Předmět A2M31SMU/Př. 5

PS

Přednáška 5: Kepstrální analýza

Obsah

Použití kepstrální analýzy

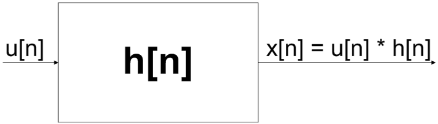
Možnosti použití kepstrální analýzy

- dekonvoluce řeči - separace buzení od odezvy hlasového traktu
- parametrizace řeči pro účely analýzy a rozpoznávání
- analýza vibrací, detekce poruch ložisek a ozubených kol
- detekce odrazů signálů (např. analýza akustických vlastností místností, lokalizace diskontinuity na optickém kabelu)
- získání spektrální obálky signálů

Úvod – dekonvoluce signálů

Metody dekonvoluce signálů

1. Pro klasickou dekonvoluci (lineární) signálu $x = u * h$ musíme znát minimálně 2 složky: x, u nebo h
2. Pro kepstrální analýzu stačí pouze znalost x a předpoklad periodického opakování jednoho ze signálů
3. Další metodou dekonvoluce je slepá dekonvoluce (souvislost a BSS - Blind Signal Separation, ICA - Independent Component Analysis - předpoklad: nezávislost signálů a jejich negausovské rozdělení hustoty pravděpodobnosti)



Obrázek: LTI - konvoluce vstupního signálu s impulzní odezvou

Nové pojmy

Kepstrální analýza využívá **homomorfní systém** pro dekonvoluci signálů = nelineární metoda dekonvoluce signálů, platí pro ní **zobecnělý princip superpozice**

Důležité je znát podmínky použití kepstrální analýzy – viz dále

Princip superpozice a jeho zobecnění

Princip superpozice - platí pro lineární systémy

- $T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$
- $T\{cx_1[n]\} = cT\{x_1[n]\}$

Zobecnělý princip superpozice - platí pro NELINEÁRNÍ systémy

- $T\{x_1[n] \uplus x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} \oplus T\{x_2[n]\}$
- $T\{c \ominus x_1[n]\} = c \otimes T\{x_1[n]\}$

Operace $\uplus, \oplus, \ominus, \otimes$ závisí na typu nelinearity

Homomorfní systém

Homomorfní systém $\leftrightarrow$ lineární mapování mezi prostorem generovaným funkcí vstupů a prostorem generovaným funkcí výstupů (Rabiner)

- obecný homomorfní systém se typicky skládá ze tří bloků:

$$x[n] \longrightarrow \boxed{\text{ nelineární}} \longrightarrow \boxed{\text{lineární}} \longrightarrow \boxed{\text{ nelineární}} \longrightarrow \hat{x}[n]$$

- operace generující prostor vstupních a výstupních operací jsou libovolné

Příklady vhodných nelineárních systémů[a]

- $T\{.\} = x^2,\ T\{.\} = x^m,\ m = 2, 3, 4, \ldots$
- $T\{.\} = \sqrt(x), \ldots$
- $T\{.\} = e^x$
- $T\{.\} = \ln(x)$

Pozn.: vstupní signál x je dán konvolucí $u\&h$, tedy $x[n] = u[n] * h[n]$, výstupní signál $\hat{x}$ je jeden ze dvou signálů, tedy buď $u[n]$ nebo $h[n]$ - tyto složky se oddělí v lineárním bloku - podrobněji strana 25

[a] Podrobnosti na přednášce

Homomorfní systém

Homomorfní systém pro dekonvoluci[1] (Oppenheim)

- vstupní operace = konvoluce $\rightarrow$
- nelineární trasformace $\mathcal{D} \rightarrow$
- lineární trasformace $\mathcal{L} \rightarrow$
- inverzní nelineární trasformace $\mathcal{D}^{-1} \rightarrow$
- výstupní operace = konvoluce

[1] Blokový diagram - přednáška

Homomorfní systém

Homomorfní systém - první **blok nelineární transformace** $\mathcal{D}$

Blok $\mathcal{D}$ realizuje převod: konvoluce $\rightarrow$ součet

- vstup = signál: $x[n] = h[n] * u[n]$ - **konvoluce** generuje prostor vstupních operací
- transformace $\mathcal{Z}\{.\} \rightarrow$ součin obrazů: $X(z) = H(z)U(z)$
- nelineární transformace $ln() \rightarrow$ součet obrazů: $ln(X(z)) = ln(U(Z)) + ln(H(Z))$
- inverzní transformace $\mathcal{Z}^{-1}\{.\} \rightarrow$ součet obrazů: $\hat{x}[n] = \hat{u}[n] + \hat{h}[n]$
- výstup = komplexní kepstrum $\hat{x}[n]$ - **součet** generuje prostor výstupních operací

Kepstrální analýza

A. Komplexní kepstrum generované blokem $\mathcal{D}$

$\boxed{\mathcal{D}\text{: signál } x[n] \longrightarrow \text{kepstrum } \hat{x}[n]}$

$$\hat{x}[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint ln(X(z)) z^{n-1} dz,$$

kde $X(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n] z^{-n}$ je **dvoustranná** z transformace

Podmínky existence

- **regularita** $\hat{X}(z) = ln(X(z))$ na jednotkové kružnici
- **spojitost** $\hat{X}(e^{j\Theta})$ vzhledem k Θ pro reálnou i imaginární složku

Kepstrální analýza

Podmínky regularity a spojitosti funkce splněny $\leftrightarrow$

- žádné singularity $\hat{X}(z) = ln(X(z))$ na jednotkové kružnici
- fáze je hladká funkce (neobsahuje žádné skoky)

Vysvětlení: pro splnění druhé podmínky je nutné argument fukce rozbalit $\leftrightarrow$ nelze použít hlavní hodnotu argumentu funkce = hlavní větev funkce[2]:
$Ln(X(z)) = ln|X(z)| + jArg(X(z)),\ Arg(X(z)) \in (-\pi, \pi >,$

rozbalením získáme hladkou víceznačnou funkci:
$ln(X(z)) = ln|X(z)| + j(Arg(X(z) + 2m\pi),\ m = 0, \pm1, \pm2, ...$

[2] Hodnoty funkce $Ln(X(z))$ leží v komplexní rovině $z = u + jv$ mezi v pásu mezi přímkami $v = -\pi$ a $v = \pi$, tedy na základním listu Riemannovy plochy

Kepstrální analýza

B. Lineární blok odděluje aditivní složky pomocí **liftrace**

Blok $\mathcal{L}$: $\hat{x}[n] = \hat{u}[n] + \hat{h}[n] \longrightarrow \hat{y}[n] = \hat{u}[n]$ nebo $\hat{y}[n] = \hat{h}[n]$

C. Nelineární blok reliazuje inverzní transformaci $\mathcal{D}^{-1}$
Tento blok poskytuje obě dekonvolvované složky $u[n]$ nebo $h[n]$ (označme je souhrnně $y[n]$)

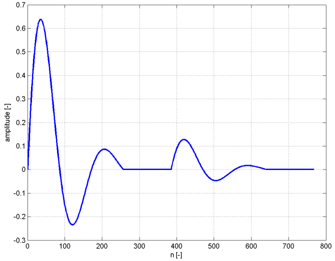
$$y[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint exp(\hat{Y}(z) z^{n-1} dz,$$

kde $\hat{Y}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{y}[n] z^{-n}$

Analýza odrazu

- Odraz (optický, akustický, mechanický) → vznik opakovaného signálu (akustické odrazy v místnostech, nepřizpůsobení v optických vláknech)
- Opakované buzení – průchod systémem (řeč - hlasový trakt, mechanické soustavy - točivé stroje, převodovky, buchary, lisy)

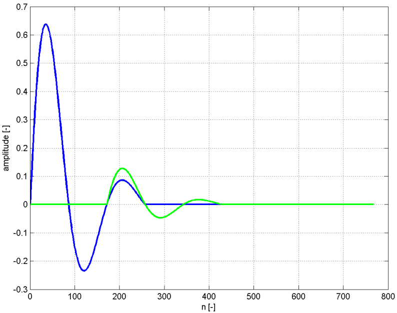
Příklad: Nemaskovaný odraz, zpoždění > délka signálu: odraz se objeví po odeznění signálu



Pro analýzu odrazu není nutná kepstrální analýza ↔ signál a odraz jsou separované

Analýza odrazu

Příklad: Maskovaný odraz, zpoždění < délka signálu: Odraz je znázorněn zeleně - sčítá se s původním signálem



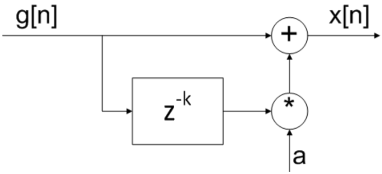
Pro analýzu odrazu je nutná kepstrální analýza ↔ odraz není patrný

Model odrazu

Příklad jednoduchého odrazu a jeho analýza

Popis:

- vstup: $u[n] = g[n]$ – aperiodický signál (aperiodické buzení - jeden impuls o délce T_0)
- impulsová odezva: $h[n]$ – v tomto případě opakující se jednotkové impulsy - typické pro hřebenový filtr, např. h=$\{1\ 0\ 0\ 0\ 1/2\}$
- výstup: $x[n]$ – konvoluce vstupu a impulsové odezvy



- známe pouze $x[n]$
- cílem je určit zpoždění k a útlum $a < 1$

Popis modelu odrazu

Konvoluce:

$$x[n] = g[n] * h[n]$$
$$X(z) = G(z) \cdot H(z)$$

Diferenční rovnice odrazu:

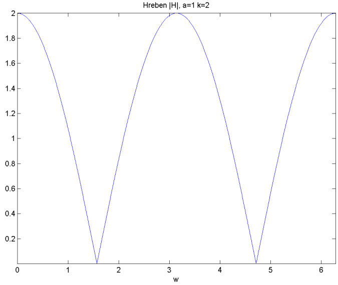
$$x[n] = g[n] + a \cdot g[n-k],\ a < 1 \text{ – pasivní odraz}$$
$$X(z) = G(z)(1 + az^{-k})$$

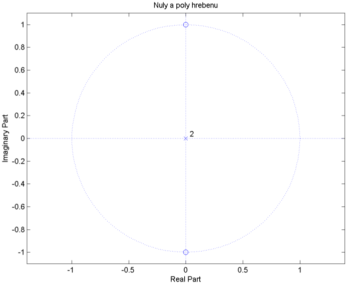
Spektrum:

$$X(e^{j\theta}) = G(e^{j\theta})(1 + ae^{-j\theta k})$$
$$G(e^{j\theta}) \text{ - Spektrum původního signálu}$$
$$(1 + ae^{-j\theta k}) \text{ - Frekvenční charakteristika filtru (hřebenový)}$$

Hřebenový filtr

Modulová frekvenční charakteristika filtru: $a = 1$, $k = 2$ vzorky

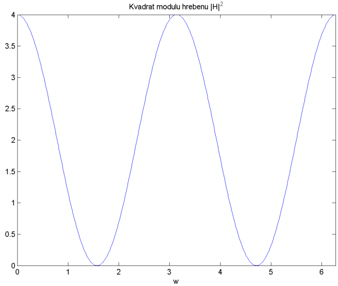


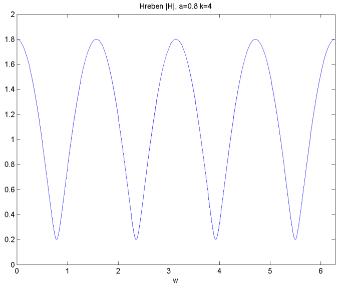


maximum $(1 + a)$
minimum $(1 - a)$

Hřebenový filtr

Kvadrát modulu frekvenční charakteristiky filtru pro $a = 1$, $k = 2$ a modul pro $a = 0.8$, $k = 4$ vzorky





maximum $(1 + a)^2$
minimum $(1 - a)^2$

maximum $(1 + a)$
minimum $(1 - a)$

Logaritmus frekvenční charakteristiky

Logaritmus přenosu:

$$\hat{X}(z) = \ln(X(z)) = \ln(G(z)) + \ln(1 + az^{-k})$$
$$|a| < 1 \text{ - pasivní odraz}$$
$$\hat{H}(z) = \ln(1 + az^{-k}) \simeq az^{-k} - \frac{a^2}{2}z^{-2k} + \frac{a^3}{3}z^{-3k}$$

Aplikace zpětné Z-transformace → kepstrum:

$$\hat{g}[n] = Z^{-1}\{\hat{G}(z)\}$$
$$\hat{h}[n] = Z^{-1}\{\hat{H}(z)\} \simeq a\delta[n-k] - \frac{a^2}{2}\delta[n-2k]\ldots$$
$$\hat{x}[n] = \hat{g}[n] + \hat{h}[n]$$
$$\hat{g}[n] \text{ - neperiodická část}$$
$$\hat{h}[n] \text{ - periodická část}$$

Pozn.: signály konvolvovány X kepstra sečtena

Tlumení kepstra

Esenciální: kepstrální analýza díky aplikaci logaritmu a jeho rozvoje do řady zatlumí kepstrum $\hat{g}[n]$ aperiodického signálu $g[n]$

Příklad: Porovnání tlumení kepstra aperiodického signálu

Nechť $g[n] = b^n$

Použitím transformace bloku $\mathcal{D}$, tedy výpočtem kepstra

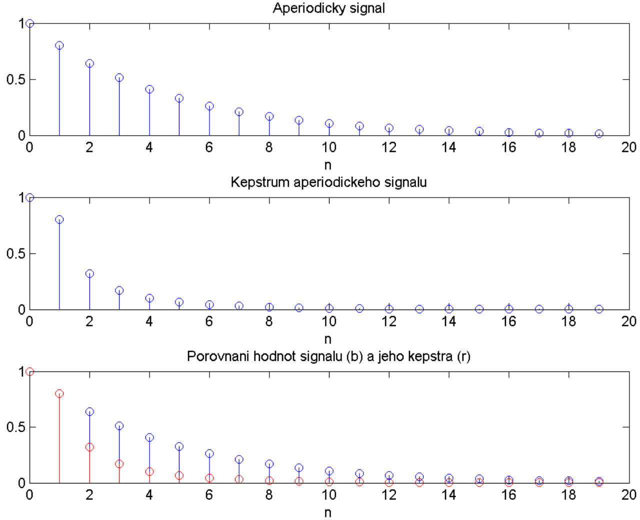
$$g[n] = b^n$$

lze získat kepstrum ve tvaru

$$\hat{g}[n] = \frac{1}{n} b^n$$

Kepstrum nabízí dodatečné tlumení $1/n$:-)

Ilustrace tlumení kepstra



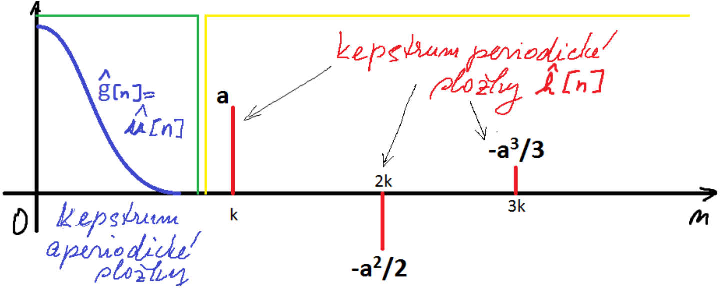
Podmínky liftrace

Podmínky úspěšné liftrace

1. Kepstrální analýza používá logaritmus $\rightarrow$ rozvoj do Laurentovy (nebo Taylorovy) řady obsahuje koeficienty $\frac{1}{n}$, kde n jsou indexy vzorků vstupního signálu $\longrightarrow$ člen $\frac{1}{n}$ způsobí dodatečné zatlumení aperiodické složky signálu
   Např. vzorek aperiodické složky kepstra s indexem $n = 100$ má oproti vzorku vstupního signál se stejným indexem hodnotu 1% !
2. Toto zatlumení umožňuje oddělit aditivně složená kepstra a tím odhalit i velmi slabé periodické složky (v příznivých případech i s amplitudou o dva řády menší než je amplituda vstupního signálu)

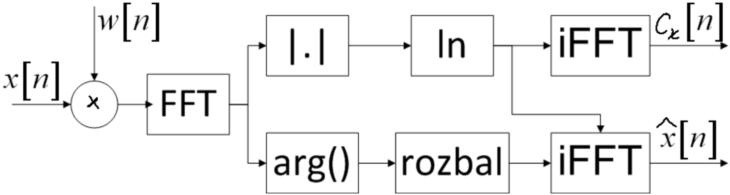
Kepstrum a Liftrace

Nyní máme kepstrum se dvěma složkami: periodickou $\hat{h}[n]$ a neperiodickou $\hat{g}[n] = \hat{u}[n]$ částí – můžeme aplikovat liftraci, která obě složky oddělí:



Pro získání periodické složky aplikujeme liftr pro vyšší kvefrence (žlutý)
Pro získání neperiodické složky aplikujeme liftr pro nízké kvefrence (zelený)

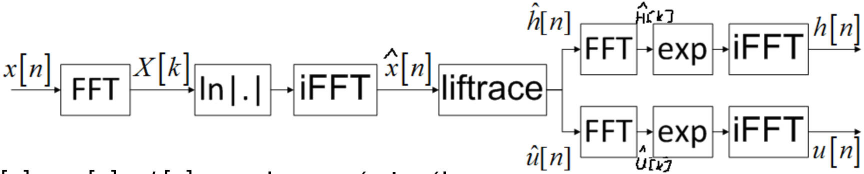
Blokové schéma výpočtu kepstra pomocí DFT



$x[n]$ - vstup=konvoluce dvou složek
$w[n]$ - okno[3]
$c_x[n]$ - reálné kepstrum
$\hat{x}[n]$ - komplexní kepstrum
Pozn.: Pro kepstrální analýzu je nezbytné aby se jedna složka periodicky opakovala a druhá byla aperiodická!

[3] Hvězdička v kruhu reprezentuje násobení signálu $x[n]$ oknem

Dekonvoluce signálu pomocí liftrace a DFT



$x[n] = u[n] * h[n]$ - analyzovaný signál

$h[n]$ - periodicky se opakující složka (např. impulsová odezva hřebenového filtru - příklad na str. 15)

$u[n]$ - neperiodická (neopakující se) složka (např. impuls $u[n] = g[n]$ z příkladu na str. 15)

$X[k]$ - komplexní spektrum analyzovaného signálu

$\hat{h}[n]$ - složka kepstra odpovídající opakovanému signálu

$\hat{u}[n]$ - složka kepstra odpovídající aperiodickému signálu

výstup bloku FFT ve spodní větvi (po liftraci) $\hat{U}[k]$ je spektrální obálkou

výstup bloku FFT v horní větvi (po liftraci) $\hat{H}[k]$ obsahuje informaci o periodě (o odrazu) – je to frekvenční charakteristika hřebenového filtru

Zasazení kepstrální analýzy do rámce ostatních metod

Komplexní kepstrum

$$\hat{x}[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint ln(X(z)) z^{n-1} dz$$

Výkonové/reálné kepstrum

$$c_x[n] = \frac{1}{2}\frac{1}{2\pi j} \oint ln(X(z)X(z^{-1})) z^{n-1} dz$$

Autokorelační funkce

$$R[n] = \frac{1}{2}\frac{1}{2\pi j} \oint (X(z)X(z^{-1})) z^{n-1} dz$$

Literatura

kniha: Uhlíř, Sovka: Číslicové zpracování signálů, Vyd. ČVUT, Praha 1995 a 2002
skripta: Sovka, Pollák: Vybrané metody číslicového zpracování signálů, ČVUT v Praze, 2001