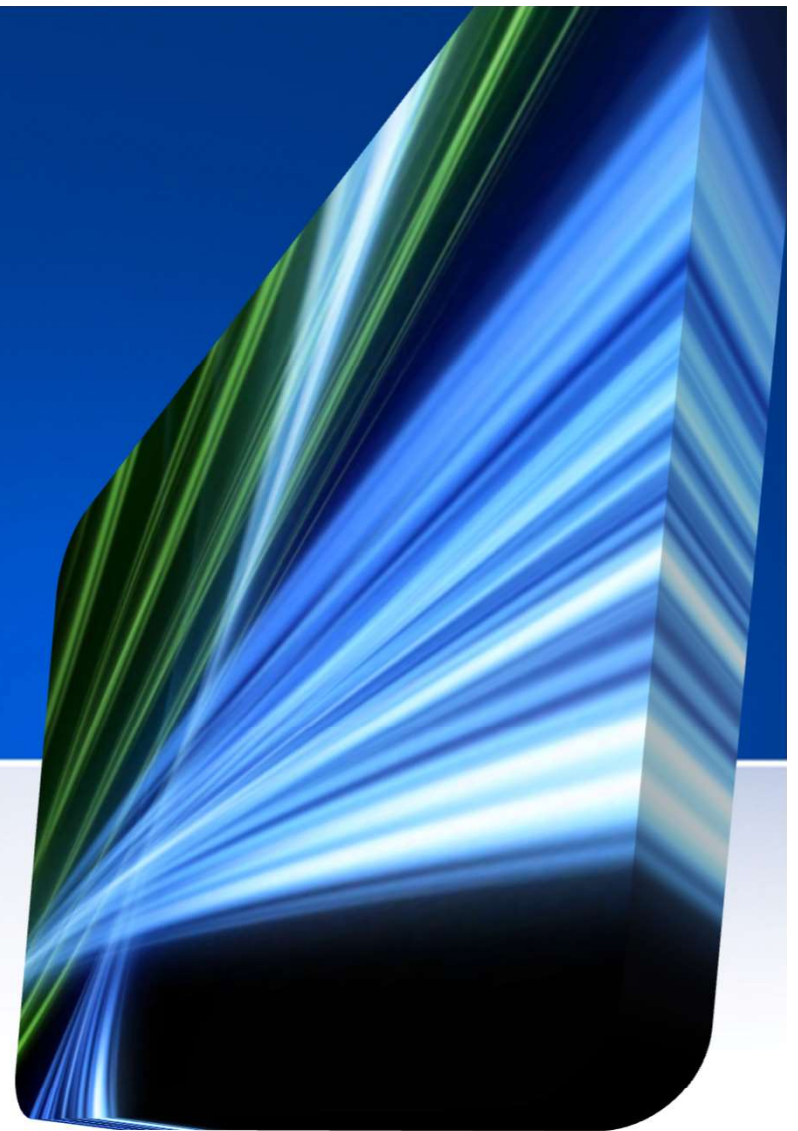


# Šíření signálu

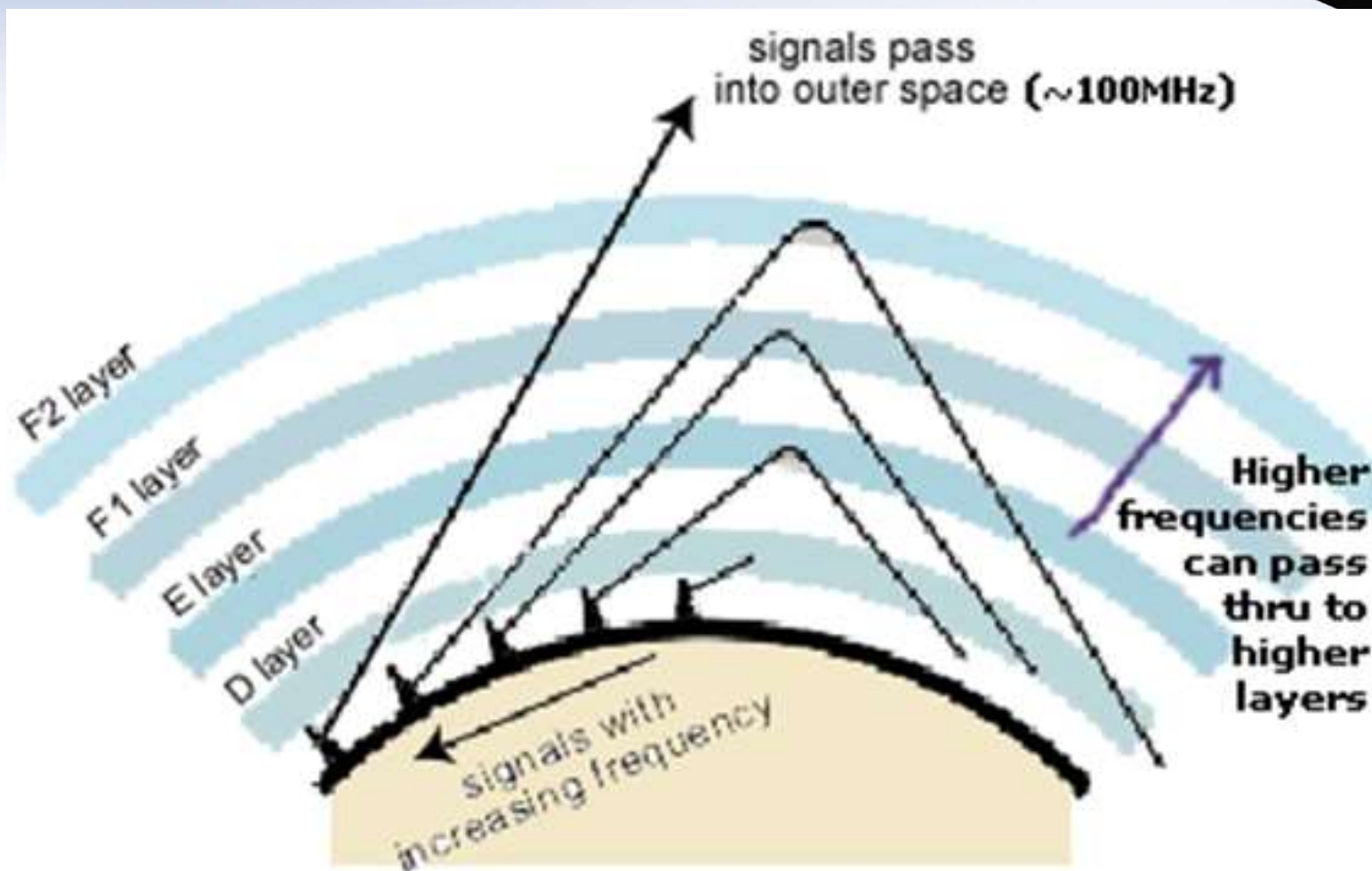
**Doc. Dr. Ing. Pavel Kovář**





- Ionosférická refrakce
- Troposférické zpoždění
- Mnohocestné šíření

# Ionosférická refrakce



# Ionosférická refrakce



## Disperze

- Rychlost šíření signálu v ionosféře není konstantní
- Způsobeno nehomogenitou ionosféry

## Index lomu

$$n = \frac{c}{v}$$

# Ionosférická refrakce



## Fermantův princip

Podle Snellova zákona dochází v ionosféře k zakřivení paprsku tak, aby jeho uražená časová dráha byla nejmenší možná

Zakřivení dráhy GNSS signálů je zanedbatelné

$$\tau = \frac{1}{c} \int_S^R n(l) dl$$

$l$	dráha
$R$	přijímač
$S$	vysílač

# Ionosférická refrakce



Nárůst zpoždění proti vakuu

$$\Delta\tau = \frac{1}{c} \int_S^R (n(l) - 1) dl$$

## Fázová rychlost

Monochromatická vlna

$$s(x, t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Fáze je konstantní pro  $\omega t = kx$

$$x = \frac{\omega}{k} t = v_p t$$

$v_p = \omega/k$  fázová rychlost

$$s(x, t) = s_0 \cos\left(\omega \left(t - \frac{x}{v_p}\right) + \varphi_0\right)$$

# Ionosférická refrakce



## Grupová rychlost

DSB SC modulovaný signál,  $\omega_m \ll \omega_c$

$$s(t) = \cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t)$$

$$s(t) = \frac{1}{2} (\cos((\omega_c + \omega_m)t) + \cos((\omega_c - \omega_m)t))$$

$$s(t, x) = \frac{1}{2} (\cos((\omega_c + \omega_m)t - (k + \Delta k)x) + \cos((\omega_c - \omega_m)t - (k - \Delta k)x))$$

$(k + \Delta k)$  vlnové číslo na kmitočtu  $(\omega_c + \omega_m)$  a  $(k - \Delta k)$  na  $(\omega_c - \omega_m)$

$$\begin{aligned} s(t, x) &= \cos(\omega_m t - \Delta k x) \cos(\omega_c t - k x) = \\ &= \cos \omega_m \left( t - \frac{\Delta k}{\omega_m} x \right) \cos \omega_c \left( t - \frac{k}{\omega_c} x \right) \end{aligned}$$



# Ionosférická refrakce



$$s(t, x) = \cos \omega_m \left( t - \frac{dk}{d\omega} x \right) \cos \omega_c \left( t - \frac{k}{\omega_c} x \right)$$

Grupová rychlost (rychlost šíření modulační obálky)

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Disperze prostředí  $v_g < v_\rho$

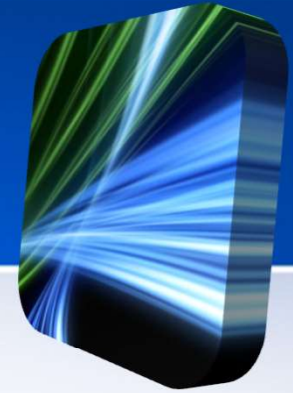
**Fázový a grupový index lomu**

$$n_\rho = \frac{c}{v_\rho}; \quad n_g = \frac{c}{v_g}$$

$$n_g = n_\rho + f \frac{dn_\rho}{df}$$



# Ionosférické zpoždění



Hustota elektronů  $n_e(l)$

$TEC$  (total electron content) jako počet volných elektronů v cestě připadající na 1 m<sup>2</sup>

$$TEC = \frac{1}{c} \int_S^R n_e(l) dl$$

Fázový index lomu

$$n_p \approx 1 - \frac{40,3 \cdot n_e}{f^2}$$

Typická hodnota pro 1,5 GHz  $n_p \approx 0,99998$

# Ionosférické zpoždění



## Fázové zpoždění

$$\Delta\tau_p = \int_S^R \frac{dl}{v_p} - \int_S^R \frac{dl}{c} = \frac{1}{c} \int_S^R (n_p(l) - 1) dl =$$
$$-\frac{1}{c} \int_S^R \frac{40,3 \cdot n_e(l)}{f^2} dl = -\frac{40,3 \cdot TEC}{cf^2}$$

## Fázové zpoždění přepočítané na vzdálenost

$$I_\emptyset = c\Delta\tau_p = -\frac{40,3 \cdot TEC}{f^2}$$

# Ionosférické zpoždění



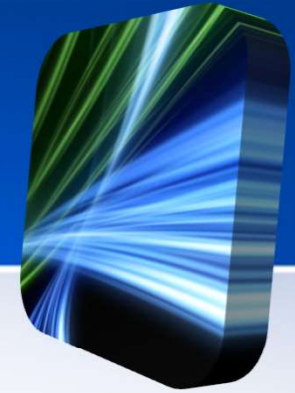
**Grupový index lomu**

$$n_g = 1 + \frac{40,3 \cdot n_e}{f^2}$$

**Zpoždění modulační obálky (grupové)**

$$I_\rho = -I_\phi = \frac{40,3 \cdot TEC}{f^2}$$

# Dvoufrekvenční měření



$$\rho = r + c \cdot \Delta\tau + I_\rho + T_\rho + \varepsilon_\rho$$

- $r$  skutečná vzdálenost
- $\Delta\tau$  chyba časové základny přijímače
- $I_\rho$  ionosférická chyba, závisí na kmitočtu
- $T_\rho$  troposférická chyba
- $\varepsilon_\rho$  nemodelované chyby a šum

# Dvoufrekvenční měření



$$\rho_q = \rho^* + I_{\rho,q} = \rho^* + \frac{A}{f_q^2}$$

$\rho^*$  zdánlivá vzdálenost nezatížená ionosférickou chybou

$$A = 40,3 \cdot TEC$$

$$\rho^* = r + c \cdot \Delta\tau + T_\rho$$

$$I_{L1} = \frac{A}{f_{L1}^2} = \frac{f_{L2}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} (\rho_{L2} - \rho_{L1})$$

**Dvoufrekvenční měření L1 L2**

$$\rho^* = \frac{f_{L1}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} \rho_{L1} - \frac{f_{L2}^2}{(f_{L1}^2 - f_{L2}^2)} \rho_{L2} = 2,546 \rho_{L1} - 1,546 \rho_{L2}$$

Zhoršení šumu měření pro L1 a L2 přibližně 3x

# Modelování ionosférického zpoždění



Klobucharův model

- Redukuje chybu přibližně na 1/2

Ionosférické zpoždění při kolmém dopadu 1÷3 m v noci a 5÷15 m ve dne

$$TECV = TEC(0)$$

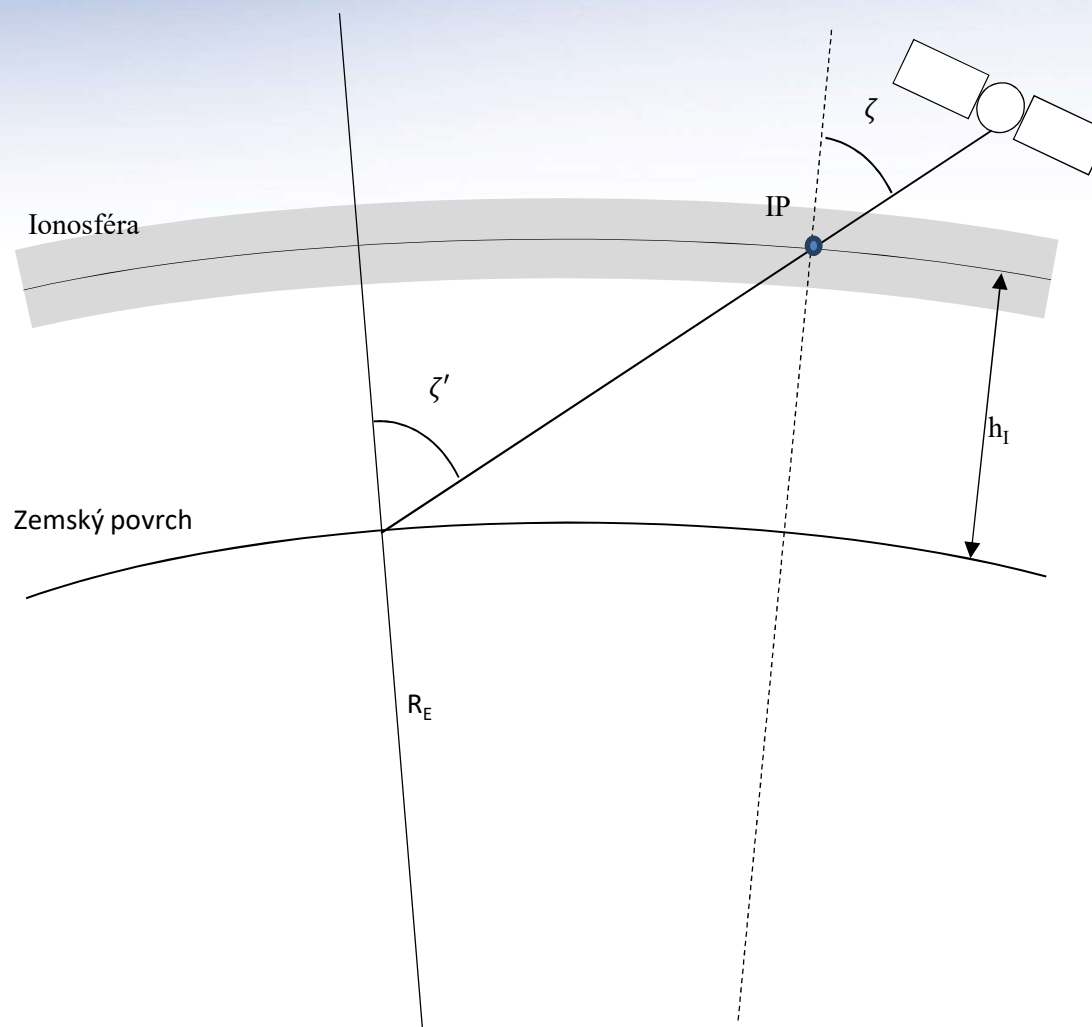
$$TEC(\zeta') = \frac{1}{\cos \zeta'} TECV.$$

$\zeta'$  úhel dopadu do ionosféry

$$\frac{\sin \zeta}{R_E + h_I} = \frac{\sin \zeta'}{R_E}$$

$\zeta$  zenitový úhel

# Modelování ionosférického zpoždění





# Modelování ionosférického zpoždění



$$TEC(\zeta) = \left( 1 - \left( \frac{R_E \sin \zeta}{R_E + h_I} \right)^2 \right)^{-1/2} TECV$$

**Ionosférické zpoždění**

$$I(\zeta) = \left( 1 - \left( \frac{R_E \sin \zeta}{R_E + h_I} \right)^2 \right)^{-1/2} I_z$$

Inklinační faktor  $\left( 1 - \left( \frac{R_E \sin \zeta}{R_E + h_I} \right)^2 \right)^{-1/2}$

# Klobucharův model



Modelování ionosférické chyby v zenitu

$$\frac{I_z}{c} = \begin{cases} A_1 + A_2 \cos\left(\frac{2\pi(t - A_3)}{A_4}\right) & \text{pro } |t - A_3| < A_4/4 \\ A_1 & \text{jinde} \end{cases}$$

$A_1$  noční hodnota zpoždění v zenitu  $5 \cdot 10^{-9} s$

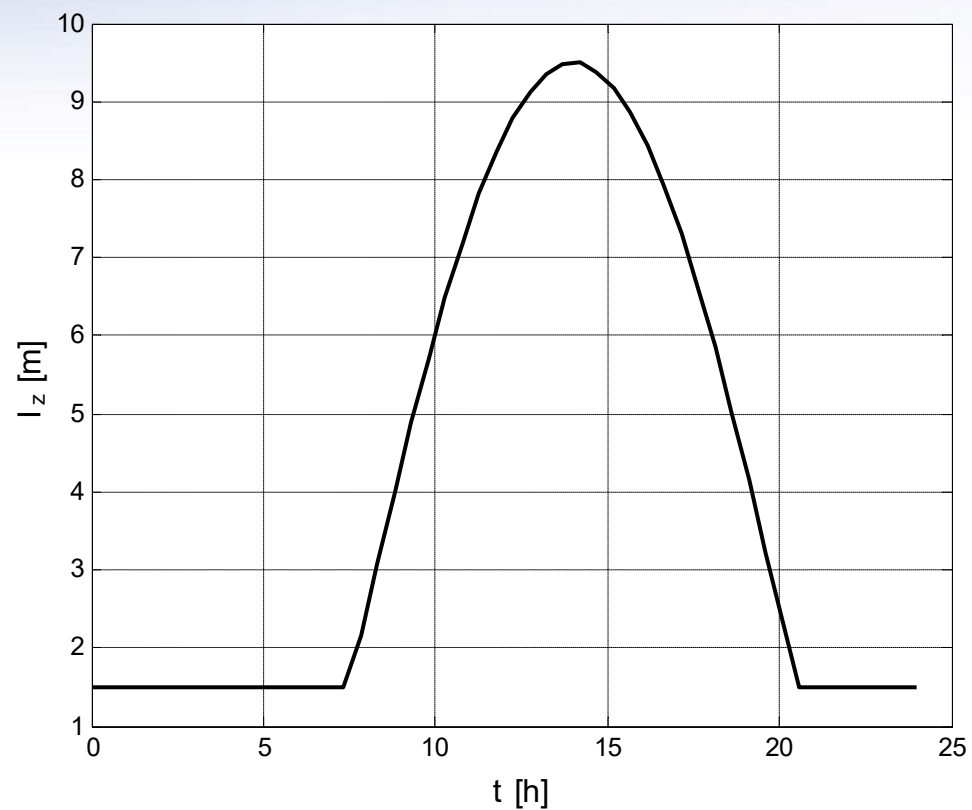
$A_2$  amplituda kosinové funkce ve dne

$A_3$  fáze odpovídající špičkové hodnotě cosinu ( $= 50400 s = 14 h$  místního času)

$A_4$  perioda funkce cosinus

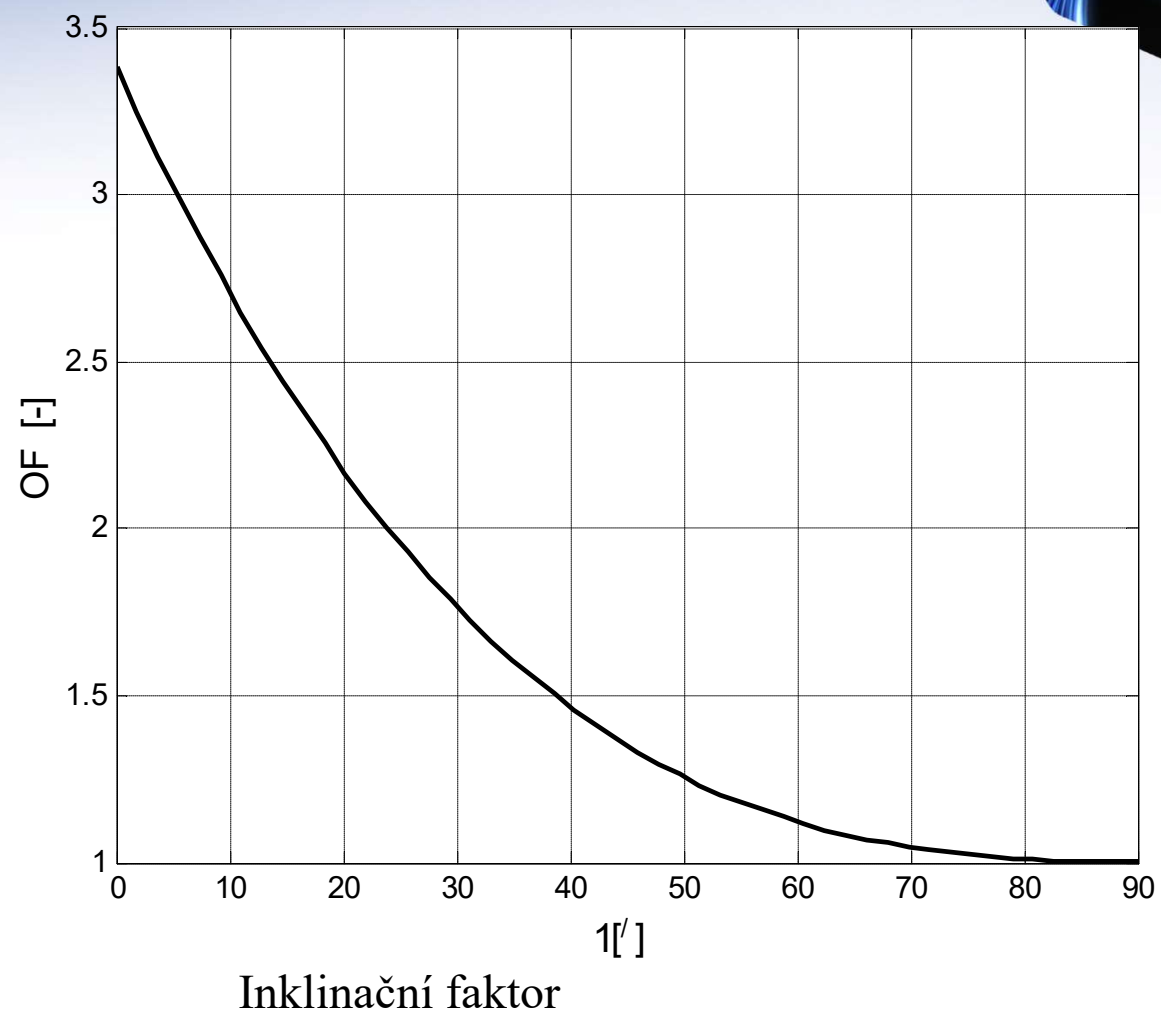
$t$  je místní čas v místě, kde paprsek protne ionosféru

# Klobucharův model



Klobucharův model ionosférického zpoždění v zenitu

# Klobucharův model



# Korekce ionosférického zpoždění systému Galileo



## NeQuick

- koriguje 70% ionosférické chyby

$$A_z = a_0 + a_1\mu + a_2\mu^2$$

$\mu$  modifikovaná zeměpisná délka bodu průchodu vlny ionosférou (MODIP)

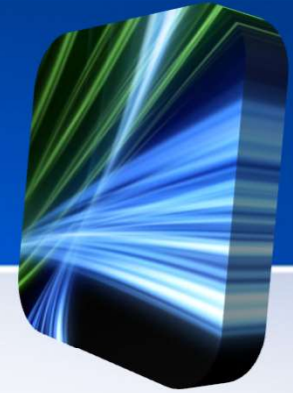
$a_0, a_1, a_2$  parametry modelu vysílané v navigační zprávě

$$\tan \mu = \frac{I}{\sqrt{\cos \emptyset}}$$

$I$  pravá magnetická inklinace v bodě MODIP

$\emptyset$  zeměpisná délka přijímače

# Troposférické zpoždění



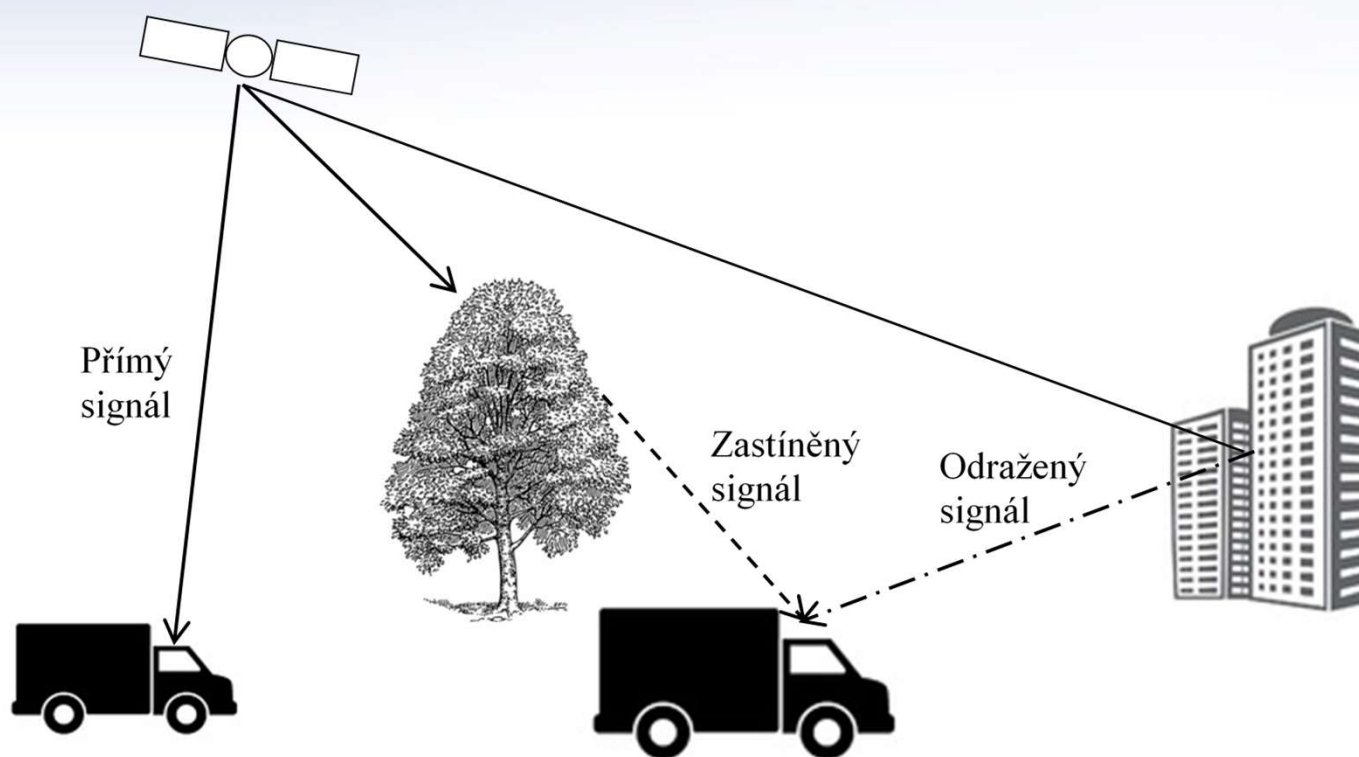
## Troposféra

- spodní část atmosféry, ve které se nacházejí suché plyny a vodní páry
- nedisperzní prostředí  $T_\emptyset = T_\rho$
- typická velikost chyby  $2 \div 25$  m

## Hopfieldův model

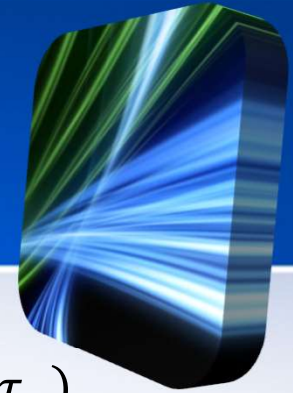
- zbytková chyba  $5 \div 10$  cm

# Mnohocestné šíření





# Mnohocestné šíření



$$\tilde{s}_r = a_0 e^{-j(\omega_c \tau_0 + \varphi_0)} \tilde{s}_t(t - \tau_0) + \sum_{n=1}^N a_n e^{-j(\omega_c \tau_n + \varphi_n)} x(t - \tau_n)$$

Index 0    přímý signál

1÷N    odražené a zastíněné signály

$a$     amplituda

$\varphi$     fáze

$\tau$     oba šíření

$\omega_c$     úhlový kmitočet nosné vlny