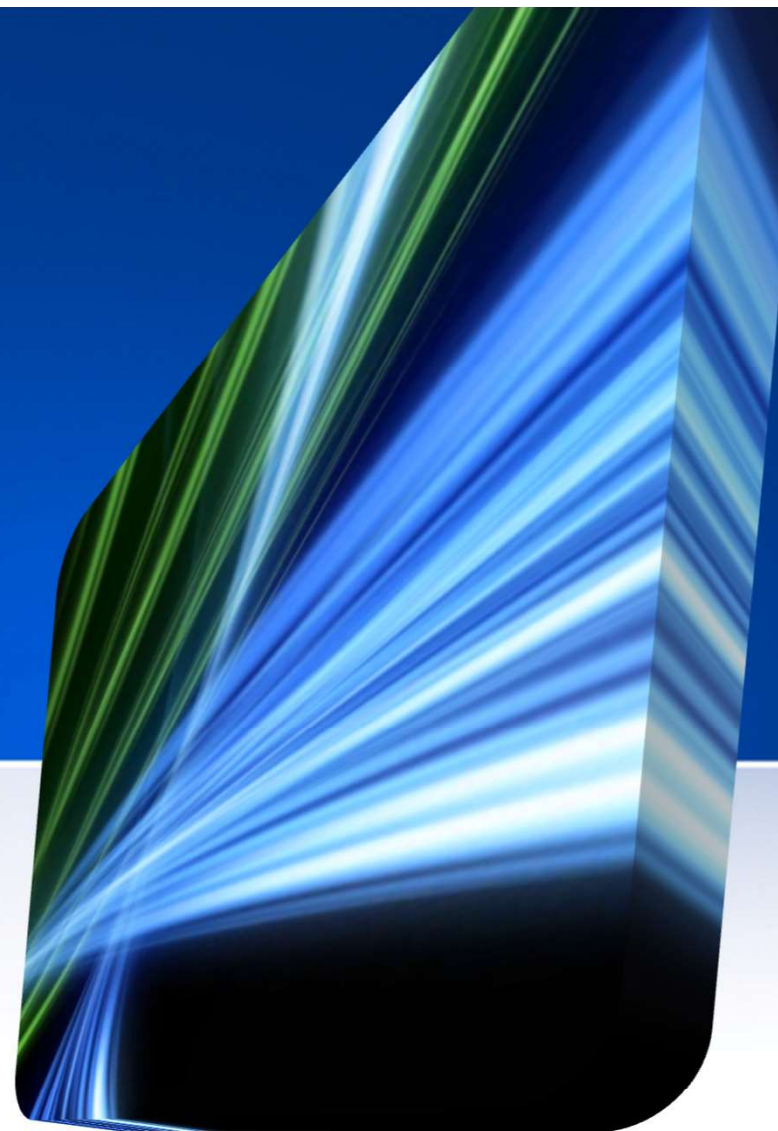


Souřadnicové systémy

Doc. Dr. Ing. Pavel Kovář



Obsah



- Souřadnicové systémy používané v GNSS
- Přepočty souřadnic

Souřadnicové systémy



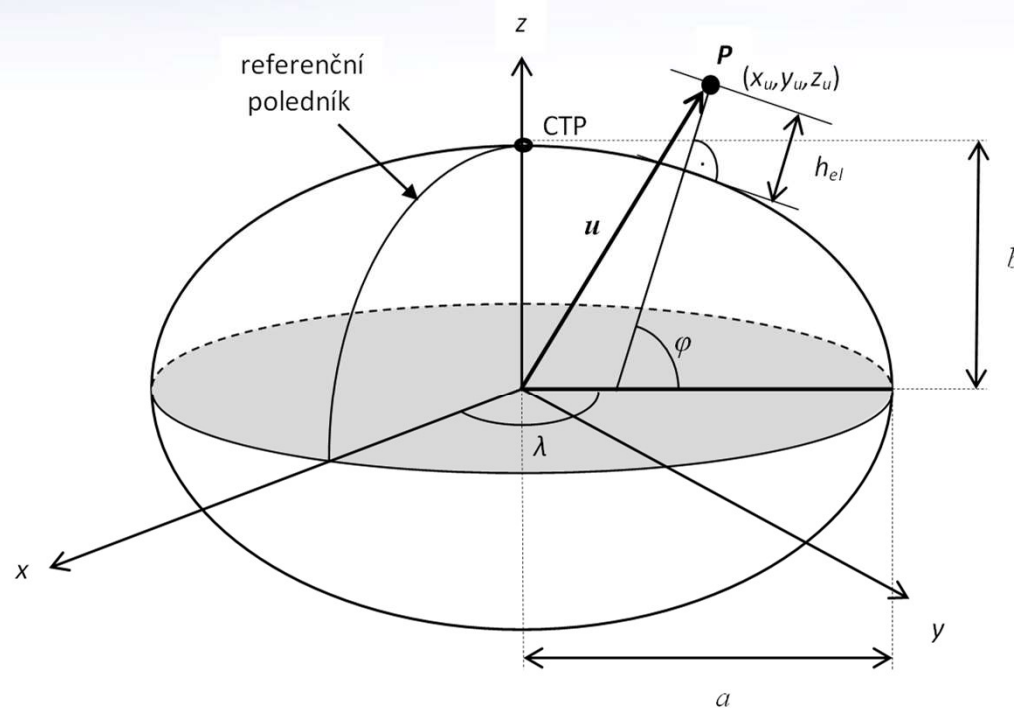
- Pevně svázaném se Zemí ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed)
- Lokální souřadnicové systémy
- Inerciální systémy ECI (Earth Centered Inertial)
 - Platí Newtonovy pohybové zákony
 - Známá rychlost šíření signálu

Geodetické souřadnicové systémy



- LLH (Longitude, Latitude, Altitude)
- Zemské těleso reprezentováno rotačním elipsoidem
- Poloha bodu se udává pomocí
 - Geodetické zeměpisné šířky φ
 - Geodetické zeměpisné délky λ
 - Geodetické výšky h

Referenční elipsoid



Elipsoid



a délka hlavní poloosy

b délka vedlejší poloosy

e excentricita

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

e' druhá excentricita

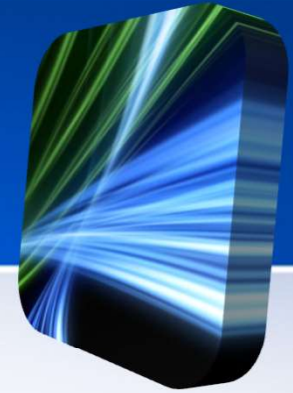
$$e' = \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - 1} = \frac{a}{b} e.$$

Kartézský souřadnicový systém XYZ

Poloha bodu se udává pomocí souřadnic x, y, z



Přepočet mezi XYZ a LLH



Zeměpisná délka

$$\lambda = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y_u}{x_u}\right) & x_u \geq 0 \\ 180^\circ + \arctan\left(\frac{y_u}{x_u}\right) & x_u < 0 \text{ a } y_u \geq 0 \\ -180^\circ + \arctan\left(\frac{y_u}{x_u}\right) & x_u < 0 \text{ a } y_u < 0 \end{cases}$$

Přepočet mezi XYZ a LLH



Zeměpisná šířka

$$p = \sqrt{x_u^2 + y_u^2}$$
$$\tan u = \left(\frac{z_u}{p}\right) \left(\frac{a}{b}\right)$$

Iterační smyčka, opakuje se tak dlouho, dokud nekonverguje u

$$\cos^2 u = \frac{1}{1 + \tan^2 u}$$

$$\sin^2 u = 1 - \cos^2 u$$

$$\tan \varphi = \frac{z_u + e'^2 b \sin^3 u}{p - e^2 a \cos^3 u}$$

$$\tan u = \left(\frac{b}{a}\right) \tan \varphi$$

Konec iterační smyčky

Přepočet mezi XYZ a LHH



Geodetická výška

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

$$h = \frac{p}{\cos \varphi} - N. \quad \varphi \neq \pm 90^\circ$$

$$h = \frac{z_u}{\sin \varphi} - N + e^2 N. \quad \varphi \neq 0$$

Přepočet mezi XYZ a LHH



Zjednodušený neiterační postup

$$\varphi = \arctan \frac{z_u + e'^2 b \sin^3 \theta}{p - e^2 a \cos^3 \theta}$$

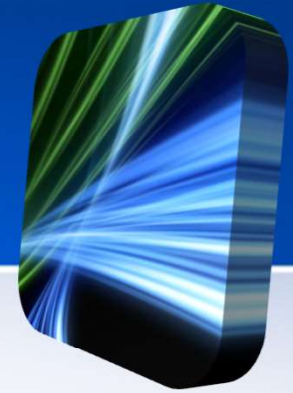
$$\lambda = \arctan \frac{y_u}{x_u}$$

Kde

$$\theta = \arctan \frac{Z a}{p b}$$

Geodetická výška se počítá stejně jako v předchozím případě

Přepočet mezi LLH a XYZ

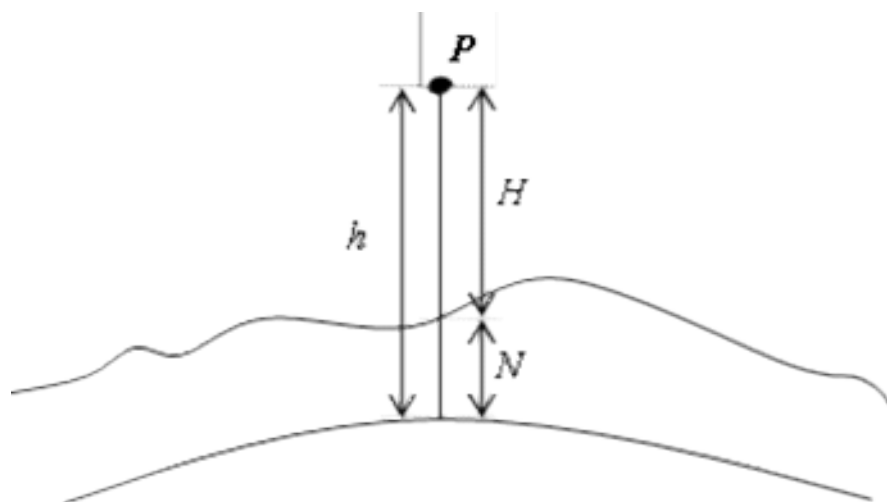


$$\begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a \cos \lambda}{\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 \varphi}} + h \cos \lambda \cos \varphi \\ \frac{a \cos \lambda}{\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 \varphi}} + h \sin \lambda \cos \varphi \\ \frac{a (1 - e^2) \sin \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} + h \sin \varphi \end{bmatrix}.$$

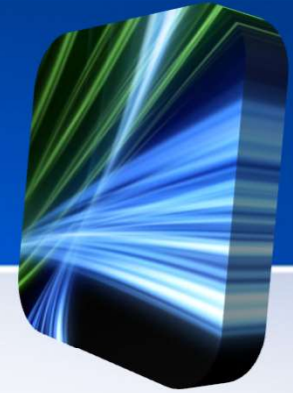
Výška



h	geodetická výška (nad elipsoidem)
H	výška nad geoidem
N	výška geoidu



Referenční elipsoidy



- WGS 84
 - GPS, NATO, UMT, Nové turistické mapy,..
- PZ-90.02
 - GLONASS
- Besselův
 - Katastrální mapy S-JTSK
- Krasovského
 - S-42, vojenské mapy do 2005

WGS 84



Parametr	Hodnota
Délka hlavní poloosy (a)	6378137,0 m
Délka vedlejší poloosy (b)	6356752,3142 m
Reciproká hodnota zploštění (1/f)	298,257223563
Kvadrát excentricity (e^2)	$8,1819190842622 \cdot 10^{-2}$
Úhlová rychlost zemské rotace (ω_E)	$7292115,0 \cdot 10^{-11}$ rad/s
Geocentrická gravitační konstanta (GM)	$2,99792458 \cdot 10^8$ m/s
Rychlost světla ve vakuu (c)	$2,99792458 \cdot 10^8$ m/s

PZ-90.02



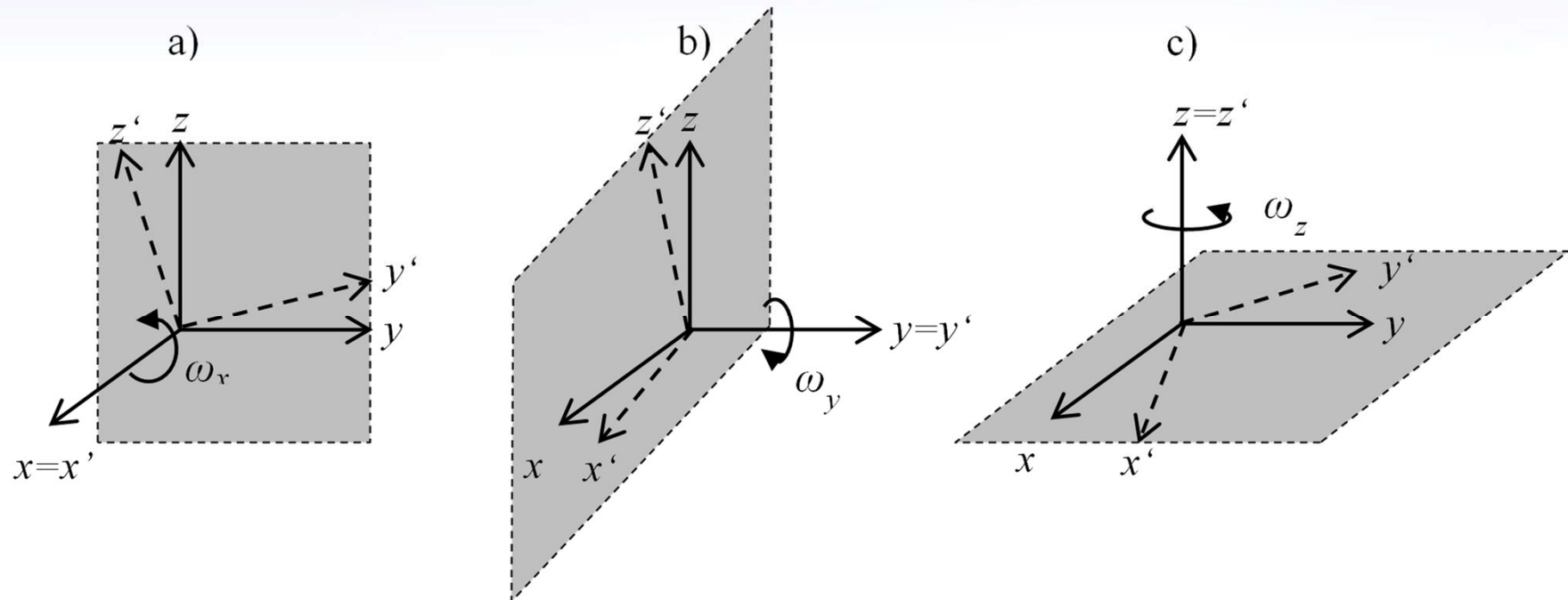
Parametr	Hodnota
Délka hlavní poloosy (a)	6378136 m
Zploštění (f)	1/298,25784
Délka vedlejší poloosy (b)	6356751,36 m
Kvadrát excentricity (e^2)	0,0066943662
Kvadrát druhé excentricity (e'^2)	0,0067394828

Transformace souřadnic



- Rotace souřadného systému o úhly ω_x , ω_y , ω_z
- Posun počátku souřadného systému
- Změna měřítka m

Rotace



Rotace



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\omega) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Kolem osy x

$$\mathbf{R}(\omega_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega_x) & \sin(\omega_x) \\ 0 & -\sin(\omega_x) & \cos(\omega_x) \end{bmatrix}$$

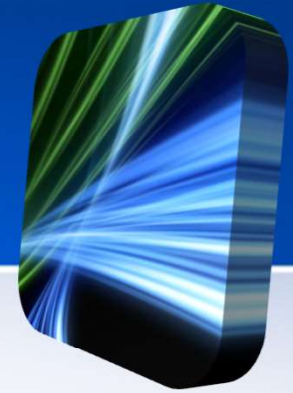
Kolem osy y

$$\mathbf{R}(\omega_y) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_y) & 0 & -\sin(\omega_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\omega_y) & 0 & \cos(\omega_y) \end{bmatrix}$$

Kolem osy z

$$\mathbf{R}(\omega_z) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_z) & \sin(\omega_z) & 0 \\ -\sin(\omega_z) & \cos(\omega_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotace



- Pořadí rotace
 1. Kolem osy z
 2. Kolem osy y
 3. Nakonec kolem osy x

Transformace souřadnic



- Výsledný vztah

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + (1 + m) \mathbf{R}(\omega_x) \mathbf{R}(\omega_y) \mathbf{R}(\omega_z) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

- Zjednodušený vztah pro malé úhly

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + (1 + m) \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Transformace mezi WGS 84 a PZ-90.02

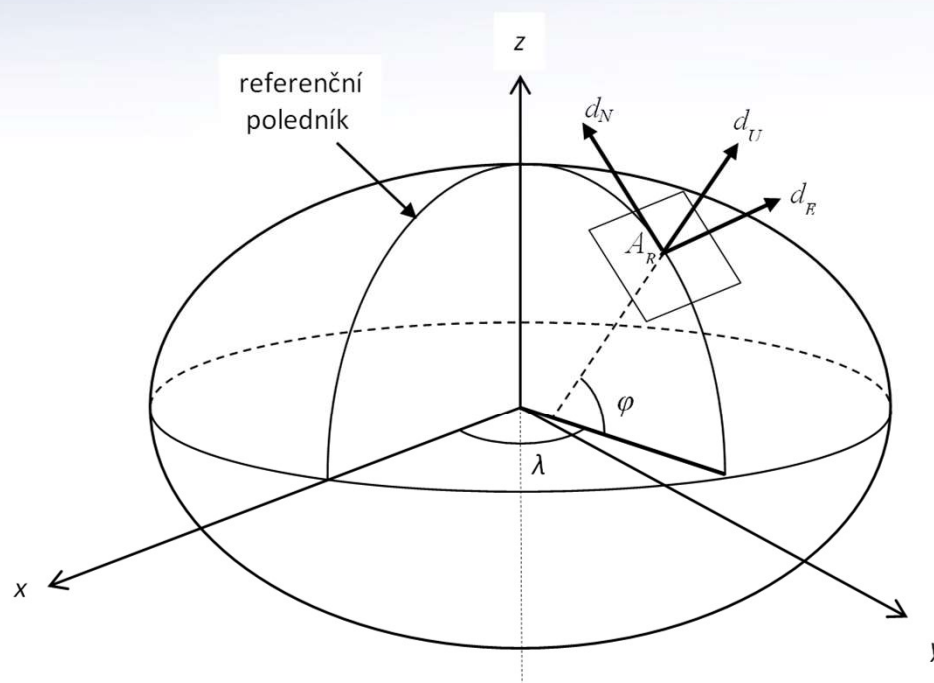


- Pouze posun

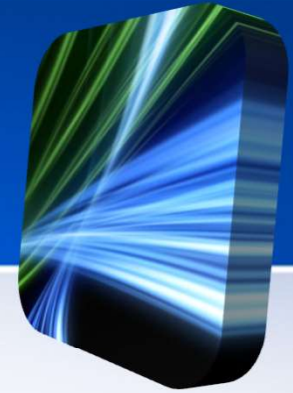
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{WGS\ 84} = \begin{bmatrix} -0,36 \\ +0,08 \\ +0,18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{PZ-90,02}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{PZ-90.02} = - \begin{bmatrix} -0,36 \\ +0,08 \\ +0,18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{WGS\ 84}$$

Lokální souřadnicová soustava



Lokální souřadnicová soustava



- ENU (East, North, Up)
 - Nutný referenční bod A_R
 - Rotace kolem z o úhel λ , kolem y o úhel φ
 - Posun počátku do bodu A_R

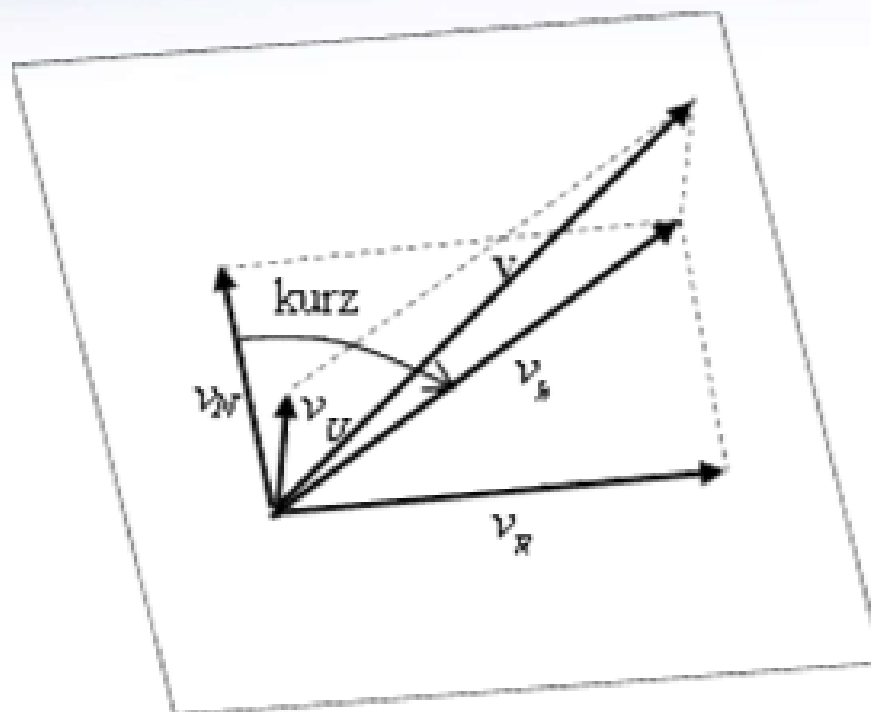
$$\mathbf{r}_{\text{ENU}} = \begin{bmatrix} -\sin(\varphi) \cos(\lambda) & -\sin(\varphi) \sin(\lambda) & \cos(\varphi) \\ -\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ \cos(\varphi) \cos(\lambda) & \cos(\varphi) \sin(\lambda) & \sin(\varphi) \end{bmatrix} (\mathbf{r}_R - \mathbf{r})$$

Aplikace ENU



- Lokální souřadnice
- COG (Course Over Ground) směr pohybu
- SOG (Speed Over Ground) rychlost pohybu v horizontální rovině
- Rychlost stoupání a klesání
- Azimut a elevace navigačních družic

Aplikace ENU



Inerciální systém ECI



- Platí Newtonovy pohybové zákony
 - Výpočet polohy družice
- Známá rychlost šíření signálu
 - Řešení navigační úlohy

Transformace mezi ECEF a ECI



$$x_{ECI} = x_{ECEF} \cos \theta - y_{ECEF} \sin \theta$$

$$y_{ECI} = x_{ECEF} \sin \theta + y_{ECEF} \cos \theta$$

$$z_{ECI} = z_{ECEF}$$

$$\theta = \dot{\Omega}_e(t - t_0)$$

$\dot{\Omega}_e$ rychlost rotace Země

t_0 časový okamžik, ve kterém oba systémy splývají