

7 Frekvenční násobiče

Základní princip násobení.

Vyšší harmonické vznikají deformací harmonického průběhu budicího signálu.

Možnosti realizace.

- diody: varistorové násobiče
varaktorové násobiče
- tranzistory: omezující zesilovače třídy A
zesilovače třídy B, C

Porovnání násobičů

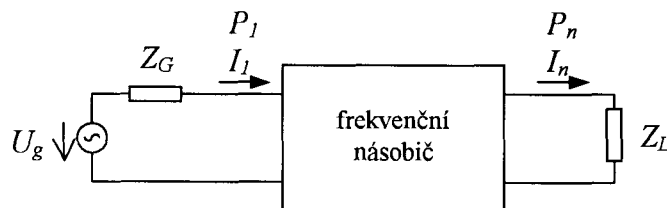
- varistorové násobiče
výhody: širokopásmovost
stabilita (není problém s parametrickými oscilacemi)
použití až nad 100 GHz
nevýhody: menší účinnost ($1/n^2$, spíše však 10 dB konverzních ztrát pro zdvojovač,) omezený výstupní výkon
- varaktorové násobiče
výhody: teoreticky až 100% účinnost (prakticky $1/n$)
vyšší výstupní výkon než u varistorových násobičů
malý fázový a amplitudový šum
možnost generace velmi vysokých násobků budicí frekvence (diody SRD)
nevýhody: v principu úzkopásmové
velmi citlivé na parametry obvodu - nutno experimentální dostavovat
- tranzistorové násobiče
výhody: vysoká účinnost - možnost konverzního zisku
širokopásmovost
nevýhody: vyšší šum než u varaktorových násobičů

Metody návrhu:

přibližné analytické - předpokládají dominující pouze jeden nelineární prvek

numerické (metoda harmonické rovnováhy) - umožňují postihnout více nelinearit

7.1 Základní pojmy



Obr. 7.1.1. K definici konverzních ztrát.

- konverzní ztráty

$$L_n[\text{dB}] = 10 \log \left(\frac{P_1}{P_n} \right) = 10 \cdot \log \left(\frac{|U_g|^2}{4 \operatorname{Re}\{Z_G\} |I_n|^2 \operatorname{Re}\{Z_L\}} \right) \quad (7.1.1)$$

kde P_1 je vstupní výkon na kmitočtu f_1 a P_n je výstupní výkon na kmitočtu $n \cdot f_1$

- konverzní účinnost

$$\eta[\%] = \frac{P_n}{P_1} \cdot 100\% \quad (7.1.2)$$

- impedanční přizpůsobení
- šířka pásma
- šumová konverze

V ideálním případě je nárůst fázového šumu ΔCNR (Carrier to Noise Ratio), [A.4]

$$\Delta\text{CNR} = 20 \log_{10}(n) \quad (7.1.3)$$

Tedy např. pro $n = 2$ je $\Delta\text{CNR} = 6 \text{ dB}$.

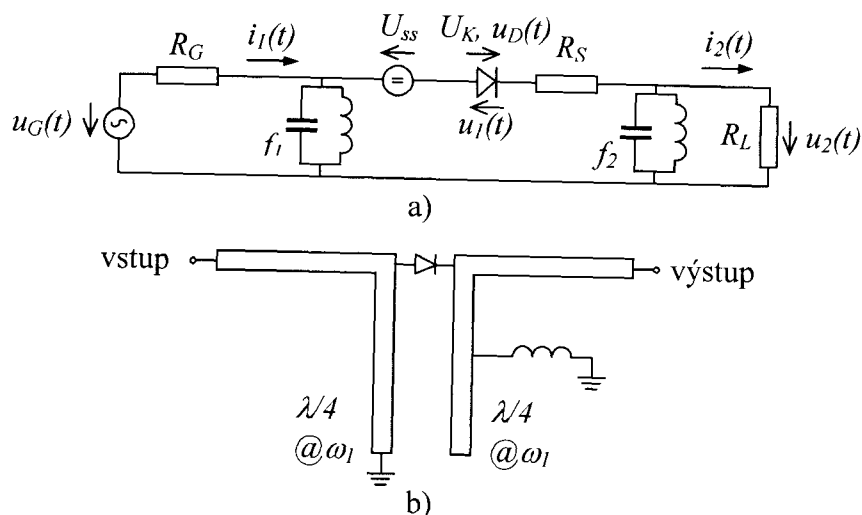
7.2 Varistorové násobiče

Využívají nelineární odpor diody provozované v závěrném i propustném směru. Princip vzniku vyšších harmonických je stejný jako u směšovací diody buzené pouze napětím oscilátoru.

Přibližnou metodu analýzy umožňující i návrh varistorového zdvojovače násobiče uvádí Maas v [A.4]. Jedná se v podstatě o jednoduchý usměrňovač. Uvažují se pouze proudy 1. a 2. harmonické. Je zanedbán vliv nelineární kapacity. Náhradní obvod jednodiodového násobiče a idea mikropáskové realizace je uvedena na obr. 7.2.1, kde

- R_G je odpor generátoru na kmitočtu f_1 ,
- R_s je parazitní lineární odpor diody,
- R_L je odpor zátěže na kmitočtu f_2 .
- $I_1(t)$ a $I_2(t)$ jsou proudové složky proudu diody $I_D(t)$ na 1. a 2. harmonické
- $u_G(t)$ je sinusové napětí generátoru na kmitočtu f_1 , (v maximálních hodnotách)
- $u_2(t)$ je sinusové napětí na zátěži na kmitočtu f_2 , (v maximálních hodnotách)
- U_{ss} je stejnosměrné předpětí diody

Paralelní rezonanční obvody na kmitočtech f_1 a f_2 zajišťují, že na seriovém spojení diody a odporu R_s se vyskytují pouze napěťové složky na 1. a 2. harmonické. Ostatní jsou zkratovány.



Obr. 7.2.1. Jednodiodový zdvojovač, a) náhradní obvod, b) mikropásková realizace.

Při dostatečném vybuzení prochází diodou v důsledku usměrňování proudové pulsy $I_D(t)$ s amplitudou I_{\max} . Předpokládejme, že $I_D(t)$ má charakter usměrňené pulsusovky. Fourierův rozvoj má složky i_1 a i_2 , pro jejichž amplitudy platí, [A.4]:

$$I_1 = 0,5 I_{\max} \quad (7.2.1)$$

$$I_2 = \frac{2}{3\pi} I_{\max} \quad (7.2.2)$$

a stejnosměrnou složku

$$I_{SS} = \frac{1}{\pi} I_{\max} \quad (7.2.3)$$

Amplituda 1. harmonické napětí na diodě $u_D(t)$ je určena:

$$U_{1D} = 0,5(U_G + U_K) \approx 0,5 U_G, \quad (7.2.4)$$

kde U_K je kontaktní potenciál přechodu diody.

Impedance diody na 1. harmonické je :

$$R_D = \frac{U_{1D}}{I_1} = \frac{U_G}{I_{\max}} \quad (7.2.5)$$

Vstupní impedance zdvojovače na f_1 potom je:

$$R_{vst} = R_D + R_S. \quad (7.2.6)$$

Potřebný budicí výkon zdvojovače je určen součtem reálného výkonu na přechodu a výkonu na R_S na všech harmonických minus výstupní výkon. Pokud je $R_S \ll R_D$, vstupní výkon na f_1 dominuje, tj.

$$P_{vst} \approx \frac{1}{2} U_{1D} I_1 + \frac{1}{2} I_1^2 R_S = \frac{1}{8} I_{\max}^2 (R_D + R_S) \quad (7.2.7)$$

Určeme dále poměry na výstupu. V okamžiku maximálního proudu diodou I_{\max} je na diodě celkové napětí:

$$U_D = U_K \quad (7.2.8)$$

Toto napětí se musí rovnat součtu ostatních napětí ve výstupní smyčce, viz orientace napětí na obr. 7.2.1, tj.

$$U_K = U_{1D} - U_2 + U_{SS} - I_{\max} R_S \quad (7.2.9)$$

Tedy:

$$U_2 = U_{1D} - I_{\max} R_S + U_{SS} - U_K \quad (7.2.10)$$

V reálném zdvojovači je stejnosměrné předpětí U_{SS} přibližně rovno U_K . Proto:

$$U_2 = U_{1D} - I_{\max} R_S \quad (7.2.11)$$

Vzhledem k (7.2.1) a (7.2.5) pak

$$U_2 = 0,5 \cdot I_{\max} (R_D - 2R_S). \quad (7.2.12)$$

Tato hodnota je vzhledem k výsledkům přesnější metody harmonické balance příliš velká. Je to důsledek předpokladu, že diodou prochází proud v podobě usměrněné pulsusovky. Ve skutečnosti bude proud více pravoúhlý. I vzhledem k experimentálním výsledkům proto doporučuje Maas v [A.4] odhadnout U_2 jako 3 krát menší, než udává (7.2.12), tj.

$$U_2 \approx 0,167 \cdot I_{\max} (R_D - 2R_S). \quad (7.2.13)$$

Zatěžovací impedance Z_L je pak dána za použití (7.2.2) vztahem:

$$Z_L = R_L = \frac{U_2}{I_2} = 0,833 \cdot (R_D - 2R_S) \quad (7.2.14)$$

Výstupní výkon na kmitočtu f_2 je potom určen:

$$P_{\text{výst}} = P_2 = \frac{1}{2} \cdot I_2^2 R_L = 0,0167 \cdot I_{\max}^2 (R_D - 2R_S) \quad (7.2.15)$$

Konverzní účinnost zdvojovače dle (7.1.2) je tedy:

$$\eta = \frac{P_L}{P_{\text{vst}}} = \frac{0,0167 \cdot I_{\max}^2 (R_D - 2R_S)}{0,125 \cdot I_{\max}^2 (R_D + R_S)} = 0,133 \frac{(R_D - 2R_S)}{(R_D + R_S)} \quad (7.2.16)$$

a konverzní ztráty vzhledem k (7.1.2)

$$L_2 = 10 \log \left(\frac{1}{0,133} \cdot \frac{R_D + R_S}{R_D - 2R_S} \right) [\text{dB}]. \quad (7.2.17)$$

I při $R_S = 0$ je to minimálně 8,8 dB. Přesnější metoda harmonické balance uvažující i nelineární kapacitu dává výsledek jen o 1 dB lepší!

Příklad návrhu varistorového zdvojovače kmitočtu 20 GHz - 40 GHz, [A.4]

Pro zdvojovač se použije dioda Schottky. (Může to být i směšovací dioda Schottky.) Typické parametry 4 mikronové diody jsou $R_S = 6\Omega$, $C_j(0) = 0,05$ pF.

- 1) Vliv kapacity se nejprve zanedbá.
- 2) Vstupní výkon je omezen teplotním odporem cca $2000\text{ }^{\circ}\text{C/W}$. Pro nárůst teploty přechodu o cca 50°C může být $P_{\text{vst}} = 0,025\text{ W}$ tedy cca 14 dBm. Zvolme $P_{\text{vst}} = 10\text{ dBm}$.
- 3) I_{max} by bylo třeba co největší. Je však svázáno se stejnosměrným proudem diody vztahem (7.2.3) a stejnosměrný proud I_{SS} přechodem diody je limitován na cca 10 mA. Nutno tedy volit $I_{\text{max}} = 30\text{ mA}$.
- 4) Vstupní odpor diody R_{vst} je pak určen při známém P_{vst} a I_{max} podle (7.2.7), tj. $R_{\text{vst}} = R_D + R_S = 89\Omega$. Při $R_S = 6\Omega$ je $R_D = 83\Omega$.
- 5) Konverzní ztráty jsou určené (7.2.17), tj. $L_2 = 9,7\text{ dB}$. Při $P_{\text{vst}} = 10\text{ dBm}$ lze tedy očekávat $P_{\text{výst}} = 0,3\text{ dBm}$.
- 6) Zatěžovací impedance na $2f_i$ je dána (7.2.14), tj. $R_L = 59\Omega$.
- 7) Při návrhu vstupního a výstupního přizpůsobovacího obvodu nutno uvažovat paralelní spojení $C_j(0) = 0,05\text{ pF}$ s odpory R_{vst} resp. R_L .

Použitá metoda je přibližná. V tab. 7.2.1 je uvedeno porovnání s přesnější metodou harmonické balance při zanedbání i zahrnutí vlivu kapacity $C_j(0)$, [A.4].

Tab. 7.2.1.

	Přibližná metoda	Harmonická balance (pouze odporová dioda)	Harmonická balance uvažována kapacita $C_j(0)$
Konverzní ztráty [dB]	-9,7	-8,5	-8,5
R_D [Ω]	89	82	84
R_L [Ω]	59	59	50
I_{max} [mA]	30	28	28
I_2 [mA]	6	6,9	9,1
I_{SS} [mA]	9,5	9,7	8,7

Nevýhodou jednodiodových varistorových zdvojovačů je nutnost vstupního a výstupního rezonančního obvodu. Směrem k vyšším kmitočtům jejich vlastnosti zhoršuje kapacita $C_j(0)$. Řešením jsou balanční zdvojovače obdobně konstrukčně řešené jako balanční směšovače. Balanční zdvojovače díky své obvodové struktuře i bez rezonančních obvodů potlačují pronikání 2. harmonické do vstupu a 1. harmonické do výstupu zdvojovače. S rostoucím počtem diod lze také zdvojovač budít větším výkonem a tím získat i větší výkon na 2. harmonické.

7.3 Varaktorové násobiče na bariérové kapacitě

Harmonický průběh lze také deformovat na nelineární reaktanci. Nejdostupnější je bariérová kapacita Schottky přechodu nebo přechodu PN. Nelinearita je poměrně slabá. Přímou lze násobit pouze na 2. harmonickou. Pro vyšší činitel násobení nutno použít trik s doplňkovými proudy. Závislost kapacity přechodu je dána vztahem (3.8.2), tj.

$$C_j(u) = \frac{dq}{du} = \frac{C_j(0)}{\left(1 - \frac{u}{U_K}\right)^n} \quad (7.3.1)$$

Pro strmé přechody je $n=1/2$, pro lineární přechody pak $n=1/3$.

Odvození vlastností varaktorových násobičů pro obecné n je uvedeno v [A.27], základ teorie je uveden v [A.28]. Věnujme se jednoduššímu odvození pro $n=1/2$, viz též [A.9]. Tedy:

$$C_j(u) = \frac{dq}{du} = \frac{C_j(0)}{\sqrt{1 - \frac{u}{U_K}}} \quad (7.3.2)$$

Odvození harmonických napětí na varaktoru při nábojovém buzení

Předpokládejme nábojové buzení ve tvaru:

$$q = Q_0 + Q_1 \sin \omega t + Q_n \sin(n\omega t + \varphi) \quad (7.3.3)$$

To znamená, že obvod připojený na varaktor musí pomocí vhodných filtrů zajistit průchod pouze proudových složek ve tvaru:

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega Q_1 \cos \omega t + n\omega Q_n \cos(n\omega t + \varphi) = i_1(t) + i_n(t), \quad (7.3.4)$$

$$\text{kde } i_1(t) = \omega Q_1 \cos \omega t = I_1 \cos \omega t, \quad i_n(t) = n\omega Q_n \cos(n\omega t + \varphi) = I_n \cos(n\omega t + \varphi). \quad (7.3.4a)$$

Okamžitá hodnota napětí na varaktoru je dána vztahem:

$$u = \int du = \int \frac{1}{C_j(q)} dq + \text{konst} = \int \frac{1}{C_j(q(t))} i(t) dt + \text{konst}. \quad (7.3.5)$$

Pomocné odvození

Pro výpočet tohoto integrálu je výhodné zavést tzv. elastanci s danou vztahem.

$$s = \frac{1}{C_j} = \frac{du}{dq} \quad (7.3.6)$$

Určeme s jako funkci okamžitého náboje. Vzhledem k (7.3.2) platí:

$$s = \frac{1}{C_j} = \frac{1}{C_j(0)} \left(1 - \frac{u}{U_K}\right)^{1/2} \quad (7.3.7)$$

Vyjádříme $\left(1 - \frac{u}{U_K}\right)^{1/2}$ jako funkci okamžitého náboje q . Platí $dq = C_j \cdot du$. Potom:

$$q = \int_0^u C_j(u) du = \int_0^u C_j(0) \left(1 - \frac{u}{U_K}\right)^{-1/2} du = 2U_K C_{j0} \left[1 - \left(1 - \frac{u}{U_K}\right)^{+1/2}\right] \quad (7.3.8)$$

Odtud tedy
$$\left(1 - \frac{u}{U_K}\right)^{1/2} = 1 - \frac{q}{2C_j(0)U_K} \quad (7.3.9)$$

Po dosazení do (7.3.7) dostaneme vyjádření pro s jako funkci okamžitého náboje.

$$s = \frac{1}{C_j(0)} \left(1 - \frac{q}{2C_j(0)U_K}\right) \quad (7.3.10)$$

Pro zjednodušení dalšího odvození vyjádříme $C_j(0)$ pomocí minimální kapacity varaktoru C_{\min} při průrazném napětí U_{PR} . Platí

$$C_{\min} = \frac{C_j(0)}{\left(1 - \frac{U_{PR}}{U_K}\right)^{1/2}} \quad (7.3.11)$$

Tedy

$$C_j(0) = C_{\min} \sqrt{\frac{U_K - U_{PR}}{U_K}} \quad (7.3.12)$$

Po dosazení do (7.3.10) dostaneme.

$$s = \frac{1}{C_{\min}} \sqrt{\frac{U_K}{U_K - U_{PR}}} - \frac{q}{2C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} \quad (7.3.13)$$

Označme.

$$s(0) = \frac{1}{C_j(0)} = \frac{1}{C_{\min}} \sqrt{\frac{U_K}{U_K - U_{PR}}} \quad (7.3.14)$$

Potom.

$$s(q) = s(0) - \frac{q}{2C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} \quad (7.3.15)$$

Pro nábojové buzení varaktoru po dosazení za q podle (7.3.3) je tedy okamžitá hodnota elastance dána:

$$s(t) = S_0 - S_1 \sin \omega t - S_n \sin(n\omega t + \varphi) \quad (7.3.16)$$

kde
$$S_0 = s(0) - \frac{Q_0}{2C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} = \frac{1}{C_{\min}} \sqrt{\frac{U_K}{U_K - U_{PR}}} - \frac{Q_0}{2C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} \quad (7.3.17)$$

$$S_1 = \frac{Q_1}{2C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} \quad (7.3.18)$$

$$S_n = \frac{Q_n}{2C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} \quad (7.3.19)$$

Vraťme se nyní k vyjádření okamžité hodnoty napětí na varaktoru dané vztahem (7.3.5). Podle (7.3.5) ho lze vyjádřit jako:

$$u(t) = \int s(t)i(t)dt + U_0 \quad (7.3.20)$$

kde U_0 je konstanta.

Po dosazení z (7.3.4) a (7.3.16) lze získat:

$$u(t) = U_0 + \int [S_0 - S_1 \sin \omega t - S_n \sin(n\omega t + \varphi)] [\omega Q_1 \cos \omega t + n\omega Q_n \cos(n\omega t + \varphi)] dt \quad (7.3.21)$$

Po výpočtu integrálu dostaneme:

$$\begin{aligned} u(t) = & U_0 + Q_1 S_0 \sin \omega t + Q_n S_0 \sin(n\omega t + \varphi) + \frac{Q_1 S_1}{4} \cos 2\omega t + \\ & + \frac{1}{2(n-1)} (Q_1 S_n - n Q_n S_1) \cos[(n-1)\omega t + \varphi] + \\ & + \frac{1}{2(n+1)} (Q_1 S_n + n Q_n S_1) \cos[(n+1)\omega t + \varphi] + \\ & + \frac{Q_n S_n}{4} \cos(2n\omega t + 2\varphi) \end{aligned} \quad (7.3.22)$$

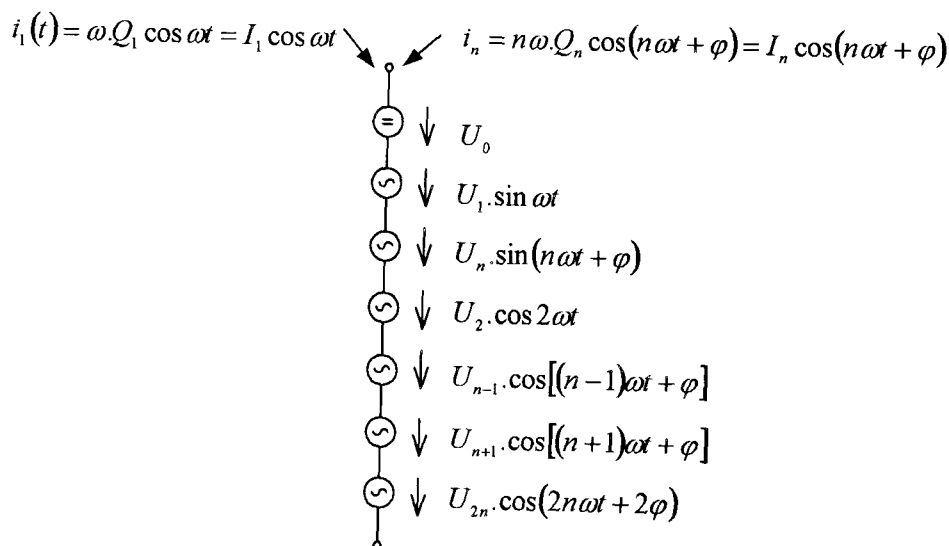
Pro zjednodušení zavedme:

$$\begin{aligned} U_1 &= Q_1 S_0; \quad U_2 = \frac{Q_1 S_1}{4} \\ U_{n-1} &= \frac{1}{2(n-1)} (Q_1 S_n - n Q_n S_1) \\ U_n &= Q_n S_0 \\ U_{n+1} &= \frac{1}{2(n+1)} (Q_1 S_n + n Q_n S_1) \\ U_{2n} &= \frac{Q_n S_n}{4} \end{aligned} \quad (7.3.23)$$

Po dosazení do (7.3.22) se tak získá vztah pro okamžitou hodnotu napětí $u(t)$:

$$\begin{aligned} u(t) = & U_0 + U_1 \sin \omega t + U_n \sin(n\omega t + \varphi) + U_2 \cos 2\omega t + \\ & + U_{n-1} \cos[(n-1)\omega t + \varphi] + U_{n+1} \cos[(n+1)\omega t + \varphi] + \\ & + U_{2n} \cos(2n\omega t + 2\varphi) \end{aligned} \quad (7.3.24)$$

Náhradní obvod varaktorového násobiče buzeného dvěma proudy $i_1(t)$ a $i_2(t)$ podle (7.3.4a) je tedy následující.



Obr. 7.3.1. Napěťové složky na varaktoru při buzení dvěma proudy.

Závěr:

Napětí n -té harmonické $u_n = U_n \cdot \sin(n\omega t + \varphi)$ a její proud $i_n = I_n \cdot \cos(n\omega t + \varphi)$ jsou vzájemně fázově posunuty o 90° . Na n -té harmonické tedy vzniká pouze jalový výkon a žádný činný výkon. Tento způsob proto nelze použít k přímému násobení na n -tou harmonickou. Výjimku tvoří pouze případ $n=2$, kde složka napětí $u_2 = U_2 \cos 2\omega t$ je ve fázi s budicím proudem $i_2(t) = 2\omega Q_2 \cos(2\omega t + \varphi)$ a činný výkon proto vzniká.

Varaktorový zdvojovač

Pro $n=2$ podle (7.3.24) platí:

$$\begin{aligned} U_{n-1} \cdot \cos[(n-1)\omega t + \varphi] &= U_1 \cos(\omega t + \varphi) \\ U_{n+1} \cos[(n+1)\omega t + \varphi] &= U_3 \cos(3\omega t + 2\varphi) \\ U_{2n} \cos(2n\omega t + 2\varphi) &= U_4 \cos(4\omega t + 2\varphi) \end{aligned} \quad (7.3.25)$$

Určeme vstupní činný výkon na kmitočtu ω . Je dán součinem kosinusových složek napětí a proudu 1. harmonické. Tj. vzhledem k (7.3.23) a (7.3.4a):

$$P_1 = \frac{1}{2} U_1 I_1 \cos \varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (Q_1 S_2 - 2Q_2 S_1) \omega Q_1 \cos \varphi \quad (7.3.26)$$

Po dosazení za S_1 a S_2 dle (7.3.18) a (7.3.19) lze získat pro vstupní činný výkon:

$$P_1 = -\frac{\omega Q_1^2 Q_2}{8C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} \cdot \cos \varphi \quad (7.3.27)$$

Obdobně určíme výstupní činný výkon na kmitočtu 2ω .

$$P_2 = \frac{1}{2} U_2 I_2 \cos \varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_1 S_1}{4} \cdot 2\omega Q_2 \cos \varphi$$

Po dosazení za S_1 z (7.3.18) pak

$$P_2 = \frac{\omega Q_1^2 Q_2}{8C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} \cdot \cos \varphi \quad (7.3.28)$$

Optimalizace násobiče

1) nafázování proudu $i_1(t)$ a $i_2(t)$

Vstupní výkon musí být $P_1 > 0$ a výstupní výkon $P_2 < 0$, pokud se má z varaktoru odebírat výkon na 2. harmonické 2ω . Tedy $\pi/2 < \varphi < 3\pi/2$.

Optimální hodnota je

$$\varphi = \pi \quad (7.3.29)$$

2) buzení

Teoretická účinnost

$$\eta = \frac{|P_2|}{|P_1|} = 1, \text{ tedy } 100\% \quad (7.3.30)$$

Skutečnou účinnost omezuje především ztrátový seriový odpor varaktoru R_s . Skutečný výstupní výkon P_2' je zmenšen o ztrátový výkon na odporu R_s , potřebný skutečný vstupní budicí výkon P_1' je nutno oproti bezeztrátovému varaktoru zvýšit. Tedy:

$$P_1' = |P_1| + \frac{1}{2} R_s I_1^2, \quad P_2' = |P_2| - \frac{1}{2} R_s I_2^2 \quad (7.3.31)$$

Označme $P = |P_1| = |P_2|$. Potom pro skutečnou účinnost lze psát.

$$\eta = \frac{P_2'}{P_1'} = 1 - \frac{R_s (I_1^2 + I_2^2)}{2P + R_s I_1^2} \quad (7.3.32)$$

V tomto vztahu vystupují zatím neznámé hodnoty I_1 , I_2 a P . Je známo, že účinnost násobení roste s rozkmitem vstupního napětí, [A.26].

Určeme tedy maximální účinnost při maximálním přípustném buzení varaktoru a dejme ji do souvislosti s běžnými technickými parametry varaktoru.

Pro další analytické odvozování je nutno vztah (7.3.32) zjednodušit. Ve shodě s [A.9] učiníme pesimistický odhad účinnosti zanedbáním členu $R_s I_1^2$ ve jmenovateli. Potom:

$$\eta = 1 - \frac{R_s (I_1^2 + I_2^2)}{2P} \quad (7.3.33)$$

Tj. po dosazení za P , I_1 a I_2 z (7.3.27) a (7.3.4a) při platnosti (7.3.29).

$$\eta = 1 - 4\omega R_s C_{\min}^2 (U_K - U_{PR}) \frac{Q_1^2 + 4Q_2^2}{Q_1^2 Q_2} \quad (7.3.34)$$

Výraz má maximální hodnotu pro:

$$Q_2 = \frac{1}{2} Q_1 \quad (7.3.35)$$

Potom

$$\eta_{\max} = 1 - 16 \frac{\omega R_s}{Q_1} C_{\min}^2 (U_K - U_{PR}) \quad (7.3.36)$$

Plné vybudění varaktoru (full drive) odpovídá rozkmitu budicího napětí od průrazného napětí U_{PR} , při kterém je na varaktoru

$$C_j = C_{\min}, \quad S_{\max} = I/C_{\min} \quad \text{a} \quad q = Q_{\min} < 0, \quad (7.3.37)$$

po napětí U_K (někdy se volí jen $u = 0,75 U_K$), při kterém je

$$C_j \rightarrow \infty, \quad S_{\min} = 0 \quad \text{a} \quad q = Q_{\max} > 0. \quad (7.3.38)$$

Odvoďme velikost Q_1 při tomto buzení. Z (7.3.9) při použití (7.3.12) lze získat:

$$\begin{aligned} Q_{\max} &= 2C_{\min} \sqrt{U_K (U_K - U_{PR})} > 0 \\ Q_{\min} &= 2C_{\min} \sqrt{U_K (U_K - U_{PR})} - 2C_{\min} (U_K - U_{PR}) < 0. \end{aligned} \quad (7.3.39)$$

Odtud.

$$Q_{\max} - Q_{\min} = 2C_{\min} (U_K - U_{PR}) \quad (7.3.40)$$

Podle (7.3.3) při aplikaci podmínek (7.3.29) a (7.3.35) platí pro náboj na varaktoru:

$$q = Q_0 + Q_1 \left(\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t \right). \quad (7.3.41)$$

Maximální a minimální q nastává pro

$$\begin{aligned} \omega t = +\frac{2\pi}{3} &\Rightarrow Q_{\max} = Q_0 + Q_1 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} \\ \omega t = -\frac{2\pi}{3} &\Rightarrow Q_{\min} = Q_0 - Q_1 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

Tedy

$$Q_{\max} - Q_{\min} = \frac{3}{2} \sqrt{3} Q_1 \quad (7.3.42)$$

a vzhledem k (7.3.40)

$$Q_1 = \frac{4}{3\sqrt{2}} C_{\min} (U_K - U_{PR}). \quad (7.3.43)$$

Tím je tedy určena amplituda 1. harmonické časově proměnného náboje q podle (7.3.3) při plném vybuzení varaktoru a zahrnutí podmínky na maximální skutečnou účinnost varaktoru (7.3.35) při uvážení jeho seriového odporu R_S .

Výstupní výkon odpovídající plnému vybuzení podle (7.3.28) je:

$$P_{2\max} = \frac{\omega \cdot 64 \cdot C_{\min}^3 (U_K - U_{PR})^3}{16 \cdot 27 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} = 0,0285 \omega C_{\min} (U_K - U_{PR})^2 \quad (7.3.44)$$

Skutečný výstupní výkon je podle (7.3.31):

$$P'_{2\max} = P_{2\max} - \frac{1}{2} R_S I_2^2 = P_{2\max} - \frac{1}{2} R_S |2\omega Q_2|^2 \quad (7.3.45)$$

Po dosazení za Q_2 podle (7.3.35) a Q_1 dle (7.3.43) je pak dostupný výstupní výkon určen:

$$P'_{2\max} = 0,0285 \omega C_{\min} (U_K - U_{PR})^2 (1 - 10,4 \omega R_S C_{\min}) \quad (7.3.46)$$

Skutečný vstupní výkon potřebný pro plné vybuzení je:

$$P'_{1\max} = P_{2\max} + \frac{1}{2} R_S I_1^2 = P_{2\max} + \frac{1}{2} R_S |\omega Q_1|^2 \quad (7.3.47)$$

Po úpravě

$$P'_{1\max} = 0,0285 \omega C_{\min} (U_K - U_{PR})^2 (1 + 10,4 \omega R_S C_{\min}) \quad (7.3.48)$$

Skutečná maximální účinnost ztrátového varaktoru při plném vybuzení potom bude, viz (7.3.36) při použití (7.3.43):

$$\eta = 1 - 20,8 \omega R_S C_{\min} \quad (7.3.49)$$

Pro mezní kmitočet varaktoru při průrazném napětí

$$\omega_m = \frac{1}{R_s C_{\min}} \quad (7.3.50)$$

lze (7.3.49) přepsat do jednoduchého tvaru

$$\eta = 1 - 20,8 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \quad (7.3.51)$$

Důležitým parametrem při návrhu zdvojovače je jeho vstupní a výstupní odpor.

Vstupní odpor varaktoru na kmitočtu ω (při $\varphi = \pi$ a $Q_2 = 1/2 Q_1$) je určen kosinusovou složkou napětí (7.3.23) a proudu (7.3.4a):

$$R_{vst} = \frac{U_1}{I_1} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Q_1 S_2 - 2Q_2 S_1}{\omega Q_1} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Q_1 S_2 - Q_1 S_1}{\omega Q_1} = -\frac{1}{2} \frac{S_2 - S_1}{\omega} \quad (7.3.52)$$

Vzhledem k (7.3.18), (7.3.19) a (7.3.43) pak:

$$R_{vst} = \frac{1}{8} \cdot \frac{Q_1}{\omega C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})} = \frac{1}{6\sqrt{3}\omega C_{\min}} \quad (7.3.53)$$

Skutečný vstupní odpor je větší ještě o R_s . Tedy:

$$R'_{vst} = R_{vst} + R_s = \frac{1}{6\sqrt{3}\omega C_{\min}} + R_s \quad (7.3.54)$$

Na tento odpor je nutno navrhovat vstupní přizpůsobení.

Výstupní odpor na kmitočtu 2ω (při $\varphi = \pi$ a $Q_2 = 1/2 Q_1$) je určen kosinusovou složkou napětí (7.3.23) a proudu (7.3.4a):

$$R_{výst} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{\frac{Q_1 S_1}{4}}{2\omega Q_2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{S_1}{\omega} \quad (7.3.55)$$

Vzhledem k (7.3.18) a (7.3.43) pak:

$$R_{výst} = \frac{1}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\omega C_{\min}} \quad (7.3.56)$$

Skutečný výstupní odpor zdvojovače, na který je nutno navrhovat výstupní impedanční přizpůsobení je nutno zmenšit o R_s , tedy:

$$R'_{výst} = R_{výst} - R_s = \frac{1}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\omega C_{\min}} - R_s \quad (7.3.57)$$

Pro návrh zdvojovače může být také užitečný ztrátový výkon pohlcovaný varaktorem:

$$P_z = \frac{1}{2} R_s (I_1^2 + I_2^2) = \frac{1}{2} R_s (\omega^2 Q_1^2 + 4\omega^2 Q_2^2) = \omega^2 R_s Q_1^2 \quad (7.3.58)$$

Po dosazení za Q_1 z (7.3.43) pak:

$$P_z = \omega^2 R_s \frac{16}{9.3} C_{\min}^2 (U_K - U_{PR})^2 = 0,59 \omega^2 C_{\min}^2 R_s (U_K - U_{PR})^2 \quad (7.3.59)$$

Případně vzhledem k (7.3.50)

$$P_z = 0,59 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right)^2 \frac{(U_K - U_{PR})^2}{R_s} \quad (7.3.60)$$

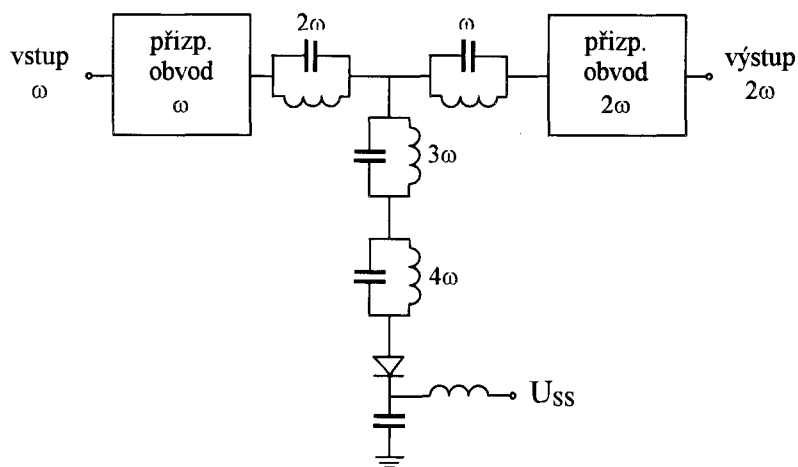
Požadavky na zapojení varaktorového zdvojovače

Výše uvedené vztahy byly odvozeny za předpokladu, že varaktorem tečou proudy pouze na kmitočtu ω a 2ω . Vnější obvod varaktoru by tedy měl na dalších harmonikách 3ω a 4ω atd. tvořit rozpojený obvod s nekonečnou impedancí.

Vnější obvod varaktoru by měl dále zajistit, aby vstupní kmitočet ω nepronikal do výstupu a výstupní kmitočet 2ω nepronikal do vstupu.

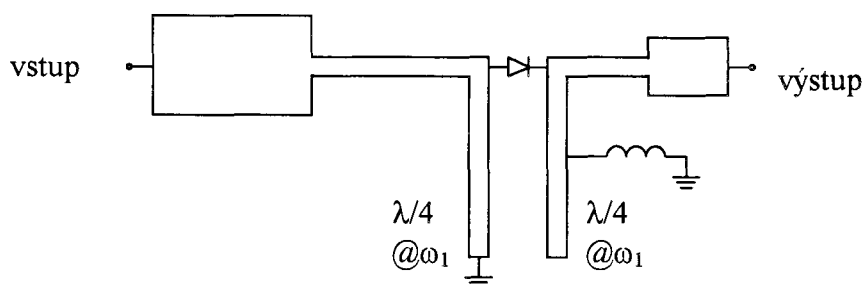
Dále musí vnější obvod zajistit impedanční přizpůsobení na vstupu a výstupu ve shodě s hodnotami vstupního a výstupního odporu dle (7.3.54) a (7.3.57).

Náhradní obvod splňující tyto požadavky je pro paralelně zapojený varaktor uveden na obr. 7.3.1, viz [A.9].



Obr. 7.3.1. Náhradní obvod varaktorového zdvojovače.

Příklad realizace zdvojovače v planární struktuře se seriově zapojeným varaktorem je ukázán na obr. 7.3.2. Podobná koncepce je použita i v [A.28]. Varaktorový zdvojovač v monolitickém provedení poskytoval na kmitočtu 94 GHz výstupní výkon 65 mW při 25% účinnosti.



Obr. 7.3.2. Varaktorový zdvojovač kmitočtu.

Varaktorové násobiče vyšších řádů

Nelinearita závislosti kapacity varaktoru na napětí je poměrně malá. Integrací (7.3.1) lze získat závislost napětí na varaktoru jako funkci proměnného náboje q , [A.2]:

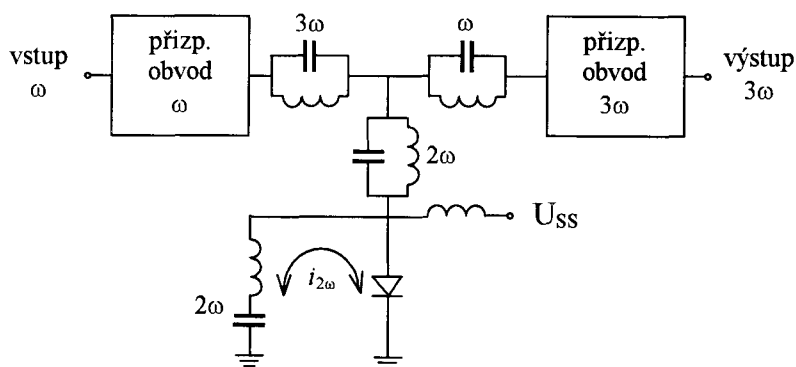
$$u = U_K \left(\frac{(-2C_J(0)U_K)^2 - q^2}{(-2C_J(0)U_K)^2} \right) \quad (7.3.61)$$

Bude-li budicí proud varaktorem sinusový, bude mít sinusový průběh i náboj q . Vzhledem k (7.3.61) je zřejmé, že napětí na varaktoru je kvadraticky závislé na budicím proudu. To znamená, že efektivně může jednoduchý varaktorový násobič produkovat pouze 2. harmonickou. Pro generaci 3. harmonické nutno použít zvláštní trik spočívající v přidání seriového rezonančního obvodu naladěného na 2. harmonickou (idler) paralelně k varaktoru. Tento obvod umožní cirkulaci doplňkového proudu 2. harmonické přes diodu. Na diodě dochází pak ke směšování se základním kmitočtem a vzniku 3. harmonické. Pro vyšší harmonické lze přidat další vhodné rezonanční obvody.

Výstupní kmitočet násobiče s doplňkovými proudy vzniká jako, [A.9]:

- součet vstupního a doplňkového kmitočtu
- součet dvou doplňkových kmitočtů
- dvojnásobek doplňkového kmitočtu

Koncepce obvodu ztrojovače je uvedena na obr. 7.3.3.



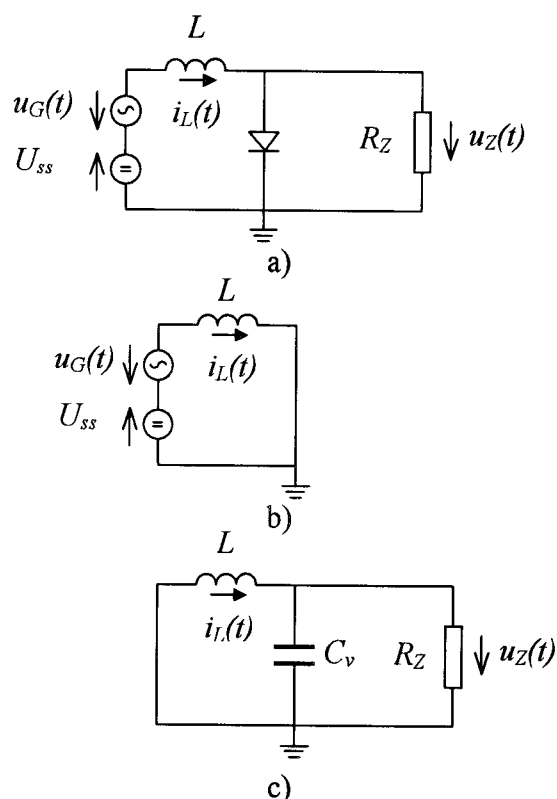
Obr. 7.3.3. Náhradní obvod ztrojovače.

V principu lze přidáním dalších pomocných rezonančních obvodů získat i násobiče vyšších řádů. V praxi se však nevyužívají vzhledem k rychle klesající účinnosti.

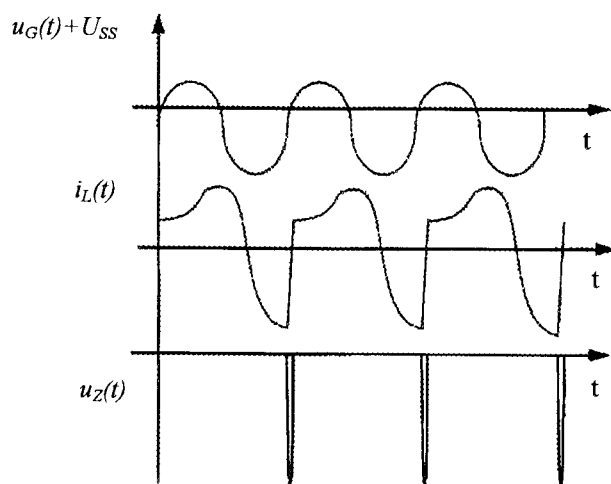
Varaktorové násobiče lze teoreticky realizovat také v balančním provedení obdobně jako varistorové násobiče. V praxi se to však obvykle nevyužívá vzhledem k obtížnému nastavování i jenom jednoduchého varaktorového násobiče. Nastavování varaktorových násobičů je obecně pokládáno za velmi obtížné až frustrující vzhledem k velké citlivosti jejich parametrů na i velmi malé změny v nastavení obvodu, [A.2].

7.4 SRD násobiče

Násobiče vysokých řádů používající diody SRD nevyžadují pomocné obvody pro doplňkové proudy. Je to důsledek velmi silné nelinearity vytvořené v propustném směru difuzní kapacitou a v závěrném směru malou napětově nezávislou barierovou kapacitou. Podrobný popis funkce SRD násobiče lze nalézt v [A.29], [A.2], [A.4]. Principiálně jsou tyto násobiče založeny na generátoru úzkých pulsů. Náhradní obvod takového generátoru je znázorněn na obr. 7.4.1. Průběhy napětí a proudů v obvodu jsou znázorněny na obr. 7.4.2.



Obr. 7.4.1. Generátor krátkých pulsů s diodou SRD.



Obr. 7.4.2. Průběhy napětí a proudů v obvodu diody SRD.

Princip činnosti obvodu lze vysvětlit následovně, viz též kap. 3.10. Pokud diodou protéká proud v přímém směru, je na ní v ideálním případě nulové napětí a v relativně velké difúzní kapacitě přechodu se hromadí náboj. Diodou protéká stejný proud jako induktorem L . Tomuto stavu odpovídá náhradní obvod na obr. 7.4.1 b). Když se proud diodou otočí, napětí na diodě zůstává nulové, dokud není náboj z přechodu odčerpán. Po vyčerpání náboje dioda velmi rychle přechází do závěrného směru vyznačujícího se malou bariérovou kapacitou C_v . Při ideálním nastavení obvodu je to právě v okamžiku, kdy induktorem L teče maximální proud ve zpětném směru, viz obr. 7.4.2. Náhradní obvod tohoto stavu je obr. 7.4.1 c). Velkým proudem diody je nyní nabíjena malá kapacita kapacitoru C_v . Rezonanční obvod L - C_v zakmitne a během půlperrody vytvoří ostrý záporný napěťový puls $u_z(t)$, viz obr. 7.4.2. V okamžiku průchodu nulou tohoto napětí je dioda znovu otevřena v přímém směru, oscilace rezonančního obvodu L - C_v jsou rychle utlumeny a děj se opakuje. Doba trvání pulsu t_p odpovídá polovině periody tlumených kmitů rezonančního obvodu L - C_v , tedy, [A.2]:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n} \quad (7.4.1)$$

Pro kmitočet ω_n platí

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1 - \varsigma^2}{LC_v}} \quad (7.4.2)$$

kde ς konstanta útlumu určená

$$\varsigma = \frac{1}{2R_z} \sqrt{\frac{L}{C_v}} \quad (7.4.3)$$

Z důvodů stability by ς neměla být menší než cca 0,4-0,5. Je-li příliš velká, prodlužuje puls. Z hlediska návrhu obvodu je důležité znát jeho vstupní impedanci Z_{vst} . Imaginární část je přibližně dána

$$\text{Im}\{Z_{vst}\} = -j\omega_l L \quad (7.4.4)$$

kde ω_l je budicí kmitočet. Reálnou část pak aproximuje vztah

$$\text{Re}\{Z_{vst}\} = R_{vst} = \frac{4U_p^2 L^2 \omega_l^3}{U_G^2 R_z \omega_n} \quad (7.4.5)$$

kde U_p je maximální hodnota pulsu určená

$$U_p = -I_0 \sqrt{\frac{L}{C_v}} \exp\left(\frac{-\pi\varsigma}{2\sqrt{1-\varsigma^2}}\right) \quad (7.4.6)$$

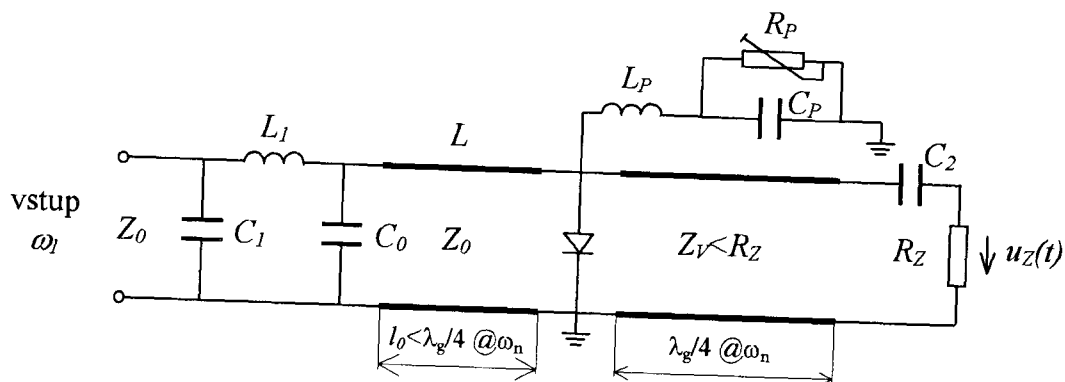
I_0 je špičková hodnota proudu induktorem $i_L(t)$. Pro vstupní výkon se udává, [A.2]

$$P_{vst} = \frac{U_p^2 \omega_l}{4R_z \omega_n} \quad (7.4.7)$$

Takovýto obvod se principiálně používá v generátorech krátkých pulsů. Lze získat pulsy s délkou jen několika desítek pikosekund.

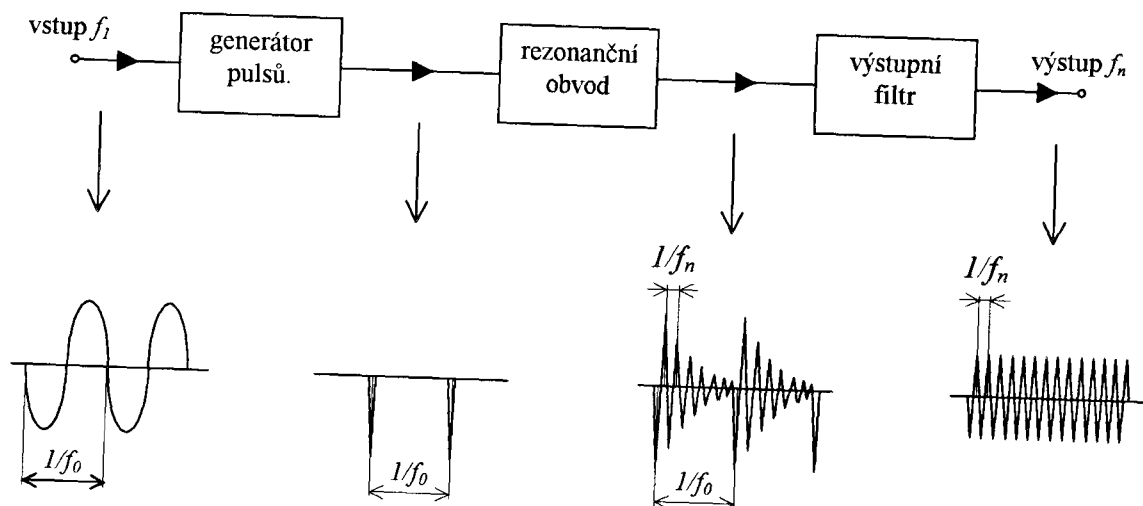
Řada krátkých pulsů s délkou trvání t_p a periodou $2\pi/\omega_l$ má vysoký obsah harmonických. Pro násobičové aplikace je poněkud obtížné vybrat právě tu některou požadovanou. Používá se obvykle zapojení uvedené na obr. 7.4.3. Vedení představuje rezonátor naladěný na kmitočet

ω_n , jehož činnost lze vysvětlit následovně. Puls vytvořený na SRD postupuje směrem k zátěži R_Z . Vzhledem k tomu, že $Z_V < R_Z$ odráží se puls na R_Z ve fázi a vrací se zpět k SRD. Dorazí v okamžiku, kdy je dioda otevřena a má velmi malý odpor. Puls se zde proto odráží v protifázi a vrací se zase směrem k zátěži R_Z a proces se opakuje. Vzhledem k délce vedení $\lambda_g/4$ na kmitočtu ω_n , má výsledné napětí na R_Z charakter tlumených kmitů s kmitočtem ω_n . Signál má



Obr. 7.4.3. Rezonanční obvod násobiče.

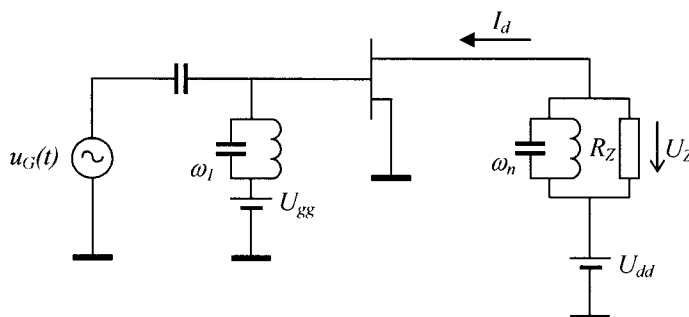
spektrum s maximem energie koncentrované kolem ω_n . Na obrázku je také ukázaná mikrovlnná realizace induktoru L pomocí úseku vedení $l_0 < \lambda_g/4$ @ ω_n . L_P , C_P , R_P tvoří obvod automatického ss předpětí diody, C_2 je oddělovací kondenzátor. Blokové zapojení násobiče je uvedeno na obr.7.4.4, [A.2].



Obr. 7.4.4. Blokové zapojení SRD násobiče kmitočtu.

7.5 Tranzistorové násobiče

Tranzistorové násobiče patří mezi tzv. aktivní násobiče, které mohou mít konverzní zisk. Používají se od nejnižších kmitočtů, kde lze zanedbat všechny parazitní prvky tranzistoru. Pro vysvětlení principu činnosti použijme maximálně zjednodušený model obsahující pouze odporové nelinearity. Idealizovaný náhradní obvod takového násobiče je uveden na obr. 7.5.1.



Obr. 7.5.1. Náhradní obvod nízkofrekvenčního tranzistorového násobiče.

Jedná se v zásadě o zesilovač. Vhodnou velikostí předpětí hradla U_{gg} lze pracovní bod zesilovače nastavit do třídy A, AB, B nebo C. Pokud pracuje ve třídě A, je ho možno použít jako násobič bude-li vstupní signál $u_G(t)$ natolik velký, že dojde k symetrickému ořezávání sinusovky v důsledku omezování zesilovače. Výstupní proud I_d bude mít potom trapezoidální charakter s obsahem lichých harmonických budícího kmitočtu ω_l . Velikostí buzení lze ovlivňovat tvar průběhu proudu I_d a tím i obsah harmonických. Rezonanční obvod na výstupu s rezonančním kmitočtem ω_n umožňuje vznik napětí s kmitočtem ω_n na odporu zátěže R_Z .

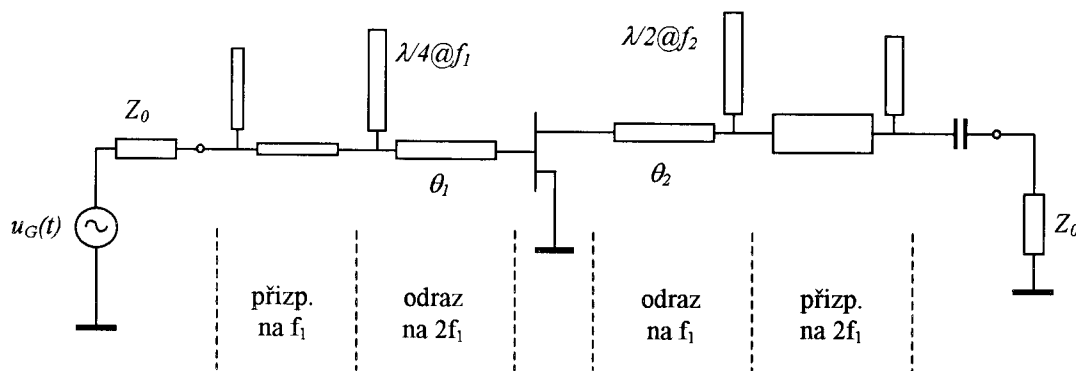
Napětím hradla U_{gg} lze také zesilovač nastavit do dalších tříd, ve kterých je tranzistor otevřen jen po část periody, případně jen po část kladné půlperiody budícího napětí. To určuje tzv. úhel otevření. V závislosti na úhlu otevření lze měnit obsah harmonických sudých i lichých v proudu I_d . Např. pro kmitočtové zdvojovače je optimální úhel otevření 120° . Lze konstatovat, že cesta návrhu nízkofrekvenčního násobiče kmitočtu je přímá relativně jednoduchá. Bližší informace lze nalézt např. v [A.30].

Na vyšších kmitočtech, zejména však v oblasti mikrovln a mm vln, je situace podstatně komplikovanější. Lze říci, že generace vyšších harmonik je vytvářena v principu stejnými nelineárními prvky jako na nízkých kmitočtech, tyto jsou však nyní obklopeny parazitními induktory, kapacitami a vedeními. To způsobuje, že reakce nelineárních prvků s vnějším obvodem je odlišná vzhledem ke zpětnovazebním efektům v tranzistoru. Nelineární vlastnosti tranzistoru na základním kmitočtu a vyšších harmonikách jsou vzájemně závislé a závislé na jejich impedančním zakončení. Vhodné zakončovací impedance proto nelze najít přímou analytickou cestou. Možné postupy:

- kvazi linearizační přístup
Vychází z [A.30]. Proměnné hodnoty nelineárních prvků v náhradním obvodu jsou nahrazeny pevnými hodnotami vlastními pro každou harmonickou. Tyto hodnoty jsou určeny na nízkých kmitočtech, kde lze zanedbat parazity, analyticky nebo CAD prostředky typu Spice. Náhradní obvod násobiče je pak rozložen na náhradní obvody platné pro každou harmonickou a základní frekvenci zvlášť. Jednotlivé obvody jsou spolu svázány přes řídicí napětí na kapacitě hradla. Jednotlivé obvody lze potom optimalizovat CAD prostředky analýzy lineárních obvodů

- **přímá nelineární syntéza**
Je založena na metodě popsané v [A.32]. Podstata spočívá v určení optimálních průběhů napětí a proudů v nejbližším okolí nelineárních prvků tranzistoru (tj. ve vnitřním tranzistoru), které zajistí požadované vlastnosti násobiče. K tomu se použije jednoduchý model FETu bez reaktančních parazitních prvků a CAD nástroj pro modelování nelineárních obvodů, např. typu Spice. Nelineární model je jednoduchý a proto proces bude rychle konvergovat. K jednoduchému modelu tranzistoru se pak přidají parazitní prvky a již určené průběhy napětí a proudů se z vnitřního tranzistoru přenesou na vnější brány a určí se požadované impedance na jednotlivých frekvencích. To lze již pomocí CAD prostředků pro lineární analýzu obvodů.
- **přímá aplikace CAD prostředků pro nelineární analýzu**
Perspektivní, ale nemusí vést k optimální struktuře obvodu, problémy s konvergencí, [A.30]
- **experimentální nastavení, (technika load pull)**
Experimentální nalezení optimálních zakončovacích impedancí na vstupní a výstupní bráně na základním kmitočtu a dalších harmonikách. Následuje syntéza vhodných přizpůsobovacích obvodů prostředky CAD pro lineární obvody.

Na obr. 7.5.2 je uvedena idea zapojení mikrovlnného tranzistorového frekvenčního zdvojovače.



Obr. 7.5.2. Mikrovlnný zdvojovač kmitočtu.

Určení impedančního přizpůsobení na vstupu a výstupu a určení optimálních elektrických délek θ_1 a θ_2 je předmětem optimalizace obvodu.

Samozřejmostí je, že obvod musí být navržen jako stabilní od nejnižších kmitočtů až po kmitočty, kde tranzistor přestává být aktivním prvkem.