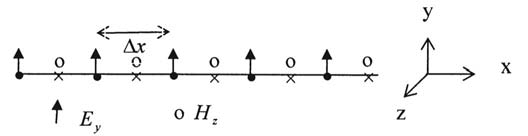
**Metoda konečných diferencí v časové oblasti**

**(Finite Difference Time Domain, FDTD)**

Souhrn vztahů pro cvičení 4. týdne

1. **Časový vývoj E** a **H polí** TEM vlnyšířící se v 1D prostředí (po vedení) dle obrázku.

První dvě Maxwelovy rovnice v diferenciálním tvaru

se ve volném jednorozměrném prostoru bez proudových hustot (, , zjednoduší na tvar

,  =

.

Aproximujeme derivace centrálními diferencemi

.

Diskretizujeme prostor a čas

– **prostorový krok**,

– **časový krok**.

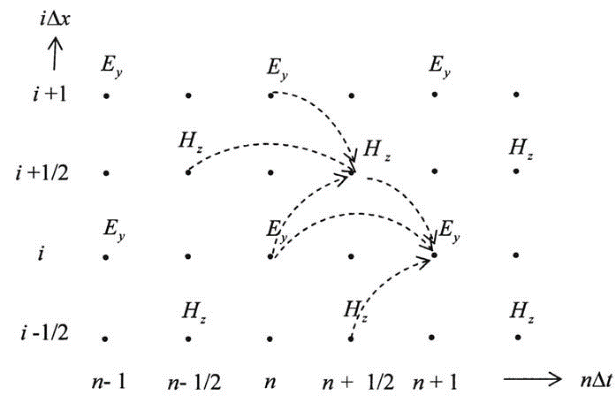
Složky intenzit polí *E* a *H* prokládáme v prostoru

v uzlech , v polovičních intervalech tj. a současně v čase

v krocích , v polovičních intervalech tj. .

Diskretizovaný tvar prvních dvou Maxwelových rovnic

Úpravou dostaneme vztahy pro časový vývoj polí (*time marching/leap frog marching of fields*)



1. **Prostorový krok a numerická disperze** (chyba) – závislost konstanty šíření a fázové rychlosti   
   (znak “” označuje numerické veličiny) na volbě diskretizačního a časového kroku a to i v ***nedisperzním*** prostředí. Objasnit lze např. následovně.

Vlnová rovnice pro složku

, kde

Řešením je vlna , kde , ,

Vlnová rovnice v diskrétní podobě

Diskrétní řešení - tzv. numerická vlna

, kde je numerická konstanta šíření (obecně ).

Dosazením numerické vlny do diskrétní vlnové rovnice dostaneme po úpravě vztah mezi a , kterému se říká disperzní rovnice*.* Závisí na volbě a .

Časový krok je tzv. magický časový krok, kdy a numerické (diskrétní) řešení odpovídá původnímu analytickému (diferenciálnímu) řešení.

Za předpokladu a je a disperzní rovnice přejde ve tvar



**Numerická disperze** představuje závislost ,

viz str. 291, obr. 8.7, lze ji odvodit ve tvaru

,

kde je tzv. koeficient stability.

1. **Časový krok a stabilita numerického řešení**

Volíme , dopočítáme tak, aby **,** kde je maximální fázová rychlost v řešené oblasti  
(zde ), obecně pro ve 2D: a 3D: (Courantova podmínka stability),  
viz [1], str. 329, 343.

Definujeme koeficient stability (Courantovo číslo) jako bezpečnostní rezervu pro volbu .

, kde tj. .

Př. Numerická disperze šíření obdélníkového pulsu v 1D úloze.

* Implementujte aktualizaci polí *E* a *H* ve skriptudispersion.m.
* Vyšetřete závislost tvaru šířícího se obdélníkového pulsu na volbě koeficientu stability *.*
* Implementujte na konci oblasti řešení (vpravo) podmínku pro úplný odraz složky *E* (dokonale vodivé zakončení).

Reference

[1] Ramesh Garg, *Analytical and Computational Methods in Electromagnetics*, Artech House, 2008, str. 281-354.