Løsningsforslag Miniprosjekt 2020

Oppgave 1

Oppgave 1a)

I dette LF brukes små bokstaver tidlig i alfabetet som indekser, store bokstaver som konstanter, små bokstaver fra slutten av alfabetet (men ikke æ, ø, å) som beslutningsvariable, små greske bokstaver som binærvariable. Hver indeks, variabel eller konstant bør helst ikke bestå av mer enn ett tegn i den matematiske formuleringen.

Indekssett:

a	Produksjonsanlegg (Salten, Meråker, Thamshavn, Bremanger, Bjølvefossen og Fiskaa)
b	Produkt (silisium, ferrosilisium)
k	Kunder (JSI, EFS)

Konstanter

A	Antall prosessanlegg
B	Antall produkttyper
K	Antall kunder
C_a	Total kapasitet ved anlegg *a* [tonn/år]
U_{ab}	Maksimal kapasitetsutnyttelse produkt *b* ved anlegg *a*
R	Råvarekostnad [kr/tonn]
V_{ab}	Andre variable kostnader ved anlegg *a* [kr/tonn] ved produksjon av *b*
F_a	Faste kostnader som påløper hvis det er produksjon ved anlegg *a* [kr/år]
T_{Ra}	Transportkostnad fra råvareleverandør til anlegg *a* [kr/tonn]
T_{ak}	Transportkostnad fra anlegg *a* til kunde k [kr/tonn]
P_{ba}	Utbytte av produkt *b* fra hver enhet råvare ved anlegg *a* [andel]
D_{bk}	Etterspørsel fra kunde *k* [tonn/år]

Bestemmelsesvariable:

δ_a	1 hvis det er drift ved anlegg *a*, 0 ellers
x_{ab}	Mengde produkt b produsert ved anlegg *a* [tonn]
y_a	Mengde råvare transportert til anlegg *a* og brukt der [tonn]
z_{abk}	Mengde produkt *b* transportert fra anlegg *a* til kunde *k* [tonn]

Matematisk formulering:

0) $min \sum_a F_a \partial_a + \sum_a (R + T_{Ra)} y_a + \sum_a \sum_b V_{ab} x_{ab} + \sum_k \sum_a \sum_b T_{ak} Z_{abk}$

1) $\sum_b \frac{1}{U_{ab}} x_{ab} - C_a \partial_a \leq 0, a \in 1..A$

2) $y_a - \sum_b \frac{1}{P_{ab}} x_{ab} = 0, a \in 1..A$

3) $\sum_k z_{abk} - x_{ab} = 0, a \in 1..A, b \in 1..B$

4) $\sum_a z_{abk} - D_{bk} = 0, b \in 1..B, k \in 1..K$

5) $\partial_a \in \{0,1\}, a \in 1..A$

6) $y_a \geq 0, a \in 1..A$

7) $x_{ab} \geq 0, a \in 1..A, b \in 1..B$

8) $z_{abk} \geq 0, a \in 1..A, b \in 1..B, k \in 1..K$

Målfunksjon (0): Total årlig kostnad for Elkem som skal minimeres.

Kapasitetsbegrensning (1): For å kunne summere nødvendig prosesseringskapasitet over alle produktene for hvert enkelt prosesseringsanlegg, må produksjonskvantumet deles på utnyttingsgraden. (Dess lavere utnyttingsgrad, dess mer kapasitet går det med for å produsere samme mengde.)

Massebalanse for prosessering (2): For å finne total mengde råvare må det summeres over alle produktene for hvert produksjonsanlegg. Mengden råvare som går med til hvert enkelt produkt beregnes ved å dele på konstanten som angir mengde produkt fra hver enhet råvare. (Større mengde produkt betyr at det går med mindre råvare.)

Massebalanse for transport til kunder (3): For hvert produkt og hvert prosessanlegg må summen over transporten til alle kundene være lik mengden produsert.

Massebalanse etterspørsel (4): Etterspørselen fra hver kunde etter hvert produkt må tilfredsstilles.

Restriksjon (5) spesifiser at variabelen som angir om et anlegg er i drift eller innstilt, må være binær. Restriksjon (6), (7) og (8) er ikke-negativitetskrav. (Det gir ikke mening å transportere ferdigvarer fra kundene til produksjonsanleggene, konvertere ferdigvare tilbake til råvare, eller å transportere råvare tilbake til råvareleverandøren.)

Oppgave 1 b)

Se vedlagte Excel-fil

Oppgave 1 c)

i) *Driften ved Meråker innstilles, og ved alle andre anlegg er det produksjon.*
ii) *Salten, Thamshavn og Bremanger leverer silisium til JSI. Salten, Bjølvefossen og Fiskaa leverer ferrosilisium til EFS.*
iii) *Etterspørselen fra JSI kan øke fra 70 000 tonn/år med 4 700 (ca 6,7%) eller falle med 13 300 (ca 19%) uten at basisløsningen endres. Etterspørselen fra EFS kan øke fra 30 000 tonn/år med 4 000 (ca 13%) eller falle med 11 300 (ca 38%).*

Oppgave 1 d)

i) *Denne økningen er større enn "Allowable increase" så problemet må løses på nytt. Den nye løsningen er at Fiskaa legges ned og Meråker åpner. Det gir mening fordi det ikke var tilstrekkelig kapasitet ved Fiskaa, mens det finnes ved Meråker. Fiskaa har lavere enhetskostnad, men ikke tilstrekkelig til at det vil lønne seg å betale den faste kostnaden for begge anleggene.*

ii) Målfunksjonsverdien (totalkostnaden) øker med ca 221 millioner kroner fra 1 417 mill til 1 638 mill når det leveres 10 000 tonn mer p-butan. Siden inntekta øker med bare 130 millioner så det vil ikke lønne seg å inngå avtalen

iii) Under den gamle avtalen er anlegget ved Meråker er ikke i drift og anlegget på Fiskaa er ikke fullt utnyttet. Slakken på 4700 tonn/år er ikke nok til å dekke den nye ordren, og skal man *vurdere om anlegget ved Meråker skal åpnes med det nye fabrikkstyringssystemet, må hele modellen løses på nytt uten låste binærvariable.*

Oppgave 1 e)

i) *Dette kan modelleres ved å bytte ut massebalansen i restriksjon (2) med to alternative massebalanser, en for den lave (gamle) virkningsgraden (2a) og en for den nye høye (2b). For at kun den ene av disse restriksjonene skal være aktiv må likhetstegnet byttes ut med en ulikhet. På høyresiden av den ene restriksjonen legges det til et stort tall, M, ganget med binærvariabelen, ρ_a, som angir om den faste kostnaden har blitt betalt. På høyresiden av den andre legges det til et stort tall, M (valgt til 100 i LF-Excel modell) , ganger 1- ρ_a. I tillegg må kostnaden legges til i målfunksjonen* $\sum_a I_a \rho_a$ *der* I_a *er investeringskostnaden.*

2a) $\sum_b \frac{1}{P^G_{ab}} x_{ab} - y_a \leq M\rho_{a,} a \in 1..A$

2b) $\sum_b \frac{1}{P^N_{ab}} x_{ab} - y_a \leq M(1-\rho_a), a \in 1..A$

ii) Det vil kun lønne seg å oppgradere anlegget i Salten. Det er det største, og siden endringen er prosentvis og kostnaden fast vil det gi størst forbedring pr krone, og dermed rimelig at det vil velges.

iii) Det vil bli nødvendig med en binærvariabel for hvert av de seks anleggene. I verste fall må den opprinnelige modellen løses en gang for hver av de 2^6 *kombinasjonene av disse binærvariablene. (Vanligvis litt færre når optimeringsalgoritmen er basert på Branch and Bound.)*

Oppgave 2

Oppgave 2a

I tillegg til indekser, konstanter og variable fra oppgave 1a trengs følgende:

Indekser

g	*Råvareleverandører (Cuarzo España, NorKvarts, Norsk Kvarts)*

Konstanter

T_{ga}	*Transportkostnad fra råvareleverandør g til prosessanlegg a*
G	*Antall råvareleverandører*
L_{ab}	*Lagerkapasitet for produkt b ved anlegg a*
P_{abg}	Utbytte av produkt *b* fra hver enhet av råvare g ved anlegg *a*

Variable

y_{ag}	*Mengde transportert fra råvareleverandør g til prosessanlegg a*
x_{abg}	*Mengde ferdigvare b produsert ved prosessanlegg a ved hjelp av råvare fra g*
γ_{ab}	*Binærvariabel, 1 hvis anlegg a produserer butankvalitet b*

Restriksjonene blir også omtrent som før bortsett fra binærrestriksjoner for å begrense anlegget i Bremanger til å produsere kun silisium og det på Meråker kun ferrosilisium eller motsatt.

$$\sum_b \gamma_{ab} = 1, a \in \{Bremanger, Meråker\}$$

$$\sum_{a \in \{Bremanger, Meråker\}} \gamma_{ab} = 1, b \in 1..B$$

Øvre grense for mengden som kan leveres avhenger både av lagerkapasiteten og produksjonskapasiteten. For å tvinge binærvariablene γ_{ab} og δ_a til å være 1 når det er produksjon ved de aktuelle anleggene, multipliseres de potensielle kapasitetene med disse i kapasitetsrestriksjonene.

I tillegg trenger vi et sett restriksjoner for å modellere lagerkapasitetene for hver kombinasjon av anlegg og produkt. For alle andre anlegg enn Bremanger og Meråker er δ_a eneste binærvariabel:

1c) $\delta_a L_{ab} C_a - \sum_g x_{abg} \geq 0, a \in 1..A\{Bremanger, Meråker\}, b \in 1..B$

For Bremanger og Meråker inngår γ_{ab} istedenfor δ_a i disse restriksjonene:

1d) $\gamma_{ab} L_{ab} C_a - \sum_g x_{abg} \geq 0, a \in \{Bremanger, Meråker\}, b \in 1..B$

I råvaremassebalansen må råvareforbruket summeres over mengden som går med til hvert produkt. Summert horisontalt i regnearket.

2) $y_{ag} - \sum_b \frac{1}{P_{abg}} x_{abg} = 0, a \in 1..A, g \in G$

Leveransene til hver enkelt kunde er summen av produksjonsmengdene fra hver alternativ råvare. (Summert vertikalt i regnearket).

3) $\sum_k z_{abk} = \sum_g x_{abg}, a \in 1..A, b \in 1..B$

Oppgave 2b)

Se vedlagte Excel-fil