

2. Planární vedení

2.1 Základní typy vedení

mikropáskové (microstrip line)



stíněné



zavěšené (suspended)



invertované (inverted)



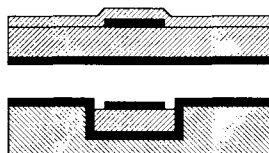
omezený substrát



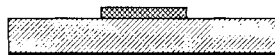
překryté (overlay)



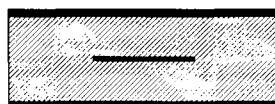
pohřbené (buried)



páskový dielektrický vlnovod
(strip dielectric waveguide)



symetrické páskové



koplanární 3 vodičové
(coplanar waveguide)



se zemní deskou



koplanární 2 vodičové
(coplanar strips)



štěrbinové (slotline)



Obr. 2.1.1.

U nehomogeních vedení se elektromagnetické pole šíří jako superpozice vln TE a TM, hybridní vlna HEM.

Na relativně nízkých kmitočtech (vlnová délka vzhledem k příčným rozměrům) aproximace pomocí TEM vlny.

2.2. Konektory používané pro MIO

Obvykle 50 Ω.

7 mm konektory 18 GHz
 N (Navy)
 APC 7 (Amphenol Precision Connector 7 mm)

průměry vnější/vnitřní vodič 7 / 3,04 mm
 dielektrikum: vzduch

SMA (Sub-Miniature A) 26 GHz
 průměry vnější/vnitřní vodič 4,05 / 1,35 mm
 dielektrikum: teflon

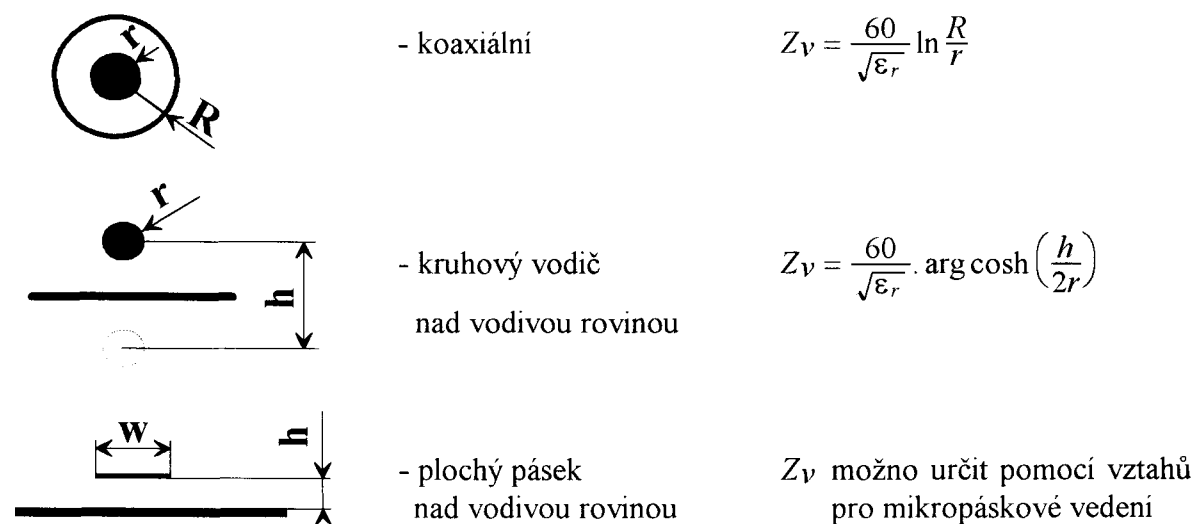
3,5 mm konektory 36 GHz

2,92 mm konektory 40 GHz

2,4 mm konektory 50 GHz

1,85 mm konektory 65 GHz

Vedení propojující konektor (launcher) s planárním vedením



Obr. 2.1.2.

2.3. Substráty

Výběr substrátu je ovlivněn mnoha vzájemně souvisejícími hledisky.

- kmitočtové pásmo
- použité konektory
- rozměry použitých součástek
- dostupná technologie
- cena
- relativní permitivita ϵ_r (její kmitočtová a teplotní závislost)
- ztrátový činitel $\tan \delta$ (jeho změna s frekvencí a teplotou)
- tepelná vodivost
- homogenita
- použitelný teplotní rozsah
- rozměrová stabilita (teplotní během výroby obvodu, stárnutím, vlhkostí)
- odolnost vůči vodě a chemikáliím
- fyzikální a mechanické vlastnosti (pevnost, křehkost, pružnost, ohebnost, opracovatelnost)
- povrchová metalizace (Cu, Al, Au,...)
- dostupné rozměry (tloušťka, plocha)

Dostupných substrátů je značné množství. Existuje řada světových výrobců: Rogers, Arlon, Polyflon,..., viz Tab. 2.3.1 a příloha I.

Žádný substrát není nejlepší.

Výběr vhodného substrátu je základním kamenem návrhu každého planárního obvodu.

Základní parametry vybraných substrátů a kovových materiálů, [1], [3].

Tab. 2.3.1.

Materiál	ϵ_r	$\text{tg}\delta$	teplotní roztavnost	teplotní vodivost	E_{max}
	10 GHz	10 GHz	$[10^{-7}/^{\circ}\text{C}]$	$[\text{W}/\text{cm}/^{\circ}\text{C}]$	$[\text{kV}/\text{cm}]$
Safír (monokrystal Al_2O_3)	11,7	0,0001	80	0,25	$4 \cdot 10^3$
Korund, Al_2O_3 99,5%	9,7	0,0002	67	0,29	$4 \cdot 10^3$
Tavený křemen, SiO_2	3,8	0,0001			$10 \cdot 10^3$
Polystyren	2,53	0,00047			280
Beryliová keram., BeO 99,5%	6,6	0,0001	60	1,68	
GaAs, $\rho = 10^7 \Omega \text{ cm}$	12,3	0,0016			350
Si, $\rho = 10^3 \Omega \text{ cm}$	11,7	0,0050	30-40	0,84	300
Arlon CuClad250 Type GX	2,5-2,6	0,0022			
Arlon DiClad 527	2,5	0,0019			> 45
Rogers 5870	2,35	0,0012			
Arlon CuClad 233	2,33	0,0012			
Arlon DiClad 870	2,33	0,0012			> 45
Rogers 5880	2,2	0,0009			
Arlon CuClad 217	2,17	0,0009			> 45
Arlon DiClad 880	2,2	0,0009			> 45
Rogers 6010	10,2	0,0023			
Arlon AR1000	10	0,0035			
Rogers TMM6	6	0,0018			
Teflon	2,1	0,0018	900	0,0025	500
Kuprexit (10 GHz)	4,2	0,01			
7059 Sklo (Alumino-Silikát)			45	0,0126	
7052 Sklo (Borosilikát)			46	0,0126	
0120 Sklo (Potaš Sodn. olov.)			89	0,084	
Měď			167	3,99	
Molybden			53	1,6	
Tungsten			54	1,68	
Zlato			142	2,98	
Hliník			236	2,52	
Stříbro			197	4,2	
Kovar			60	0,17	
1010 Ocel			135	0,5	

Thoušťky substrátů obvykle odvozeny od palcové míry. Tj. 0,008" (0,203 mm), 0,010" (0,254 mm), 0,020" (0,508 mm), 0,030" (0,762 mm), 0,060" (1,524 mm), ...

Další informace o substrátech jsou uvedeny v příloze I.

2.4. Technologie výroby MIO

Vodiče pro MIO

Vlastnost	Ag	Cu	Au	Al	Ni	Cr	Ta
Měrná vodivost $\sigma \cdot 10^{-7} [\text{S/m}]$	6,17	5,8	4,1	3,7	1,14	0,77	0,64
Hloubka vniku/10 GHz $\delta [\mu\text{m}]$	0,641	0,661	0,786	0,825	1,491	1,814	1,989
Povrch. odp./10 GHz $[\text{m}\Omega/\square]$	25,3	26,1	31	32,6	58,9	71,6	78,5

Tenkovrstvá technologie

- Výroba fotomatrice:

Zvětšená předloha s následným fotografickým zmenšením na film či skleněnou desku.

Přímé zhotovení v měřítku 1:1 pomocí generátoru obrazců.

- Kontrola povrchu substrátu a jeho čištění.

- Vakuové napaření tenké (10 - 30 nm) vrstvy adhezního kovu (Cr, Ta, Ti, Mb, Va) na keramický substrát. Vznikne chem. vazba, kov je oxidován ohřátým substrátem.

- Napaření tenké vrstvy vysoce vodivého kovu (Cu, Ag, Au, Al).

- Fotolitografické zamaskování substrátu v místech kde není požadována vodivá plocha. (Nanesení fotorezistu, expozice přes masku, vyvolání.)

- Galvanické zesílení odkrytých ploch na 3 až 5-ti násobek hloubky vniku (3 - 10 μm).

- Odstranění fotorezistu a odleptání tenké pouze napařené vrstvy.

Používají se kombinace kovů: Cr-Au, Cr-Cu-Au, Cr-Cu-Ni-Au, Ti-Pd-Au, Ti-Pt-Au.

Výhody: vysoká přesnost výroby ($\pm 5 \mu\text{m}$)
nízký útlum obvodu

Nevýhody: nákladné technologické vybavení
jedovaté chemikálie

Tlustovrstvá technologie

- Používá se sítotisku.
- Vytvoření potřebného motivu na sítu pomocí masky a fotorezistu.
- Pomocí sítotiskové techniky se na keramický substrát nanese do požadovaných míst vodivá pasta. (Au, Ag, Pa-Au, Ag-Pd, Pt-Au, Ag-Pd v práškové podobě smíchané se skleněným práškem a pojivem.)
- Vpalování pasty za vysoké teploty (až 800 °C) do substrátu.

Výhody: jednoduchost
jednoduché technologické vybavení

Nevýhody: nelze dosáhnout ostrého ohraničení okrajů ($\pm 20 \mu\text{m}$)
větší drsnost povrchu vodičů
větší útlum na vyšších kmitočtech

Leptací technologie

Používají se většinou měkké substráty oboustraně plátované Al nebo Cu vrstvou.

- Výroba fotomatrice.

Zvětšená předloha s následným fotografickým zmenšením na film či skleněnou desku.

Přímé zhotovení v měřítku 1:1 pomocí fotoplotru.

- Nanesení fotorezistu na substrát a jeho sušení.
- Expozice přes masku ultrafialovým světlem.
- Vyvolání (v roztoku NaOH).
- Zakrytí opačné strany substrátu.
- Odleptání nežádoucích vodivých ploch (chlorid železitý)

Výhody: velmi levné technologické vybavení
použití levných měkkých substrátů

Nevýhody: dosažitelná přesnost max. $\pm 0,05 \text{ mm}$
podleptávání okrajů a odleptání ostrých rohů

Součástky pro MIO

- planární, přímo vytvořené na substrátu
- diskrétní pouzdržené
 - levné, snadno kontaktovatelné
 - vlivem parazitních prvků pouzdra horší parametry na vyšších kmitočtech
 - použití do cca 25 GHz (50 GHz)
- MMIO čipy obsahující jednotlivé součástky i celé obvody
 - vynikající vlastnosti vlivem minimálních parazitních prvků
 - vyžadují nákladnou technologii montáže
 - použití do cca 100 GHz
- pouzdržené MMIO
 - jednoduchá technologie montáže a dobré parametry málo ovlivněné parazitními prvky pouzdra
 - vhodně navržené pouzdro se chová jako cca 50 Ω vedení

Kontaktování diskrétních součástek

- čipy - náročná technologie
 - lepení vodivými epoxidy
 - pájení v ochranné atmosféře
 - kuličková termokompresa
 - (ultrazvukové kontaktování)
- pouzdržené součástky - relativně jednoduchá technologie
 - montáž ručně nebo osazovacími automaty
 - pájení

2.5. Metody výpočtu Z_v , λ_g , ϵ_{ef} , β , disperze

Přehled metod pro mikropáskové vedení, [2].

Kvazistatický přístup - předpoklad čistě TEM vlny

- konformní zobrazení
- metody:
 - konečných diferencí
 - integrálních rovnic
 - variační

Disperzní modely založené na:

- vazbě mezi TEM a TMO videm povrchové vlny
- empirické výrazy
- vlnovodu částečně vyplněném dielektrikem
- planárním vlnovodu

Řešení vlnové rovnice

- otevřená struktura
 - metoda integrálních rovnic
 - Galerkinova metoda
- uzavřená struktura
 - metoda konečných diferencí
 - metoda integrálních rovnic
 - Galerkinova metoda

Kvazistatický přístup vycházející z konformního zobrazení

Předpoklad kvazi TEM vlny.

Konformní zobrazení zachovává kapacitu.

Základní veličiny vedení určeny z kapacity resp. indukčnosti na jednotku délky vedení.

Vlnový odpor Z_v

$$Z_v = \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad v_f = \frac{1}{\sqrt{LC}};$$

$$\Rightarrow Z_v = \frac{1}{v_f \cdot C} = \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}}}{c \cdot C} = v_f \cdot L = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot L \quad (2.5.1)$$

kde $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$ je rychlost světla

Efektivní permitivita ϵ_{ef}

$$\epsilon_{ef} = \frac{C}{C'} \quad (2.5.2)$$

kde C - kapacita vedení na jednotku délky

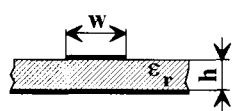
C' - kapacita vedení na jednotku délky na substrátu s $\epsilon_r = 1$

dále platí

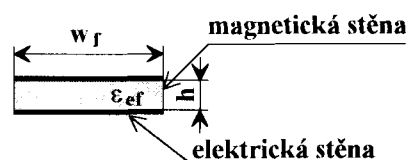
$$Z_v = \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}}}{c \cdot C} = \frac{1}{c \cdot \sqrt{C \cdot C'}} = \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}} \cdot \sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}{C} = \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}} \cdot \epsilon_0 \cdot 120 \cdot \pi}{C} \quad (2.5.3)$$

neboť $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120 \cdot \pi = Z_0$ (charakteristická impedance volného prostoru)

Určení kapacity C



konformní zobrazení
zachovává kapacitu



rovina $z = x + jy$

rovina $z_1 = x_1 + jy_1$

$C = ?$

$$C = \epsilon_{ef} \epsilon_0 \cdot \frac{w_f}{h} \cdot 1 \quad (2.5.4)$$

Obr. 2.5.1. Určení kapacity konformním zobrazením.

Vztah (2.5.3) lze pak upravit na

$$Z_v = \frac{120 \cdot \pi}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot \frac{h}{w_f} \quad (2.5.5)$$

Vlnová délka λ_g

$$\lambda_g = \frac{c}{f \cdot \sqrt{\epsilon_{ef}}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \quad (2.5.6)$$

Fázová konstanta α

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_g} \quad (2.5.7)$$

Konstanta útlumu β

příčiny	- konečná vodivost vodičů $\sigma_c \neq \infty$
	- ztrátové dielektrikum $\text{tg } \delta = \frac{\sigma_d}{\omega \epsilon} \neq 0$
	- vyzařování

U reálných vedení $\sigma_c \sim 10^7 \text{ S/m}$; $\text{tg } \delta \sim 10^{-3} \div 10^{-4} \Rightarrow$ malý útlum. Jednotlivé příspěvky k útlumu lze stanovit samostatně.

$$\beta = \beta_c + \beta_d \quad (2.5.8)$$

β_c - útlum způsobený ztrátami ve vodičích, β_d - útlum způsobený ztrátami v dielektriku.

Určení β_c

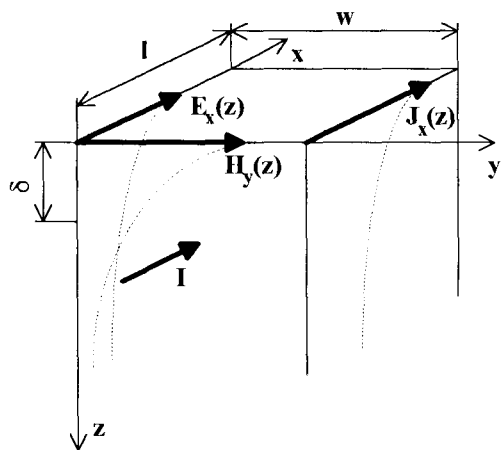
Základní myšlenka:

Při výrazném skinefektu, tj. rozměrech vodičů a poloměrech zakřivení větších než hloubka vniku $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma_c}}$ lze β_c stanovit pomocí indukčnosti či kapacity na jednotku délky vedení.

Metodu navrhl Wheeler v [34].

Postup:

Bude ukázáno, že reálná složka charakteristické impedance vodiče (způsobující ztráty ve vodiči) je stejně velká jako její imaginární složka. Pro výpočet ztrát lze tedy použít i imaginární složku této impedance. Imaginární složka bude vyjádřena pomocí vnitřní indukčnosti vodiče a tato pak pomocí vnější indukčnosti vedení určené prostřednictvím jeho vlnového odporu Z_v , jehož odvození již bylo ukázáno.



Obr. 2.5.2

$$\Delta \mathbf{J} + k^2 \mathbf{J} = 0, \quad k^2 = -j\omega\mu \cdot [\sigma_c + (j\omega\epsilon \cong 0)]$$

$$\frac{d^2 J_x}{dz^2} + k^2 J_x = 0$$

$$J_x = C_1 e^{-jkz} + C_2 e^{+jkz}, \quad J \rightarrow 0 \text{ pro } z \rightarrow \infty \Rightarrow C_2 = 0$$

$$J_x = J_p \cdot e^{-jkz},$$

$$jk = j \sqrt{-j\omega\mu\sigma_c} = j \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma_c}{2}} (1-j) = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma_c}{2}} \cdot (1+j) = \frac{1+j}{\delta}$$

$$I = \int_0^\infty J_x \cdot w \cdot dz = w J_p \int_0^\infty e^{-jkz} dz = \frac{w J_p}{1+j} \cdot \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma_c}}$$

$$U = E_p \cdot l = \frac{J_p}{\sigma_c} \cdot l$$

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma_c}} \cdot \frac{l}{w} \cdot (1+j) = Z_c \cdot \frac{l}{w} = (R_s + j\omega L_i) \cdot \frac{l}{w} \quad (2.5.9)$$

Z je vf. impedance kvádrů o rozměrech l, w, ∞ , (Z_c je charakteristická impedance vodiče, $R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma_c}}$ je specifický vysokofrekvenční odpor vodiče s rozměrem $[\Omega \text{ na čtverec}]$, L_i je vnitřní specifická indukčnost vodiče s rozměrem $[A/m \text{ na čtverec}]$). Vzhledem k (2.5.9) tedy platí:

$$\operatorname{Re}(Z_c) = \operatorname{Im}(Z_c) \quad (2.5.10)$$

$$\operatorname{Im}(Z_c) = \omega L_i \Rightarrow \omega L_i = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma_c}}$$

tedy

$$L_i = \sqrt{\frac{\mu}{2\omega\sigma_c}} = \mu \cdot \frac{\delta}{2} \quad (2.5.11)$$

L_i lze interpretovat jako indukčnost čtvercové vrstvy o tloušťce $\frac{\delta}{2}$, ve které je konstantní

$$H_y(z) = H_y(0). \quad (2.5.12)$$

Lze totiž ukázat, že nějaké vrstvě tloušťky $\frac{\delta}{2}$, ve které je konstantní rozložení intenzity magnetického pole podle (2.5.12) a $l = w$ odpovídá právě taková indukčnost jakou udává vztah (2.5.11).

$$\oint_C \mathbf{H}_y(z) \cdot d\mathbf{l} = I \Rightarrow H_y(0) \cdot w = I$$

Tedy

$$H_y(0) = \frac{I}{w} \quad (2.5.13)$$

Ve vrstvě s konstantním rozložením intenzity H_y při $l = w$ platí:

$$\Phi = B \cdot S = \mu \cdot H_y(0) \cdot \frac{\delta}{2} \cdot l = \mu \cdot \frac{I}{w} \cdot \frac{\delta}{2} \cdot l = \mu \cdot I \cdot \frac{\delta}{2}$$

Pro odpovídající indukčnost pak platí:

$$L_i = \frac{\Phi}{I} = \mu \cdot \frac{\delta}{2} \quad (2.5.14)$$

Tedy totéž co udává vztah (2.5.11). Vnitřní indukčnost vodiče danou vztahem (2.5.11) lze tedy nahradit indukčností vrstvy tlusté $\frac{\delta}{2}$ s konstantním rozložením.

$$H_y = H_y(0) \quad (2.5.15)$$

Při výrazném skinefektu je δ podstatně menší než příčné rozměry vodičů. Bude-li se nadále uvažovat L_i jako celková vnitřní indukčnost vodiče lze ji vzhledem k (2.5.15) vyjádřit jako přírůstek vnější indukčnosti vedení L_e vzniklý posunutím povrchu vodiče směrem do jeho vnitřku o poloviční hloubku vniku zvětšenou $\frac{\mu}{\mu_0}$ krát vzhledem k případnému $\mu_r \neq 1$ vodiče, tj. $z = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{2}$.

Vnitřní indukčnost vodiče lze tedy vyjádřit pomocí vnější indukčnosti vedení vztahem:

$$L_i = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{\partial L_e}{\partial z} \cdot \frac{\delta}{2} \quad (2.5.16)$$

Podle (2.5.1) a (2.5.3) platí:

$$Z_v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot L_e = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot L_e = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot L_e, \quad (2.5.17)$$

kde

$$\frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \quad (2.5.18)$$

je charakteristická impedance prostředí s relativní permitivitou ϵ_{ef} nezávislá na příčných rozměrech vedení. Pro L_i pak podle (2.5.16) a (2.5.17) platí:

$$L_i = \sqrt{\epsilon_{ef}} \cdot \frac{\mu}{Z_0} \cdot \frac{\delta}{2} \cdot \frac{\partial Z_v}{\partial z} \quad (2.5.19)$$

Derivaci $\frac{\partial Z_v}{\partial z}$ lze pro dvourozměrný průřez běžného vedení nahradit derivací podle normály k povrchu, tj. $\frac{\partial Z_v}{\partial n}$.

Střední hodnota výkonu P_z zmařeného na teplo v jednotkové délce vedení lze vyjádřit:

$$P_z = \frac{1}{2} \text{Re}(Z) \cdot |I|^2 \quad (2.5.20)$$

Vzhledem k (2.5.10), (2.5.11), (2.5.19) pak platí:

$$P_z = \frac{1}{2} \cdot \omega L_i \cdot |I|^2 = \frac{1}{2} \omega \mu \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}}}{Z_0} \cdot \frac{\delta}{2} \cdot \frac{\partial Z_v}{\partial n} \cdot |I|^2 \quad (2.5.21)$$

Konstantu útlumu vedení lze vyjádřit pomocí přenášeného výkonu P a zmařeného výkonu P_z :

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{P_z}{P} \quad [\text{Np/m}] \quad (2.5.22)$$

kde

$$P = \frac{1}{2} \cdot Z_v |I|^2 \quad (2.5.23)$$

Pro β_c tedy platí:

$$\beta_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega \mu}{Z_v} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}}}{Z_0} \cdot \frac{\delta}{2} \cdot \frac{\partial Z_v}{\partial n} \quad [\text{Np/m}] \quad (2.5.24)$$

Určení β_d

Předpokládá se útlum shodný s útlumem rovinné vlny ve stejném dielektriku. Pro rovinnou vlnu platí:

$$\beta_d = \omega \cdot \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_d}{\omega\epsilon} \right)^2} \right]} \quad (2.5.25)$$

Pro nízkoztrátové substráty je $\text{tg}\delta = \frac{\sigma_d}{\omega\epsilon}$ malý a $\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_d}{\omega\epsilon} \right)^2} \cong 1 + \frac{(\text{tg}\delta)^2}{2}$.

Konstantu útlumu β_d lze pak vyjádřit:

$$\beta_d = \frac{\omega}{2} \cdot \sqrt{\mu\epsilon} \cdot \text{tg}\delta \quad [\text{Np/m}] \quad (2.5.26)$$

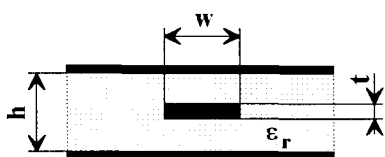
resp.

$$\beta_d = 27,3 \cdot \sqrt{\epsilon_r} \cdot \frac{\text{tg}\delta}{\lambda_0} = 27,3 f \cdot \sqrt{\mu\epsilon} \cdot \text{tg}\delta \quad [\text{dB/m}] \quad (2.5.27)$$

U planárních vedení s děleným dielektrikem vzduch-substrát pak nutno uvažovat ϵ_{ef} místo ϵ a $\text{tg}\delta_{ef}$ místo $\text{tg}\delta$, jak bude dále zmíněno.

- přenášený výkon je omezený
 - elektrickou pevností dielektrika
 - max. povolenou teplotou dielektrika (problém u dielektrik s malou tepelnou vodivostí a malou max. povolenou teplotou)

2.6. Symetrické páskové vedení (Stripline Line, Tri-plate Line, Sandwich Line)



$h, w < \lambda_g/2$ pro potlačení vyšších vidů
dominantní vid TEM

Obr. 2.6.1.

Pole na vedení lze řešit

- Laplaceovou rovnicí
- konformním zobrazením
- pomocí výpočtu kapacity na okraji středního vodiče
- variační metodou

Vlnová délka λ_g

$$\lambda_g = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.6.1)$$

Vlnový odpor Z_v , [4]

Pomocí konformního zobrazení a aproximačních vztahů odvodil Wheeler [5] pro $t \neq 0$:

$$Z_v = \frac{30}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \left\{ 1 + \frac{4}{\pi} \frac{(h-t)}{w_{ef}} \left[\frac{8(h-t)}{\pi w_{ef}} + \sqrt{\left(\frac{8(h-t)}{\pi w_{ef}} \right)^2 + 6,27} \right] \right\} \quad (2.6.2)$$

kde w_{ef} je tzv. efektivní šířka pásku, pro kterou platí:

$$w_{ef} = w_s + \Delta w \quad (2.6.3)$$

w_s je skutečná šířka pásku a Δw je korekce skutečné šířky pásku vzhledem k $t \neq 0$.

Pro Δw platí:

$$\Delta w = \frac{t}{\pi} \ln \frac{e}{\sqrt{\left(\frac{t}{2(h-t)+t} \right)^2 + \left(\frac{0,0796}{w_s/t+1,1} \right)^m}} \quad (2.6.4)$$

$$a \quad m = 6 / \left(3 + \frac{2t}{(h-t)} \right) \quad (2.6.5)$$

Vztahy jsou platné pro $w_{ef}/(h-t) < 10$ s chybou Z_v menší než 0,5 %.

Konstanta útlumu β_c , [47]

Podle (2.5.24) lze odvodit pro útlum ztrátami ve vodičích:

Pro $w_s/(h-t) \leq 0,35$

$$\beta_c = \frac{0,0114 \sqrt{f}}{h Z_v} \left\{ 1 + \frac{h}{\Phi} \left[0,5 + 0,669 \frac{t}{w_s} - 0,225 \left(\frac{t}{w_s} \right)^2 + \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{4\pi w_s}{t} \right) \right] \right\} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{Cu}}{\sigma_c}} \quad (2.6.6)$$

$$[dB/m, GHz, m^{-1}, \Omega^{-1}]$$

kde σ_{Cu} je specifická vodivost mědi a Φ je dáno vztahem:

$$\Phi = \frac{w_s}{2} \left\{ 1 + \frac{t}{w_s} \left[1 + \ln \frac{4\pi w_s}{t} + 0,51\pi \left(\frac{t}{w_s} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.6.7)$$

Pro $w_s/(h-t) \geq 0,35$

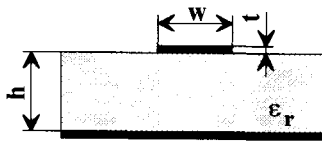
$$\beta_c = 2,02 \cdot 10^{-6} \cdot \epsilon_r \cdot \sqrt{f} \cdot \frac{Z_v}{h-t} \cdot \left[1 + \frac{2w_s}{h-t} + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{h+t}{h-t} \cdot \ln \left(\frac{2h}{t} - 1 \right) \right] \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{Cu}}{\sigma_c}} \quad (2.6.8)$$

$$[dB/m, GHz, m^{-1}, \Omega^{-1}]$$

Konstanta útlumu β_d

β_d je dáno vztahem (2.5.26) resp. (2.5.27).

2.7. Mikropáskové vedení (Microstrip line)



Obr. 2.7.1. Mikropáskové vedení.

1. Nad horní plochou substru je v okolí mikropásku značné rozptylové pole.
2. Příčná nehomogenost vedení znemožňuje šíření TEM vlny, ani čisté TM a TE vlny.

$E_z, H_z \neq 0$, hybridní vlna HEM.

Na nízkých kmitočtech kde jsou příčné rozměry mikropásku $\ll \lambda_g$ v dielektriku, je $E_z \ll E_y$ a $H_z \ll H_x$. Pole lze aproximovat vlnou kvazi TEM.

Určení w_f

Přesné konformní zobrazení vyřešil Schneider pomocí Schwarzova-Christofelova integrálu. Rozměry obrazu v rovině z_1 , viz obr. 2.5.1, jsou vyjádřeny pomocí úplných eliptických integrálů, Jacobiho eliptických funkcí a theta funkcí. To je pro technickou praxi nevhodné. Proto bylo přesné řešení aproximováno přibližnými vztahy předpokládajícími $t = 0$. Např. Schneider, [6], uvádí:

$$w_f = \frac{2\pi h}{\ln\left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h}\right)} \quad \text{pro } w/h \leq 1$$

$$w_f = w + 2,42h - 0,44 \cdot \frac{h^2}{w} + h \cdot \left(1 - \frac{h}{w}\right)^6 \quad \text{pro } w/h \geq 1 \quad (2.7.1)$$

Chyba aproximace je max. 0,25% pro $w/h < 10$ a max. 1% pro $w/h > 10$.

Wheeler podle [7] udává:

$$w_f = \frac{2\pi h'}{\ln\left(\frac{8h'}{w}\right)}, \quad h' = h \cdot \left(1 + \frac{w^2}{32h^2}\right) \quad \text{pro } w/h \leq 1$$

$$w_f = w + \frac{2h}{\pi} \cdot \ln\left[17,08 \cdot \left(\frac{w}{2h} + 0,85\right)\right] \quad \text{pro } w/h \geq 1 \quad (2.7.2)$$

Vliv konečné tloušťky $t \neq 0$

Vliv nenulové tloušťky pokovení $t \neq 0$ lze postihnout zavedením efektivní šířky vodiče podle (2.6.3), tj.

$$w_{ef} = w_s + \Delta w \quad (2.7.3)$$

Pro korekci Δw uvádí např. Gupta, [4] vztahy:

$$\Delta w = 1,25 \frac{t}{\pi} \left(1 + \ln \frac{2h}{t}\right) \quad \text{pro } w/h \geq \frac{1}{2\pi}$$

$$\Delta w = 1,25 \frac{t}{\pi} \left(1 + \ln \frac{4\pi w}{t}\right) \quad \text{pro } w/h \leq \frac{1}{2\pi} \quad (2.7.4)$$

Ve vztazích (2.7.1) a (2.7.2) je pak nutno místo w dosazovat w_{ef} . Další užitečné vztahy lze nalézt v [8].

Efektivní permitivita

Při konformním zobrazení se rozhraní vzduch dielektrikum rovině z viz obr. 2.5.1 přetransformuje do roviny z_1 a v dielektriku deskového kondenzátoru vytvoří vzduchovou "bublinu", která sníží hodnotu relativní permitivity z ϵ_r na ϵ_{ef} . Platí:

$$\frac{\epsilon_r+1}{2} \leq \epsilon_{ef} \leq \epsilon_r \quad (2.7.5 a)$$

Wheeler zavedl koeficient plnění q jako podíl plochy zaplněné dielektrikem a podíl celkové plochy příčného průřezu vedení v rovině z_1 , viz obr. 2.5.1. Pro ϵ_{ef} pak platí vztah:

$$\epsilon_{ef} = \epsilon_r \cdot q + 1 \cdot (1 - q) = 1 + q \cdot (\epsilon_r - 1) \quad (2.7.5 b)$$

Výpočet ϵ_{ef} s korekcí na tloušťku pokovení uvádí např. [2], [10], [11], viz též [9].

$$\epsilon_{ef} = \frac{\epsilon_r+1}{2} + \frac{\epsilon_r-1}{2} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{1+12 \cdot \frac{h}{w}}} + 0,04 \cdot \left(1 - \frac{w}{h}\right)^2 \right] - \frac{\epsilon_r-1}{4,6} \cdot \frac{t/h}{\sqrt{w/h}} \quad \text{pro } w/h \leq 1$$
$$\epsilon_{ef} = \frac{\epsilon_r+1}{2} + \frac{\epsilon_r-1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+12 \cdot \frac{h}{w}}} - \frac{\epsilon_r-1}{4,6} \cdot \frac{t/h}{\sqrt{w/h}} \quad \text{pro } w/h \geq 1$$
$$(2.7.6)$$

Chyba je max. 1% pro $t = 0$.

Fázová rychlost v_f a délka vlny λ_g

Jsou dány vztahy (2.5.1) a (2.5.6).

Vlnový odpor

Je určen vztahem (2.5.5), tj.

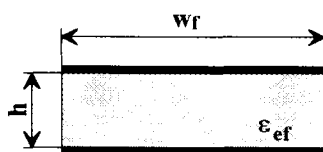
$$Z_v = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot \frac{h}{w_f},$$

kde ϵ_{ef} a w_f je dáno vztahy (2.7.5) a (2.7.1) nebo (2.7.2).

Vliv tloušťky pokovení určený těmito vztahy je nevýznamný pro $t/h \leq 0,005$, $2 \leq \epsilon_r \leq 10$, $w/h \geq 0,1$, což dobře souhlasí s experimentálními výsledky podle [41].

Vyšší vidy

- vlnovodné vidy



Obr. 2.7.2. Mikropáskové vedení přetransformované konformním zobrazením.

Obdélníkový "vlnovod" se dvěma ideálními elektrickými a dvěma ideálními magnetickými stěnami.

$$\lambda_m = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{w_f}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{h}\right)^2}} \quad (2.7.7)$$

TM: $m = 0, 1, 2, \dots$
 $n = 1, 2, 3, \dots$

TE: $m = 1, 2, 3, \dots$
 $n = 0, 1, 2, \dots$

Nejnižší vlnovodné vidy: $\lambda_m^{TM01} = 2h$, $\lambda_m^{TE10} = 2w_f$

$$f_m^{TE10} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{ef}} \cdot \lambda_m^{TE10}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{ef}} \cdot 2w_f} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{Z_v}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot 2h} = \frac{Z_v}{2\mu_0 h} \quad (2.7.8)$$

Při použití vztahu (2.5.5).

Pásmo jednovodnosti vidu kvazi-TEM: $f < f_m^{TE10} = \frac{Z_v}{2\mu_0 h}$, tj. praktický požadavek:

$$w < \lambda g/2 \quad (2.7.9)$$

- povrchové vlny

Mohou se šířit podél rozhraní dielektrika a vzduchu. Nejnižší z těchto vln je vid TE_1 s mezním kmitočtem [7]:

$$f_m^{TE_1} = \frac{c}{4h\sqrt{\epsilon_r - 1}} \quad (2.7.10)$$

Pro vlnu kvazi-TEM tedy musí být: $f < f_m^{TE_1}$.

Disperze vidu kvazi-TEM

Přesným numerickým řešením vlnové rovnice pro vlnu HEM i experimentálně bylo zjištěno, že s rostoucím kmitočtem Z_v a zároveň i ϵ_{ef} mírně rostou. Aproximaci kvazi-TEM lze použít při zavedení kmitočtových korekcí do ϵ_{ef} , Z_v , resp. w_f .

Kmitočtová korekce efektivní permitivity.

Getsinger [12] odvodil poloempirický vztah pro kmitočtovou závislost efektivní permitivity:

$$\epsilon_{eff}(f) = \epsilon_r - \frac{\epsilon_r - \epsilon_{ef}(0)}{1 + G \cdot \left(\frac{f}{f_m^{TE10}}\right)^2} \quad (2.7.11)$$

kde $\epsilon_{ef}(0)$ je efektivní permitivita na nízkých kmitočtech určená např. vztahem (2.7.6),

f_m^{TE10} je dáno vztahem (2.7.8),

G je empirický faktor určený vztahem:

$$G = \sqrt{\frac{Z_v - 5}{60}} + 0,004 \cdot Z_v(0) \quad (2.7.12)$$

$Z_v(0)$ v těchto vztazích je vlnový odpor mikropásku na nízkých kmitočtech daný vztahem (2.5.5).

Poněkud přesnější vztah pro kmitočty 2-18 GHz pro G navrhl Edwards [13]:

$$G = (0,43 - 0,009f) \cdot \frac{1}{4\mu_0^2} \cdot \left(\frac{Z_v(0)}{h} \right)^{0,67} \quad (2.7.13)$$

Další variantu navrhl pro všechny běžně používané substráty Hammerstad [14]:

$$G = \frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_{ef}(0)} \cdot \sqrt{\frac{Z_v(0)}{60}} \quad (2.7.14)$$

- kmitočtová korekce efektivní šířky vedení

Owens [15] navrhl vztah:

$$w_f(f) = w_s + \frac{w_f(0) - w_s}{1 + \left(\frac{f}{f_{TE10}} \right)^2} \quad (2.7.15)$$

kde $w_f(0)$ je fiktivní šířka mikropásku při nízkých kmitočtech určená vztahem (2.7.3), w_s je skutečná šířka mikropásku.

- kmitočtová korekce vlnového odporu

Vlnový odpor je i při uvažování kmitočtové závislosti určen vztahem (2.5.5), tj.

$$Z_v(f) = \frac{120\pi \cdot h}{w_f(f) \cdot \sqrt{\epsilon_{ef}(f)}} \quad (2.7.16)$$

Bianco v [16] nabízí vztah pro přímou korekci kmitočtové závislosti vlnového odporu:

$$Z_v = 2 \cdot Z_{vstrip} - \frac{2 \cdot Z_{vstrip} - Z_v(0)}{1 + G \left(\frac{f}{f_m} \right)^2} \quad (2.7.17)$$

kde Z_{vstrip} je vlnový odpor symetrického páskového vedení s šířkou stejnou jako mikropásek, ale dvojnásobnou tloušťkou dielektrika, G je určeno vztahem (2.7.12).

Konstanta útlumu β_c

Např. Schneider v [6] uvádí vztahy pro výpočet β_c odvozené na základě (2.5.24):

$$\beta_c = \frac{1,38 \cdot R_s}{h Z_v \cdot \left(\frac{8h}{w_{ef}} + \frac{w_{ef}}{4h} \right)} \cdot \left(\frac{8h}{w_{ef}} - \frac{w_{ef}}{4h} \right) \cdot \left(1 + \frac{h}{w_{ef}} + \frac{h}{w_{ef}} \cdot \frac{\partial w_{ef}}{\partial t} \right) \quad \text{pro } w_{ef}/h \leq 1$$

$$\beta_c = 6,1 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{R_s \cdot Z_v}{h} \cdot \left[1 + 0,44 \cdot \left(\frac{h}{w_{ef}} \right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{h}{w_{ef}} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{h}{w_{ef}} \right)^5 \right] \cdot$$

$$\cdot \left(1 + \frac{w_{ef}}{h} + \frac{\partial w_{ef}}{\partial t} \right) \quad \text{pro } w_{ef}/h \geq 1$$

kde $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma_c}} = \text{Re}(Z)$ podle (2.5.9) je měrný vf. odpor povrchu vodiče a

$$\begin{aligned}\frac{\partial w_{ef}}{\partial t} &= \frac{1}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{4\pi w_s}{t}\right) & \text{pro } w_s/h \leq \frac{1}{2\pi} \\ \frac{\partial w_{ef}}{\partial t} &= \frac{1}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{2h}{t}\right) & \text{pro } w_s/h \geq \frac{1}{2\pi}\end{aligned} \quad (2.7.18)$$

Konstanta útlumu β_d

Pro výpočet β_d lze použít vztah (2.5.26) resp. (2.5.27) zde však při uvažování ϵ_{ef} a $\text{tg}\delta_{ef}$ daného vztahem:

$$\text{tg}\delta_{ef} = \frac{\sigma_{ef}}{\omega \cdot \epsilon_0 \epsilon_{ef}}, \quad (2.7.19)$$

kde

$$\sigma_{ef} = q \cdot \sigma_d + (1 - q) \cdot \sigma_{vzduch} = q \sigma_d \quad (2.7.20)$$

Vzhledem k (2.7.5b) pak:

$$\sigma_{ef} = q \cdot \sigma_d = \frac{\epsilon_{ef} - 1}{\epsilon_r - 1} \cdot \sigma_d \quad (2.7.21)$$

a

$$\text{tg}\delta_{ef} = \frac{\epsilon_{ef} - 1}{\epsilon_r - 1} \cdot \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{ef}} \cdot \text{tg}\delta \quad (2.7.22)$$

β_d je pak určeno vztahem:

$$\beta_d = \frac{\omega \cdot \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{2} \cdot \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} \cdot \frac{\epsilon_{ef} - 1}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot \text{tg}\delta \quad [\text{Np/m}] \quad (2.7.23)$$

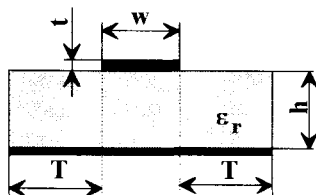
resp.

$$\beta_d = 27,3 \cdot \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} \cdot \frac{\epsilon_{ef} - 1}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot \frac{\text{tg}\delta}{\lambda_0} \quad [\text{dB/m}] \quad (2.7.24)$$

Praktické poznámky

Tloušťka pásků t by měla být min 3 ÷ 5 násobek hloubky vniku do daného materiálu na uvažovaných kmitočtech. To nelze splnit na nízkých kmitočtech kde je pak skutečný útlum β_c vedení větší, než udává vztah (2.7.18).

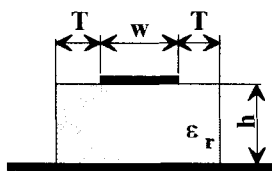
- vliv omezené zemní elektrody



Obr. 2.7.3.

Podle [17] má omezení šířky zemní desky poměrně malý vliv na Z_v . Pro $T/w \geq 2$ je změna vlnového odporu <3% a změna ϵ_{ef} je velmi malá.

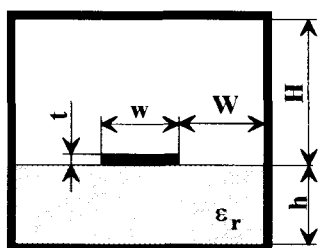
- vliv omezeného substrátu



Obr. 2.7.4.

Podle [18] se vliv omezeného substrátu projevuje ještě méně. Pro $T/w > 0,5$ je změna vlnového odporu $< 0,5 \%$.

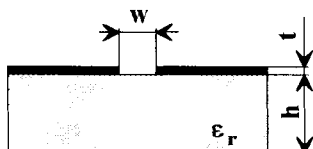
- vliv vodivé plochy nad substrátem



Obr. 2.7.5.

Pro $W > 5w$ a $H > 5h$ lze dle [9] vliv stínění zanedbat. Pozor však na vlnovodné vidy celé struktury.

2.8. Štěrbínové vedení (Slot Line)



Obr. 2.8.1. Štěrbínové vedení.

Struktura umožňuje šíření téměř TE vlny. Přesně je to však HEM vlna, $H_z \neq 0$.

Orientační přiblížení prostřednictvím vidu kvazi-TEM pomocí konformního zobrazení, [7].



Obr. 2.8.2. Konformně přetransformovaná struktura štěrbinového vedení.

$$\epsilon_{ef} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \quad (2.8.1)$$

$$Z_v = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot \frac{K(k)}{K'(k)}, \quad k = \operatorname{tgh}\left(\frac{\pi w}{4h}\right) \quad (2.8.2)$$

kde $K(k)$ je úplný eliptický integrál I. druhu,

$$K(k) = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}, \quad (2.8.3)$$

a

$$K'(k) = K\left(\sqrt{1-k^2}\right) = K(k'). \quad (2.8.4)$$

Aproximace (chyba $< 8 \cdot 10^{-6}$), [4]:

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \frac{\pi}{\ln\left(2 \cdot \frac{1+\sqrt{k'}}{1-\sqrt{k'}}\right)} \quad \text{pro} \quad 0 \leq k \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \frac{1}{\pi} \cdot \ln\left(2 \cdot \frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}}\right) \quad \text{pro} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \leq k \leq 1 \quad (2.8.5)$$

Výsledky výpočtu Z_v jsou vždy o 10% až 30% větší než správné hodnoty.

Aproximace přesného řešení

Přesným numerickým řešením rozložením pole ve šterbinovém vedení se zabývala řada autorů při využití různých numerických metod, [2]. Žádná však nevede k výrazům v uzavřeném tvaru vhodným pro výpočet Z_v a λ_g v technické praxi.

Garg a Gupta [18] odvodili aproximační vztahy vycházející z numerického řešení, které navrhl Cohn, [17].

Pro $0,02 \leq w/h \leq 0,2$

$$\lambda_g/\lambda_0 = 1/\sqrt{\epsilon_{ef}} = 0,923 - 0,448 \cdot \log \epsilon_r + 0,2 \cdot w/h -$$

$$-(0,29 \cdot w/h + 0,017) \cdot \log(100 \cdot h/\lambda_0)$$

$$Z_v = 72,62 - 35,19 \cdot \log \epsilon_r + 50 \cdot \frac{h}{w} \cdot (w/h - 0,02) \cdot (w/h - 0,1) +$$

$$+\log(100 \cdot w/h) \cdot [44,28 - 19,58 \cdot \log \epsilon_r] -$$

$$-[0,32 \cdot \log \epsilon_r - 0,11 + (1,07 \cdot \log \epsilon_r + 1,44) \cdot w/h] \cdot$$

$$\cdot (11,4 - 6,07 \cdot \log \epsilon_r - 100 \cdot h/\lambda_0)^2 \quad (2.8.6)$$

Pro $0,2 \leq w/h \leq 1,0$

$$\lambda_g/\lambda_0 = 0,987 - 0,483 \cdot \log \epsilon_r + (0,111 - 0,0022 \cdot \epsilon_r) \cdot w/h -$$

$$-(0,121 + 0,094 \cdot w/h - 0,0032 \cdot \epsilon_r) \cdot \log(100 \cdot h/\lambda_0)$$

$$Z_v = 113,19 - 53,55 \cdot \log \epsilon_r + 1,25 \cdot (114,59 - 51,58 \cdot \log \epsilon_r) \cdot w/h +$$

$$+20 \cdot (w/h - 0,2) \cdot (1 - w/h) -$$

$$-[0,15 + 0,23 \cdot \log \epsilon_r + (-0,79 + 2,07 \cdot \log \epsilon_r) \cdot w/h] \cdot$$

$$\cdot [10,25 - 5 \cdot \log \epsilon_r + (2,1 - 1,42 \cdot \log \epsilon_r) \cdot w/h - 100 \cdot h/\lambda_0]^2 \quad (2.8.7)$$

Vztahy mají chybu $< 2\%$ pro:

$$9,7 \leq \epsilon_r \leq 20; \quad 0,02 \leq w/h \leq 1,0 \quad \text{a} \quad 0,01 \leq h/\lambda_0 \leq \frac{1}{4 \cdot \sqrt{\epsilon_r - 1}}$$

Pro nižší hodnoty hodnoty dielektrické konstanty odvodili Janaswamy a Schaubert, [20] následující vztahy.

Pro $2,2 \leq \epsilon_r \leq 3,8$ a $0,0015 \leq w/\lambda_0 \leq 0,075$

$$\begin{aligned} \lambda_g/\lambda_0 = & 1,045 - 0,365 \cdot \ln \epsilon_r + \frac{6,4 \cdot (w/h) \cdot \epsilon_r^{0,945}}{238,64 + 100 \cdot w/h} - \\ & - \left[0,148 - \frac{8,81 \cdot (\epsilon_r + 0,95)}{100 \cdot \epsilon_r} \right] \cdot \ln \left(\frac{h}{\lambda_0} \right) \\ Z_v = & 60 + 3,69 \cdot \sin \left[\frac{(\epsilon_r - 2,22) \cdot \pi}{2,36} \right] + 133,5 \cdot \ln(10 \cdot \epsilon_r) \cdot \sqrt{w/\lambda_0} + \\ & + 2,81 \cdot [1 - 0,011 \cdot \epsilon_r \cdot (4,48 + \ln \epsilon_r)] \cdot (w/h) \cdot \ln \left(100 \cdot h/\lambda_0 \right) + \\ & + 131,1 \cdot (1,028 - \ln \epsilon_r) \cdot \sqrt{h/\lambda_0} + \\ & + 12,48 \cdot (1 + 0,18 \ln \epsilon_r) \cdot \frac{w/h}{\sqrt{\epsilon_r - 2,06 + 0,85 \cdot (w/h)^2}} \end{aligned} \quad (2.8.8)$$

Vztahy mají chybu $Z_v \leq 2,7\%$, $\lambda_g/\lambda_0 \leq 2,2\%$ pro $2,2 \leq \epsilon_r \leq 3,8$ a $0,006 \leq h/\lambda_0 \leq 0,06$.

Pro $2,2 \leq \epsilon_r \leq 3,8$ a $0,075 \leq w/\lambda_0 \leq 1,0$ pak:

$$\begin{aligned} \lambda_g/\lambda_0 = & 1,194 - 0,24 \cdot \ln \epsilon_r - \frac{0,621 \cdot \epsilon_r^{0,835} \cdot (w/\lambda_0)^{0,48}}{1,344 + w/h} - \\ & - 0,0617 \cdot \left(1,91 - \frac{\epsilon_r + 2}{\epsilon_r} \right) \cdot \ln \left(\frac{h}{\lambda_0} \right) \\ Z_v = & 133 + 10,34 \cdot (\epsilon_r - 1)^2 + 2,87 \cdot [2,96 + (\epsilon_r - 1,582)^2] \cdot \\ & \cdot \left\{ (w/h + 2,32 \epsilon_r - 0,56) \cdot \left[(32,5 - 6,67 \epsilon_r) \cdot \left(100 \cdot h/\lambda_0 \right)^2 - 1 \right] \right\}^{1/2} - \\ & - \left(684,45 \cdot h/\lambda_0 \right) \cdot (\epsilon_r + 1,35)^2 + 13,23 \cdot [(\epsilon_r - 1,722) \cdot w/\lambda_0]^2 \end{aligned} \quad (2.8.10)$$

Vztahy mají chybu $Z_v \leq 5,4\%$, $\lambda_g/\lambda_0 \leq 2,6\%$ pro $2,2 \leq \epsilon_r \leq 3,8$ a $0,006 \leq h/\lambda_0 \leq 0,06$.

Pro střední hodnoty relativní permitivity $3,8 \leq \epsilon_r \leq 9,8$ a $0,0015 \leq w/\lambda_0 \leq 0,075$

$$\begin{aligned} \lambda_g/\lambda_0 = & 0,9217 - 0,277 \cdot \ln \epsilon_r + 0,0322 \cdot (w/h) \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_r}{w/h+0,435}} - \\ & - 0,01 \ln \left(h/\lambda_0 \right) \cdot \left[4,6 - \frac{3,65}{\epsilon_r^2 \cdot \sqrt{w/\lambda_0} \cdot (9,06 - 100 \cdot w/\lambda_0)} \right] \\ Z_V = & 73,6 - 2,15 \cdot \epsilon_r + (638,9 - 31,37 \cdot \epsilon_r) \cdot \left(w/\lambda_0 \right)^{0,6} + \\ & + \left(36,23 \cdot \sqrt{\epsilon_r^2 + 41,0} - 225,0 \right) \cdot \frac{w/h}{w/h+0,875 \cdot \epsilon_r - 2,0} + \\ & + 0,51 \cdot (\epsilon_r + 2,12) \cdot (w/h) \cdot \ln \left(100 \cdot h/\lambda_0 \right) - 0,753 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{h/\lambda_0}{\sqrt{w/\lambda_0}} \quad (2.8.11) \end{aligned}$$

Vztahy mají chybu $Z_V \leq 5,4\%$, $\lambda_g/\lambda_0 \leq 3\%$.

Pro $3,8 \leq \epsilon_r \leq 9,8$ a $0,075 \leq w/\lambda_0 \leq 1$ pak:

$$\begin{aligned} \lambda_g/\lambda_0 = & 1,05 - 0,04 \cdot \epsilon_r + 1,411 \cdot 10^{-2} \cdot (\epsilon_r - 1,421) \cdot \\ & \cdot \ln [w/h - 2,012 \cdot (1,0 - 0,146 \cdot \epsilon_r)] + 0,111 \cdot (1 - 0,366 \cdot \epsilon_r) \cdot \sqrt{w/\lambda_0} + \\ & + 0,139 \cdot [1 + 0,52 \cdot \epsilon_r \cdot \ln (14,7 - \epsilon_r)] \cdot \left(h/\lambda_0 \right) \cdot \ln \left(h/\lambda_0 \right) \\ Z_V = & 120,75 - 3,74 \cdot \epsilon_r + 50 \cdot \left[\tan^{-1}(2 \cdot \epsilon_r) - 0,8 \right] \cdot \\ & \cdot (w/h) \{ 1,11 + [0,132 \cdot (\epsilon_r - 27,7)/(100 \cdot h/\lambda_0 + 5)] \} \cdot \\ & \cdot \ln \left[100 \cdot h/\lambda_0 + \sqrt{\left(100 \cdot h/\lambda_0 \right)^2 + 1} \right] + \\ & + 14,21 \cdot (1 - 0,458 \cdot \epsilon_r) \cdot \left(100 \cdot h/\lambda_0 + 5,1 \cdot \ln \epsilon_r - 13,1 \right) \cdot \left(w/\lambda_0 + 0,33 \right)^2 \quad (2.8.12) \end{aligned}$$

Vztahy mají chybu $Z_V \leq 5,8\%$ a $\lambda_g/\lambda_0 \leq 3,2\%$.

Vliv konečné tloušťky pokovení

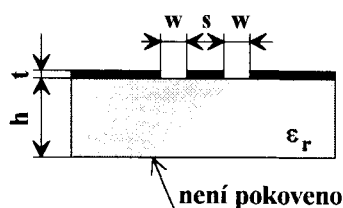
Vztahy pro korekci v důsledku $t \neq 0$ zatím nebyly publikovány.

S rostoucí tloušťkou t klesá efektivní permitivita ϵ_{ef} , roste λ_g a klesá Z_V . Změna proti $t = 0$ je při tloušťkách $5 \div 10 \mu\text{m}$ cca 5%.

Měrný útlum šěrbinového vedení

Nebyl dosud početně stanoven. Naměřené hodnoty jsou přibližně stejné jako u mikropáskového vedení, [7].

2.9. Třívodičové koplanární vedení (Koplanární vlnovod, Coplanar Waveguide)



Obr. 2.9.1. Třívodičové koplanární vedení.

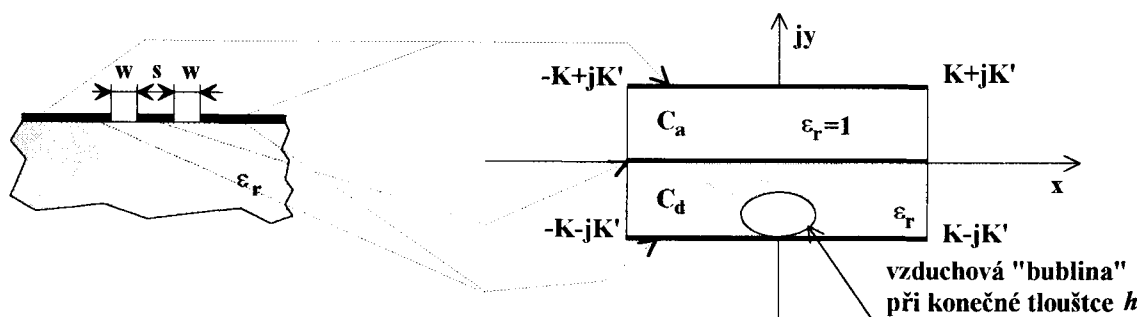
Dominantní vid HEM. Na nízkých kmitočtech aproximace kvazi-TEM.

"Štěrbinový vid". Vzduchové můstky (air bridges).

Šířka zemních ploch na obou stranách vedení cca 5 x větší než $s + 2w$ a $s + 2w < \lambda/2$ pro potlačení vyšších módů.

Zjednodušená analýza pro $t = 0$ a $h \gg w$, tj. tlustý substrát, pomocí konformního zobrazení za předpokladu vidu kvazi-TEM.

Určí se kapacita na jednotku délky vedení.



Obr. 2.9.2. Konformní zobrazení struktury.

Úplné eliptické integrály 1. druhu modulu k

$$K(k) = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}, \quad K'(k) = K(\sqrt{1-k^2}) = K(k'), \quad k' = \sqrt{1-k^2}, \quad k = s/(s+2w) \quad (2.9.1)$$

$$C_a = \epsilon_0 \cdot \frac{2K(k)}{K'(k)}; \quad C_d = \epsilon_r \cdot C_a. \quad (2.9.2)$$

C_a a C_d jsou spojeny paralelně. Tj.:

$$C = C_a + C_d = (1 + \epsilon_r) \cdot C_a = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{ef} \cdot \frac{4K(k)}{K'(k)}, \quad (2.9.3)$$

$$\text{kde} \quad \epsilon_{ef} = \frac{1 + \epsilon_r}{2} \quad (2.9.4)$$

Vzhledem k (2.5.3) lze Z_V určit:

$$Z_V = \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}} \cdot \epsilon_0 \cdot 120\pi}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{ef} \cdot \frac{4K(k)}{K'(k)}} = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot \frac{K'(k)}{K(k)} = \frac{30\pi}{\sqrt{\frac{1+\epsilon_r}{2}}} \cdot \frac{K'(k)}{K(k)} \quad (2.9.5)$$

Pro výpočet podílu eliptických integrálů lze použít aproximaci (2.8.5).

Má-li substrát konečnou tloušťku h , vnikne v konformním zobrazení koplanární struktury vzduchová bublina, viz obr. 2.9.2. Efektivní permitivitu je pak nutno určit numerickými metodami.

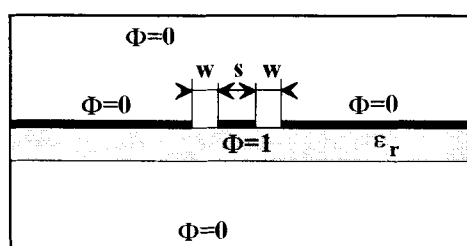
Vliv "bubliny", [21]:

Změna Z_V pro $h > 2w$ a $\epsilon_r < 120$ vzhledem k Z_V při $h \rightarrow \infty$ pro $k < 0,6$, tj. vedení s úzkým páskem není větší než 3%.

Změna ϵ_{ef} je větší. Pro $k = 0,6$ klesne ϵ_{ef} o 10 % při změně z $h \rightarrow \infty$ na $h = 3w$.

Numerické řešení pro h konečných rozměrů.

Stále předpoklad kvazi-TEM vidu. Řešení Laplaceovy rovnice metodou konečných diferencí [22].



Obr. 2.9.3. Struktura vedení pro numerické řešení.

Stínění musí být dostatečně daleko, aby neovlivňovalo rozložení pole.

Numerické výsledky byly aproximovány analytickým vztahem, [2]:

$$\epsilon_{ef} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \cdot \left\{ \tanh [1,785 \log (h/w) + 1,75] + \frac{kw}{h} [0,04 - 0,7k + 0,01(1 - 0,1\epsilon_r) \cdot (0,25 + k)] \right\} \quad (2.9.6)$$

kde $k = s/(s+2w)$. Vztah (2.9.6) je platný pro $\epsilon_r \geq 9$, $h \geq w$, $0 \leq k \leq 0,7$. Přesnost vztahu je lepší než 1,5 %. Vzhledem k (2.5.3) je Z_V určeno vztahem:

$$Z_V = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot \frac{K'(k)}{K(k)} \quad (2.9.7)$$

Opět lze použít aproximaci (2.8.5).

Další vztah pro výpočet ϵ_{ef} vycházející z konformního zobrazení uvádí [9] str. 73 resp. str. 83, viz též [24] a [25]:

$$\epsilon_{ef} = 1 + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \cdot \frac{K(k') \cdot K(k_1)}{K(k) \cdot K(k'_1)} \quad (2.9.8)$$

kde

$$k = s/(s+2w), \quad k' = \sqrt{1-k^2}, \quad k'_1 = \sqrt{1-k_1^2}, \quad k_1 = \frac{\sinh\left(\frac{\pi s}{4h}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi(s+2w)}{4h}\right)}$$

Vztah nemá omezení pro ϵ_r a platí pro: $1,25 \leq (s+2w)/w \leq 10$, $(s+2w)/h \leq 20$ a $t = 0$. Vlnový odpor pak udává vztah (2.9.7), kde je ϵ_{ef} určeno vztahem (2.9.8), s použitím (2.8.5).

Vliv konečné tloušťky $t \neq 0$

Gupta v [2] zavádí efektivní šířku pásku a štěrby.

$$s_{ef} = s + \Delta, \quad w_{ef} = w - \Delta \quad (2.9.9)$$

$$\text{kde} \quad \Delta = 1,25 \cdot \frac{t}{\pi} \left[1 + \ln \left(4\pi \cdot \frac{s}{t} \right) \right] \quad (2.9.10)$$

Vztah (2.9.10) byl odvozen na základě představy rozptylového pole na hraně mikropásku. Vliv $t \neq 0$ je pak postihován jak ve vztahu pro výpočet efektivní permitivity, tak v určení vlnového odporu.

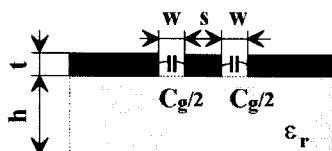
$$\varepsilon_{eft} = \varepsilon_{ef} - \frac{0,7(\varepsilon_{ef}-1) \cdot \frac{t}{w}}{\frac{K(k)}{K'(k)} + 0,7 \cdot \frac{t}{w}}, \quad (2.9.11)$$

kde $k = s/(s+2w)$ a ε_{ef} je určeno vztahem (2.9.6), kde je počítáno s s a w .

$$Z_v = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_{eft}}} \cdot \frac{K'(k_{ef})}{K(k_{ef})}, \quad (2.9.12)$$

kde $k_{ef} = s_{ef}/(s_{ef}+2w_{ef})$. Korekce na tloušťku platí s chybou $<3\%$ pro $\varepsilon_r = 20$ a $t/w \leq 0,1$.

Hoffmann a Divina odvodili, [23], korekci na tloušťku pokovení na základě koncepce přidavných dílčích kapacit mezi hranami vodičů a určení efektivní permitivity podle (2.5.2).



Obr. 2.9.4. Přidavné kapacity na hranách tlustých vodičů.

Kapacita vedení na jednotku délky pro $t = 0$ je dána vztahem (2.9.3).

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_{ef} \frac{4K(k)}{K(k')} \quad (2.9.13)$$

Při vzduchovém dielektriku:

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{4K(k)}{K(k')} \quad (2.9.14)$$

Pro $t \neq 0$

$$C_g = 2\varepsilon_0 \cdot \frac{t}{w} \quad (2.9.15)$$

$$C_t = C + \varepsilon_0 \cdot \frac{2t}{w} = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_{ef} \frac{4K(k)}{K(k')} + \frac{2t}{w} \right) \quad (2.9.16)$$

$$C_{1t} = C_1 + \varepsilon_0 \cdot \frac{2t}{w} = \varepsilon_0 \left(\frac{4K(k)}{K(k')} + \frac{2t}{w} \right) \quad (2.9.17)$$

Efektivní permitivita ve vztahu (2.9.16) je určena podle (2.9.8).

Korigovanou efektivní permitivitu pro $t \neq 0$ udává vztah (2.5.2), tj.

$$\varepsilon_{eff} = \frac{C_t}{C_{1t}} \quad (2.9.18)$$

Pro Z_V při $t \neq 0$ pak podle (2.5.3):

$$Z_V = \frac{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}{c \cdot C_t} = \sqrt{\frac{C_t}{C_{1t}}} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{C_t} = \frac{1}{c \cdot \sqrt{C_t \cdot C_{1t}}} \quad (2.9.19)$$

Vztahy (2.9.18) a (2.9.19) vyhovují pro $t/w \rightarrow \infty$. Pro $t/w < 0,1$ dávají odlišné hodnoty od přesného numerického řešení, [26]. Proto byly vztahy (2.9.16) a (2.9.17) upraveny:

$$C_t = \varepsilon_0 \cdot \left[\varepsilon_{eff} \cdot \frac{4K(k)}{K(k')} + \left(2,3.1,65^{-18\frac{t}{w}} + 2 \right) \cdot \frac{t}{w} \right] \quad (2.9.20)$$

$$C_{1t} = \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{4K(k)}{K(k')} + \left(2,3.1,65^{-18\frac{t}{w}} + 2 \right) \cdot \frac{t}{w} \right] \quad (2.9.21)$$

ε_{eff} a Z_V jsou pak určeny vztahy (2.9.18) a (2.9.19) při využití (2.9.20) a (2.9.27).

Vztahy vyhovují jak pro $0 \leq t/w \leq 0,1$ s chybou cca 0,2 % vzhledem k přesnému numerickému řešení známému pro $\varepsilon_r = 20$, $h = 0,1$ mm, $s = 0,05$ mm, $w = 0,1$ mm [26], tak i pro $t/w \rightarrow \infty$.

Konstanta útlumu β_c

Na základě (2.5.24) udává Gupta v [2], [4]:

$$\beta_c = 4,88 \cdot 10^{-4} \cdot R_s \cdot \varepsilon_{eff} \cdot Z_V \cdot \frac{P}{\pi \cdot w} \cdot \left[\frac{K(k)}{K'(k)} \right]^2 \left(1 + \frac{s}{w} \right) \cdot \frac{\frac{1,25}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{4\pi s}{t} \right) + 1 + \frac{1,25t}{\pi s}}{\left[2 + \frac{s}{w} - \frac{1,25t}{\pi w} \cdot \left(1 + \ln \left(\frac{4\pi s}{t} \right) \right) \right]^2} \quad [\text{dB/m}]$$

kde

$$k = s/(s + 2w)$$

$$P = \frac{k}{\left(1 - \sqrt{1-k^2} \right) \cdot (1-k^2)^{\frac{3}{4}}} \quad 0 \leq k \leq 0,707$$

$$P = \frac{1}{(1-k)\sqrt{k}} \cdot \left(\frac{K'(k)}{K(k)} \right)^2 \quad 0,707 \leq k \leq 1 \quad (2.9.22)$$

Konstanta útlumu β_d

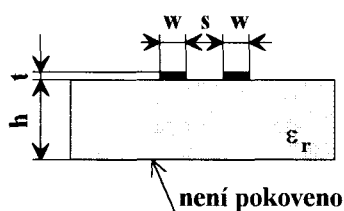
Pro útlum v důsledku dielektrických ztrát při uvážení činitele plnění dielektrika udává Gupta v [2] vztah stejný jako pro mikropáskové vedení, viz (2.7.23).

Disperze

Disperzi struktury možno určit numerickými metodami, viz např. [27], [2]. Experimentální výsledky jsou uvedeny v [30].

Riazat v [31] uvádí neměřitelnou disperzi v kmitočtovém pásmu 10 GHz až 100 GHz pro třívodičové koplanární vedení realizované na GaAs substrátu při $s + 2w = h/8$. Analytické vztahy použitelné v technické praxi zatím nejsou k dispozici.

2.10. Dvou vodičové koplanární vedení (Coplanar Strips)

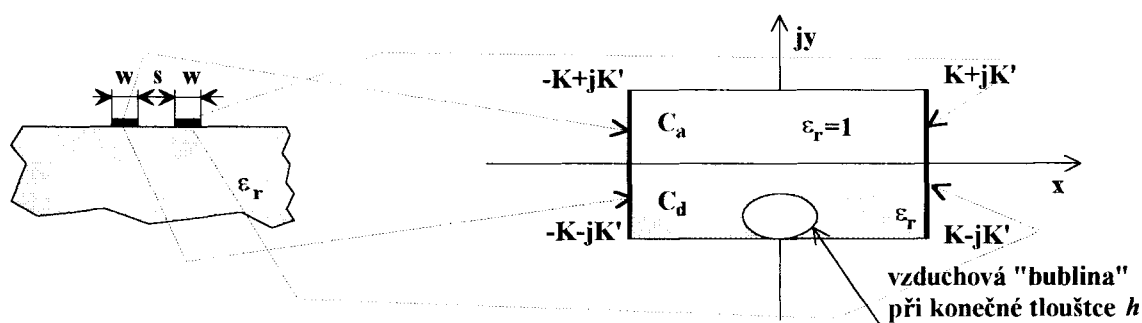


Obr. 2.10.1. Dvou vodičové koplanární vedení.

Dominantní vid HEM. Na nízkých kmitočtech aproximace kvazi-TEM.

Zjednodušená analýza pro $t = 0$ a $h \gg w$, $h \gg s$, tj. tlustý substrát, pomocí konformního zobrazení za předpokladu vidu kvazi-TEM.

Určí se kapacita na jednotku délky vedení.



Obr. 2.10.2. Konformní zobrazení struktury.

C_a a C_d spojeny paralelně.

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{1 + \epsilon_r}{2} \cdot \frac{K'(k)}{K(k)} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{ef} \cdot \frac{K'(k)}{K(k)} \quad (2.10.1)$$

kde ϵ_{ef} je určeno vztahem (2.9.4), tj.:

$$\epsilon_{ef} = \frac{\epsilon_r + 1}{2}$$

a $k = s/(s + 2w)$.

Vzhledem k (2.5.3) lze Z_V určit:

$$Z_V = \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}} \cdot \epsilon_0 \cdot 120 \cdot \pi}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{ef} \cdot \frac{K'(k)}{K(k)}} = \frac{120 \cdot \pi}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot \frac{K'(k)}{K(k)} = \frac{120 \cdot \pi}{\sqrt{\frac{1 + \epsilon_r}{2}}} \cdot \frac{K(k)}{K'(k)} \quad (2.10.2)$$

Pro výpočet podílu eliptických integrálů lze použít aproximaci (2.8.5).

Numerické řešení pro h konečných rozměrů.

Vliv konečné tloušťky substrátu se uplatní podobně jako u trojvodičového koplanárního vedení. Pro výpočet ϵ_{ef} lze použít vztahů (2.9.6) a (2.9.8). Z_V pak určuje vztah (2.10.2).

Vliv konečné tloušťky $t \neq 0$

Gupta v [2] zavádí efektivní šířku pásku a štěrbiny.

$$s_{ef} = s - \Delta, \quad w_{ef} = w + \Delta \quad (2.10.3)$$

kde Δ je určeno vztahem (2.9.10), tj.:

$$\Delta = 1,25 \cdot \frac{t}{\pi} \left[1 + \ln \left(4\pi \cdot \frac{s}{t} \right) \right]$$

Vliv $t \neq 0$ je pak postihován obdobně jako u trojvodičového koplanárního vedení jak ve vztahu pro výpočet efektivní permitivity, tak v určení vlnového odporu.

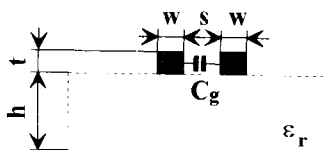
$$\epsilon_{eff} = \epsilon_{ef} - \frac{1,4 \cdot (\epsilon_{ef} - 1) \cdot \frac{t}{s}}{\frac{K'(k)}{K(k)} + 1,4 \cdot \frac{t}{s}} \quad (2.10.4)$$

kde ϵ_{ef} je určeno podle (2.9.6) a $k = s/(s + 2w)$.

$$Z_v = \frac{120 \cdot \pi}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \cdot \frac{K(k_e)}{K'(k_e)} \quad (2.10.5)$$

kde $k_{ef} = s_{ef} / (s_{ef} + 2w_{ef})$.

Hoffmann a Divina uvádějí v [23] vztahy pro výpočet korekce na tloušťku pokovení na základě koncepce přídavné kapacity mezi hranami pásků podobně jako u trojvodičového koplanárního vedení.



Obr. 2.10.3. Přídavné kapacity na hranách tlustých vodičů.

Kapacitu jednotkové délky vedení při $t = 0$ určuje vztah (2.10.1), tj.:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_{ef} \frac{K(k')}{K(k)} \quad (2.10.6)$$

Pro vzduchové dielektrikum pak:

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{K(k')}{K(k)} \quad (2.10.7)$$

Efektivní permitivitu ϵ_{ef} pro opět udává vztah (2.9.8). Přídavná kapacita C_g při $t \neq 0$ je:

$$C_g = \epsilon_0 \frac{t}{s} \quad (2.10.8)$$

Pro C resp. C_1 korigované pro $t \neq 0$ pak:

$$C_t = \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{ef} \cdot \frac{K(k')}{K(k)} + \left(2, 3, 1, 65^{-18 \frac{t}{s}} + 2 \right) \cdot \frac{t}{2s} \right] \quad (2.10.9)$$

$$C_{1t} = \varepsilon_0 \cdot \left[\frac{K(k')}{K(k)} + \left(2, 3, 1, 65^{-18 \frac{t}{s}} + 2 \right) \cdot \frac{t}{2s} \right] \quad (2.10.10)$$

Korigovanou efektivní permitivitu pro $t \neq 0$ opět udává vztah (2.5.2), tj.:

$$\varepsilon_{eft} = \frac{C_t}{C_{1t}} \quad (2.10.11)$$

Vlnový odpor Z_v pro $t \neq 0$ pak vztah (2.5.3):

$$Z_v = \frac{\sqrt{\varepsilon_{eft}}}{c \cdot C_t} = \sqrt{\frac{C_t}{C_{1t}}} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{C_t} = \frac{1}{c \cdot \sqrt{C_t \cdot C_{1t}}} \quad (2.10.12)$$

Vztahy (2.10.11) a (2.10.12) platí pro $1,25 \leq (s+2w)/w \leq 10$ a $(s+2w)/h \leq 20$ a pokrývají rozsah $0 \leq t/s < \infty$. Porovnání s přesným numerickým řešením nebylo uděláno.

Konstanta útlumu β_c

Na základě (2.5.24) udává Gupta v [2], [4]:

$$\beta_c = 17,34 \cdot \frac{R_s}{Z_v} \cdot \frac{P}{\pi s} \cdot \left[\frac{K(k)}{K'(k)} \right]^2 \cdot (1 + w/s) \cdot \frac{\frac{1,25}{\pi} \ln \frac{4\pi w}{t} + 1 + \frac{1,25t}{\pi w}}{\left[1 + 2 \frac{w}{s} + \frac{1,25t}{\pi s} \cdot \left(1 + \ln \frac{4\pi w}{t} \right) \right]^2} \quad [\text{dB/m}] \quad (2.10.13)$$

kde

$$k = s/(s+2w)$$

$$P = \frac{k}{\left(1 - \sqrt{1-k^2} \right) \cdot (1-k^2)^{\frac{3}{4}}} \quad 0 \leq k \leq 0,707$$

$$P = \frac{1}{(1-k)\sqrt{k}} \cdot \left(\frac{K'(k)}{K(k)} \right)^2 \quad 0,707 \leq k \leq 1$$

Konstanta útlumu β_d

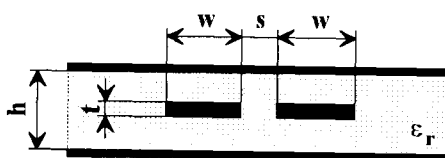
Útlum je podle [2], [4] určen stejným vztahem jako u mikropáskového vedení, (2.8.25), tj.:

$$\beta_d = 27,3 \cdot \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1} \cdot \frac{\varepsilon_{ef} - 1}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} \cdot \frac{tg\delta}{\lambda_0} \quad [\text{dB/m}] \quad (2.10.14)$$

Disperze

Disperzní efekty lze určit numerickými metodami. Některé napočítané závislosti lze nalézt v [27], resp. [2], viz též [28] a [29]. Závislosti jsou podobné jako u mikropáskového vedení. Vztahy použitelné v technické praxi zatím nejsou k dispozici.

2.11. Vázané symetrické páskové vedení (Coupled Sripelines Line)



Obr. 2.11.1. Vázané symetrické páskové vedení.

Dominantní vid TEM ve dvou konfiguracích.



Obr. 2.11.2. Sudý a lichý vid na vázaném vedení.

Z_{vo} , Z_{ve} jsou vlnové odpory vždy jednoho z dvojice pásků při daném rozložení pole. Platí: $Z_{ve} > Z_v > Z_{vo}$. Kde Z_v je vlnový odpor samostatného symetrického páskového vedení. Pro $s \rightarrow \infty$ bude $Z_{ve} \rightarrow Z_v$ a $Z_{vo} \rightarrow Z_v$.

Analýza pro $t = 0$

Pomocí konformního zobrazení a příslušných kapacit lze získat vztahy [4]:

$$\begin{aligned} Z_{ve} &= \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{K'(k_e)}{K(k_e)}, & k_e &= \tanh\left(\frac{\pi w}{2h}\right) \cdot \tanh\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{w+s}{h}\right) \\ Z_{vo} &= \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{K'(k_o)}{K(k_o)}, & k_o &= \tanh\left(\frac{\pi w}{2h}\right) \cdot \coth\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{w+s}{h}\right) \end{aligned} \quad (2.11.1)$$

Pomocí aproximace eliptických integrálů lze tyto přesné vztahy upravit podle [32] na:

$$\begin{aligned} Z_{ve} &= \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot \frac{15\pi^2}{\lg \left[2 \sqrt{\frac{\cosh(\pi u_2/h)}{\cosh(\pi u_1/h)}} \right]} & 0 \leq Z_{ve} \leq 30\pi \sqrt{\mu_r/\epsilon_r} \\ Z_{ve} &= 60 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot \lg \left[2 \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\cosh(\pi u_2/h)}{\cosh(\pi u_1/h)}} + 1}{\sqrt{\frac{\cosh(\pi u_2/h)}{\cosh(\pi u_1/h)}} - 1}} \right] & 30\pi \sqrt{\mu_r/\epsilon_r} \leq Z_{ve} \leq \infty \end{aligned}$$

$$Z_{vo} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot \frac{15\pi^2}{\lg \left[2 \sqrt{\frac{\sinh(\pi u_2/h)}{\sinh(\pi u_1/h)}} \right]} \quad 0 \leq Z_{vo} \leq 30\pi \sqrt{\mu_r/\epsilon_r}$$

$$Z_{vo} = 60 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot \lg \left[2 \frac{\sqrt{\frac{\sinh(\pi u_2/h)}{\sinh(\pi u_1/h)}} + 1}{\sqrt{\frac{\sinh(\pi u_2/h)}{\sinh(\pi u_1/h)}} - 1} \right] \quad 30\pi \sqrt{\mu_r/\epsilon_r} \leq Z_{vo} \leq \infty$$

(2.11.2)

kde $u_1 = s/2$, $u_2 = s/2 + w$. Chyba aproximace je menší než $3 \cdot 10^{-3}$.

Vzhledem k homogennímu dielektriku platí:

$$\epsilon_{ef} = \epsilon_r, \quad v_f = v_{fe} = v_{fo} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}, \quad \lambda_{ge} = \lambda_{go} = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.11.3)$$

Vliv konečné tloušťky $t \neq 0$

Gupta v [4] s odvoláním na Cohna [33] uvádí vztahy pro Z_{ve} a Z_{vo} platné pro $t/h < 0,1$ a $w/h \geq 0,35$:

$$Z_{ve} = \frac{30\pi(h-t)}{\sqrt{\epsilon_r} \left(w + \frac{hC_f}{2\pi} A_e \right)} \quad A_e = 1 + \frac{\ln(1 + \tanh \Theta)}{\ln 2}$$

$$Z_{vo} = \frac{30\pi(h-t)}{\sqrt{\epsilon_r} \left(w + \frac{hC_f}{2\pi} A_o \right)} \quad A_o = 1 + \frac{\ln(1 + \coth \Theta)}{\ln 2}$$

(2.11.4)

kde

$$\Theta = \frac{\pi s}{2h}, \quad C_f = 2 \ln \left(\frac{2h-t}{h-t} \right) - \frac{t}{h} \ln \left[\frac{t(2h-t)}{(h-t)^2} \right]$$

Konstanta útlumu β_{ce}, β_{co}

Na základě (2.5.24) odvodil Gupta v [4] následující vztahy:

$$\beta_{ce} = \frac{0,0231 \cdot R_s \sqrt{\epsilon_r}}{30\pi(h-t)} \left\{ 60\pi + Z_{ve} \cdot \sqrt{\epsilon_r} \left[1 - \frac{A_e}{\pi} \cdot \left(\ln \frac{2h-t}{h-t} + \frac{1}{2} \ln \frac{t(2h-t)}{(h-t)^2} \right) + \right. \right.$$

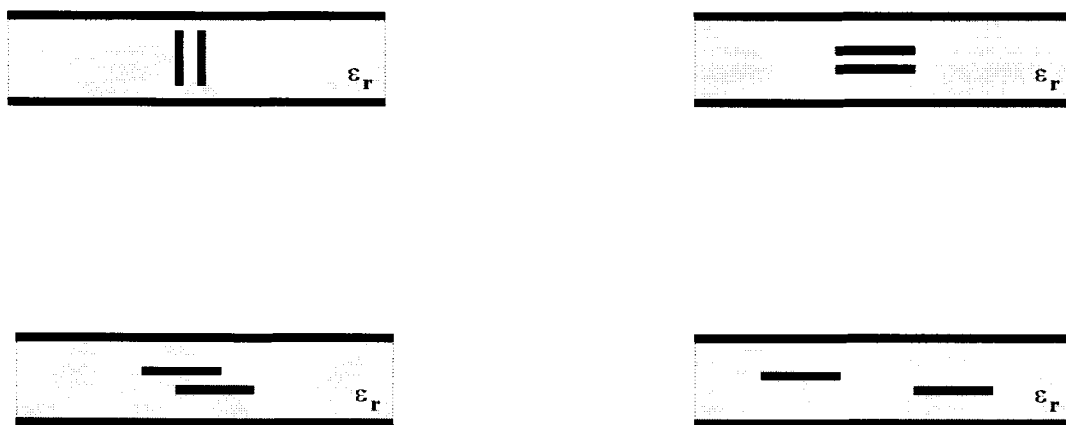
$$\left. + C_f \cdot \frac{(1+s/h)}{4 \ln 2} \cdot \frac{\frac{1}{\cosh^2 \Theta}}{1 + \tanh \Theta} \right] \right\} \quad [\text{dB/m}]$$

$$\beta_{co} = \frac{0,0231.R_s \sqrt{\epsilon_r}}{30\pi(h-t)} \cdot \left\{ 60\pi + Z_{vo} \sqrt{\epsilon_r} \left[1 - \frac{A_o}{\pi} \left(\ln \frac{2h-t}{h-t} + \frac{1}{2} \ln \frac{t(2h-t)}{(h-t)^2} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - C_f \cdot \frac{(1+s/h)}{4 \ln 2} \cdot \frac{\frac{1}{\sinh^2}}{1+\coth \Theta} \right] \right\} \quad [\text{dB/m}] \quad (2.11.5)$$

Konstanta útlumu β_{de} , β_{do}

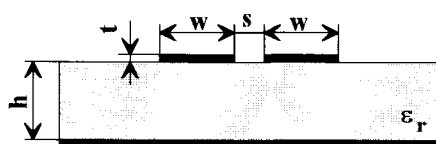
Ztráty v dielektriku popisuje Gupta v [4] podle (2.5.27):

$$\beta_{de} = \beta_{do} = 27,3 \sqrt{\epsilon_r} \cdot \frac{\text{tg} \delta}{\lambda_0} \quad [\text{dB/m}] \quad (2.11.6)$$



Obr. 2.11.3. Další konstrukční možnosti.

2.12. Mikropáskové vázané vedení (Microstrip Coupled Line)



Obr. 2.12.1. Vázané mikropáskové vedení.

Šíření sudého a lichého HEM vidu.

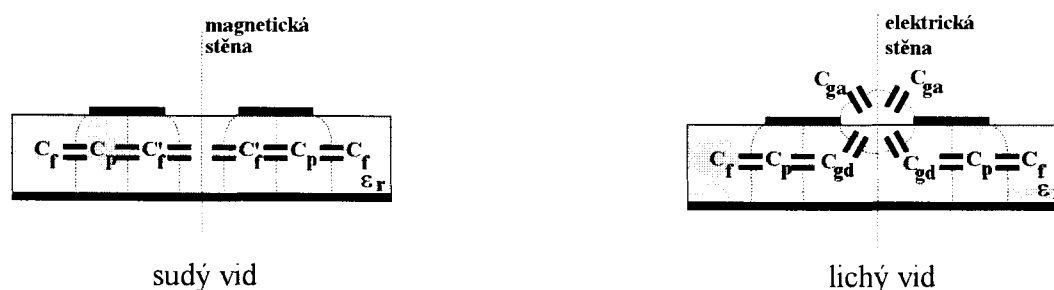
Na nižších kmitočtech aproximace sudým a lichým kvazi TEM videm.

Zjednodušená analýza pro $t = 0$

Konformní zobrazení neposkytuje řešení pro kapacity v uzavřeném tvaru, [35].

Řešení pomocí Greenovy funkce [36], [37] i variační metody [38], [39], [40] neposkytují návrhové vztahy použitelné v technické praxi.

Garg a Bahl uvádějí v [2] vztahy pro impedance a efektivní permitivitu sudého a lichého vidu na základě statických kapacit sudého a lichého vidu.



Obr. 2.12.2. Statické kapacity pro sudý a lichý vid.

Pro určení $Z_{v0,e}$ se hledá kapacita na jednotku délky každého z pásků při jednom a druhém rozložení pole.

sudý vid:

$$C_e = C_p + C_f + C'_f$$

lichý vid:

$$C_o = C_p + C_f + C_{gd} + C_{ga} \quad (2.12.1)$$

$$C_p = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{w}{h} \quad C_f = \frac{\sqrt{\epsilon_{ef}}}{2c \cdot Z_v} - \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{w}{h} \quad (2.12.2)$$

kde Z_v a ϵ_{ef} je odpovídá samostatnému mikropáskovému vedení s rozměry w . C_f je rozptylová kapacita na vnější hraně vázaného mikropásku, tj. 1/2 celkové rozptylové kapacity samostatného mikropásku. C'_f je rozptylová kapacita na hraně mikropásku ovlivněná přítomností druhého z dvojice vázaných pásků.

$$C'_f = \frac{C_f}{1 + A(h/s) \tanh(10s/h)} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\epsilon_{ef}}}, \quad (2.12.3)$$

kde $A = \exp[-0,1 \cdot \exp(2,33 - 2,53 \cdot w/h)]$. Kapacita C_{ga} odpovídá kapacitě mezi horním plochou pásku a svislou elektrickou stěnou ve vzduchu. Ta je pak určena pomocí kapacity štěrby dvou vodičového koplanárního vedení se vzduchovým dielektrikem. Tedy:

$$C_{ga} = \epsilon_0 \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \quad (2.12.4)$$

kde

$$k = \frac{s/h}{s/h + 2w/h} = \frac{s}{s + 2w}, \quad k' = \sqrt{1 - k^2}.$$

Aproximace eliptických integrálů podle (2.8.5) vztahy zjednoduší.

$$C_{ga} = \frac{\epsilon_0}{\pi} \cdot \ln \left(2 \cdot \frac{1 + \sqrt{k'}}{1 - \sqrt{k'}} \right) \quad 0 \leq k^2 \leq 0,5$$

$$C_{ga} = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln \left(2 \cdot \frac{1 + \sqrt{k}}{1 - \sqrt{k}} \right)} \quad 0,5 \leq k^2 \leq 1 \quad (2.12.5)$$

C_{gd} je kapacita mezi dolní plochou pásku a svislou elektrickou stěnou v dielektriku. Při využití vztahů pro vázané symetrické vedení byl odvozen aproximační vztah:

$$C_{gd} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \cdot \ln \left[\coth \left(\frac{\pi s}{4h} \right) \right] + 0,65 \cdot C_f \cdot \left[\frac{0,02}{s/h} \cdot \sqrt{\epsilon_r} + \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r^2} \right) \right] \quad (2.12.6)$$

Vzhledem k (2.5.2) a (2.5.3) pak:

$$Z_{ve} = \frac{1}{c \sqrt{C_e \cdot C_e(\epsilon_r = 1)}}, \quad \epsilon_{efe} = \frac{C_e}{C_e(\epsilon_r = 1)}$$

$$Z_{vo} = \frac{1}{c \cdot \sqrt{C_o \cdot C_o(\epsilon_r = 1)}}, \quad \epsilon_{efo} = \frac{C_o}{C_o(\epsilon_r = 1)} \quad (2.12.6)$$

kde $C_e(\epsilon_r = 1)$, $C_o(\epsilon_r = 1)$ jsou kapacity sudého a lichého vidu určené podle (2.12.1), ale pro vzduchové dielektrikum.

Kapacity C_e a C_o jsou určeny s chybou $< 3\%$ pro $\epsilon_r \geq 1$. Chyby Z_{ve} a Z_{vo} jsou menší než 3% pro $0,2 \leq w/h \leq 2$, $0,05 \leq s/h \leq 2$ a $\epsilon_r \geq 1$.

Většinou platí: $C_o > C_e$, $\epsilon_{efo} < \epsilon_{efe} \Rightarrow \lambda_{go} > \lambda_{ge}$, $v_{fo} > v_{fe}$

Vliv konečné tloušťky $t \neq 0$

Nenulová tloušťka t ovlivní velikost rozptylových kapacit na hranách pásků. Garg a Bahl v [2] modifikují (2.12.1) na:

$$C_{et} = C_p + C_{ft} + C'_{ft}$$

$$C_{ot} = C_p + C_{ft} + C_{ga} + C_{gd} + C_{gt} \quad (2.12.7)$$

kde C_{gt} je kapacita vnitřní boční stěny mikropásku vůči svislé elektrické stěně daná vztahem:

$$C_{gt} = \frac{2\varepsilon_0 \cdot t}{s} \quad (2.12.8)$$

C_{ft} je určena jako rozptylová kapacita na hraně samostatného mikropásku nenulové tloušťky t určená vztahem:

$$C_{ft} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\sqrt{\varepsilon_{ef}(t)}}{c \cdot Z_v(t)} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{w}{h} \right] \quad (2.12.9)$$

$Z_v(t)$ a $\varepsilon_{ef}(t)$ odpovídají mikropáskovému vedení nenulové tloušťky $t \neq 0$ určené vztahy (2.7.6), (2.7.4) a (2.5.5).

Rozptylová kapacita C'_{ft} na vnitřní hraně mikropásku přilehlé ke štěrbině je nenulovým t také ovlivněna. C'_{ft} určuje modifikovaný vztah (2.12.3):

$$C'_{ft} = \frac{C_{ft}}{1 + A(h/s) \tanh(10s/h)} \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{ef}}} \quad (2.12.10)$$

Vlnový odpor a efektivní permitivita je pro $t \neq 0$ určena modifikovanými vztahy (2.12.6).

$$\begin{aligned} Z_{ve} &= \frac{1}{c \sqrt{C_{et} \cdot C_{et}(\varepsilon_r=1)}} & \varepsilon_{efe} &= \frac{C_{et}}{C_{et}(\varepsilon_r=1)} \\ Z_{vo} &= \frac{1}{c \cdot \sqrt{C_{ot} \cdot C_{ot}(\varepsilon_r=1)}} & \varepsilon_{efo} &= \frac{C_{ot}}{C_{ot}(\varepsilon_r=1)} \end{aligned} \quad (2.12.11)$$

Disperze

Disperzní chování lze analyzovat různými numerickými metodami. Getsinger odvodil poloempirické vztahy vhodné pro technickou praxi, [42]. Vychází přitom ze vztahů odvozených pro disperzi samostatného mikropáskového vedení.

$$\varepsilon_{efe,o}(f) = \varepsilon_r - \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_{efe,o}}{1 + \left(\frac{f}{f_{pe,o}}\right)^2} G_{e,o}$$

kde

$$\begin{aligned} G_e &= 0,6 + 0,0045 \cdot Z_{ve} \\ G_o &= 0,6 + 0,018 \cdot Z_{vo} \end{aligned}$$

$$f_{pe} = \frac{Z_{ve}}{4\mu_0 h}$$

$$f_{po} = \frac{Z_{vo}}{\mu_0 h} \quad (2.12.12)$$

Pro vlnové odpory pak uvádí Gupta, [4]:

$$Z_{ve,o} = 2 \cdot Z_{ve,o}^s - \frac{2Z_{ve,o}^s - Z_{ve,o}(0)}{1 + G_{e,o} \cdot \left(\frac{f}{f_{pe,o}}\right)^{1,6}} \quad (2.12.13)$$

kde $Z_{ve,o}^S$ je vlnový odpor vázaných symetrických páskových vedení s rozměry $w, s, 2h, \epsilon_r$ a $Z_{ve,o}(0)$ je vlnový odpor sudého a lichého vidu při nízkých frekvencích.

Další popis disperzních vlivů umožňují rozsáhlé vztahy, které uvádějí Kirschning a Jansen v [43]. Jejich vztahy jsou platné pro $0,1 \leq w/h \leq 10$, $0,1 \leq s/h \leq 10$, $1 \leq \epsilon_r \leq 18$. Uváděná přesnost lepší než 1,5% platí pro $\epsilon_r \leq 12,9$ a $f \cdot h$ [GHz, mm] ≤ 15 .

Konstanta útlumu β_{ce}, β_{co}

Wheelerovu metodu z [34] použil Gupta, [4], pro odvození:

$$\beta_{ce,o} = \frac{8,686 \cdot R_s}{120\pi \cdot h \cdot Z_{ve,o}} \cdot \frac{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}{C_{e,o}^2(\epsilon_r=1)} \cdot \left[\left(1 + \frac{w}{h}\right) \cdot \frac{\partial C_{e,o}(\epsilon_r=1)}{\partial(w/h)} - \left(1 - \frac{s}{h}\right) \cdot \frac{\partial C_{e,o}(\epsilon_r=1)}{\partial(s/h)} + \left(1 + \frac{t}{h}\right) \cdot \frac{\partial C_{e,o}(\epsilon_r=1)}{\partial(t/h)} \right] \quad [\text{dB/m}] \quad (2.12.14)$$

Obdobný vztah používající derivace vlnového odporu lze nalézt v [2], resp. [44].

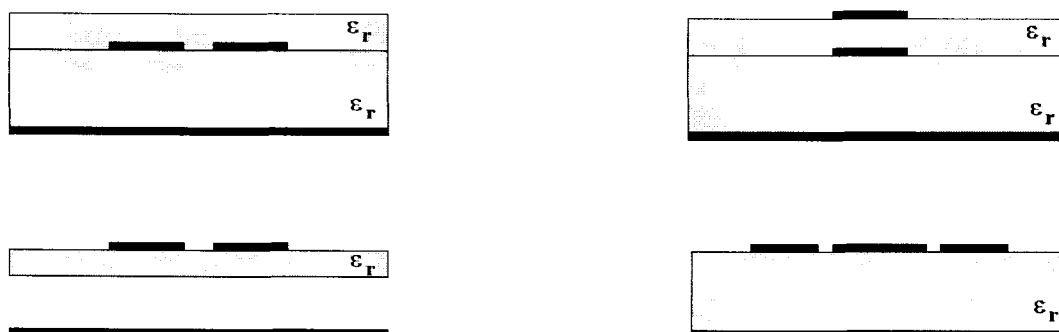
$$\beta_{ce,o} = \frac{8,686 \cdot R_s}{120\pi \cdot h \cdot Z_{ve,o}} \cdot \left[\left(1 - \frac{s}{2h}\right) \cdot \frac{\partial(\epsilon_{efe,o} \cdot Z_{ve,o})}{\partial(s/h)} - \left(1 - \frac{t}{2h}\right) \cdot \frac{\partial(\epsilon_{efe,o} \cdot Z_{ve,o})}{\partial(t/h)} - \left(1 - \frac{w}{2h}\right) \cdot \frac{\partial(\epsilon_{efe,o} \cdot Z_{ve,o})}{\partial(w/h)} \right] \quad [\text{dB/m}] \quad (2.12.15)$$

Konstanta útlumu β_{de}, β_{do}

Měrný útlum v důsledku ztrát v dielektiku uvádí Rama v [44]:

$$\beta_{de,o} = 27,3 \frac{\epsilon_r}{\sqrt{\epsilon_{efe,o}}} \cdot \frac{\epsilon_{efe,o} - 1}{\epsilon_r - 1} \cdot \frac{\text{tg} \delta}{\lambda_0} \quad [\text{dB/m}] \quad (2.12.16)$$

Další konstrukční možnosti



Obr. 2.1.13.