS' \right|^2}{A \int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')|^2 dS'} \leq 1 \quad (14)$$

Dále je zřejmé, že číselník v předchozím vztahu závisí na amplitudě i fázi. Je tedy pro názornost možné rozložit účinnost na **amplitudovou účinnost** a **fázovou účinnost**, tj.:

$$e_{amp} = \frac{\left| \int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')| dS' \right|^2}{A \int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')|^2 dS'}, \quad e_{ph} = \frac{\left| \int_A \mathbf{E}_a(\mathbf{r}') dS' \right|^2}{\left| \int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')| dS' \right|^2} \quad (15)$$

Nyní lze psát:

$$e_a = e_{amp} e_{ph} \quad (16)$$

Jak bude popsáno v kapitole 2.3., je zisk u reflektorových antén navíc ovlivněn tzv. *přetečením*, tj. podílem energie vyzařené mimo reflektor.

Nechceme-li vyjadřovat účinnost explicitně, je možné na základě vztahů (9) – (11) ukázat, že lze normovat pole na apertuře tak, aby platilo ([2]):

$$\int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')|^2 dS' = 4\pi \quad (17)$$

a nyní směrovost vzhledem k izotropickému zářiči určit přímo z vyzařeného pole jako:

$$D(\theta, \phi) = \frac{1}{t} |\mathbf{E}_r(\theta, \phi)|^2 \quad (18)$$

V tomto vztahu je  $\mathbf{E}_r$  určeno podle vztahu (8) s vynecháním faktoru  $e^{-jkr}/r$  a konstanta  $t$  je v závislosti na uvažovaném vidu na apertuře dána:

$$t = \begin{cases} Z_0/Z_{TE} & TE \text{ vidy} \\ Z_{TM}/Z_0 & TM \text{ vidy} \end{cases} \quad (19)$$

Tento postup je použit ve [2]. Platí však pouze pro dostatečně velké apertury. V případě malých apertur je tak nutné použít normování přes směrovou charakteristiku v celé oblasti, tj. normujeme tak, aby vyzařený výkon podle vztahu (11a) byl roven  $4\pi$ .

### 2.1.3. Difrakce a zpětné vyzařování

Je třeba zdůraznit, že výše uvedené vztahy nijak nepostihují diskontinuity na hranách apertury, ani zpětné vyzařování antény, způsobené přetékáním proudů mimo uvažovanou vyzařující plochu. Tyto jevy lze postihnout pouze pomocí vlnové nebo geometrické teorie difrakce. Téma difrakce je velmi rozsáhlé a existuje mnoho řešení a jejich rozličných aplikací na různé problémy v oblasti elektromagnetických vln. Existují dva základní přístupy k řešení difrakčních problémů, jejichž podstata bude stručně nastíněna v následujících podkapitolách.

#### 2.1.3.1. Vlnová teorie difrakce

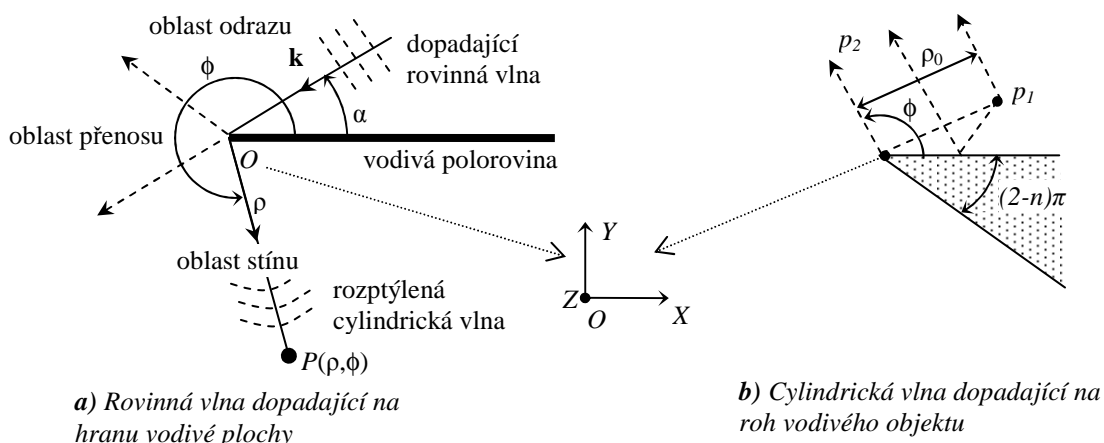
Tato metod jak je použita např. ve [2] koriguje nepřesnosti, jichž se dopouštíme při použití samotné vlnové optiky v blízkosti hran apertury. Jak je uvedeno výše, VO vychází z aproximace indukovaných proudů v určitém místě reflektoru pomocí ekvivalentních proudů indukovaných na nekonečně rozlehlé tečné rovině. VTD tyto proudy odpovídající samotné VO koriguje na základě analýzy proudů indukovaných

na vodivé polorovině ozářené rovinou vlnou. Tyto korekční proudy pak musí vytvářet takové pole  $\mathbf{E}_{VTD}$ , aby pro skutečné pole  $\mathbf{E}_S$  platilo:

$$\mathbf{E}_S = \mathbf{E}_{VO} + \mathbf{E}_{VTD}$$

kde  $\mathbf{E}_{VO}$  odpovídá poli získanému pouze pomocí vlnové optiky. Jednou z mnoha prací zabývajících se určením korekčních proudů je např. [15], kde jsou odvozeny tzv. ekvivalentní hranové proudy (*Equivalent Edge Currents*), jejichž integrací po hranách reflektoru získáme korekční pole  $\mathbf{E}_{VTD}$ . Výhodou tohoto řešení je, že neobsahuje žádné singularity a je dobře platné pro všechny úhly dopadající vlny, čímž je velmi vhodné pro použití v univerzálních programech.

K principu odvození lze stručně uvést (viz např. [16]), že k určení ekvivalentních



Obr.2. Difrakce na hraně

proudů se postupuje takříkajíc odzadu. Pro určitou standardní geometrii diskontinuity a dopadající vlny je nejprve určeno celkové vzdálené vyzářené pole  $\mathbf{E}_S$  (prvotně na základě geometrické teorie difrakce stručně zmíněné dále). Přitom pro určitá uspořádání lze nalézt jeho uzavřené analytické vyjádření. Stejně tak lze pro určité standardní reflektory nalézt integraci proudů získaných pomocí VO při dopadu rovinné vlny uzavřený analytický výraz pro vyzářené pole odpovídající samotné VO, tj. pole  $\mathbf{E}_{VO}$ . Pak lze určit rozptýlené pole jako rozdíl těchto dvou výrazů a na jeho základě odvodit ekvivalentní proudy. Postupy jsou značně komplikované a nebudou zde dále rozebírány.

### 2.1.3.2. Geometrická teorie difrakce

GTD popisuje difrakci jako lokální jev pomocí paprsků vzniklých rozptylem primárního paprsku dopadajícího do určitého bodu uvažované hrany, resp. jiné diskontinuity. Tyto rozptýlené paprsky jsou popsány pomocí tzv. koeficientu difrakce  $D_{edge}$ . Ten v daném směru určuje zisk oproti poli bez uvažování překážky způsobující difrakci. (Tj. je-li např. pro určitý paprsek  $D_{edge} = 0.1$ , je intenzita pole v tomto směru desetkrát slabší, než by byla za nepřítomnosti překážky.)

Řešení GTD samozřejmě závisí na typu dopadající vlny a tvaru hrany. Jednou ze základních úloh je situace z obr. 2. a). Jedná se Sommerfeldovo řešení rovinné vlny



dopadající na hranu tenké vodivé poloroviny (viz např. [1]), z něhož vychází mnoho dalších prací. Neboť uvažujeme nekonečně rozlehlou rovinu, je rozložení pole nezávislé na  $Z$  a rozptýlená vlna je cylindrická. Problém se tak stává dvourozměrným.

Uvažováno je řešení pro polarizaci  $E$  resp.  $M$ , kdy je s hranou rovnoběžná složka  $\mathbf{E}$  resp.  $\mathbf{H}$  dopadající rovinné vlny. Pro pole v blízkosti hrany platí následující vztahy ([1]):

$$E_z = E_0 \left[ e^{jk\rho \cos \phi_i} D(v_i) - e^{jk\rho \cos \phi_r} D(v_r) \right] \quad E \text{ polarizace} \quad (20a)$$

$$H_z = H_0 \left[ e^{jk\rho \cos \phi_i} D(v_i) + e^{jk\rho \cos \phi_r} D(v_r) \right] \quad M \text{ polarizace} \quad (20b)$$

kde

$$\begin{aligned} \phi_i &= \phi - \alpha, & v_i &= 2\sqrt{\frac{k\rho}{\pi}} \cos \frac{\phi_i}{2} \\ \phi_r &= \phi + \alpha, & v_r &= 2\sqrt{\frac{k\rho}{\pi}} \cos \frac{\phi_r}{2} \end{aligned} \quad (21)$$

a  $D$  je Fresnelův difrakční koeficient definovaný pomocí Fresnelova integrálu  $F(v)$  následovně:

$$D(v) = \frac{1}{1-j} \int_{-\infty}^v e^{-jt^2\pi/2} dt = \frac{1}{1-j} \left[ \frac{1-j}{2} + F(v) \right] \quad (22)$$

kde Fresnelův integrál je typu:

$$F(v) = \int_0^v e^{-j(\pi/2)t^2} dt \quad (23)$$

Pro velké  $v_i$  a  $v_r$ , tj. pro vzdálené pole, lze použít asymptotickou aproximaci řešení se zavedením asymptotického difrakčního koeficientu  $d(v)$ :

$$D(v) = u(v) + d(v)e^{-j\pi v^2/2} \quad (24)$$

kde  $u(v)$  je funkce jednotkového skoku (0 pro  $v < 0$  a 1 pro  $v \geq 0$ ) a:

$$d(v) = -\frac{1-j}{2\pi v} \quad \text{pro } v \rightarrow \pm\infty \quad (24b)$$

Pro  $E$  resp.  $H$  polarizaci pak lze dosazením (24) do (20) resp. (20b) získat následující výrazy:

$$\begin{aligned} E_z &= E_0 e^{jk\rho \cos \phi_i} u(v_i) - E_0 e^{jk\rho \cos \phi_r} u(v_r) + E_0 e^{jk\rho} [d(v_i) - d(v_r)] \\ H_z &= H_0 e^{jk\rho \cos \phi_i} u(v_i) + H_0 e^{jk\rho \cos \phi_r} u(v_r) + H_0 e^{jk\rho} [d(v_i) + d(v_r)] \end{aligned} \quad (25)$$

Ve vztahu (25) můžeme rozlišit, komponenty pole v jednotlivých oblastech. První dva členy odpovídají dopadajícímu a odraženému poli, třetí člen poli rozptýlenému. Označíme-li indexy  $i$ ,  $r$  resp.  $d$  složky pole odpovídající dopadajícímu, odraženému resp. rozptýlenému poli  $p$  (tedy  $E$  nebo  $H$ ), lze určit:

- oblast odrazu:  $0 \leq \phi < \pi - \alpha$ ,  $v_i > 0$ ,  $v_r > 0$ ,  $p_z = p_i + p_r + p_d$
- oblast přenosu:  $\pi - \alpha < \phi < \pi + \alpha$ ,  $v_i > 0$ ,  $v_r < 0$ ,  $p_z = p_i + p_d$
- oblast stínu:  $\pi + \alpha < \phi < 2\pi$ ,  $v_i < 0$ ,  $v_r < 0$ ,  $p_z = p_d$

Pro rozptýlené pole pak lze psát:

$$p_d = p_0 \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} D_{edge} \quad (26)$$

kde asymptotický difrakční koeficient je s uvažováním vztahu (24b) a (21):

$$D_{edge} = -\frac{1-j}{4\sqrt{\pi k}} \left( \frac{1}{\cos\phi_i/2} \pm \frac{1}{\cos\phi_r/2} \right) \quad (27)$$

kde + platí pro M a – pro H polarizaci.

Např. v [17] je možno nalézt obecnější řešení pro vlnu s M polarizací šířící se podél jedné z vodivých ploch ( $\phi_i = \phi_r = \phi$ ) k hraně tvořené rohem o úhlu  $(2-n)\pi$  (viz obr. 2. b)). Pro asymptotický difrakční koeficient pak platí:

$$D'_{edge} = \frac{1-j}{\sqrt{2\pi k}} \frac{\sin\pi/n}{n(\cos\pi/n - \cos\phi/n)} \quad (27b)$$

Je však třeba upozornit na významnou nevýhodu tohoto řešení, kterou je *divergence v okolí oblasti geometrického stínu* a dobře platí pouze pokud:

$$k\rho \left( \cos\frac{\pi}{n} - \cos\frac{\phi}{n} \right)^2 \gg 1 \quad (28)$$

Je tedy zřejmé, že pro oblast hlavního laloku trychtýře je tato podmínka silně omezující a bude tedy nutné použít přímo vztahy (20) až (22). Vzhledem k tomu že součástí [1] je i funkce pro výpočet Fresnelova difrakčního koeficientu podle vztahu (22), nebude to představovat prakticky žádnou komplikaci.

V diskutovaném případě vlny šířící se podél vodivé plochy je zřejmé již ze vztahu (27) resp. (25), že pro E polarizaci vychází difrakční koeficient nulový. Difrakci je tedy nutné řešit modifikovanou metodou pro pole definované nikoliv svou amplitudou, ale jejím gradientem (viz např. [14]).

Další jednoduché ale důležité odvození uvedené v [17] se týká *difrakce cylindrické vlny* generované liniovým zdrojem  $p_1$  podle obr. 2. b). Zaměníme-li zdroj  $p_1$  a bod pozorování  $p_2$ , musí být na základě reciprocity pole v těchto bodech stejná a to za předpokladu že  $p_2$  uvažujeme velmi daleko od hrany. Pole  $p_1$  bychom pak obdrželi difrakcí rovinné vlny dopadající na hranu pod úhlem  $\phi$ , tj. ve vztazích (20) až (28) bychom pouze zaměnili  $\rho$  za  $\rho_0$ . Teoreticky sice tento princip platí pouze pro nekonečně vzdálené  $p_2$ , ale lze ho použít i v konečných, ne příliš malých vzdálenostech od hrany.

Některé konkrétní aplikace Sommerfeldova řešení budou zmíněny v dalších kapitolách.

## 2.2. Trychtýřové antény

Za jeden z nejjednodušších typů plošných antén lze považovat otevřený konec vlnovodu, obvykle obdélníkového nebo kruhového. Použití je však značně omezeno velkým koeficientem odrazu a nesymetrickou vyzařovací charakteristikou se širokým hlavním lalokem. Výrazného zlepšení lze dosáhnout rozšířením vlnovodu do

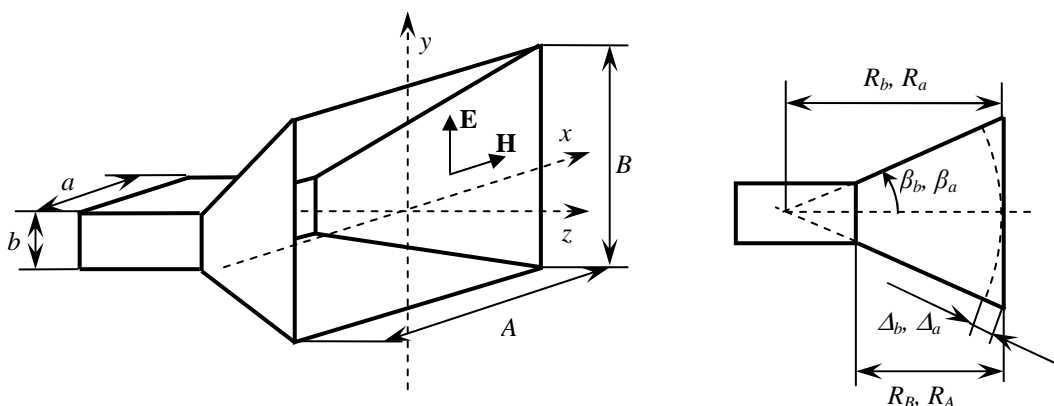
trychtýře. V případě obdélníkového vlnovodu pak lze navíc volbou rozměrů ústí dosáhnout vhodného tvaru vyzařovací charakteristiky. Následující podkapitola se podrobněji věnuje právě obdélníkovému trychtýři, který jak bude ukázáno nejlépe splňuje požadavky naší konkrétní úlohy. V dalších podkapitolách budou popsány možnosti úprav trychtýřů pro zlepšení charakteristik a to zejména pro snížení postraních a zadních laloků. Ty však, jak bude ukázáno, nejsou z různých důvodů pro náš návrh vhodné.

### 2.2.1. Obdélníkový trychtýř

Obdélníkový trychtýř je jeden ze základních ozařovačů pro reflektorové antény, užívaný v pásmu milimetrových vln. Jeho hlavními výhodami jsou jednoduchá konstrukce, vysoký odstup příčné polarizace, širokopásmovost, možnost tvarování charakteristiky a možnost přímého napojení na nejběžnější obdélníkové vlnovody. Oproti tomu nevýhodou jsou především poměrně vysoké postraní laloky a při použití standardních obdélníkových vlnovodů nemožnost příjmu kruhové polarizace. (Proto také není obdélníkový trychtýř používán např. pro družicovou komunikaci.)

#### 3.2.1.1. Směrová charakteristika, impedance

Prvním krokem odvození směrové charakteristiky je nalezení rozložení pole na apertuře trychtýře. K tomu využijeme tzv. sférické expanze vlny šířící se napájecím



Obr.3. Obdélníkový trychtýř

vlnovodem. Tato metoda je používána v podstatě pro všechny typy trychtýřů. Jinými slovy předpokládáme, že vlnění přicházející z napájecího vlnovodu obvykle ve formě dominantního vidu se trychtýřem šíří jako kulová resp. válcová vlna se středem ve virtuálním průsečíku stěn vlnovodu.

Geometrie je znázorněna na obr.3. Je zřejmé, že musí platit  $R_A = R_B$ , zatímco rozměr  $R_a$  může být různý od  $R_b$ . Středů ze kterých vychází válcové vlny v E resp. H rovině tak nemusí nutně být identické (E rovina je rovnoběžná s osou y podle obr. 3. a H je na ní kolmá).

Rozměry  $\Delta_a$ ,  $\Delta_b$  resp. určují maximální fázovou odchylku pole na apertuře. Obvykle lze předpokládat, že  $R_a \gg A$ , a  $R_b \gg B$ . Pak lze využít expanze pro malé  $x$

$$\sqrt{1 \pm x} = 1 \pm \frac{x}{2}$$

a dospět k aproximaci pro fázovou chybu v obecném bodě apertury  $x, y$ :

$$\begin{aligned}\Delta_a(x) &= \sqrt{R_a^2 - x^2} - R_a = \frac{x^2}{2R_a}, \\ \Delta_b(y) &= \sqrt{R_b^2 - y^2} - R_b = \frac{y^2}{2R_b}\end{aligned}\tag{29}$$

Za přítomnosti pouze dominantního vidu  $TE_{10}$  pak má pole na apertuře pouze složku elektrické intenzity ve směru osy  $y$  a lze ji určit následovně:

$$E_y(x, y) = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) e^{-jk(x^2/2R_a + y^2/2R_b)}\tag{30}$$

K odvození směrové charakteristiky využijeme funkcí založených na Fresnelových integrálech. Tyto funkce jsou popsány v [1] a mají obecnou podobu:

$$\begin{aligned}F_0(v, \sigma) &= \int_{-1}^1 e^{j\pi\xi} e^{-j(\pi/2)\sigma^2\xi^2} d\xi \\ F_1(v, \sigma) &= \int_{-1}^1 \cos\left(\frac{\xi\pi}{2}\right) e^{j\pi\xi} e^{-j(\pi/2)\sigma^2\xi^2} d\xi\end{aligned}\tag{31}$$

a lze je vyjádřit i pomocí integrálu definovaného vztahem (23).

Pro další odvození je vhodné zavést následující substituci proměnných:

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= \frac{A^2}{2\lambda R_a}, \quad \sigma_b^2 = \frac{B^2}{2\lambda R_b} \\ v_x &= \frac{A}{\lambda} \sin\theta \cos\phi, \quad v_y = \frac{B}{\lambda} \sin\theta \sin\phi\end{aligned}\tag{32}$$

Fourierova transformace pole na apertuře definovaná podle vztahu (7) bude mít pouze složku ve směru  $y$ . Za využití vztahů (7), (30) – (32) lze nyní po patřičných úpravách a substitucích dojít k následujícímu výrazu (viz. [1]):

$$f_y(\theta, \phi) = E_0 \frac{AB}{4} F_1(v_x, \sigma_a) F_0(v_y, \sigma_b)\tag{33}$$

Složka  $f_x$  bude nulová a vyzářené pole tak lze určit dosazením (33) do (8), s tím, že pro dostatečně velký trychtýř lze použít aproximaci  $Z \approx Z_0$ . Explicitně lze tedy vyzářené pole vyjádřit následovně:

$$\begin{aligned}E_\theta &= j \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} E_0 \frac{AB}{4} c_\theta \sin\phi F_1(v_x, \sigma_a) F_0(v_y, \sigma_b) \\ E_\phi &= j \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} E_0 \frac{AB}{4} c_\phi \cos\phi F_1(v_x, \sigma_a) F_0(v_y, \sigma_b)\end{aligned}\tag{34}$$

kde  $Z$  je impedance apertury trychtýře a  $c_{\theta, \phi}$  je definováno vztahem (8a) resp. (8b). Pro malé rozměry ji již nelze aproximovat impedancí volného prostoru a je třeba ji odhadnout podle vztahu pro impedanci vlnovodu s dominantním videm (viz např. [1], [5]):

$$Z_{TE10} = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}} \quad \text{impedance trychtýře} \quad (35)$$

kde  $\lambda_c$  je kritická vlnová délka vlnovodu a pro vid  $TE_{10}$  platí:  $\lambda_c = 2A$ . Alternativou je použití (8b), tj. modifikace pro trychtýř v zemní rovině, kde stačí znalost pole  $\mathbf{E}_a$ .

Koeficient odrazu samotného trychtýře lze také odhadnout jako:

$$|\Gamma| = \frac{1 - \lambda/\lambda_g}{1 + \lambda/\lambda_g} \quad \text{koeficient odrazu} \quad (36)$$

kde  $\lambda$  je vlnová délka ve volném prostoru a  $\lambda_g$  je vlnová délka ve vlnovodu, která je určena následujícím vztahem ([5]):

$$\lambda_g = \frac{2\lambda A}{\sqrt{4A^2 - \lambda^2}} \quad (37)$$

U reflektorové antény bude samozřejmě koeficient odrazu navíc ovlivněn přítomností reflektoru.

#### 2.2.1.2. Vyzářený výkon, směrovost

Vyzářený výkon lze určit integrací ze vztahu (30):

$$P_{rad} = \frac{1}{4Z} E_0^2 AB \quad (38)$$

Pro standardní trychtýře je maximum vyzařování v dopředném směru, tj. pro  $\theta = 0$  a tedy  $\sigma_a = \sigma_b = 0$ . Nyní lze určit na základě (12), (13), (33) a (38) maximum směrovosti jako:

$$D_{max} = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} AB \frac{1}{8} |F_1(0, \sigma_a) F_0(0, \sigma_b)|^2 = e_a \frac{4\pi}{\lambda^2} AB \quad (39)$$

V tomto vztahu je  $e_a$  účinnost ozáření apertury definovaná ve vztahu (14). Vztah (39) počítá s aproximací  $Z \approx Z_0$ . Pokud tato aproximace není dostatečně přesná je třeba do výpočtu vyzářeného výkonu ve vztahu (38) zahrnout koeficient odrazu určený např. podle vztahu (36).

#### 2.2.1.3. Fázový střed, použitelné pásmo

Pro reflektorovou anténu je ideální, pokud je přesně v jejím ohnisku umístěn zdroj kulové vlny. Ve skutečnosti by takový zdroj musel být nekonečně malý. Pro reálnou anténu je tak nutné určit její fázový střed jako bod, ze kterého přibližně vychází kulová vlna. To lze provést tak, že určíme směrovou fázovou charakteristiku ozařovače a z ní se pak zpětně snažíme najít bod, který bychom mohli považovat za zdroj kulových ploch, na nichž je fáze konstantní. Pro trychtýř (viz např. [2]) platí, že uvažujeme-li fázový střed posunutý o  $d$  vzhledem k rovině ústí vlnovodu ( $d$  uvažujeme kladné ve směru záporné směrem dovnitř trychtýře), fáze ve vzdálené oblasti bude ovlivněna:

$$e^{-jkd(1-\cos\psi)}, \quad \text{tj.} \quad \Delta\phi = kd(1-\cos\psi) \quad (40)$$

Pomocí tohoto vztahu již lze přibližně najít polohu fázového středu. Například pro trychtýř, který má být využit jako ozařovač pro určitou reflektorovou anténu lze postupovat takto: Ve zvolené rovině zjistíme fázi ve směru ke středu ( $\psi = 0$ ) a k okraji ( $\psi = \psi_0$ ) reflektoru a z tohoto rozdílu určíme na základě předchozího vztahu vhodný posun  $d$ . Ve většině případů bude poloha fázového středu různá pro různé roviny a různé frekvence a je tedy třeba volit určitý kompromis. Jak ale bude dále ukázáno, je fázová chyba ozáření reflektoru proti ostatním faktorům mnohdy zanedbatelná.

Použitelné frekvenční pásmo je omezeno vybuzením vyšších vidů v napájecím vlnovodu. To by přineslo nejen zhoršení odstupu příčné polarizace ale vzhledem k rozdílné rychlosti šíření vidů i těžko kontrolovatelné změny směrové charakteristiky. Mezní frekvence jednotlivých vidů lze určit z konstanty příčného průřezu:

$$k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (41)$$

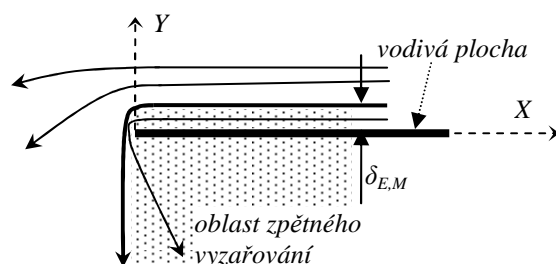
kde  $m, n$  jsou čísla vidů. Jim odpovídají mezní frekvence:

$$f_m = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} k_c \quad (42)$$

#### 2.2.1.4. Difrakce a zpětné vyzařování

Lze nalézt mnoho prací zabývajících se zpřesněním výpočtů směrových charakteristik obdélníkových trychtýřů, buď vycházejících z různých aplikací teorie difrakce (nejčastěji vycházející ze Sommerfeldova řešení GTD) nebo využívajících numerických metod (momentová metoda, FDTD, sešívání vidů...).

Zajímavou prací na téma *zpětného vyzařování* je např. [14], kde jsou odvozeny přibližné vztahy pro určení podílu energie ztracené zpětným vyzařením do prostoru za aperturou trychtýře. Na základě Sommerfeldova řešení GTD jsou zřetelně znázorněny toky energie v okolí hran nekonečně rozlehlé poloroviny, podél níž se směrem kolmo ke kraji šíří rovinná vlna. Situace odpovídá obr. 2.a) s tím, že  $\alpha = 0$ . Je ukázáno, že energie procházející v určité vrstvě v těsné blízkosti vodivé plochy je difrakcí vyzářena zpět do pravého dolního kvadrantu (viz obr. 4.). Dále je odvozena tloušťka této vrstvy pro E resp. M polarizaci, tj.  $\delta_E$  resp.  $\delta_M$ .



Obr. 4. Zpětné vyzařování

Vztahy odvozené pro nekonečně rozlehlou polorovinu lze s jistou přibližností použít na otevřený konec vlnovodu nebo trychtýř s předpokladem, že tloušťka vrstvy, z níž bude energie vyzářena zpět se konečnou délkou hrany nezmění. Přitom je zřejmé že E polarizace odpovídá vertikálním hranám trychtýře a H polarizace horizontálním. Pro tloušťky vrstev pak platí:

$$\delta_M = \frac{\lambda}{8\pi^2} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \beta_b\right)$$

$$\delta_E = \lambda \left[ \left(\frac{1}{16\pi^2}\right)^{1/3} \frac{1}{2\pi} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \beta_a\right) \right] \quad (43)$$

kde  $\beta_b$  resp.  $\beta_a$  jsou úhly otevření trychtýře v E resp H rovině, jak je znázorněno na obr. 3. Podíl zpětně vyzářené energie pak je zhruba:

$$f = \frac{4\delta_M}{B} + \frac{4\pi^2\delta_E^3}{3A^3} \quad (44)$$

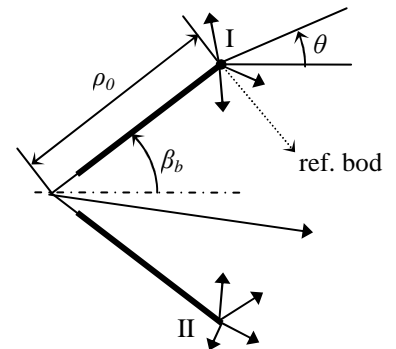
Vztahy jsou sice značně přibližné, mohou však díky své jednoduchosti posloužit pro rychlý odhad energie ztracené zpětným vyzařováním. Ukazuje se také, že podle očekávání je téměř všechna tato energie ztracena difrakcí na hranách kolmých na E rovinu, což bude uváženo i v kapitolách věnovaných potlačení zpětného vyzařování.

Pro přesnější určení *směrové charakteristiky* se teoreticky nabízejí tři cesty a to GTD a VTD, jež jsou výše stručně popsány, a numerické metody (simulátory pole). Díky dnešní výpočetní technice je sice již možné samostatný trychtýř analyzovat pomocí simulátorů pole v poměrně přijatelném čase, přesto je však pro samotný výchozí návrh vhodné použít jinou, rychlejší metodu. Vzhledem k tomu, že určení rozložení proudů po celém povrchu trychtýře pomocí VO a jejich následná integrace by byly extrémně náročné a nepřesné zbývá vhodným způsobem aplikovat GTD. Postupů lze nalézt mnoho i značně odlišných jak v základních myšlenkách tak ve výsledcích. Obecně však platí, že při srovnání s naměřenými charakteristikami je dosaženo značného zpřesnění v oblasti vzdálenější od osy trychtýře a zejména je umožněno odhadovat charakteristiku ve zpětném směru. To pomocí samotné metody integrace pole na apertuře jak je popsána výše principiálně nelze.

Jak již bylo uvedeno, difrakce má dominantní vliv především na charakteristiku v E-rovině. Jak se při praktickém návrhu ozařovače ukázalo, samotná metoda pole na apertuře není v této rovině dostatečně přesná ani v oblasti hlavního laloku. Proto je vhodné využít např. odvození uvedených v [17]. Ty vychází z představy, že na E-rovinu má vliv pouze difrakce paprsků v bodech  $x = 0$ ,  $y = \pm B/2$  (viz obr.3), tj. uprostřed hran A. Vzhledem k tomu, že uvažujeme pouze paprsky v rovině yz, přechází problém na dvourozměrný a lze použít vztahy z kapitoly 2.1.3.2. pro difrakci cylindrické vlny.

Pokud uvažujeme situaci podle obr. 5., je zřejmé, že vyzářené pole se skládá z přímého geometrického pole vycházejícího z vrcholu trychtýře a z rozptylových polí vzniklých na hranách I a II. Přitom pro úhel

$90^\circ < |\theta| < 180^\circ - \beta_b$  je rozptylové pole z hrany II zastíněno protější stěnou a musí být vynulováno. Obdobně lze určit zastínění pro pole z hrany I. Dále je nutné zvolit referenční bod s nulovou fází, k němuž musíme vztáhnout všechny tři složky pole.



Obr. 5. Difrakce v E - rovině

Zvolíme-li ho na hraně I jak je znázorněno na obr.5., lze pro celkové vyzářené pole psát (viz [17]):

$$H_Z = e^{-jk\rho_0 \cos(\beta_b - \theta)} + H_{Zd}^I + H_{Zd}^{II} e^{-j2k\rho_0 \sin \theta \sin \beta_b} \quad (45)$$

Zde první sčítanec odpovídá přímo geometrickému poli a je tedy nulový pro  $|\theta| > \beta_b$ . Další dva členy zahrnují jednotlivá rozptylová pole, která můžeme určit buď pomocí některého z asymptotických řešení (vztahy (26) a (27)), nebo lépe přímo na základě vztahu (21). Druhým způsobem se vyhneme problémům s divergencí asymptotických řešení. Od celkového pole je nutné odečíst přímé geometrické složky a dle [17] lze psát:

$$H_{Zd}^{I,II}(\rho_0, \phi_{I,II}) = e^{jk\rho_0 \cos \phi_{I,II}} \left( D \left( 2\sqrt{\frac{k\rho_0}{\pi}} \cos \frac{\phi_{I,II}}{2} \right) - u(\phi_{I,II} - \pi) \right) \quad (46)$$

kde  $u$  je jednotkový skok zaručující odečtení geometrického pole,  $D$  je Fresnelův difrakční koeficient definovaný vztahem (22) a podle obr. 5. pro úhly platí:

$$\phi_I = \pi - \beta_b + \theta, \quad \phi_{II} = \pi - \beta_b - \theta \quad (47)$$

Výsledky ukazují, že v oblasti hlavního laloku se směrová charakteristika od té, kterou obdržíme standardní metodou integrace pole na apertuře (vztah (34)) prakticky neliší.

V [17] je dále na základě výsledků pro roh s úhlem  $90^\circ$  odvozen vztah pro trychtýř s nezanedbatelnou tloušťkou stěn. Tyto vztahy však nebudou dále využity a nebudou zde tedy uvedeny.

Jako příklady dalších prací lze zmínit např. [18], kde je uvedena rozsáhlejší analýza charakteristiky v E – rovině s uvažováním dalších difrakcí (difrakce v ústí napájecího vlnovodu, vícenásobná difrakce) a mnohonásobného odrazu rozptýlených paprsků na vnitřních stěnách trychtýře. Dále kupříkladu v [19] jsou odvozeny vztahy pro obdobné zpřesnění v H – rovině, kde je využito úpravy Sommerfeldova řešení pro vlnu definovanou gradientem amplitudy (tzv. *Slope Diffraction*). Zpřesnění však zde není natolik významné, aby bylo nutné se jím v rámci této práce zabývat.

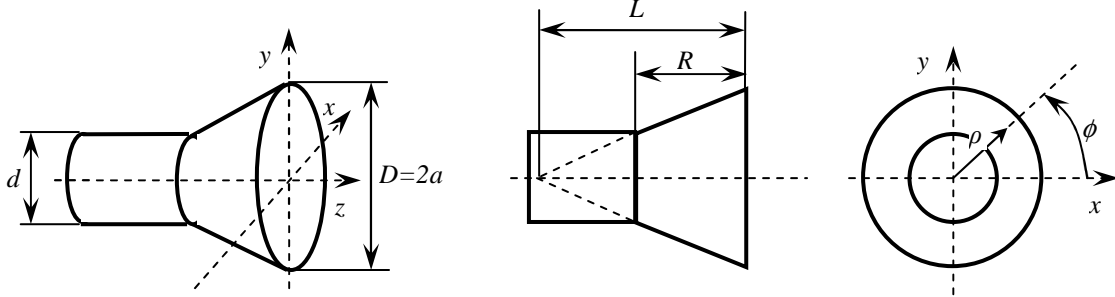
Odlišnou aplikaci GTD nabízí [20], kde je nejprve pomocí GTD určeno rozložení tečných složek pole v rovině apertury trychtýře i mimo oblast vymezenou jeho ústím a z tohoto rozložení je pomocí Furierovy transformace určena směrová charakteristika. Řešení přitom uvažuje i konečnou délku hrany a přibližně sférickou podobu vlny na ní dopadající. Vychází opět ze Sommerfeldova řešení a sice tak, že dopadající sférickou vlnu nahrazuje jakýmsi spektrem či „vějířem“ rovinných vln definovaných svým vlnovým vektorem  $\mathbf{k}$ . Celková rozptýlená vlna pak je určena sumou vln vybuzených tímto spektrem. Tato metoda umožňuje se značnou přesností určit charakteristiku v libovolném řezu, ale pouze v přední hemisféře (vychází opět z integrace pole na apertuře).

Řada dalších prací se zabývá numerickými metodami analýzy, které jsou však vhodné spíše pro návrh trychtýřů jako samostatných záříčů a nebudou zde rozebírány.



### 2.2.2. Kruhový trychtýř

Dalším často používaným ozařovačem pro reflektorové antény je kruhový trychtýř. Ve své nejjednodušší podobě uvedené na obr.6. má ale několik zásadních nevýhod, které ho v našem případě vyřazují z kandidatury na nejvhodnější ozařovač.



Obr.6. Kruhový trychtýř

Směrovou charakteristiku lze určit obdobně jako u obdélníkového trychtýře na základě sférické expanze vidu šířícího se napájecím vlnovodem. Rozložení jednotlivých vidů v kruhovém vlnovodu lze vyjádřit pomocí Besselových funkcí a je odvozeno např. v [6]. Fázová chyba na apertuře bude záviset pouze na  $\rho$  a zavedeme ji obdobně jako u obdélníkového trychtýře násobením expoencielou:

$$e^{-jk(\sqrt{L^2+\rho^2}-L)} \quad (48)$$

Dominantním videm je  $TE_{11}$  a jeho rozložení na apertuře trychtýře s označením rozměrů podle obr. 6. lze určit následovně:

$$\begin{aligned} E_\rho &= j \frac{2\pi f \mu}{\rho k_p^2} H_0 J_1 \left( 1,841 \frac{\rho}{a} \right) \sin \phi e^{-jk(\sqrt{L^2+\rho^2}-L)} \\ E_\phi &= j \frac{2\pi f \mu}{k_p} H_0 J_1' \left( 1,841 \frac{\rho}{a} \right) \cos \phi e^{-jk(\sqrt{L^2+\rho^2}-L)} \end{aligned} \quad (49)$$

kde  $J_1$  je Besselova funkce prvního druhu a prvního řádu,  $J_1'$  je její derivace podle  $\rho$ , konstanta 1,841 je první kořen rovnice  $J_1'(x) = 0$  a  $k_p = 1,841/a$  je příčná konstanta šíření. Z takto určeného rozložení pole na apertuře lze určit vyzářené pole podle vztahů (7) a (8) pomocí numerické integrace.

Výhodou kruhového trychtýře je jednoduchá konstrukce a především s jistým omezením možnost přijímání resp. vysílání dvou příčně polarizovaných signálů pomocí např. dvou kolmých sond v napájecím vlnovodu, popř. i příjem kruhové polarizace. Omezením je zde myšlen především nižší odstup příčné polarizace a s ním související interference. Ve srovnání s obdélníkovým trychtýřem jsou díky nerovnoměrnému rozložení o něco nižší postraní laloky v E-rovině.

Hlavní nevýhodou však je zejména pro naše zadání značná úzkopásmovost kruhového vlnovodu. Mezní frekvence jednotlivých vidů jsou určeny kořeny Besselových funkcí (viz [5,6]) a pro první dva vidy, tj.  $TE_{11}$  a  $TM_{01}$  platí:

$f_{TM01}/f_{TE11} = 1,306$ , zatímco námi požadované pásmo má poměr maximální a minimální frekvence 1,54. Problém může představovat i nesymetrická směrová charakteristika a výrazně vyšší příčná polarizace. Drobnou komplikací by také mohla být nutnost výroby přechodu na kruhový vlnovod.

Srovnání různých ozařovačů lze nalézt ve [4], kde je jednoduchý kruhový trychtýř popsán jako dobře použitelný pouze pro hluboké paraboly s  $F/D$  do hodnoty 0.4. Přesto je však velmi častou volbou v oblasti družicových spojů, kde jsou pro přenos využívány kruhové, resp. ortogonální polarizace.

### 2.2.3. Úpravy trychtýřů pro snížení postraních a zadních laloků

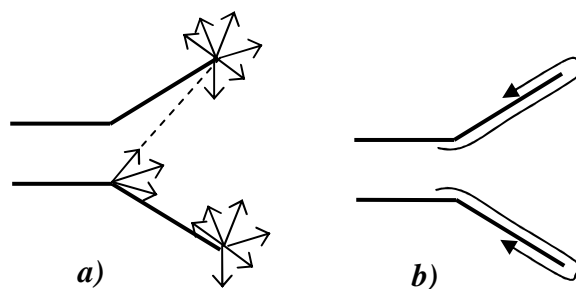
Jak již bylo zmíněno jsou vztahy založené na integraci pole na apertuře do značné míry aproximací, neboť uvažují za nulové pole mimo aperturu fyzicky definovanou rozměry trychtýře. Už principiálně tak neumožňují zkoumat vyzařování do hemisféry za rovinou apertury. Z pohledu geometrické teorie difrakce je zřejmé, že na vzdálenější postraní a zejména na zadní laloky bude mít dominantní vliv difrakce na hranách trychtýře, jak je znázorněno na obr. 7.a). Úplný analytický popis všech mechanismů zpětného vyzařování je pomocí metod GTD je značně obsáhlý a lze ho pro obdélníkový trychtýř nalézt např. v [17], [20].

Jinak si lze mechanismus zpětného vyzařování představit, uvažujeme-li jako zdroje záření reálné proudy indukované na stěnách trychtýře a vlnovodu. Ty ve skutečnosti přetékají i na vnější plášť trychtýře, kde působí v podstatě jako jediné zdroje zpětného vyzařování (obr. 7.b)). Určování těchto proudů je však značně obtížné a přibližné, nepoužijeme-li simulátor pole.

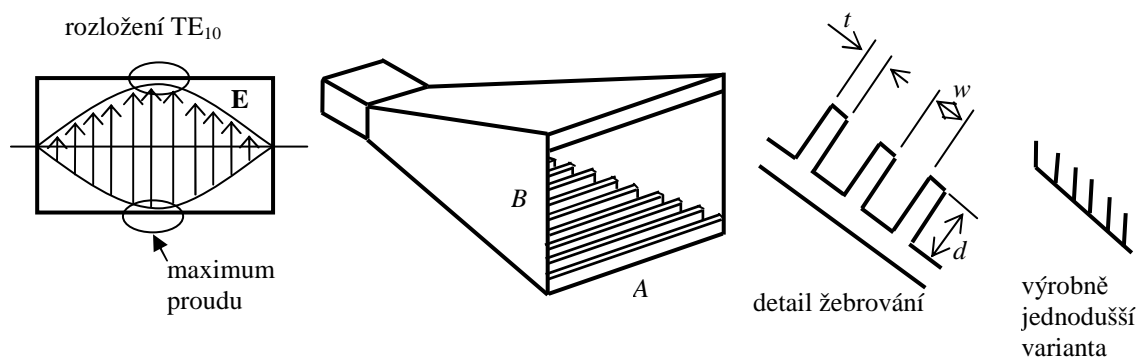
Z obou pohledů je zřejmé že by bylo vhodné nějakým způsobem potlačit šíření vlnění podél stěn trychtýře. V následujících kapitolách je uvedeno několik možností jak toho dosáhnout a jsou rozebrány výhody a nevýhody těchto úprav. Obecně se jedná buď o vhodnou úpravu stěn trychtýře za účelem vybuzení a vedení tzv. hybridních vidů nebo o změnu profilu zaručující vybuzení vyšších vidů a jejich vhodné sfázování na apertuře.

### 2.2.4. Žebrovaný obdélníkový trychtýř

Jak bylo uvedeno v kapitole věnující se obvyčejnému obdélníkovému trychtýři, dominantní vliv na zpětné vyzařování mají paprsky šířící se podél stěny kolmé k E-rovině. Z rozložení dominantního vidu na obr. 8. je také vidět že právě uprostřed této stěny se indukuje maximální proud. Oproti tomu difrakce na hranách kolmých na H-rovinu má vliv prakticky zanedbatelný. Dalším problémem může být i to, že rovnoměrné rozložení pole v E-rovině sice zaručuje užší hlavní lalok a vyšší směrovost, ale má velmi nepříznivý vliv na výšku



Obr. 7. Mechanizmy zpětného vyzařování z pohledu a) GO a b) indukovaných proudů



Obr.8. Žebrovaný obdélníkový trychtýř

postraních laloků. Z obou těchto hledisek je zřejmé, že by bylo vhodné a zároveň postačující nějakým způsobem „vytlačit“ pole od stěn kolmých k E rovině. Již roku 1966 se tímto problémem zabývali R. E. Lawrie a L. Peters a v [7] navrhli dvě možné úpravy.

První nejjednodušší úpravou je umístění několika tlumicích zářezů o hloubce  $\lambda/4$  ve stěně A. Zářezy pak představují na dané frekvenci nekonečnou impedanci a brání tak šíření vlnění podél této stěny. Tento postup může při vhodném návrhu velmi výrazně potlačit zpětné vyzařování i snížit postraní laloky. Malý počet relativně vzdálených zářezů však představuje diskontinuitu, jejíž vlastnosti jsou frekvenčně značně závislé.

Jakýmsi logickým vyústěním předchozí úpravy je zhuštění zářezů a jejich rozšíření na celou délku trychtýře, případně i na část napájecího vlnovodu. Je-li takto vzniklé žebrování dostatečně husté (alespoň 8 zářezů na vlnovou délku) a žebra mezi zářezy jsou velmi tenká, představuje tato struktura v podstatě spojitý povrch s impedancí danou geometrií slotů. Vlastnosti žebrovaného povrchu důležité z hlediska návrhu trychtýře jsou rozebrány např. ve [12]. Jsou-li zářezy hluboké právě  $\lambda/4$ , představuje žebrovaný povrch nekonečnou impedanci a nemůže po něm tedy protékat žádný proud. Tj. magnetické tečné složky jsou u povrchu nulové a magnetické pole je jakoby vytlačeno od stěny vlnovodu. Ukazuje se, že i pokud jsou zářezy hlubší než  $\lambda/4$  avšak mělčí než  $\lambda/2$  a povrch tak má kapacitní charakter, je tečné magnetické pole u stěny výrazně redukováno. V další kapitole bude pro kruhový trychtýř popsána tato problematika podrobněji a bude ukázáno, že žebrované povrchy umožňují šíření tzv. hybridních vidů, které díky svému rozložení jsou prakticky ideální pro použití v anténí technice.

Takto upravený obdélníkový trychtýř je znázorněn na obr. 8. Tvar žebor, ze kterého myšlenka vyšla a který je znázorněn v detailu na tomtéž obrázku, je značně nepraktický z výrobního hlediska. Proto se obvykle používají žebra rovnoběžná s ústím vlnovodu, jak je schematicky znázorněno také na obr. 8.

Podrobná analýza využívající pro určení směrové charakteristiky integraci pole na apertuře v kombinaci s GTD je uvedena např. v [11]. Vychází z předpokladu, že je-li trychtýř navržen tak, aby se na přechodu na žebrovaný povrch nevybudily žádné vyšší

vidy, je původně uniformní rozložení pole v E-rovině změněno na cosinové, tj. obdobné jako v H-rovině. Lze tedy s uvážením stejné fázové chyby na apertuře jako u obyčejného trychtýře (viz. vztah (29)) psát:

$$E_y(x, y) = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{B}\right) e^{-jk(\Delta_a(x) + \Delta_b(y))} \quad (50)$$

Podle [26] platí toto rozložení dobře pro pásmo, kde hloubka zářezů je  $\lambda/4 < d < 3\lambda/4$ . Integrací tohoto výrazu již lze na základě vztahů (7) a (8) určit vyzářené pole. Integraci lze provést numericky, nebo obdobně jako u obyčejného obdélníkového trychtýře pomocí Fresnelových integrálů (viz. vztah (31)). V [11] je navíc uveden model založený na GTD a uvažující nezanedbatelnou šířku hrany A, danou hloubkou žebrování (viz obr.8.). Princip spočívá v nalezení ekvivalentních liniových proudů na všech hranách apertury a jejich zahrnutí do výpočtu vzdálenějších postraní a zadních laloků. K tomu využívá tzv. *Slope Diffraction* zmiňované v kapitole věnované difrakci.

Výhody tohoto typu zářiče jsou tedy následující: Podle předpokladů se ukazuje, že cosinové rozložení pole na apertuře v E rovině spolu s výraznou redukcí proudů na hranách podstatně redukuje postraní a zadní laloky v E-rovině. Přitom zůstávají zachovány výhody obdélníkového trychtýře, tj. zejména možnost tvarování charakteristiky volbou rozměrů apertury, širokopásmovost a vysoký odstup příčné polarizace.

Z hlediska rotačně symetrických reflektorových antén je však *podstatnou nevýhodou* značné zvětšení rozměrů, způsobené nutností volit větší rozměr strany B pro dosažení symetrické charakteristiky a zvětšením tloušťky hran kvůli žebrování. To dohromady způsobí výrazně vyšší zastínění reflektoru a tedy zejména u malých reflektorů nezanedbatelné snížení jeho účinnosti. Obdélníkový žebrovaný trychtýř lze tedy v případě že chceme využívat pouze lineární polarizaci v jedné rovině dobře používat jako samostatnou anténu nebo ozařovač pro velké nebo offsetové reflektorové antény. Vzhledem k podstatně náročnější výrobě je však jeho použití omezeno především na náročnější aplikace, kde nejsme příliš tlačeni ze strany rozpočtu.

### 2.2.5. Kruhový žebrovaný trychtýř („skalární trychtýř“)

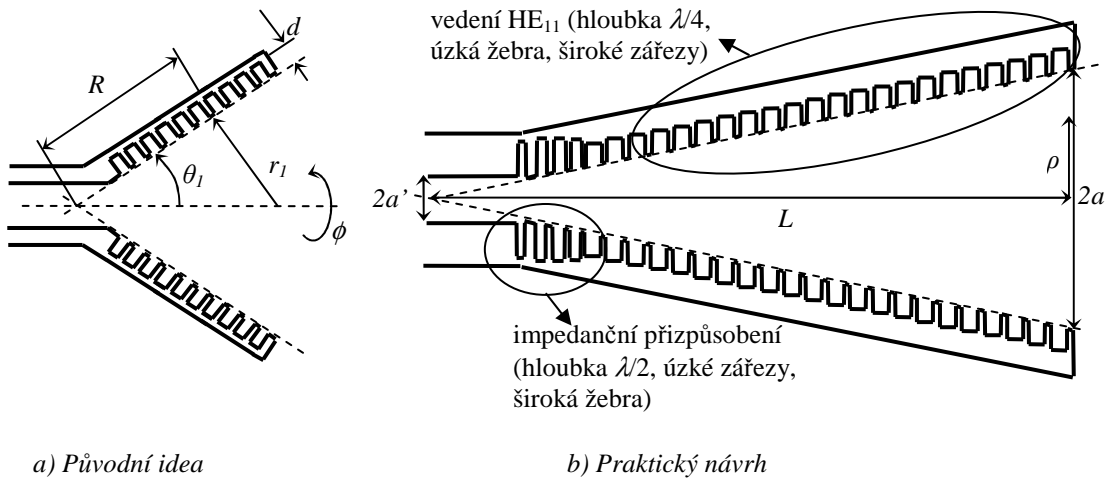
Obdobným myšlenkovým postupem, jako u obdélníkového trychtýře lze dospět k žebrovanému kruhovému trychtýři. Jeho hlavními výhodami, které ho předurčují k použití i v nejnáročnějších aplikacích jsou zejména symetrická směrová charakteristika s velmi nízkými postraními laloky a malou frekvenční závislostí v širokém pásmu, téměř nulová příčná polarizace, možnost dobrého impedančního přizpůsobení a možnost nezkresleného příjmu všech typů polarizace. Právě na základě izotropických vlastností vzhledem k přijímané polarizaci bývá tento typ trychtýře někdy označován jako *skalární*.

Jeho vývoj probíhal od šedesátých let současně v USA a Austrálii a jeho počátky jsou popsány ve [13]. Je zajímavé, že vědci na různých kontinentech dospěli ke stejné

myšlenky nezávisle na sobě a z odlišných výchozích idejí. Zjednodušeně řečeno, Alan F. Kay v USA vycházel ze snahy o změnu rozložení amplitudy v E – rovině kruhového trychtýře, které je až do velkých úhlů rozevření pro dominantní vid  $TE_{11}$  prakticky konstantní. Jeho cílem bylo dosažení obdobného rozložení jako v H – rovině a tedy snížení postranních laloků a získání symetrické směrové charakteristiky. Oproti tomu H. C. Minnett v Austrálii se snažil najít ideální ozařovač pro parabolický reflektor tím, že zkoumal pole v jeho ohnisku při příjmu rovinných vln. Oba tak dospěli k požadavku vedení tzv. hybridních vidů a tím k nutným okrajovým podmínkám na stěnách trychtýře, odlišným od standardních - ideálně vodivých a hladkých stěn. Jako vhodné řešení těchto okrajových podmínek pak určili právě žebrovaný povrch.

Dnešní výpočetní technika sice umožňuje analýzu pomocí numerických metod a simulátorů pole, ale pro rychlé odhady charakteristik a analýzy kompletní reflektorové antény je tento postup vzhledem ke komplikované struktuře těžko použitelný. I z hlediska pochopení principu funkce je vhodné naznačit odvození založené na analýze hybridních vidů šířících se žebrovaným vlnovodem resp. trychtýřem, tak jak je uvedeno např. v [8], kde je odvozeno jak rozložení vidů ve vlnovodu, tak v trychtýři. Vlnovodem se mohou šířit hybridní vidy  $HE_{mn}$ ,  $EH_{mn}$  a transverzální, rotačně symetrické vidy  $TE_{0n}$ ,  $TM_{0n}$ . Značení hybridních vidů je poněkud problematické, ale asi většina prací vychází právě z [8]. Platí že vidy  $HE_{mn}$ , mají v dopředném směru ( $\theta = 0$ ) maximum vyzařování, zatímco  $EH_{mn}$  nulu a dominantní vid je  $HE_{11}$ . Z rozložení vidů ve vlnovodu by bylo možné určit pole na apertuře trychtýře obdobně jako u běžných trychtýřů pomocí sférické expanze pouze zavedením fázové chyby obdobně jako ve vztahu (48). Tento postup využívá mimo jiné [2]. V druhé části [8] je uvedeno přesnější odvození vycházející z popisu pole šířícího se trychtýřem pomocí sférických hybridních vidů. Vztahy získané tímto postupem platí s větší přesností i pro větší úhly rozevření trychtýře.

Pro následující stručné naznačení principu odvození je na obr. 9.a) zobrazen řez



Obr. 9. Žebrovaný kruhový trychtýř

trychtýřem s označením důležitých veličin. Při analýze se předpokládá, že pole v zářezech je tvořeno pouze základním videm  $TM$ , vykazujícím stejnou azimutální závislost (tj. závislost na  $\phi$ ) jako pole uvnitř trychtýře ( $\theta < \theta_1$ ) a vzhledem k malé šířce zářezů lze předpokládat nezávislost na  $R$ . Vidy  $TE$  se ve slotech nemohou šířit (tj. musí být  $w/\lambda < 1/2$ , kde  $w$  je šířka zářezu) a na rozhraní  $\theta_1$  tedy platí  $E_\phi = 0$ . Pole uvnitř trychtýře je pak určeno metodou separace proměnných z vlnových rovnic ve sférických souřadnicích. Metoda separace proměnných je použitelná pouze pokud hraniční podmínka pro  $\theta = \theta_1$  je nezávislá na  $R$  a  $\phi$ , což je především v blízkosti apertury poměrně dobře splněno a podle [8] se ukazuje, že výsledky pro dominantní vid  $HE_{11}$  odvozené na základě této aproximace se dobře shodují s měřením až do hodnot  $\theta_1 = 70^\circ$ . Pro určení separační konstanty popisující závislost rozložení pole na  $\theta$  je použito metody sešívání vidů, využívající podmínky spojitosti admitance  $Y = H_\phi / E_R$  na rozhraní  $\theta_1$ . Tuto vlnovou admitanci lze přitom pro žebrovaní na sférickém povrchu aproximovat poměrně dobře vztahem pro žebrovaný válcový vlnovod:

$$Y \approx \frac{j}{Z_0} \left( \cot kd + \frac{1}{2k r_1} \right) \quad (51)$$

Z tohoto vztahu je sice zřejmé, že admitance slotů závisí i na  $r_1$ , což odporuje předpokladu použitému pro separaci konstant, avšak vzhledem k tomu že v blízkosti apertury obvykle platí  $kr_1 \gg 1$  je patrné, že příspěvek druhého sčítance bude zanedbatelný.

Z hlediska antén je nejdůležitějším případem tzv. stav hybridní rovnováhy (*ballanced hybrid condition*), neboť pak podle [8] platí, že směrová charakteristika je v okolí  $\theta = 0$  rotačně symetrická a příčná polarizace nulová. První nutnou podmínkou pro tento stav je nulová povrchová admitance. Jak je vidět ze vztahu (51) při zanedbání druhého sčítance, odpovídá nulové admitanci již dříve zmiňovaná hloubka

$\lambda/4$ . Ukazuje se však, že přesnost vztahů založených na předpokladu nulové povrchové admitance není omezena pouze na jedinou frekvenci, ale na poměrně široké pásmo, v němž admitance má kapacitní charakter a nepodporuje tak šíření povrchové vlny, což platí pro  $\lambda/4 < d < \lambda/2$ . Druhou podmínkou stavu hybridní rovnováhy je, aby elektrická a magnetická složka pole byly svázány impedancí volného prostoru, tj. aby platilo  $E_R/H_R = Z_0$ . Toto je splněno pokud  $kr \gg 1$ , tj. je-li trychtýř dlouhý vzhledem k vlnové délce. Je zřejmé, že druhá podmínka obvykle platí a není nutné se jí příliš zabývat. Ve vztazích pro rozložení pole pak této podmínce odpovídá tzv. normalizovaný hybridní faktor  $\bar{\Lambda} = \pm 1$ , přičemž znaménko + platí pro HE a – pro EH vidy. Výsledné vztahy pro rozložení pole obsahují Besselovy funkce a sférické Henkelovy funkce druhého druhu a lze je nalézt v [8]. (Popis sférických Henkelových funkcí a jejich určení pomocí Besselových pak lze nalézt např. na stránkách *mathworld.wolfram.com*.)

Odvození pro válcový vlnovod je založeno na stejném principu a je o něco méně matematicky náročné. Výsledné rozložení je určeno pouze pomocí Besselových funkcí a se zavedením fázové chyby podle (48) je lze použít pro otevření trychtýře až  $\theta_1 = 20^\circ$ . Pro dominantní vid  $HE_{11}$  má pak podle [2] pole v ústí podobu:

$$\begin{aligned} E_x &= 2E_0 J_0 \left( 2,404 \frac{\rho}{a} \right) e^{-jk(\sqrt{L^2 - \rho^2} - L)} \\ E_y &= 0 \end{aligned} \quad (52)$$

Pole lze samozřejmě libovolně otáčet podle  $\phi$ . Nulovost druhé složky pole platí za daných podmínek velmi dobře a trychtýř tak vykazuje téměř nulovou příčnou polarizaci.

Ideální praktický návrh je znázorněn na obr. 9. b), kde je zahrnuta i přechodová oblast pro impedanční přizpůsobení. Pro kontinuální změnu povrchové impedance je vhodné volit prvních několik zářezu úzkých o hloubce zhruba  $\lambda/2$  se silnými žebry a kontinuálně přejít na ideální povrch pro vedení hybridních vidů, tj. úzká žebra a širší zářezy o hloubce  $\lambda/4$ . Přechod by mělo tvořit zhruba pět žeber. Jsou také zvolena výrobně jednodušší vertikální žebra.

V rozličných pracích jsou dále uváděny jiné metody analýzy a další úpravy skalárního trychtýře. Patří mezi ně především úpravy profilu za účelem dalšího snížení zpětného vyzařování [9], [21], [22] či použití jiného tvaru žeber. Např. ve [21] je dokonce uváděn návrh tzv. kompaktního skalárního trychtýře s upraveným profilem a s zářezy v přechodové oblasti doplněnými kvůli impedančnímu přizpůsobení o prstencové dutiny. Tyto úpravy by měli při udržení základních dobrých vlastností umožnit dobrou použitelnost v pásmu až 2,4:1 a to vše navíc při zmenšených rozměrech trychtýře.

Shrňme nyní vlastnosti skalárního trychtýře: Jeho nespornými výhodami jsou symetrická směrová charakteristika s velmi nízkými postraními laloky, širokopásmovost, dobré impedanční přizpůsobení a nezkreslený příjem všech

polarizací. Oproti tomu podstatnou nevýhodou je značná výrobní náročnost a tedy vysoká cena. Z hlediska rotačně symetrických antén pak při malých rozměrech reflektoru mohou být na závalu větší příčné rozměry způsobující větší zastínění a tedy nižší směrovost a vyšší postraní laloky. Lze říci, že pro náročné aplikace s dostatečným rozpočtem je skalární trychtýř jednoznačně nejlepší volbou a je proto také nejčastěji používán např. v radioastronomii ([9], [23]).

Za zmínku stojí i možnost vedení obdobných hybridních vidů dielektrickými vlnovody resp. trychtýři. Tato tematika bude ještě podrobněji zmíněna v kapitole věnující se úpravám dvoureflektorových antén v souvislosti s tzv. „*dielguide*“ konceptem. Další obdobou by mohl být kovový trychtýř, vyplněný dielektrikou s různou permitivitou klesající od středu ke stěnám (resp. trychtýř s mezerou mezi kovovou stěnou a dielektrickou výplní). Zde by však hráli nezanedbatelnou roli ztráty v dielektriku a přizpůsobení v oblasti přechodu do dielektrika.

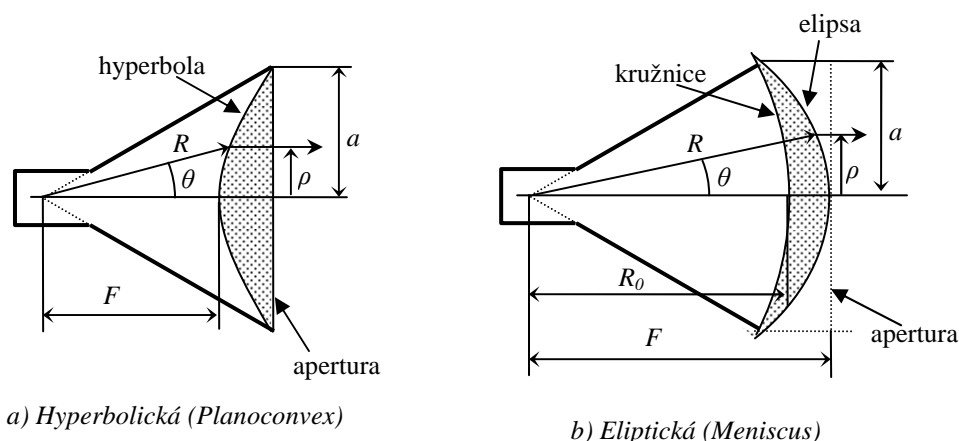
#### **2.2.6. Trychtýře s vybuzením více vidů**

Další možností jak snížit ozáření hran apertury je nalézt takový profil trychtýře, který zaručí vybuzení vyšších vidů. Pokud se pak vybuzené vidy na apertuře sejdou s vhodnou fází, může se pole na okrajích vyrušit. Tím bychom stejně jako u žebrovaných trychtýřů s hybridními vidy dosáhli snížení zpětného vyzařování i postraních laloků. Několik praktických návrhů lze nalézt např. ve [4]. Hlavní výhodou takového návrhu je dosažení přibližně stejných výsledků jako u žebrovaných trychtýřů při výrazně jednodušší výrobě a tedy nižších nákladech. Hlavní nevýhodou je však značná úzkopásmovost způsobená různou rychlostí šíření jednotlivých vidů. Pokud by jediným požadavkem bylo např. vhodné ozáření reflektoru ve velmi úzkém pásmu, stála by tato problematika za pozornost. Pro náš případ je však zcela nevhodná a nebude tedy dále rozebírána.



## 2.2.7. Trychtýř a čočka

Lze ověřit, že fázová chyba pole v ústí trychtýře nejen snižuje zisk, ale i rozšiřuje hlavní lalok a zvyšuje laloky postraní. Hledáme-li tedy ozařovač s velkým ziskem a úzkým hlavním lalokem, bylo by vhodné volit trychtýř s velkou aperturou a zároveň s co nejmenším úhlem otevření. To by při velkých rozměrech apertury znamenalo i velkou délku a tedy náročnější výrobu a u některých aplikací i možný problém s montáží. Alternativou může být krátký trychtýř s velkým úhlem otevření a s fází korigovanou pomocí čočky. Obdobně jako u reflektoru je vhodný tvar čočky odvozen pomocí geometrické optiky (viz např. [1]). Požadavkem přitom obvykle je, aby kulová vlna dopadající na čočku, byla transformována na vlnu rovinou (tedy fáze na rovinné apertuře za čočkou je konstantní – viz obr. 10.). Podle např. [8], [27] platí takovéto odvození zhruba i pro kombinaci s trychtýřem, přestože se čočka obvykle umísťuje přímo na aperturu trychtýře (obr. 10.) a nachází se tedy v blízkém poli, kde je geometrická optika teoreticky značně nepřesná.



Obr. 10. Korekce kruhového trychtýře čočkou

Dva nejobvyklejší typy čoček a jejich umístění na kruhovém trychtýři jsou znázorněny na obr. 10. Kromě fáze ovlivní čočka samozřejmě i rozložení amplitudy na apertuře. Hyperbolická čočka nazvaná podle [8] jako *planoconvex* pole rozptyluje a tedy zvyšuje amplitudu na okrajích apertury, zatímco eliptická (*meniscus*) čočka pole koncentruje do okolí osy trychtýře. Tím pádem lze od použití první čočky očekávat vyšší zisk ale i vyšší postraní laloky, zatímco od druhé naopak nižší zisk i postraní laloky. Použití čočky se v našem případě jeví jako nepraktické, neboť jak se ukáže, navržený trychtýř bude relativně malý a s malým úhlem otevření. Přesto pro úplnost budou uvedeny charakteristické rovnice povrchů dvou uvedených čoček ([1]):

$$\begin{aligned}
R &= \frac{F(n-1)}{n \cos \psi - 1} && \text{hyperbolická} \\
R &= \frac{F(1-1/n)}{1 - \frac{\cos \psi}{n}} && \text{eliptická}
\end{aligned} \tag{53}$$

kde  $n = \sqrt{\epsilon_r}$  je index lomu zvoleného dielektrika. Rozložení pole na apertuře pak lze určit pomocí GO. Pokud původní rozložení bylo funkcí polárních souřadnic  $\mathbf{E}_a(\rho, \phi)$  (viz např. obr. 6.) lze modifikované rozložení  $\mathbf{E}_a^m$  získat následující substitucí:

$$\mathbf{E}_a^m(\rho, \phi) = \frac{\sqrt{L^2 + \rho^2}}{R} \mathbf{E}_a^0(\rho', \phi) \tag{54}$$

kde horní index 0 značí, že uvažujeme nulovou fázovou chybu na apertuře (je vyrovnána čočkou),  $R$  odpovídá (53) a  $\rho'$  získáme pro jednotlivé čočky následovně:

$$\begin{aligned}
\rho' &= \frac{L\rho}{R \cos(\arcsin(\rho/R))} && \text{hyperbolická} \\
\rho' &= \frac{F\rho}{R \cos(\arcsin(\rho/R))} && \text{eliptická}
\end{aligned} \tag{55}$$

Vztahy jsou přibližné v tom, že uvažují pouze ohyb vlnění, nikoliv odraz. Dále také u eliptické čočky je nutné nechat ji přesahovat přes aperturu trychtýře, jak je vidět na obr. 10. Nově definovaná apertura pak bude větší než původní, vymezená fyzickými rozměry trychtýře.

Pro obdélníkový trychtýř je pole na apertuře tvořeno spíše kombinací dvou válcových vln než jednou sférickou (ačkoliv i tato aproximace je někdy používána). Teoreticky by tedy bylo vhodné navrhnout poněkud odlišný, rotačně nesymetrický tvar čočky.

Problémem u čoček můžou být nežádoucí odrazy na rozhraních dielektrika a okolí. Těm se však dá do značné míry předejít vhodnými povrchovými úpravami, jejichž problémem je však relativní úzkopásmovost. Problémem také může být vybudování jiných vidů, než jaké předpokládáme v trychtýři. Vzhledem k obvykle poměrně malé tloušťce čočky bývají ztráty v dielektriku prakticky zanedbatelné.

### 2.3. Reflektorové antény

Při návrhu ostře směrových antén s velkým ziskem je v oblasti milimetrových vln a mikrovln asi nejčastější volbou anténa reflektorová. Další alternativou do určité míry mohou být velké čočky, trychtýře nebo anténní pole tvořená např. patchovými anténami. Při velkých požadavcích na směrovost a tedy na velikost plochy antény jsou však i vzhledem k relativní konstrukční jednoduchosti reflektory prakticky nenahraditelné.

Návrh antény spočívá ve volbě vhodného tvaru reflektoru, nalezení optimálního ozařovače a případném doplnění o prvky pro zlepšení charakteristik (např. útlumové

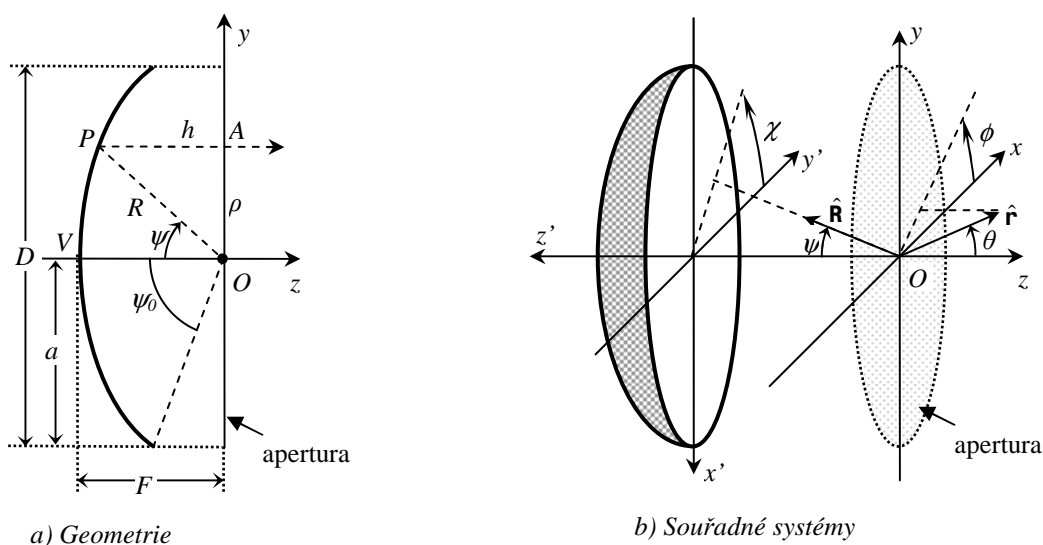
prvky zabraňující difrakci). Častým případem je situace kdy první krok odpadá neboť k dispozici je již hotový reflektor, k němuž je zapotřebí navrhnout pouze vhodný ozařovač, popř. jako v našem případě i subreflektor.

Obecně platí, že reflektor či soustava reflektorů, nějakým vhodným způsobem formuje vlnění vycházející z primárního ozařovače, obvykle za účelem dosažení vyšší směrovosti. V dalších kapitolách se budeme věnovat nejobvyklejšímu případu, kdy je kulová vlna z ozařovače transformována na vlnu rovinou. Situaci si lze samozřejmě představit i opačně, tj. že anténa slouží jako přijímací a reflektor v podstatě „sbírá“ vlnění z určité plochy a soustřeďuje ho do přijímače.

### 2.3.1. Jednoduchý parabolický reflektor

#### 2.3.1.1. Geometrie

Představy nastíněné v úvodu kapitoly vycházejí z principů geometrické optiky a na jejich základě lze také jednoduše odvodit nejvhodnější tvar reflektoru. Transformaci kulové vlny na rovinou vyhovuje parabolický reflektor se zdrojem vlnění umístěným v ohnisku  $O$ , jak je znázorněno na obr. 11. a). K parabolickému tvaru lze dospět na základě požadavku konstantní vzdálenosti  $OP + PA$  (viz obr. 11. a)) pro všechny úhly  $0 < \psi < \psi_0$  (viz např. [1]). Tak je zaručeno, že všechny paprsky budou mít na apertuře stejné fázové zpoždění a budou tak tvořit rovinou vlnu.



Obr. 11. Jednoduchý parabolický reflektor

Na obr. 11. b) jsou znázorněny dva souřadné systémy, které budou použity i v dalších kapitolách. Souřadnice  $R, \psi, \chi$  budou použity k parametrizaci povrchu reflektoru a  $r, \theta, \phi$  k popisu vyzářeného pole.

Polární rovnice paraboly je ([1]):

$$R = \frac{2F}{1 + \cos \psi} \quad (56)$$

Významné geometrické vztahy, které budou dále použity jsou:

$$R + h = 2F$$

$$\rho = 2F \tan \frac{\Psi}{2} \Rightarrow \Psi_0 = 2 \arctan \frac{D}{4F} \quad (57)$$

Často užívanou charakteristikou parabolických reflektorů je poměr  $F/D$ . Tato formulace mnohdy usnadňuje praktický návrh, neboť víme, že primární zářič navržený pro reflektor se specifikovaným  $F/D$  lze použít pro jakýkoliv jiný reflektor se stejným  $F/D$ . To samozřejmě platí na jedné určité frekvenci. Pro jinou frekvenci by bylo teoreticky možné zářič pouze zmenšit či zvětšit v měřítku daném poměrem frekvencí.

Pouhou modifikaci uvedené koncepce představuje offsetová reflektorová anténa. Reflektor pak tvoří vhodně zvolený výřez z paraboloidu a zářič pak není nasměrován podél osy  $z$ , jak je uvedeno na obr. 11. ale do středu zvoleného výřezu.

### 2.3.1.2. Rozložení pole na apertuře, směrová charakteristika

Zvolíme-li rovinou aperturu podle obr. 11., lze pole na ní určit ze znalosti směrové charakteristiky na základě geometrické optiky. Budeme postupně sledovat vlnění vycházející z primárního ozařovače. Předpokládejme vlnění dopadající na povrch reflektoru v podobě:

$$\mathbf{E}_i = \frac{e^{-jkR}}{R} \mathbf{e}_i(\Psi, \chi) \quad (58)$$

což představuje kulovou vlnu vycházející z ohniska. Vektorovou funkci  $\mathbf{e}_i$  lze určit pro obecný primární ozařovač vyloučením  $e^{-jkR}/R$  ze vztahu pro směrovou charakteristiku (pro obecný plošný zářič vztah (8), pro obdélníkový trychtýř (34)).

Jak bylo výše uvedeno, předpokládáme že vlnění se od reflektoru odráží jako od nekonečně rozlehlé tečné vodivé roviny. Musí tedy platit Snellův zákon odrazu (úhel odrazu se rovná úhlu dopadu) a zároveň musí platit, že celkové elektrické pole na povrchu reflektoru dané součtem pole dopadajícího a odraženého musí mít nulovou tečnou složku. Pak lze ukázat ([1]), že pro odražené pole platí ([1]):

$$\mathbf{E}_r = -\mathbf{E}_i + 2\hat{\mathbf{n}}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}_i) = \frac{e^{-jkR}}{R} \mathbf{e}_r(\Psi, \chi) \quad (59)$$

kde  $\mathbf{e}_r$  je charakteristika odraženého pole a je zřejmé, že mezi ní a charakteristikou zdroje  $\mathbf{e}_i$  platí stejný vztah jako mezi intenzitami dopadajícího a odraženého pole, tj.:

$$\mathbf{e}_r = -\mathbf{e}_i + 2\hat{\mathbf{n}}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{e}_i) \quad (59a)$$

Normálový vektor lze explicitně vyjádřit ([1]):

$$\hat{\mathbf{n}} = -\hat{\mathbf{R}} \cos \frac{\Psi}{2} + \hat{\Psi} \sin \frac{\Psi}{2} = \hat{\mathbf{z}} \cos \frac{\Psi}{2} - \left( \hat{\mathbf{x}} \cos \frac{\Psi}{2} + \hat{\mathbf{y}} \sin \chi \right) \sin \frac{\Psi}{2} \quad (60)$$

Vzhledem k předpokladu, že od reflektoru k apertuře se šíří rovinná vlna, bude pole na apertuře oproti odraženému poli  $\mathbf{E}_r$  pouze fázově zpožděné a tedy:

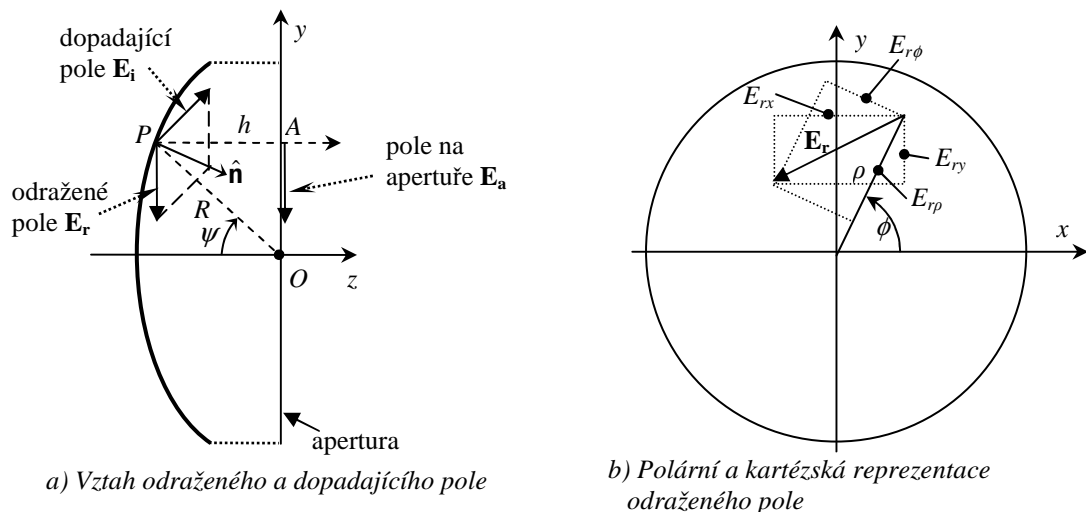
$$\mathbf{E}_a = e^{-jkh} \mathbf{E}_r = \frac{e^{-2jkF}}{R} \mathbf{e}_r \quad (61)$$

Grafické znázornění těchto vztahů je na obr. 12. a), kde je pro jednoduchost uvažováno  $\mathbf{E}_r$  rovnoběžné s  $\hat{\psi}$ . Pro určení rozložení pole na apertuře ze směrové charakteristiky zdroje  $\mathbf{e}_i$  si stačí uvědomit, že odražené pole nemá složku ve směru  $\hat{z}$  a lze ho tedy reprezentovat pomocí polárních složek  $E_{rp}$  a  $E_{r\phi}$  podle obr. 12. b). Dále zřejmě že pro tyto složky platí:

$$E_{rp} = -E_{i\psi}, \quad E_{r\phi} = -E_{i\chi} \quad (62)$$

Zde předpokládáme, že dopadající pole nemá složku ve směru šíření. Po převedení do polárních souřadnic  $xy$  tak lze pro pole na apertuře na základě (59) a (61) psát:

$$\begin{aligned} E_{ax} &= \frac{e^{-2jkF}}{R} [e_{i\chi} \cos \phi - e_{i\psi} \sin \phi] \\ E_{ay} &= \frac{e^{-2jkF}}{R} [e_{i\psi} \sin \phi + e_{i\chi} \cos \phi] \end{aligned} \quad (63)$$



Obr. 12. Odraz na povrchu reflektoru

Je vhodné zdůraznit, že vztah (62) a (63) platí pouze pro rotačně symetrické reflektory a pro offsetové je nutné vyjít přímo ze vztahů (59) a (60). Tento obecnější postup lze nalézt např. ve [26].

S uvážením předchozích vztahů a vztahu (34) lze určit rozložení pole na apertuře parabolického reflektoru ozářeného *obdélníkovým trychtýřem*:

$$\begin{aligned} E_{ay} &= e^{-2jkF} \frac{jABE_0}{16\lambda F} (1 + \cos \psi)^2 F_1(v_x, \sigma_a) F_0(v_y, \sigma_b) \\ E_{ax} &= 0 \\ 0 < \psi < \psi_0, \quad 0 < \chi < 2\pi \end{aligned} \quad (64)$$

Vzdálenost k reflektoru  $R$  je určena z (56) a je zvoleno  $c_\psi = c_\chi = (1 + \cos \psi)/2$ . Je vhodné zdůraznit, že *nulové příčné polarizace* na apertuře je dosaženo pouze pokud má charakteristika primárního ozařovače následující tvar:

$$\mathbf{e}_i = F(\psi, \chi) (\hat{\psi} \sin \chi + \hat{\chi} \cos \chi) \quad (65)$$

To platí např. pro trychtýř či otevřený vlnovod, ale pouze tehdy, neuvažujeme-li jejich umístění v zemní rovině. Vzhledem k tomu, že skutečné charakteristiky takto přesnou symetrii nevykazují, lze očekávat, že na apertuře reflektoru vznikne složka příčné polarizace i pokud na apertuře ozařovače nebyla. Např. zkoumáním vztahů pro trychtýř v zemní rovině (vztahy (34) a (8b)) lze ukázat, že příčná složka narůstá u okrajů apertury reflektoru a je tím větší, čím menší je poměr  $F/D$ .

Numerickou integrací lze nyní ze vztahů (7) a (8) určit směrovou charakteristiku. Integrovat přitom můžeme přes polární souřadnice  $\rho$ ,  $\phi$  nebo výhodněji přes úhlové souřadnice ozařovače  $\psi$ ,  $\chi$ . Platí přitom:

$$dA = \rho d\rho d\phi = R^2 \sin \psi d\psi d\chi = \frac{4F^2}{1 + \cos \psi} \tan \frac{\psi}{2} d\psi d\chi \quad (66)$$

Pro konkrétní vyjádření Fourierovy transformace pole na apertuře je vhodné ještě uvést následující vztah pro určení exponentu ze vztahu (7) (viz [1], str. 590):

$$k\hat{\mathbf{r}}\mathbf{r}' = k\hat{\mathbf{r}}\mathbf{p}' = 2kF \tan \frac{\psi}{2} \sin \theta \cos(\phi - \chi) \quad (67)$$

Nyní tedy můžeme obecně psát:

$$\mathbf{f}(\theta, \phi) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi_0} \mathbf{E}_a(\psi, \chi) e^{2kF \tan \frac{\psi}{2} \sin \theta \cos(\phi - \chi)} \frac{4F^2}{1 + \cos \psi} \tan \frac{\psi}{2} d\psi d\chi \quad (68)$$

Směrovou charakteristiku nyní získáme snadno dosazením do vztahu (8). Je vhodné poznamenat, že značení  $\mathbf{E}_r(\psi, \chi)$  znamená, že body na apertuře jsou pouze parametrizovány úhlovými souřadnicemi ozařovače a tyto souřadnice pochopitelně neurčují explicitně daný bod. Souřadnice  $\theta$  a  $\phi$  pak určují směr, ve kterém zkoumáme vyzařené pole (obvykle  $\phi = 0$  odpovídá H-rovině a  $\phi = 90^\circ$  E-rovině). Konkrétní podobu pro obdélníkový trychtýř získáme dosazením ze vztahu (64) a Fourierova transformace pak bude mít pouze složku ve směru osy  $y$ .

Dále je třeba zdůraznit, že zde není počítáno s vlivem zastínění reflektoru ozařovačem, resp. subreflektorem. Vliv tohoto efektu bude podrobněji zmíněn až dále.

### 2.3.1.3. Směrovost a zisk

Maximální směrovosti obecné apertury bychom dosáhly při jejím rovnoměrném ozáření. Toho však nelze v praxi u reflektorových antén dosáhnout a intenzita ozáření k okrajům klesá. To je způsobeno nejen obvyklým poklesem charakteristiky primárního zářiče ale i tím, že vzdálenost z ohniska k reflektoru roste se vzdáleností od středu (viz. (53)). Pokud bychom se snažili dosáhnout co nejrovnoměrnějšího ozáření, bylo by nutné vyrovnávat a tedy rozšiřovat hlavní svazek charakteristiky ozařovače. Tím by ale došlo k nadměrnému vyzařování mimo oblast reflektoru, tj. takzvanému **přetečení** (*Spillover*) a tedy k poklesu směrovosti. Bereme-li tedy jako hlavní kritérium návrhu maximalizaci zisku, musí primární ozařovač představovat kompromis právě mezi přetečením a rovnoměrností ozáření apertury. Zároveň je však

třeba často uvážit, že rovnoměrnějšímu ozáření odpovídají vyšší postraní laloky, což může být v mnoha případech krajně nežádoucí.

Směrovost vyjádříme na základě výsledků z kapitoly 2.1.2. Ke koeficientům amplitudové a fázové účinnosti apertury, definovaným pro obecnou aperturu vztahem (15) pouze přibývá **koeficient přetečení**  $e_{spl}$  a **koeficient zastínění**  $e_{bl}$ . Pro přehlednost jsou uvedeny všechny tři koeficienty pohromadě:

$$e_{amp} = \frac{\left| \int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')| dS' \right|^2}{A \int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')|^2 dS'}, \quad e_{ph} = \frac{\left| \int_A \mathbf{E}_a(\mathbf{r}') dS' \right|^2}{\left| \int_A |\mathbf{E}_a(\mathbf{r}')| dS' \right|^2}, \quad e_{spl} = \frac{P_a}{P_0}, \quad e_{bl} = \frac{P_a - P_{bl}}{P_a} \quad (69)$$

kde  $P_a$  je výkon dopadající na plochu reflektoru, který lze nalézt buď přímo integrací pole na apertuře, nebo integrací směrové charakteristiky primárního zářiče přes prostorový úhel odpovídající ozáření reflektoru. Dále  $P_0$  je celkový výkon vyzářený primárním ozařovačem a  $P_{bl}$  je výkon zastíněný ozařovačem resp. subreflektorem a jeho určení bude podrobněji popsáno v další kapitole. Pole na apertuře je opět možné integrovat podle vztahu (66) přes azimutální souřadnice  $\psi, \chi$  v nichž vyjadřujeme směrovou charakteristiku ozařovače. Celková účinnost apertury reflektoru je tedy nyní dána:

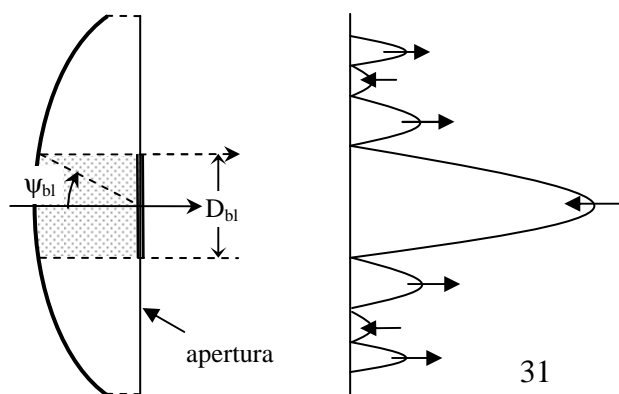
$$e_a = e_{amp} e_{spl} e_{ph} e_{bl} \quad (70)$$

Ukazuje se však, že v obvyklých případech je vliv nerovnoměrnosti fáze zanedbatelný oproti nerovnoměrnosti amplitudy, přetečení a zastínění. Koeficient  $e_{ph}$  proto bývá z předchozího vztahu často vynecháván.

Zanedbáme-li vliv nerovnoměrnosti fáze, je možné směrovost celé antény určit přímo ze směrové charakteristiky ozařovače, aniž bychom explicitně vyjadřovali rozložení pole na apertuře reflektoru. Odvození je uvedeno v [1] a vychází z geometrické optiky a ze sledování toků energie mezi ozařovačem a aperturou. K výpočtu je však i tak nakonec třeba integrovat přes část směrové charakteristiky. Integraci je pak obvykle nutné provádět numericky. Je tedy zbytečné zde tento postup dále rozebírat vzhledem k tomu, že v rámci určování směrové charakteristiky stejně pole na apertuře určujeme a lze tedy přímo aplikovat vztahy (69) a (70) na vztah (63) resp. (64). Alternativou opět je normovat výkon vyzářený primárním ozařovačem podle vztahů (17) až (19). Směrová charakteristika celé antény pak bude při zachování všech multiplikativních konstant přímo normována k izotropickému zářiči.

#### 2.3.1.4. Vliv zastínění na směrovou charakteristiku a směrovost

Podstatnou nevýhodou rotačně symetrických reflektorových antén je umístění ozařovače popř. i subreflektoru ve středu apertury. Při jeho



Obr. 13. Zastínění apertury – vliv na směrovou charakteristiku

nezanedbatelných rozměrech bude výrazně ovlivněn jak zisk, tak směrová charakteristika. Nejjednodušším a zároveň poměrně přesným způsobem jak tento vliv postihnout je vynulovat pole v geometricky zastíněné části apertury. V případě rotačně symetrického zastínění to lze jednoduše provést změnou dolní meze pro integraci podle  $\psi$  ve vztahu (67). Pro jiný tvar by byl postup poněkud komplikovanější, ale vzhledem k tomu, že hlavním tématem této práce je dvoureflektorová anténa s rotačně symetrickým subreflektorem, není nutné se tímto problémem zabývat. (Šlo by v podstatě pouze o vhodné přizpůsobení integrační sítě. Zcela obecný postup lze nalézt např. ve [2].) Pro rotačně symetrické zastínění tedy určíme mezní úhel zastíněné oblasti podle (57):

$$\psi_{bl} = 2 \arctan \frac{D_{bl}}{4F} \quad (71)$$

kde  $D_{bl}$  je průměr ozařovače, resp. subreflektoru. Situace je zobrazena na obr. 13. Integrál ze vztahu (67) tedy přejde na:

$$\mathbf{f}(\theta, \phi) = \int_0^{2\pi} \int_{\psi_{bl}}^{\psi_0} \mathbf{E}_a(\psi, \chi) e^{2kF \tan \frac{\psi}{2} \sin \theta \cos(\phi - \chi)} \frac{4F^2}{1 + \cos \psi} \tan \frac{\psi}{2} d\psi d\chi \quad (72)$$

Zahrnout vliv zastínění lze i jinak. Pole v zastíněné oblasti můžeme vynulovat přidáním doplňkového pole s opačnou fází a výslednou charakteristiku pak získat superpozicí vlnění vyzářených těmito poli. Tento postup nebude dále využit, neboť by v použité metodě byl zbytečnou komplikací. Jeho pomocí však lze přibližně nastínit vliv zastínění na směrovou charakteristiku. Vlnění vyzářené nezastíněným reflektorem se s vlněním z doplňkového pole sejde v oblasti hlavního a sudých postraních laloků v protifázi a způsobí jejich pokles. Oproti tomu v oblasti lichých postraních laloků se sejde ve fázi a laloky tak narostou. Situace je naznačena na obr. 13. Je tedy zřejmé, že zastínění bude mít nepříznivý vliv jak na zisk, tak na odstup nejbližších postraních laloků. Zvláště u malých reflektorů je vliv na postraní laloky velmi výrazný, což vede na používání offsetových antén.

Vliv zastínění na směrovost je postižen ve vztazích (68) a (69) prostřednictvím koeficientu zastínění. K určení části výkonu ztraceného zastíněním lze opět užít buď integraci přes zastíněnou část apertury, nebo přes odpovídající část směrové charakteristiky ozařovače.

Vzhledem k tomu, že na vysokých frekvencích je vzhledem k minimalizaci ztrát vhodné používat k napájení ozařovače vlnovod, bude mít u jednoduchých reflektorů i ten značný vliv na zastínění vzhledem k jeho nezanedbatelným rozměrům. Tento problém lze vyřešit buď použitím offsetového reflektoru, resp. dvoureflektorové antény. Určitý efekt budou mít samozřejmě i vzpěry, na nichž je ozařovač resp. subreflektor upevněn. Jisté možnosti analýzy vlivu vzpěr jsou uvedeny např. ve [2], ale nebudeme se jim dále věnovat, neboť lze předpokládat že v našem případě nebude tento vliv výrazný.



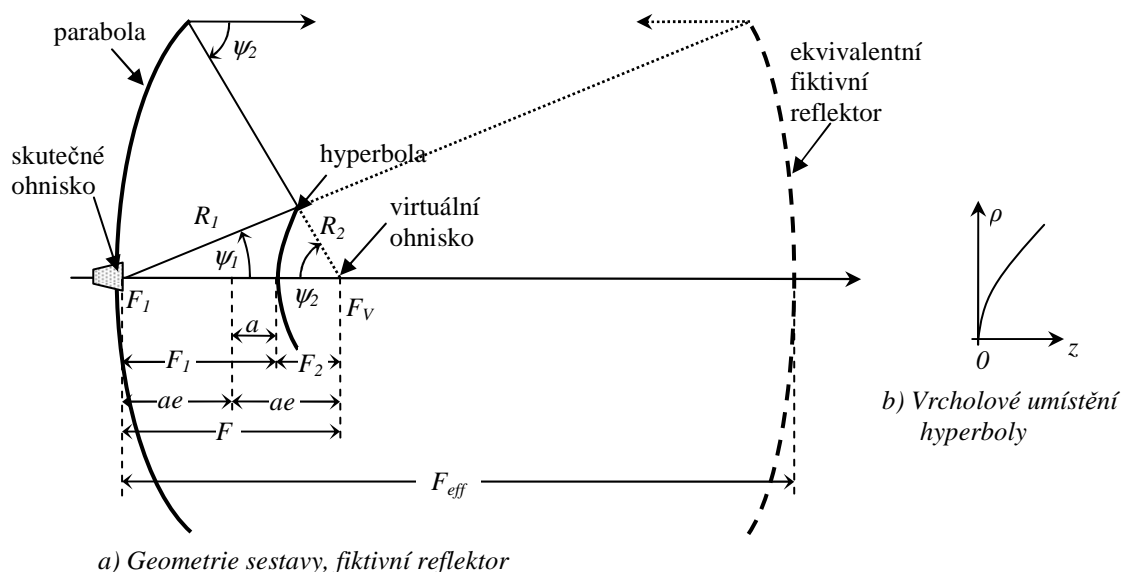
### 2.3.2. Dvoureflektorová Cassegrainova anténa

Hlavní motivací pro používání dvoureflektorových antén je možnost dosažení velké efektivní ohniskové vzdálenosti při výhodném umístění ozařovače poblíž vrcholu hlavního reflektoru, kde vhodně tvarovaný subreflektor vytváří nové ohnisko celé soustavy. To umožňuje kompaktnější konstrukci antény a zjednoduší napájecí trasy, což je zejména výhodné při použití vlnovodů. Původní návrhy vycházejí z konstrukce optických teleskopů a tedy z geometrické optiky. Pro dosažení velkých ohniskových vzdáleností při přijatelné délce dalekohledu byly zejména v astronomii používány dvě obvyklé konfigurace a sice Gregoriánská resp. Cassegrainova. Obě používaly parabolické hlavní zrcadlo a eliptické resp. hyperbolické pomocné zrcadlo. V anténní technice se pak uplatňuje zejména Cassegrainova konfigurace a její různé modifikace. Možné je samozřejmě i použití jiných tvarů reflektoru a subreflektoru, např. za účelem snížení zastínění. V našem případě, kdy návrh vychází z již hotového parabolického reflektoru, však nelze většinu těchto alternativ použít (ačkoliv i tak jistou možnost modifikace poskytuje koncept *dielguide* zmíněný v další kapitole). Dále se tedy budeme věnovat především standardní Cassegrainově reflektorové anténě.

#### 2.3.2.1. Geometrie Cassegrainovy antény

Jak již bylo uvedeno je Cassegrainova anténa tvořena parabolickým hlavním reflektorem a hyperbolickým subreflektorem. Úkolem subreflektoru je transformovat kulovou vlnu vycházející z jeho ohniska na kulovou vlnu vycházející z virtuálního ohniska identického s ohniskem samostatného hlavního reflektoru. Geometrie i s chodem paprsků je znázorněna na obr. 14. a), kde je znázorněn i fiktivní reflektor, který je ekvivalentem soustavy subreflektor-reflektor (viz. dále).

Pro hlavní reflektor opět platí vztahy (56) a (57). Hyperbolický subreflektor může být definován svou excentricitou  $e$  a délkou reálné poloosy  $a$ . (Zde zvolené názvy a značení odpovídají [1]. Např. v *Matematických vzorcích* od H. J. Bartsche [28] odpovídá  $e$  tzv. číselná excentricita.) Pro hyperbolu platí následující geometrické vztahy:



Obr. 14. Cassegrainova dvoureflektorová anténa

$$R_1 - R_2 = 2a$$

$$R_1 = \frac{a(e^2 - 1)}{e \cos \psi_1 - 1}, \quad R_2 = \frac{a(e^2 - 1)}{e \cos \psi_2 + 1} \quad (73)$$

Pro konstrukční popis je vhodné uvést i vrcholový tvar rovnice hyperboly umístěné v poloze podle obr. 14. b):

$$z = a \left( \sqrt{1 + \rho^2 \frac{1}{a^2(e^2 - 1)}} - 1 \right) \quad (74)$$

### 2.3.2.2. Ekvivalentní jednoduchý reflektor

Poměrně jednoduše lze ukázat, že popsanou soustavu ozařovač – subreflektor – hlavní reflektor lze nahradit fiktivním jednoduchým reflektorem podle obr. 14. a) ozářeným nezměněným ozařovačem. Odvození je založeno na GO a lze ho nalézt např. v [1]. Obdobně by bylo možné použít nezměněný hlavní reflektor a ozařovač s charakteristikou ozařovače modifikovanou subreflektorem. První řešení se však jeví jako praktičtější, neboť celý návrh antény pak přechází na návrh ozařovače pro jednoduchý reflektor a lze tedy plně využít vztahů z předchozí kapitoly. Ohnisková vzdálenost fiktivního reflektoru pak představuje tzv. **efektivní ohniskovou vzdálenost** celé soustavy a platí pro ni ([1]):

$$F_{eff} = F \frac{e+1}{e-1} \quad \text{efektivní ohnisková vzdálenost} \quad (75)$$

Uvedený vztah platí pro rotačně symetrickou soustavu, ale je možné ukázat, že obdobně lze nalézt ekvivalentní jednoduchý reflektor i pro offsetové dvoureflektorové antény ([26]).

Koncepce ekvivalentního reflektoru sice neumožňuje zkoumat difrakci na hranách subreflektoru, ale lze s její pomocí poměrně snadno a zároveň velmi dobře odhadnout zisk antény a směrovou charakteristiku v oblasti hlavního a nejbližších postraních laloků. Metoda je tedy postačující, neboť zadní a vzdálené postraní laloky budou výrazně ovlivněny celkovým tvarem antény a ani pomocí teorie difrakci bychom pravděpodobně nedosáhli příliš přesných výsledků. Za tímto účelem bude pro ověření návrhu použit simulátor pole.

### 2.3.2.3. Zastínění

Je zřejmé, že u dvoureflektorových antén se vyskytují dva mechanismy zastínění apertury. Jedná se o zastínění kulové vlny primárním ozařovačem a zastínění rovinné vlny subreflektorem. Je pochopitelné, že optimálního zastínění je dosaženo, pokud mají oba tyto efekty stejný vliv. To bude podle obr.15. platit, bude-li pro příčné rozměry ozařovače a subreflektoru splněna následující podmínka ([3]):

$$\frac{D_{sub}}{D_{feed}} = \frac{F_P}{2ae} \quad (76)$$

Přitom za příčný rozměr u rotačně nesymetrického ozařovače bereme nějaký vhodně zvolený charakteristický rozměr (tj. např. u obdélníkového trychtýře úhlopříčku jeho apertury). Při konkrétním návrhu pak lze excentricitu určit ze vztahu (75) a průměr subreflektoru a délku reálné poloosy určíme z rovnice (76), kterou lze doplnit např. následujícím vztahem:

$$a = \frac{D_{sub}}{4e} (\cot \psi_1 + \cot \psi_2) \quad (77)$$

kde úhly  $\psi_1$  a  $\psi_2$  odpovídají okrajovým úhlům podle obr. 14. a lze je určit např. ze vztahu (57), kde uvažujeme ohniskové vzdálenosti ekvivalentního ( $\psi_1$ ) resp. skutečného ( $\psi_2$ ) reflektoru.

Mezní úhel zastínění  $\psi_{bl}$  určíme dosazením odpovídajících rozměrů do vztahu (71), tj.:

$$\psi_{bl} = 2 \arctan \frac{D_{sub}}{4F_{eff}} \quad (78)$$

Nyní lze postupovat jako u jednoduchého reflektoru a tento úhel můžeme dosadit jako dolní mez do patřičných integrálů pro výpočet směrové charakteristiky a směrovosti.

## 7. Použitá literatura

- [1] Orfanidis S. J.- "*Electromagnetic Waves and Antennas*", Rutgers University (<http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>)
- [2] Pontopiddan K. - "*Technical description of GRASP8*", <http://www.ticra.dk>

- [3] Prof. Ing. Miloš Mazánek, Ing. Pavel Pechač, Ph.D., Prof. Ing. Jaroslav Vokurka, DrSc - “*Antény a šíření vln*”, Vydavatelství ČVUT, 2000
- [4] Wade P.- “*The WIGHZ Online Microwave Antenna Book*”, [www.qsl.net/n1bwt/](http://www.qsl.net/n1bwt/)
- [5] Ing. Ladislav Oppl: “*Úvod do mikrovlnné techniky - Sběrka příkladů*”, Vydavatelství ČVUT, 2000
- [6] Doc. Ing. Karel Novotný, CSc.: “*Teorie elektromagnetického pole II – Elektromagnetické pole a vlny*”, Vydavatelství ČVUT, 2000
- [7] Lawrie R. E., Peters L., Jr.: “*Modifications of Horn Antennas for Low Sidelobe Levels*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-14, Sept. 1966
- [8] Prof. P. J. B. Clarricoats, D.Sc., P. K. Saha, Ph.D.: “*Propagation and radiation behaviour of corrugated feeds*”, Proc. IEE, Vol. 118, No. 9, September 1971
- [9] Villa F., Sandri M., Mandolesi N., Nesti R., Bersanelli M., Simonetto A., Sozzi C., D’Arcangelo O., Muzzini V., Mennella A., Guzzi P., Radaelli P., Fusi R. and Alip E.: “*High Performance Corrugated Feed Horns for Space Applications at Millimetre Wavelengths*”, 2003 Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands
- [10] Svein A. Skyttemyr, Irene Jensen: “*Feed Horns and Reflector Antennas for Ka/Ku-Band Operation*”, R&D Report 10/2001, Telenor
- [11] Mentzer C. A., Peters L.: “*Pattern Analysis of Corrugated Horn Antennas*”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. AP-24, No. 3, May 1976
- [12] Mentzer C. A. and Peters L., Jr., “*Properties of cutoff corrugated surfaces for corrugated horn design*,” IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-22, March 1974
- [13] Bruce MacA. Thomas: “*A Review of the Early Developments of Circular-Aperture Hybrid-Mode Corrugated Horns*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-34, No. 7, July 1986
- [14] Nye J. F., Hygate C., Liang W.: “*Energy Streamlines: A Way of Understanding How Horns Radiate Backwards*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 42, No. 9, September 1994
- [15] Johansen P. M.: “*Uniform Physical Theory of Diffraction Equivalent Edge Currents for Truncated Wedge strips*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 44, no. 7, July 1996
- [16] Shore R. A., Arthur D. Yaghjian: “*Incremental Diffraction Coefficients for Planar surfaces*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 36, no. 1, January 1988
- [17] Russo P. M., Rudduck R. C., Petters L.: “*A Method for Computing E-Plane Patterns of Horn Antennas*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP – 13, March 1965
- [18] Yu J. S., Rudduck R. C., Peters L.: “*Comprehensive Analysis for E - Plane of Horn Antennas by Edge Diffraction Theory*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP - 14, no. 2, March 1966

- [19] Mentzer C. A., Peters L., Rudduck R. C.: “*Slope Diffraction And Its Application to Horns*“, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP - 23, no. 2, March 1975
- [20] Nye J. F.: “*Theory of the Directional Pattern of a Pyramidal Horn*“, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 45, no. 9, September 1997
- [21] Graeme L. J.: “*Design of Wide-Band Compact Corrugated Horn*“, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-32, no. 10, October 1984
- [22] Christophe Granet: “*Optimization of Corrugated Horns Radiation Patterns via a Spline Profile*“, Csiro Telecommunications & Industrial Physics, Australia
- [23] Lamb J.: “*Optics Study for ALMA Recievers*“, ALMA Memo 359
- [24] Booyesen A. J.: “*Aperture Theory and the Equivalence principle*“, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 45, no. 3, 2003
- [25] Jenn D.: “*Apertures, Horns and Reflectors*“, Antennas and Propagation, Lecture Notes Vol. 4, Naval Postgraduate School – Distance Learning
- [26] Campo M. A., del Rey F. J., Beseda L. J., de Haro L.: “*SABOR: Description of the Methods Applied for Fast Analysis of Horn and Reflector Antennas*“, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 40, no. 4, August 1998
- [27] Agrawal A., Bradley R.: “*Far Field Calculation for Lens-Corrected Corrugated Horn*“, internet
- [28] Bartsch H. J.: “*Matematické vzorce*“, Mladá Fronta Praha 1996
- [29] Moreira F. J. S., Prata A.: “*Generalized Classical Axially-Symmetric Dual-Reflector Antennas*“, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 49, no. 4, April 2001
- [30] Clarricoats P. J. B., Salema C. E. R. C.: “*Antennas Employing Conical – Dielectric Horns*“, Proc. IEE, vol. 120, July 1973
- [31] Bucci O. M., D’Elia G., Migliore M. D.: “*Far-Field Pattern Determination from the Near-Field Amplitude on Two Surfaces*“, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 38, no. 11, November 1990
- [32] Bucci O. M., D’Elia G., Migliore M. D.: “*An Effective Near-Field Far-Field Transformation Technique from Truncated and Inaccurate Amplitude Only-Data*“, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 47, no. 9, September 1999