

Lambert CZ – nové zobrazení pro Česko

Jan Šimbera

9. ledna 2018

Abstrakt

V současnosti nejvíce rozšířené kartografické zobrazení pro Česko je Křovákovo zobrazení, které ale z mnoha ohledů nevyhovuje pro současnou GIS a kartografickou praxi. Tento dokument představuje alternativu založenou na Lambertově úhlojevném kuželovém zobrazení.

1 Popis zobrazení

Zobrazení je variantou Lambertova sečného úhlojevného (*konformního*) kuželového zobrazení z elipsoidu do roviny v normální poloze. Počítá s využitím evropského referenčního elipsoidu ETRS89.

1.1 Parametry zobrazení

Parametry jsou následující:

- orientace os: standardní matematická
- poloha kužele: normální (kartografický pól totožný se severním zeměpisným)
- základní poledník $\lambda_0 = 15^\circ$
- základní rovnoběžka $\varphi_0 = 49^\circ 45'$
- sečné rovnoběžky:
 - $\varphi_1 = 49^\circ$
 - $\varphi_2 = 50^\circ 30'$
- posun ve směru osy x (*false easting*) $\Delta x = 250\,000$ m
- posun ve směru osy y (*false northing*) $\Delta y = 150\,000$ m

1.2 Definice ve WKT

Definiční WKT soubor má tvar:

```
PROJCS["Lambert_CZ",  
  GEOGCS["GCS_ETRS_1989",  
    DATUM["D_ETRS_1989",SPHEROID["GRS_1980",6378137.0,298.257222101]],  
    PRIMEM["Greenwich",0.0],  
    UNIT["Degree",0.0174532925199433]  
  ],  
  PROJECTION["Lambert_Conformal_Conic"],  
  PARAMETER["False_Easting",250000.0],  
  PARAMETER["False_Northing",150000.0],  
  PARAMETER["Central_Meridian",15.0],  
  PARAMETER["Standard_Parallel_1",49.0],  
  PARAMETER["Standard_Parallel_2",50.5],
```

```

PARAMETER["Scale_Factor",1.0],
PARAMETER["Latitude_Of_Origin",49.75],
UNIT["Meter",1.0]
]

```

1.3 Definice v Proj4

Definice ve formátu pro Proj4 má tvar:

```

+proj=lcc +lat_1=49 +lat_2=50.5 +lat_0=49.75 +lon_0=15 +x_0=250000 +y_0=150000
+ellps=GRS80 +towgs84=0,0,0,0,0,0,0 +units=m +no_defs

```

1.4 Zdůvodnění

Souřadnicový systém ETRS89 je použit z důvodu snadné návaznosti na mapování na evropské a světové úrovni – jeho souřadnice jsou jednoduše převoditelné do elipsoidu WGS84. Díky navázání na evropskou tektonickou desku se také nebudou v čase měnit kontinentálním driftem. Podkladový elipsoid GRS80 je velmi přesný a v současnosti nejčastěji používaný. ETRS89 neobsahuje chyby akumulované při tvorbě systému S-JTSK.

Kuželové zobrazení v normální poloze je vhodné pro území protažená v rovnoběžkovém směru, tedy i Česko. Obecnou polohu kužele, kterou používá zobrazení Křovákovo, je možno díky neuvažování Slovenska bez většího nárůstu zkreslení opustit.

Úhlojevné zobrazení je zvoleno kvůli návaznosti na existující systém; zachovaná vysoká přesnost v kombinaci s touto vlastností umožňuje i geodetické aplikace, a tedy výhledově úplné opuštění S-JTSK. Zkreslení ploch je díky malé velikosti mapovaného území stále zcela v mezích současných standardů (viz příslušná sekce).

Parametry zobrazení byly zvoleny na základě numerické optimalizace zkreslení a následně zaokrouhleny:

- Základní poledník 15° je porovnatelný s UTM, běžně používaný a z celočíselných poledníků nejbližší středu území.
- Základní rovnoběžka a sečné rovnoběžky jsou zvoleny v souladu s pravidly pro minimalizaci zkreslení a jsou velmi blízké minimálním dosažitelným hodnotám.
- Posuny souřadnic (false northing a easting) jsou zvoleny jako vhodná kulatá čísla tak, aby hodnoty souřadnic byly na celém území Česka kladné a přitom nepřiliš vysoké.

1.5 Zobrazovací rovnice

1.5.1 Konstanty zobrazení

$$q = a \frac{w(\varphi_1)}{nt(\varphi_1)^n} = 11\,583\,124,653\,549 \text{ m}$$

$$n = \frac{\ln w(\varphi_1) - \ln w(\varphi_2)}{\ln t(\varphi_1) - \ln t(\varphi_2)} = 0,766\,083\,775\,796$$

$$\rho_0 = \rho(\varphi_0) = 5\,361\,345,963\,200 \text{ m},$$

kde w je poměr

$$M(\varphi) = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}},$$

a a e parametry elipsoidu GRS80

$$a = 6\,378\,137 \text{ m}$$

$$e = 0,006\,694\,380$$

a parametry t a ρ

$$\rho(\varphi) = qt(\varphi)^n$$
$$t(\varphi) = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \left(\frac{1 + e \sin \varphi}{1 - e \sin \varphi}\right)^{\frac{e}{2}}$$

1.5.2 Přímá transformace

Zobrazovací rovnice pro převod z geografických souřadnic na pravoúhlé mají tvar:

$$x = \rho \sin \theta + \Delta x$$
$$y = \rho_0 - \rho \cos \theta + \Delta y,$$

kde

$$\theta(\lambda) = n(\lambda - \lambda_0).$$

1.5.3 Inverzní transformace

Zeměpisná délka se z pravoúhlých souřadnic získá přímým vztahem

$$\lambda = \frac{1}{n} \arctan \frac{x - \Delta x}{\rho_0 - (y - \Delta y)}.$$

Zeměpisnou šířku je třeba spočítat iterativně. Počáteční odhad je

$$\varphi_{(1)} = \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \tau(x, y),$$

kde

$$\tau(x, y) = \left[\frac{1}{q} \sqrt{(x - \Delta x)^2 + [\rho_0 - (y - \Delta y)]^2} \right]^{\frac{1}{n}}.$$

Iterační výpočet má tvar

$$\varphi_{(n+1)} = \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left[\tau(x, y) \cdot \left(\frac{1 - e \sin \varphi_{(n)}}{1 + e \sin \varphi_{(n)}} \right)^{\frac{e}{2}} \right],$$

pro konvergenci stačí zpravidla tři až čtyři iterace.

2 Zdůvodnění a diskuze

Takto navržené zobrazení má oproti Křovákovo zobrazení následující výhody:

- Používá standardní elipsoid, v jehož souřadnicích je uváděna většina současných prostorových dat. Existuje pro něj globální transformační klíč bez nutnosti používat mezielipsoidické transformace a grid shift.
- Používá konvenční orientaci os, která nečiní problémy GIS softwaru. Hodnoty obou souřadnic jsou na celém území státu kladné.
- Je výpočetně méně náročné než Křovákovo zobrazení, neboť díky své přímé povaze a normální poloze používá pouze jeden krok.
- Všechny prvky zobrazení jsou již implementovány ve všech běžných GIS softwarech.
- Hodnoty zkreslení jsou pro většinu území stejné jako u Křovákova zobrazení.
- Meridiánová konvergence je nižší a rovnoměrně rozložená kolem nuly, takže není třeba mapu celé republiky natáčet pro nezkreslené vnímání severního směru.

2.1 Zkreslení

Zkreslení délek v zobrazení je možno snadno určit pomocí vzorce pro měřítko délek

$$m = \frac{n\rho}{N \cos \varphi} = \frac{n\rho(\varphi)\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}{a \cos \varphi}$$

Díky konformitě je zkreslení nezávislé na směru; ze vzorce výše vyplývá, že je konstantní pro danou zeměpisnou šířku. Měřítko ploch je $P = m^2$.

Pro dané hodnoty nezkreslených rovnoběžek je zkreslení délek na celém území maximálně 17,5 cm/km a průměrně 5,7 cm/km. Optimální hodnoty průměrného zkreslení 3,56 cm/km lze dosáhnout při dvojici nezkreslených rovnoběžek 49,33° a 50,16° (maximální zkreslení 23,7 cm/km), optimální hodnoty maximálního zkreslení 11,94 cm/km při dvojici 48,92° a 50,69° (průměrné zkreslení 8,1 cm/km). Zvolenou dvojici lze tedy považovat za kompromis mezi oběma cíli, navíc při zachování snadno zapamatovatelných hodnot.

2.2 Mapa

Obraz Česka se zeměpisnou sítí v tomto zobrazení je uveden na obrázku níže.

LAMBERT CZ

nové zobrazení pro Česko

