# Předmět B2M31DSP/Př.

P Sovka & V Turoň

Přednáška 3: Měření zpoždění mezi signály

# Obsah

Cíle přednášky:

- charakterizace nedisperzního a disperzního prostředí
- využití korelační, spektrální a koherenční funkce pro měření zpoždění

# Typy prostředí a prostředky měření zpoždění

**Typy prostředí**

- nedisperzní – frekvenčně nezávislé
- disperzní – frekvenčně závislé

**Prostředky měření zpoždění**

- nedisperzní – korelační funkce
- disperzní – vzájemná spektrální hustota, koherence

# Popis šíření signálu v nedisperzním prostředí

**Popis šíření signálu - pasivní šíření**
Pro pasivní šíření je útlum $0 \leq k_0 \leq 1$

**A. Signál ve spojitém čase**
$y(t) = k_0 x(t - \tau_0)$ a tedy $h(t) = k_0 \delta(t - \tau_0) \rightarrow$ Přenos $H(p) = k_0 e^{-\tau_0 p}$
$\rightarrow$ Frekvenční char. $H(j\omega) = k_0 e^{-j\tau_0\omega} = |H(j\omega)| e^{-j\phi(\omega)}$,
kde $\tau_0 = \frac{d}{c}$ je zpoždění [s], $d$ je vzdálenost [m], $c$ je rychlost šíření [m/s]

**B. Signál v diskrétním čase**: vzorkovací krok $T$, $D = \tau_0 / T$
$y[n] = k_0 x[n - D]$, $\rightarrow$ Přenos $H(z) = k_0 z^{-D} \rightarrow$ Frekvenční char.
$H(\Theta) = k_0 e^{-jD\Theta} = |H(\Theta)| e^{-j\phi(\Theta)}$, $\Theta = 2\pi f / f_s$, $f_s = 1/T$

# Nedisperzní prostředí

**Nedisperzní prostředí se vyznačuje**

- konstantním útlumem $k_0$ signálu na všech frekvencích
- lineární fázovou charakteristikou
  $\phi(\omega) = -2\pi f \tau_0 = -\omega\tau_0$
  nebo
  $\phi(\Theta) = -D\Theta$
- tedy konstatním skupinovým zpožděním
  $g(f) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} = \tau_0$ [s]
  nebo
  $\phi(\Theta) = -\frac{d\phi(\Theta)}{d\Theta} = D$ [vzorky]

# Vzájemná korelace mezi vstupem a výstupem

**Vzájemná korelace mezi vstupem a výstupem**
Známe vstup $x(t)$ i výstup $y(t)$

$R_{yx}(\tau) = E[y(t+\tau)x(t)]$, kde $y(t) = k_0 x(t-\tau_0) + u(t) \rightarrow$
$R_{yx}(\tau) = k_0 R_{xx}(\tau - \tau_0)$ ... posunutá autokorelace vstupu
nebo
$R_{yx}(\tau) = R_{xy}(-\tau) = k_0 R_{xx}(\tau + \tau_0)$ ... posun na druhou stranu, pokud zaměníme pořadí signálů (vstup $y(t)$, výstup $x(t)$)

**Vliv aditivního šumu na výstupu**:
Podmínka: šum nekorelovaný se signálem $E[x(t)u(t)] = 0$
$y(t) = k_0 x(t-\tau_0) + u(t) \rightarrow$
$R_{yx}(\tau) = k_0 R_{xx}(t - \tau_0) + E[x(t)u(t+\tau)] = k_0 R_{xx}(\tau - \tau_0)$ ... žádný vliv aditivního nekorelovaného šumu

# Šíření signálu více cestami

**A. Šíření signálu více cestami & jeden mikrofon**

**A1. Známe vstup** $x(t)$ **i výstup** $y(t)$,
kde $y(t) = y_1(t) + y_2(t) = k_1 x(t - \tau_1) + k_2 x(t - \tau_2)$

**Vzájemná korelace mezi vstupem a výstupem**
$R_{yx}(\tau) = E[y(t+\tau)x(t)] = k_1 R_{xx}(\tau - \tau_1) + k_2 R_{xx}(\tau - \tau_2)$ ... součet dvou různě posunutých autokorelací vstupu
Lze určit zpoždění mezi signály $x$ a $y_1$, $x$ a $y_2$ i mezi $y_1$ a $y_2$, přitom neznáme $y_1$ ani $y_2$ (známe pouze jejich součet)

Podmínka: velká šířka pásma $B$ signálů $\rightarrow$ maxima korelace se pak nepřekrývají

- $B|\tau_1 - \tau_2| > 1$ pro $R_{yx}(\tau_1) \approx R_{yx}(\tau_2)$
- $B|\tau_1 - \tau_2| > 3\frac{R_{yx}(\tau_1)}{R_{yx}(\tau_2)}$ pro $R_{yx}(\tau_1) \neq R_{yx}(\tau_2)$

# Šíření signálu více cestami

**A2. Známe dva výstupy $y_1$ a $y_2$, neznáme vstup $x$**

Neznáme-li $x \rightarrow$ potřebujeme dva mikrofony $\rightarrow y_1$ a $y_2$

$y_1(t) = k_1 x(t - \tau_1)$, $y_2(t) = k_2 x(t - \tau_2)$

**Vzájemná korelace mezi oběma výstupy**

$R_{y_2 y_1}(\tau) = k_1 k_2 R_{xx}(t - \tau_s);\; \tau_s = \tau_2 - \tau_1$

Pomocí dvou mikrofonů (senzorů) umíme určit zpoždění mezi dvěma signály $y_1$ a $y_2$ i bez znalosti vstup $x$, tedy budicího sgnálu

Podmínka na velkou šířku pásma signálu zde není nutná

**Vliv aditivního šumu na výstupu**:

$y_1(t) = k_1 x(t - \tau_1) + u_1(t)$, $y(t)_2 = k_2 x(t - \tau_2) + u_2(t)$

$E[u_1(t) u_2(t)] = 0$ a $E[x(t) u_i(t)] = 0$, $i = 1, 2 \rightarrow$

$R_{y_2 y_1}(\tau) = k_1 k_2 R_{xx}(t - \tau_s);\; \tau_s = \tau_2 - \tau_1$

Aditivní nekorelovaný šum opět nemá vliv na měření zpoždění

# Směrový příjem

**A3. Zobecnění A2 na více senzorů než dva**

Dva a více mikrofonů (senzorů) zajistí směrový příjem

Při použití kompenzace zpoždění mezi signály získáme maximum příjmu ve směru zdroje signálu

- příklad se 2 mikrofony
- zobecnění na více mikrofonů - delay and sum beamformer (DAS)

Problémy

- vznikají minima přenosu (hřebenová struktura přenosu)
- směrový diagram frekvenčně závislý
- difúzní šum nelze směrovým příjmem potlačit

# Měření zpoždění pomocí korelační funkce

## Shrnutí

- vzájemná korelační funkce vykazuje maximum (minimum) pro zpoždění odpovídající posunu mezi vstupním a výstupním signálem přenosové cesty
- aditivní šum nekorelovaný se signálem nemá na měření vliv
- při měření signálu šířícího se dvěma cestami vzniknou dva extrémy („kopce“); extrémy jsou rozlišitelné, pokud jsou signály širokopásmové $\leftrightarrow$ mají úzkou korelační funkci
- známe-li signály procházejícími dvěma a více cestami/směry, lze získat směrový příjem

# Disperzní prostředí

**Popis šíření signálu ve frekvenčně závislém prostředí**
$y(t) = x(t) * h(t) \longrightarrow R_{yx}(\tau) = h(\tau) * R_{xx}(\tau)$[1]

Je zřejmé, že v důsledku konvoluce dochází ke změně tvaru korelační funkce vstupního signálu, a proto není možné korelaci použít pro měření zpoždění

Nutné použít vzájemnou spektrální hustotu

$$S_{yx}(f) = \mathcal{DFT}\{R_{yx}(\tau)\} = \lim_{T_0 \to \infty} E[\frac{1}{T_0} Y(f) X^*(f)] =$$
$$= H(f) S_{xx}(f) = (|H(f)| S_{xx}(f)) e^{j\phi(f)} = |S_{yx}(f)| e^{j\phi(f)}$$

Dojde tedy k oddělení informace o změně tvaru korelační funkce (a tím ke změně modulu PSD $|S_{yx}(f)|$) vlivem disperzního prostředí od informace o zpoždění dané členem $e^{j\phi(f)}$ (nebo $e^{j\phi(\omega)}$)

[1] Viz Přednáška 1 Modelování signálů

# Měření zpoždění v disperzním prostředí

**Zpoždění v disperzním prostředí udává fázová charakteristika**

- lineární $\phi(\omega) = -2\pi f \tau_0 \rightarrow$ konst. skup. zpoždění
  $g_0(\omega) = g_0 = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} = \tau_0 = konst$
- nelineární $\rightarrow$ skup. zpoždění je frekvenčně závislé
  $g_0(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \rightarrow \tau_0(\omega) \neq konst$

Pozn.: pro nedisperzní prostředí se tvar PSD nemění
$S_{yx}(f) = k_0 S_{xx}(f) e^{-jf\tau_0}$
a fáze obsahuje informaci o konstatním zpoždění.
Vzájemnou spektrální hustotu můžeme proto pro měření zpoždění
v nedispersním prostředí použít

# Měření zpoždění pomocí vzájemné spektrální hustoty - shrnutí

Vzájemná spektrální hustota (CPSD – Cross Power Spectral Density)je komplexní funkce – derivace její fázové charakteristiky[2] $\phi_{xy}(\omega)$ udává posun mezi signály (platí pro disperzní i nedisperzní prostředí)
$g_0(\omega) = -\frac{d\phi_{xy}(\omega)}{d\omega}$

**Podmínky měření**

- je třeba používat vyhlazenou spektrální hustotu, nikoliv periodogram
- pokud je fáze spektrální hustoty nelinární (typicky pro disperzní prostředí), je velikost zpoždění frekvenčně závislá
- při vícecestném šíření signálu jsou spektra násobena hřebenovou frekvenční charakteristikou s nepravidelným rozložením nul (minim) $\rightarrow$ problém

[2] Derivaci fázové charakteristiky filtrů známe jako skupinové zpoždění

# Literatura

kniha: Uhlíř, Sovka: Číslicové zpracování signálů, Vyd. ČVUT, Praha 1995 a 2002

skripta: Sovka, Pollák: Vybrané metody číslicového zpracování signálů, ČVUT v Praze, 2001