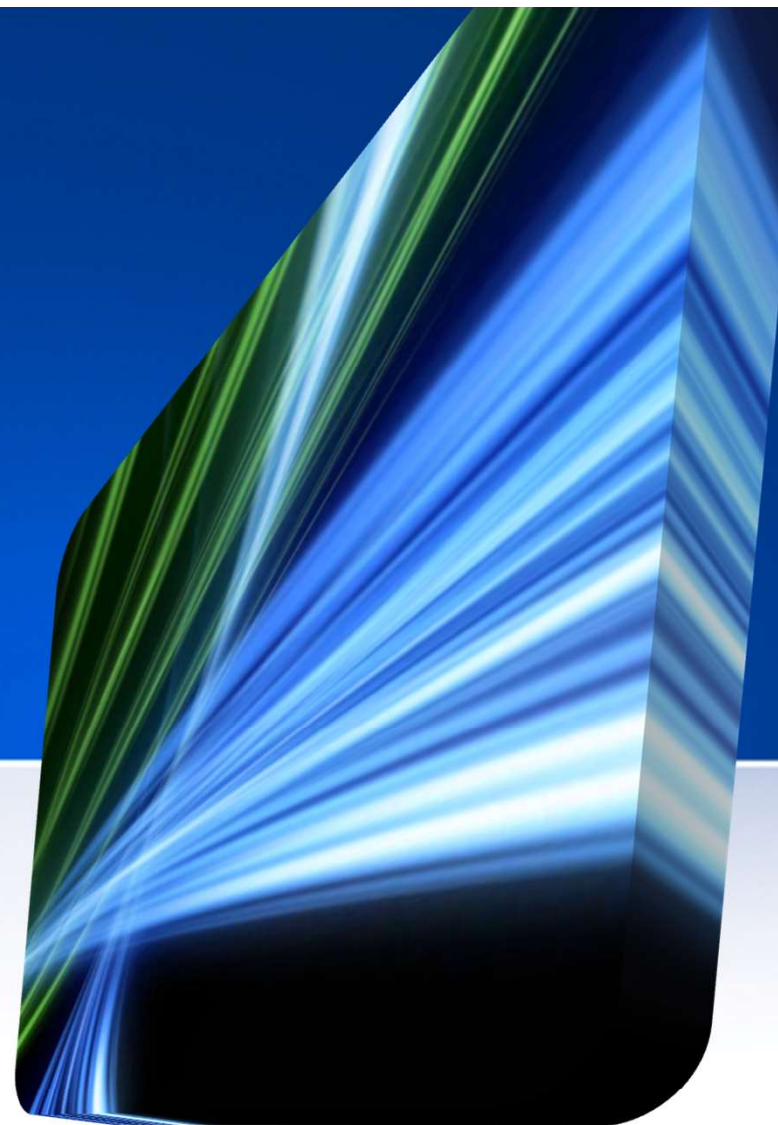


Navigační signály

Doc. Dr. Ing. Pavel Kovář



Obsah



- Požadavky
- Modulace
 - BPSK
 - BOC
- Náhodné posloupnosti
- Posloupnost maximální délky
- Goldovy kódy
- Další posloupnosti

Požadavky



1. Přesné měření doby příchodu signálu
2. Možnost přenášet navigační zprávu

Požadavky na signál



Rozptyl měření času příchodu impulsního signálu

$$\sigma_{\tau_{min}}^2 = \frac{N_0}{2E\beta^2}$$

N_0 jednostranná spektrální výkonová hustota šumu

E energie signál

β efektivní šířka pásma signálu

$$\beta^2 = \frac{4\pi^2}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df ,$$

BPSK



Datový signál (komplexní obálka)

$$\tilde{s}_{d_BPSK}(t) = \sqrt{P}d(t)c(t)$$

Pilotní signál

$$\tilde{s}_{p_BPSK}(t) = \sqrt{P}c(t)$$

P výkon signálu

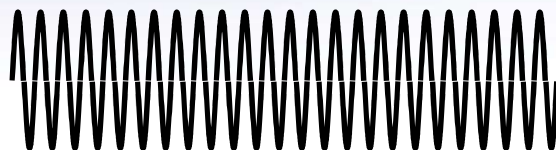
$d(t)$ NRZ (non-return-to-zero) signál přenášející navigační zprávu

$c(t)$ dálkoměrný kód

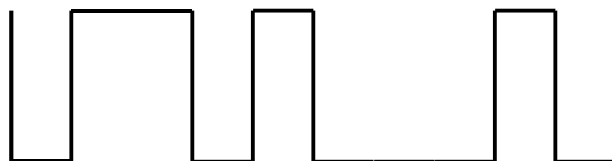
BPSK signál



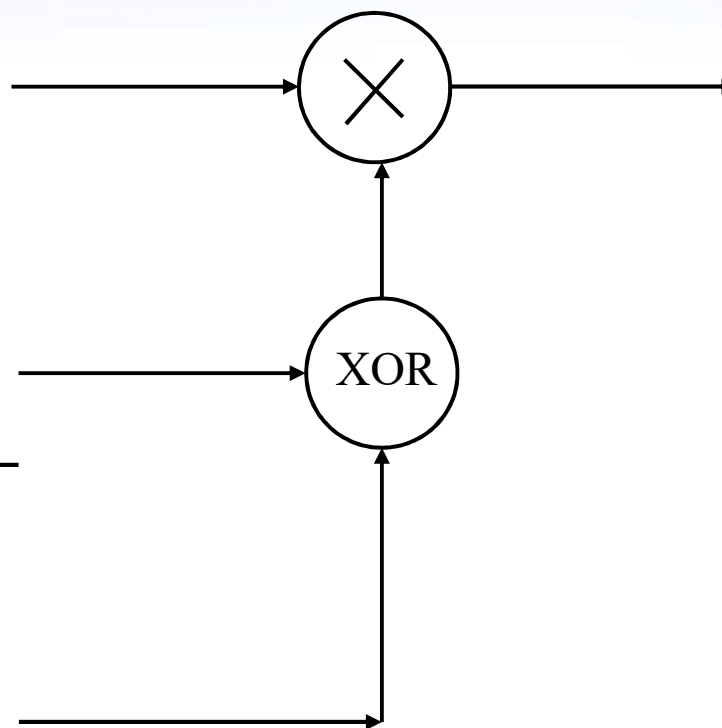
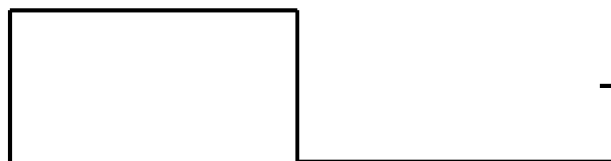
Nosná vlna



Dálkoměrný kód



Datový signál



BPSK obdélníkový modulační impuls



$$d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k \text{rect}_{T_b}(t - kT_b)$$

d_k posloupnost bitů navigační zprávy $d_k \in \{-1, 1\}$

$\text{rect}_{T_b}(\cdot)$ obdélníkový modulační impuls o době trvání bitu navigační zprávy T_b

$$c(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \text{rect}_{T_c}(t - kT_c)$$

c_k dálkoměrná posloupnost, $c_k \in \{-1, 1\}$

T_c doba trvání chipu dálkoměrného kódu

BPSK obecný modulační impulz



$$\zeta_k = d'_k \cdot c_k$$

$$\zeta(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \zeta_k \cdot g(t - kT_c)$$

$g(t - kT_c)$ modulační impulz

$$\tilde{s}_{d_BPSK}(t) = \sqrt{P} \zeta(t)$$

BPSK



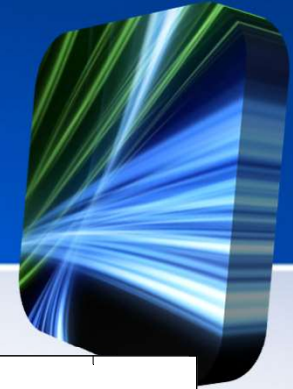
Autokorelační funkce

$$\tilde{R}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \tilde{s}^*(t) \tilde{s}(t + \tau) dt$$

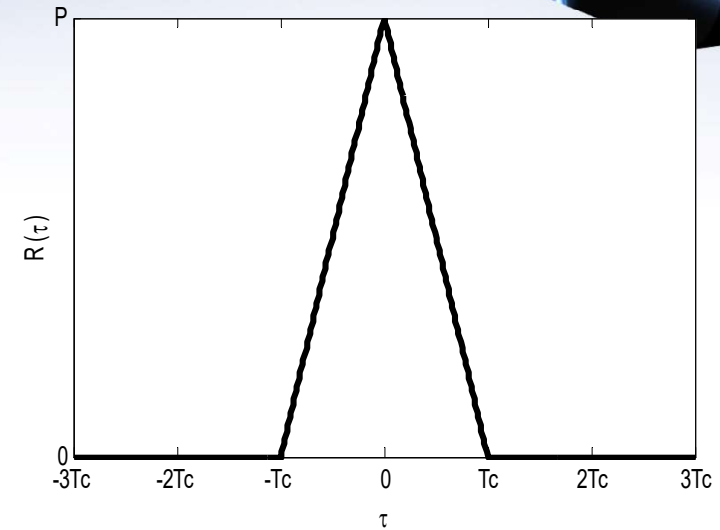
Spektrální výkonová hustota

$$C(\omega) = \mathbf{F}(R(\tau)),$$

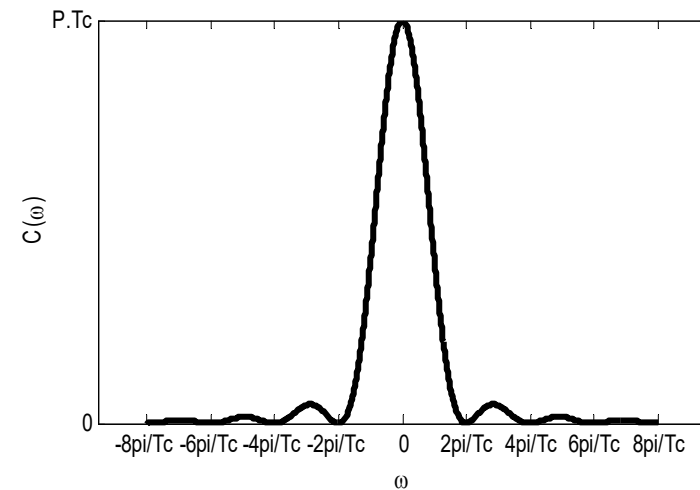
BPSK obdélníkový modulační impuls



$$R(\tau) = \begin{cases} P \left(1 - \frac{|\tau|}{T_c} \right) & \text{pro } |\tau| \leq T_c \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$



$$C(\omega) = \frac{4P}{T_c \omega^2} \sin^2 \frac{\omega T_c}{2}$$



BOC(m,n)

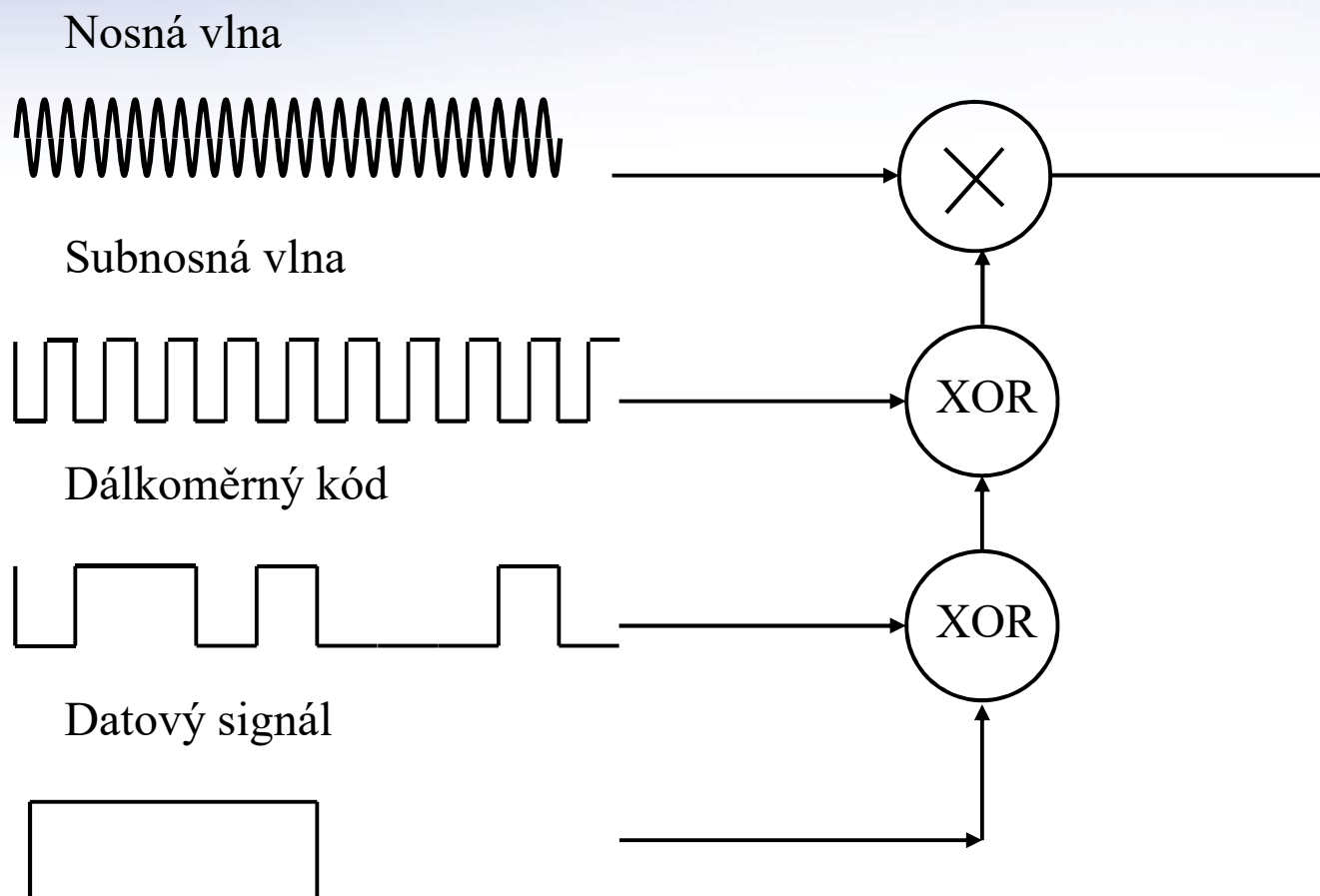


$$\tilde{s}_{BOCsin}(t) = \sqrt{P} \cdot d(t) \cdot c(t) \cdot \text{sign} \left[\sin \frac{2\pi}{2T_s} t \right]$$
$$\tilde{s}_{BOCcos}(t) = \sqrt{P} \cdot d(t) \cdot c(t) \cdot \text{sign} \left[\cos \frac{2\pi}{2T_s} t \right]$$

$$m = \frac{f_s}{f_{C, GPS-L1-C/A}}$$

$$n = \frac{f_C}{f_{C, GPS-L1-C/A}}$$

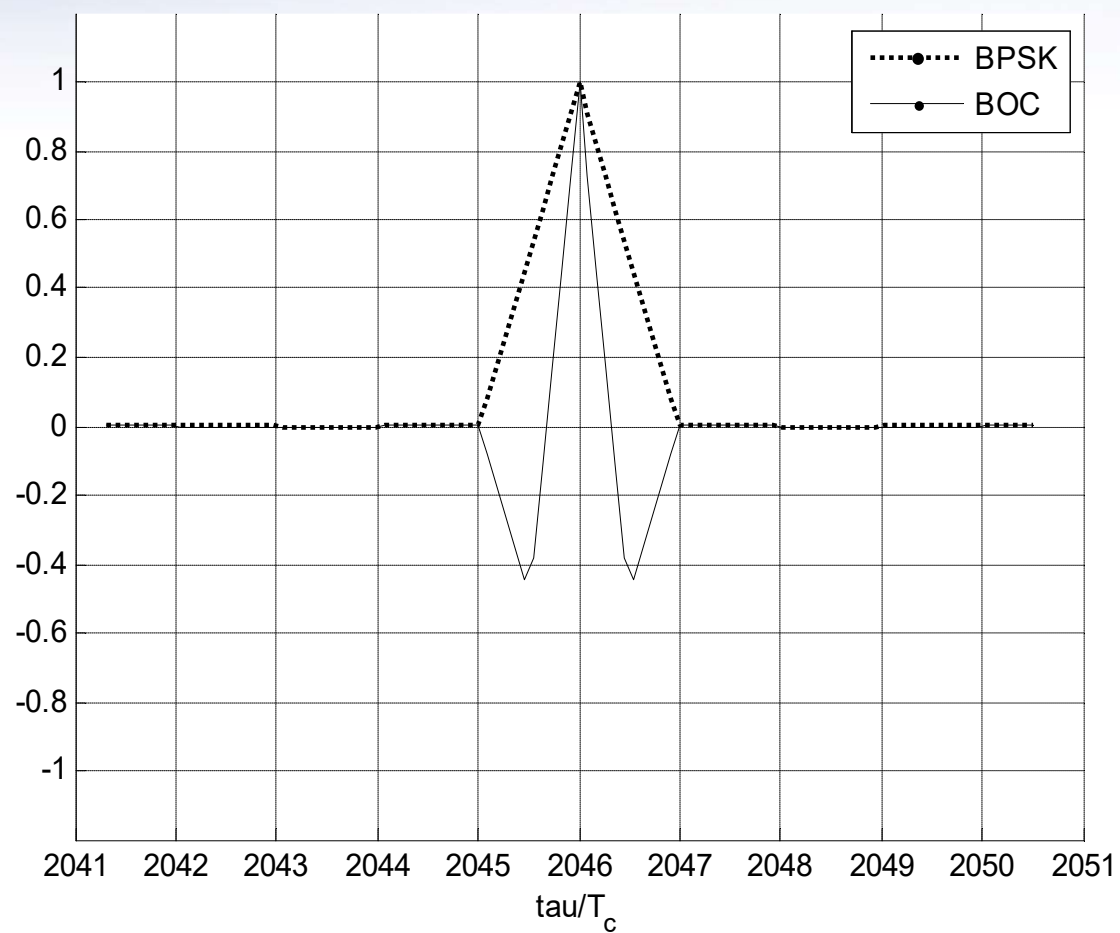
BOC signál



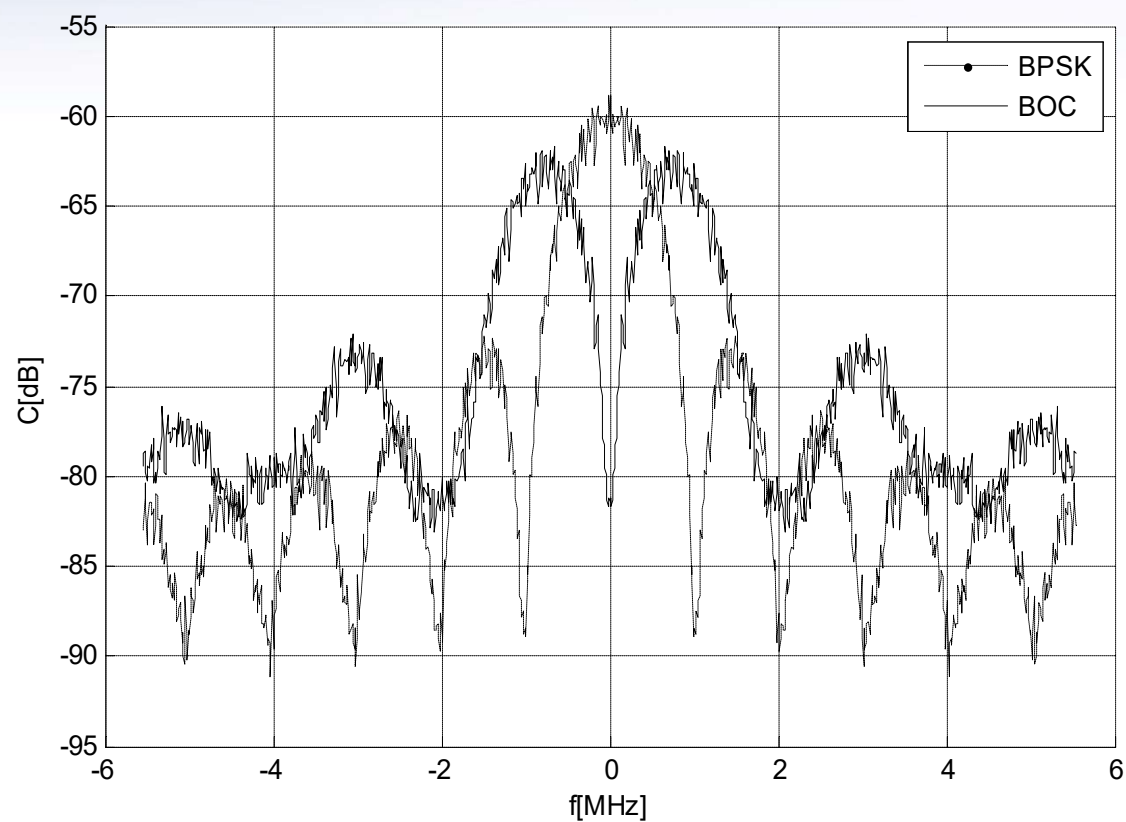
Korelační funkce BPSK a BOC(1,1)



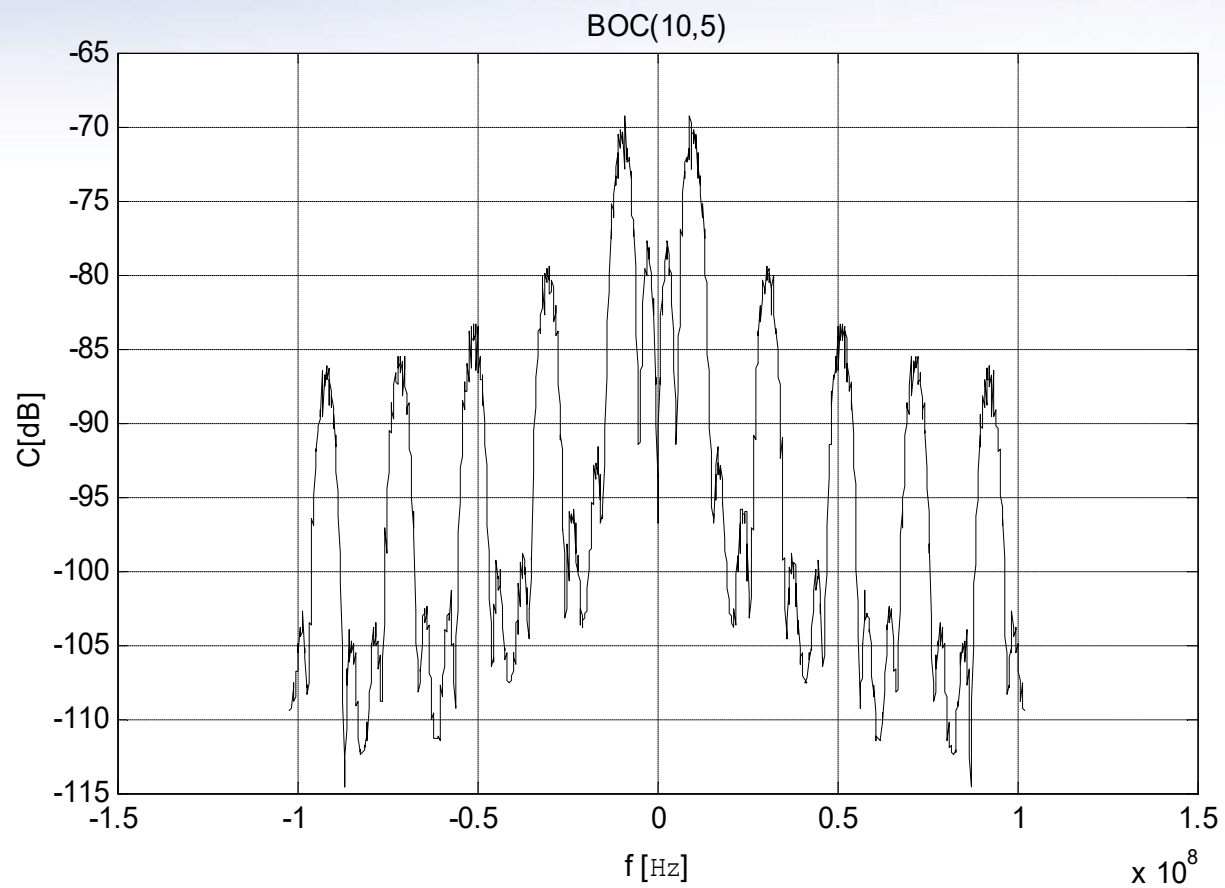
ACF BOC a BPSK signal



Spektrum BPSK a BOC(1,1)



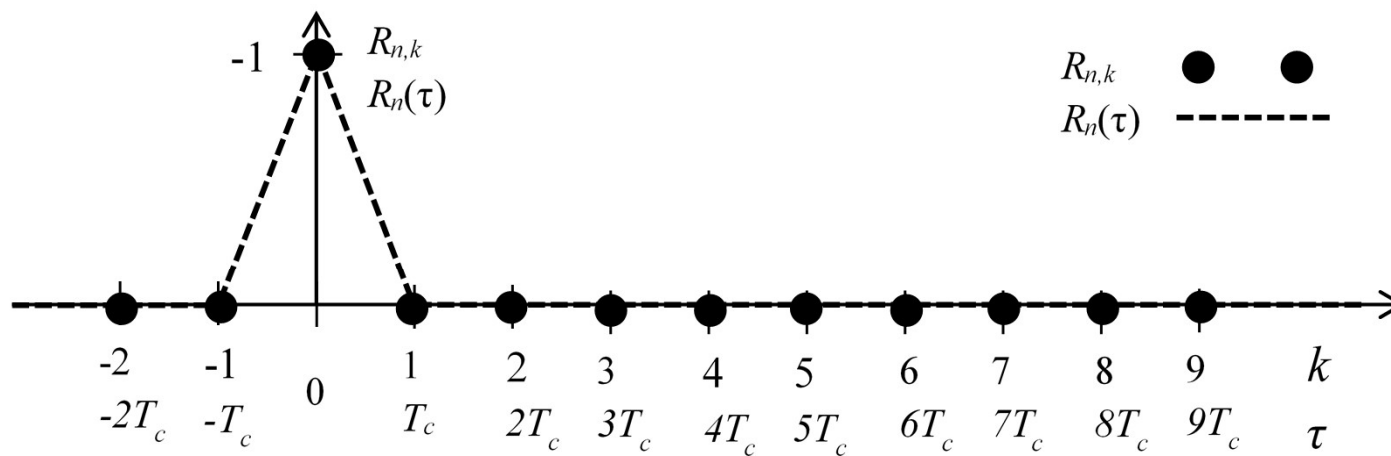
Spektrum BOC(10,5)



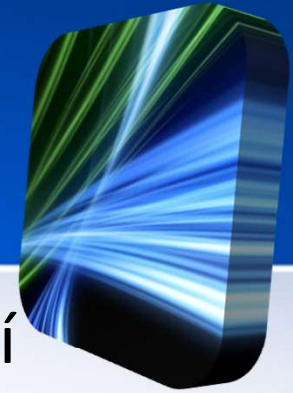
Náhodná posloupnost



$$R_{n,k} = \begin{cases} 1 & \text{pro } k = 0 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$



Pseudonáhodná posloupnost



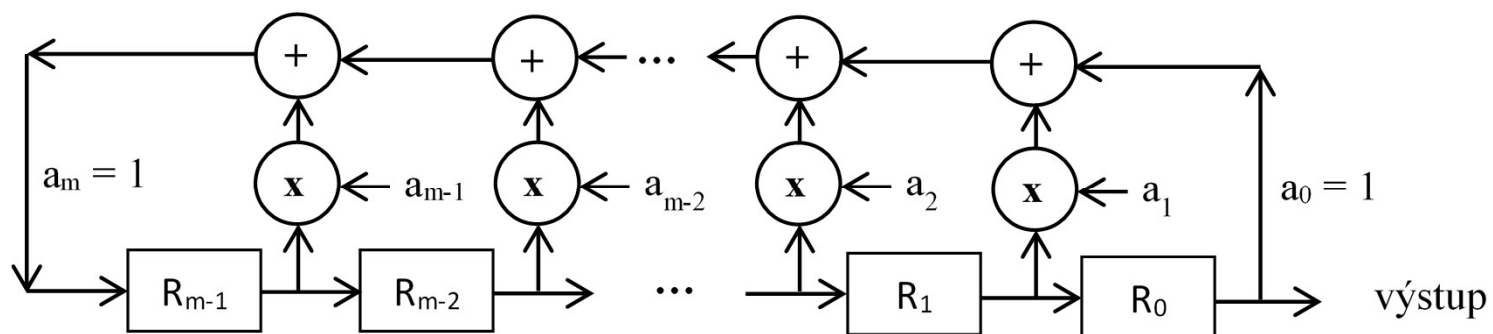
Deterministická posloupnost jejíž vlastnosti se blíží náhodné posloupnosti

- Posloupnost maximální délky
- Goldovy kódy
- Další kódy

Posloupnost maximální délky



$$g(D) = 1 + a_1D + a_2D^2 + \cdots a_{m-2}D^{m-2} + a_{m-1}D^{m-1} + D^m$$



Posloupnost maximální délky

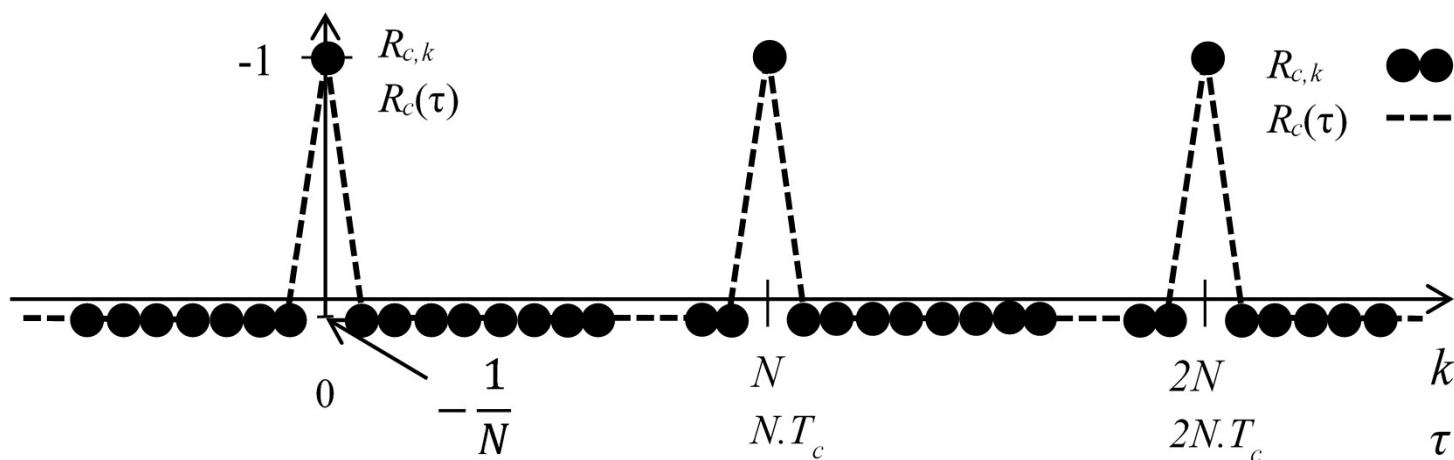


- Pro vhodně vybraný generující polynom $g(D)$ má posuvný registr jen dva cykly:
 - pro nulové počáteční nastavení registru $(R_{m-1}, R_{m-2}, \dots, R_0) = (0, 0, \dots, 0)$ se opakuje nulový stav (nulový cyklus) jehož perioda je 1.
 - Pro jakékoliv jiný počáteční stav prochází registr všemi možnými stavy kromě nulového.
- Posloupnost generovaná pro $(R_{m-1}, R_{m-2}, \dots, R_0) \neq (0, 0, \dots, 0)$ má maximální možnou délku $N = 2^m - 1$.
- Generující polynom $g(D)$ je primitivní polynom, tj. dělí beze zbytku polynom $D^N - 1$.
 - Primitivní polynom je polynom stupně právě m , proto $g_0 = 1$ a $g_m = 1$.
- Posloupnost obsahuje o jednu 1 více než 0.
- Součtem dvou stejných posloupností lišících se fází získáme tu samou posloupnost, ale s jinou fází.
- Autokorelační funkce posloupnosti maximální délky po přemapování na +1/-1 nabývá dvou hodnot

Posloupnost maximální délky



$$R_{c,k} = \begin{cases} 1 & \text{pro } k = N.l \\ -\frac{1}{N} & \text{jinde} \end{cases}$$



Goldovy kódy



- Lze použít v CDMA
- Generují se jako součet dvou různých posloupností maximální délky
- Vzájemná korelační funkce preferovaných posloupností nabývá tří hodnot -1 , $-t$ a $t-2$, kde t závisí na délce generátoru dílčích posloupností maximální délky

$$t = \begin{cases} 2^{(m+1)/2} + 1 & \text{pro } m \text{ sudé} \\ 2^{(m+2)/2} + 1 & \text{pro } m \text{ liché} \end{cases}$$

Aplikace

GPS L1

Další kódy



- Části posloupnosti maximální délky
 - Počítačovou simulací se hledají vhodné úseky, které mají požadované korelační vlastnosti
- Weil-code
 - GPS L1 C