

MĚŘENÍ PŘI VELMI VYSOKÝCH KMITOČTECH

Prof. Ing. Václav Tysl

1976

Vydavatelství ČVUT, Praha, Husova 5

Δz vyvolá změnu fáze, úměrnou hodnotě $2 \Delta z$, bude vzdálenost dvou sousedních poloh zrcadla, odpovídající minimům nebo maximům rovna $\frac{\lambda}{2}$. Při měření je výhodné, když amplitudy obou interferujících vln jsou stejně veliké. ($A^I = A^{II} = A$). Požadavek nastavení stejně velkých amplitud obou dílčích vln splníme tím, že zrcadla Z_I a Z_{II} mají stejně velké plochy. Polopropustné zrcadlo, používané při optických měřeních nahradíme kupř. dvěma rovinnými dielektrickými deskami o tloušťce $\frac{\lambda}{4}$.

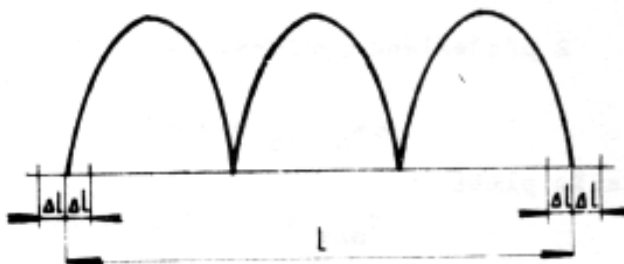
Předpokládejme, že posuneme zrcadlo o délku $l = n \frac{\lambda}{2}$ (kde n je počet půlvln), a že každou z krajních poloh určíme s přesností $\pm \Delta l$.

Potom platí, že

$$l \pm 2 \Delta l = n \frac{\lambda}{2}$$

takže délku vlny určíme z výrazu

$$\lambda = \frac{2}{n} (l \pm 2 \Delta l) \quad (6.20)$$



Obr. 6 - 7

Z předešlého výrazu je zřejmé, že určení vlnové délky je tím přesnější, čím větší počet půlvln budeme moci indikovat. Princip měření je zobrazen na obr. 6 - 7.

7. Měření činitele jakosti dutinových rezonátorů

Činitele jakosti rezonátorů jednoduchých geometrických tvarů není obvykle obtížné určit výpočtem z obecného výrazu

$$Q = \frac{\omega W}{P_z}$$

kde W je energie elektromagnetického pole v rezonátoru;

P_z je celkový ztracený výkon v rezonátoru.

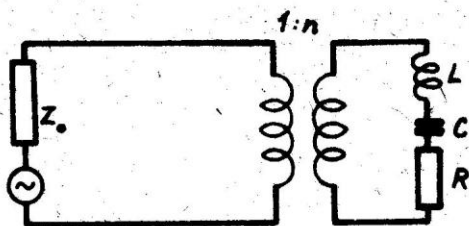
Vzhledem k tomu, že při malých hloubkách vniku je velmi obtížné odhadnout vlastnosti povrchu rezonátoru, bývají výpočty často dosti nespolehlivé. Chyba vzroste ještě více, určujeme-li výpočtem činitele jakosti zatížené dutiny, kdy je nutno uvažovat též vliv vazebního prvku. Spolehlivost těchto výpočtů závisí hodně na zkušenostech konstruktéra. S požadavkem znát hodnotu činitele jakosti co nej - přesněji se však setkáváme v mikrovlnné praxi velmi často a proto byla vypracována na měření jakosti řada různých metod.

7.1. Určení jakosti rezonátoru impedanční metodou

Podle odstavce 6.2.1. je možno uvažovat náhradní schéma dutinového rezonátoru, připojeného k vedení o impedanci Z_0 podle obr. 7 - 1.

Pro jednotlivé druhy činitelů jakosti platí vztahy

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R}$$



Obr. 7 - 1

$$Q_z = \frac{\omega_0 L}{R + n^2 Z_0} = \frac{Q_0}{1 + \alpha}$$

$$Q_v = \frac{\omega_0 L}{n^2 Z_0} = \frac{Q_0}{\alpha}$$

kde pro koeficient vazby platí

$$\alpha = \frac{n^2 Z_0}{R}$$

Impedanci rezonátoru můžeme vyjádřit výrazem

$$Z_d = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

Protože platí $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, můžeme psát, že platí

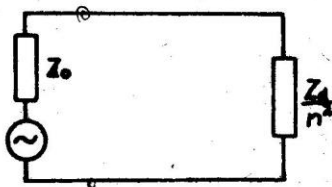
$$Z_d = R + j \omega_0 L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

zavedeme-li dále označení

$$\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = 2 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = 2j$$

dostaneme pro impedanci Z_d po úpravě výraz

$$Z_d = R (1 + j 2 Q_0 j)$$



Obr. 7 - 2

Impedance Z_d bude v místě vazby přetransformována na hodnotu Z_d/n^2 (viz obr. 7 - 2), takže celkovou impedanci obvodu podle obr. 7 - 2 můžeme vyjádřit výrazem

$$Z = Z_0 + \frac{Z_d}{n^2} = Z_0 \left\{ 1 + \frac{R}{n^2 Z_0} (1 + j 2 Q_0 j) \right\} \quad (7.1)$$

$Z_1 = \frac{Z_d}{n^2}$, potom podle předešlého platí

$$Z_1 = \frac{Z_0}{\alpha} (1 + j 2 Q_0 j)$$

takže její normovaná hodnota je dána výrazem

$$z_1 = \frac{1}{\alpha} + j \frac{2 Q_0 j}{\alpha} \quad (7.2)$$

V pravouhlém impedančním diagramu budou ležet koncové body těchto impedancí na přímce (obr. 7 - 3). Jestliže najdeme při měření takové hodnoty poměrného rozladění $\tilde{Q}_{1,2}$, aby platilo

$$\begin{aligned} 2 Q_0 j \quad 1 &= 1 \\ 2 Q_0 j \quad 2 &=-1 \end{aligned}$$

potom můžeme určit činitele jakosti Q_0 z výrazu

$$Q_0 = \frac{1}{j_1 - j_2} = \frac{\omega_0}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{f_0}{f_1 - f_2} \quad (7.3)$$

V případě, že $2 Q_0 j_{1,2} = \pm 1$ dostaneme pro z_1 výraz

$$z_1 = \frac{1}{2\epsilon} \pm j \frac{1}{2\epsilon} \quad (7.4)$$

Z toho je zřejmé, že frekvence f_1 a f_2 určí - me při takovém rozladění, kdy je splněna rovnice (7.4) neboli, když platí $r = \pm x$.

Z výrazu (7.2) dále vyplývá, že na přímce koncových bodů impedancí z_1 je možno zakreslit lineární měřítko poměrných rozladění.

K určení činitele jakosti stačí tedy teoreticky dvě měření impedancí při různých frekvencích f_I a f_{II} . Mezi frekvencemi f_I a f_{II} interpolujeme lineární frekvenční měřítko a z podmínky (7.4) určíme frekvence f_1 a f_2 (viz obr. 7 - 4). Frekvence f_0 je při $x = 0$. Činitele jakosti určíme pak z výrazu (7.3)

Dosadíme-li do vztahu (7.2) za Q_0 výraz

$$Q_0 = Q_z (1 + x)$$

pak je možno psát, že platí

$$z_1 = \frac{1}{2\epsilon} + j 2 Q_z j \frac{1+x}{2\epsilon} \quad (7.5)$$

Jestliže najdeme při měření taková rozladění $j_{3,4}$, při nichž platí

$$2 Q_z j_3 = 1$$

$$2 Q_z j_4 = -1$$

Potom můžeme určit činitele jakosti Q_z z výrazu

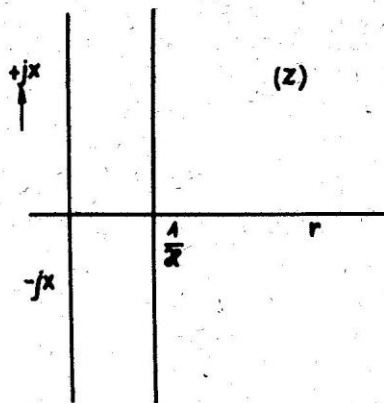
$$Q_z = \frac{1}{j_3 - j_4} = \frac{f_0}{f_3 - f_4} \quad (7.6)$$

Normovaná hodnota vstupní impedance bude mít při rozladěních $j_{3,4}$ hodnotu

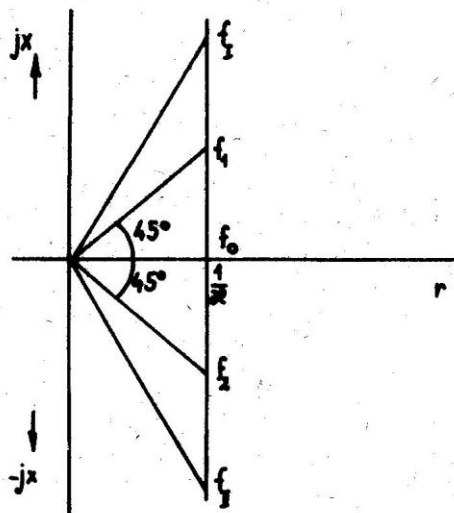
$$z_1 = \frac{1}{2\epsilon} \pm j \left(\frac{1}{2\epsilon} + 1 \right) \quad (7.7)$$

Z toho je zřejmé, že frekvence f_3 a f_4 bude možno určit tehdy, když bude splněna rovnice (7.7), neboli když bude platit

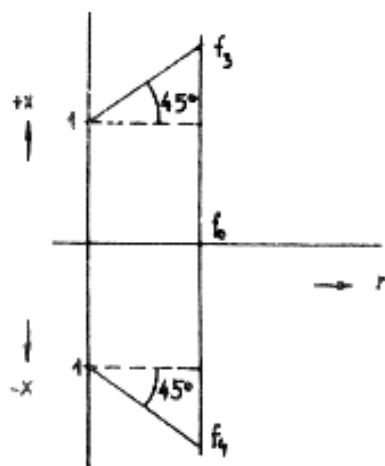
$$x = \pm (r + 1) \quad (7.8)$$



Obr. 7 - 3



Obr. 7 - 4



Obr. 7 - 5

V pravouhlém diagramu vstupních impedancí rezonátoru zjistíme pak frekvence f_3 a f_4 jednoduchou konstrukcí, zobrazenou na obr. 7 - 5.

Dosadíme-li do vztahu (7.2) za Q_0 výraz

$$Q_0 = 2 Q_v$$

pak je možno psát, že platí

$$z_1 = \frac{1}{2} + j 2 Q_v \mathcal{J} \quad (7.9)$$

Najdeme-li taková rozladění $\mathcal{J}_{5,6}$, při nichž platí

$$2 Q_v \mathcal{J}_5 = 1$$

$$2 Q_v \mathcal{J}_6 = -1$$

potom můžeme určit činitele jakosti Q_v z výrazu

$$Q_v = \frac{1}{\mathcal{J}_5 - \mathcal{J}_6} = \frac{f_0}{f_5 - f_6} \quad (7.10)$$

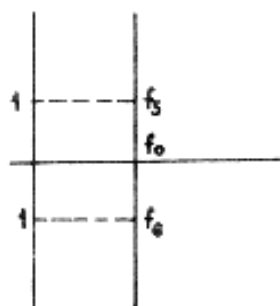
Normovaná hodnota vstupní impedance bude mít při rozladěních $\mathcal{J}_{5,6}$ hodnotu

$$z_1 = \frac{1}{2} \pm j \quad (7.11)$$

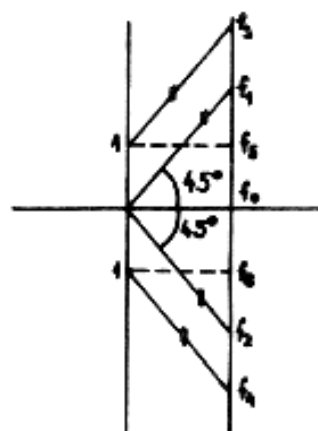
Z toho je zřejmé, že frekvence f_5 a f_6 bude možno určit tehdy, když bude splněna rovnice (7.11), neboli když bude platit

$$x = \pm 1 \quad (7.12)$$

V pravouhlém diagramu vstupních impedancí rezonátoru zjistíme pak frekvence f_5 a f_6 jednoduchou konstrukcí (viz obr. 7 - 6). V praxi bude samozřejmě výhodné určit všechny tři druhy činitelů jakosti z jednoho diagramu podle obr. 7 - 7.



Obr. 7 - 6



Obr. 7 - 7

Z výrazů pro vstupní impedance rezonátoru je vidět, že reálná část normované impedance z_1 přímo udává velikost koeficientu vazby (platí, že $r = \frac{1}{2}$). U koe-

ficientu vazby rozeznáváme tři případy:

- volná vazba je při $\kappa < 1$
- těsná vazba je při $\kappa > 1$
- kritická vazba je při $\kappa = 1$

Použijeme-li pro zobrazení vstupních impedancí rezonátoru kruhového impedančního diagramu, pak je geometrickým místem vstupních impedancí kružnice (obr. 7 - 8). Lineární frekvenční měřítko leží v tomto

případě na přímce, kolmé k ose reálných hodnot impedancí, procházející středem diagramu. Že je tomu tak, můžeme se přesvědčit následující úvahou.

Zobrazíme-li v impedančním diagramu rovinu koeficientů odrazu ρ , potom určité hodnotě vstupní impedance z_1 dutinového rezonátoru přísluší koeficient odrazu ρ_1 . Z obr. 7 - 9 je zřejmé, že platí vztah

$$\operatorname{tg} \phi = - \frac{\operatorname{Im}(\rho_1)}{1 - \operatorname{Re}(\rho_1)}$$

kde $\operatorname{Re}(\rho_1)$ je reálná část komplexního koeficientu odrazu ρ_1 ;

$\operatorname{Im}(\rho_1)$ je imaginární část komplexního koeficientu odrazu ρ_1 .

Vzhledem k tomu, že mezi koeficientem odrazu ρ_1 a normovanou hodnotou impedance z_1 platí vztah

$$\rho_1 = \frac{z_1 - 1}{z_1 + 1}$$

přičemž

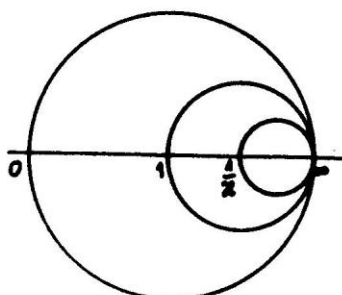
$$z_1 = \frac{1}{\kappa} + j \frac{2 Q_0 \gamma}{\kappa}$$

dostaneme po úpravě pro koeficient odrazu výraz

$$1 = \frac{1 - \kappa^2 + 4 Q_0^2 \gamma^2}{(1 + \kappa)^2 + 4 Q_0^2 \gamma^2} + j \frac{4 Q_0 \gamma \kappa}{(1 + \kappa)^2 + 4 Q_0^2 \gamma^2}$$

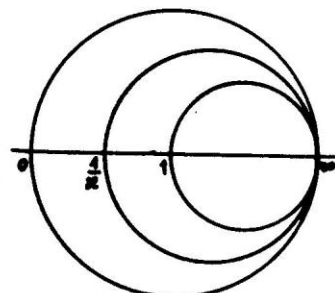
Můžeme tedy psát, že platí

$$1 - \operatorname{Re}(\rho_1) = \frac{2 \kappa (1 + \kappa)}{(1 + \kappa)^2 + 4 Q_0^2 \gamma^2}$$



$$\frac{1}{\kappa} > 1 \Rightarrow \kappa < 1$$

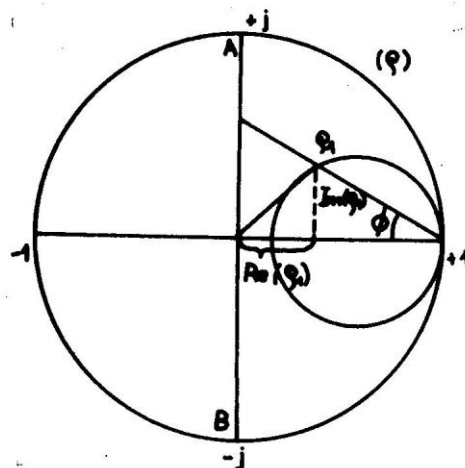
$$\kappa = \frac{1}{p}$$



$$\frac{1}{\kappa} < 1 \Rightarrow \kappa > 1$$

$$\kappa = p$$

Obr. 7 - 8



Obr. 7 - 9

18220

$$\operatorname{tg} \phi = - \frac{2 Q_0 j}{1 + x}$$

a podle obr. 7 - 9 platí, že

$$a = - \frac{2 Q_0 j}{1 + x}$$

Z toho vyplývá, že na ose AB je frekvenční měřítko lineární.

Jednotlivé druhy činitelů jakosti určíme v kruhovém diagramu z výrazů (7.3), (7.6) a (7.10).

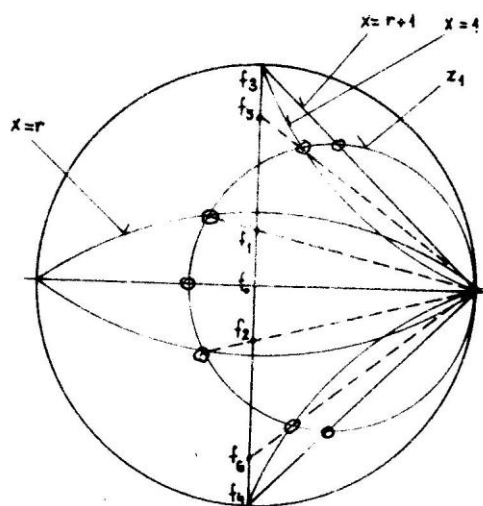
Podle těchto výrazů musí být splněny vztahy

$$\begin{array}{ll} \text{pro určení } Q_0 & x = \pm r \\ \text{pro určení } Q_z & x = \pm (r + 1) \\ \text{pro určení } Q_v & x = \pm 1 \end{array}$$

Vztah $x = r$ se zobrazí v kruhovém diagramu jako kružnice konstantní fáze 45° ,

vztah $x = \pm (r + 1)$ se zobrazí jako přímka spojující body ∞ a $\pm j$ a vztah $x = \pm 1$ se zobrazí jako kružnice konstantní reaktance. Po zakreslení všech těchto vztahů do kruhového impedančního diagramu je možno určit jednotlivé činitele jakosti (viz obr. 7 - 10). Z obrázku (7 - 10) je vidět, že určení činitelů jakosti pomocí kruhového impedančního diagramu je též velmi jednoduché. V případě, že použijeme při měření takové referenční roviny (viz obr. 6 - 2), kde se jeví náhradní schéma rezonátoru jako paralelní rezonanční obvod, je výhodnější používat místo impedančních diagramů, diagramů admitančních.

Použijeme-li stejného postupu při odvození vstupní impedance rezonátoru je možno odvodit pro vstup-



obr. 7 - 10

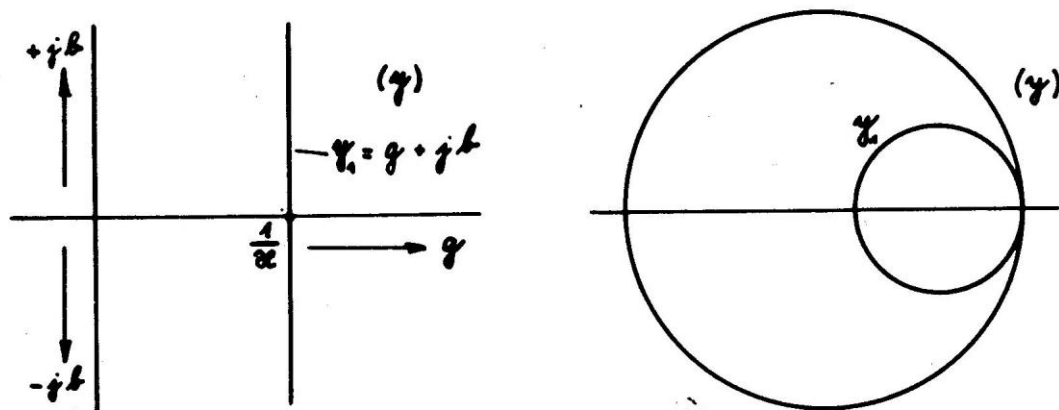
ní admitancí výraz

$$y_1 = \frac{1}{x} + j \frac{2 Q_0 j}{x} \quad (7.13)$$

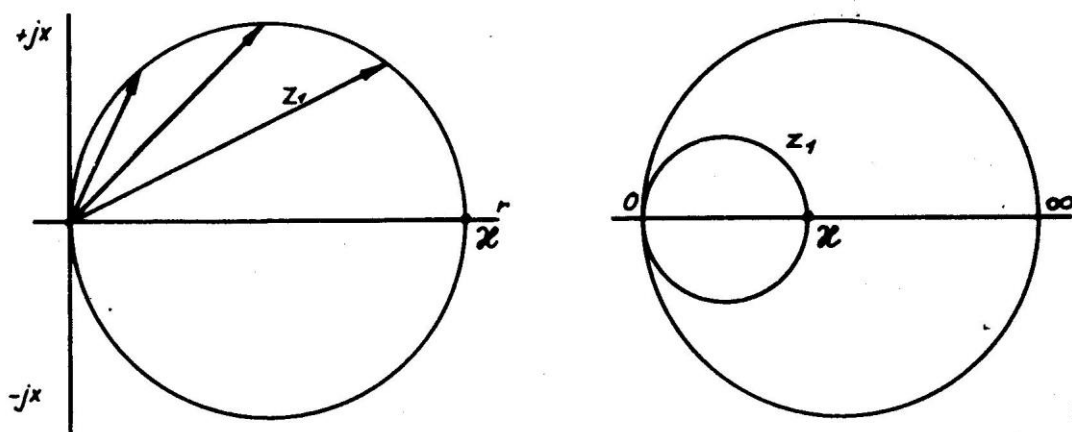
Další postup při určování jednotlivých činitelů jakosti je úplně shodný s postupem uvedeným při použití impedančních diagramů. V pravoúhlém admitančním diagramu bude geometrickým místem koncových bodů vstupních admitancí rezonátoru přímka, v kruhovém diagramu kružnice (viz obr. 7 - 11).

Kdybychom takové referenční roviny použili pro zobrazení impedančních diagramů, potom by bylo nutno převést výraz (7.13) na impedanci, takže by platilo

$$z_1 = \frac{1}{y_1} = \frac{x}{1 + j 2 Q_0 j}$$



obr. 7 - 11

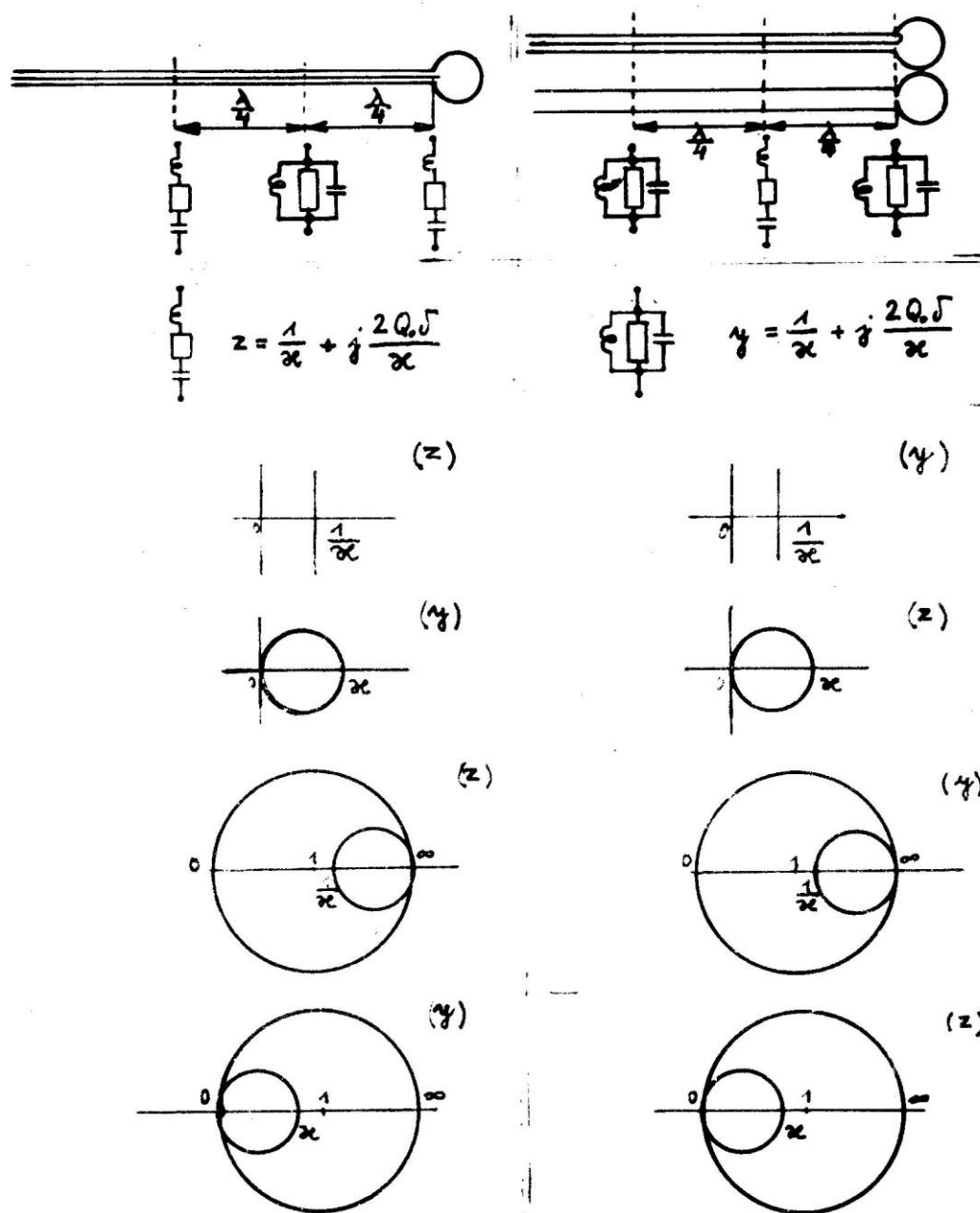


Obr. 7 - 12

Z toho je zřejmé, že geometrickým místem vstupních impedancí by byly kružnice o průměru rovném koeficientu vazby 2ϵ (obr. 7 - 12). Z obrázků 7 - 11 a 7 - 12 je zřejmé, že při zobrazení v kruhovém diagramu leží vstupní impedance i admitance na kružnici stejného poloměru. Rozdíl mezi zobrazením impedančním a admitančním je pouze v tom, že tyto kružnice jsou vzájemně pootočený o 180° . Při zobrazení v pravouhlém diagramu je rozdíl mezi zobrazením vstupních impedancí a admitancí kvalitativně odlišný, neboť v jednom případě leží příslušné hodnoty na přímce a v druhém na kružnici.

Při měření je lhostejné, v jaké rovině vstupní impedance nebo admitance rezonátoru určujeme. Z praktických důvodů je vhodné postupovat při určení referenční roviny tak, jak je uvedeno v odstavci 6.2.1.

Přehled možných zobrazení vstupních impedancí nebo admitancí dutinových
rezonátorů



Obr. 7 - 13

7.2. Určení činitele jakosti z poměru stojatých vln

Poměr stojatých vln je možno vyjádřit podle (1.22) výrazem

$$\rho = \frac{|Z + Z_0| + |Z - Z_0|}{|Z + Z_0| - |Z - Z_0|} = \frac{|z + 1| + |z - 1|}{|z + 1| - |z - 1|}$$