

## TK18 – Øving, samling 2

Vi ser på systemet

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.7326 & -0.0861 \\ 0.1722 & 0.9909 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.0609 \\ 0.0064 \end{bmatrix} u_k$$

For hver av tilstandene  $x_i$  har vi begrensningene  $-100 \leq x_{i,k} \leq 100$  og for pådraget har vi begrensningen  $-2 \leq u_k \leq 2$ .

- a) Vi ønsker å finne største grad av kontraksjon som er mulig å oppnå for hele det akseptable operasjonsområdet. Dette kan uttrykkes som

$$\begin{aligned} \max_x \gamma^* \\ Hx \leq h \\ \gamma^* = \min_{u, \gamma} \gamma \\ H(Ax + Bu) \leq \gamma h \\ H_u u \leq h_u \end{aligned}$$

Finn  $\gamma^*$ .

- b) Vi vil nå la formen på det kontraktive området være bestemt av systemets dynamikk, dvs. av egenvektorene til systemets A-matrise. Dette vil gi et område bestemt av

$$\begin{bmatrix} V^{-1} \\ -V^{-1} \end{bmatrix} x \leq \begin{bmatrix} k \\ k \end{bmatrix}$$

Skaler elementene i  $k$  slik at dette området blir det største mulige som passer inn i de opprinnelige begrensningene  $Hx \leq h$ . Dette kan gjøres manuelt (f.eks. ved å plote polytofer med MPT toolbox), ettersom vi kun har todimensjonale polytofer/områder.

- c) For  $k$  funnet i b), løs

$$\begin{aligned} \max_x \hat{\gamma} \\ \begin{bmatrix} V^{-1} \\ -V^{-1} \end{bmatrix} x \leq \begin{bmatrix} k \\ k \end{bmatrix} \\ \hat{\gamma} = \min_{u, \gamma} \gamma \\ \begin{bmatrix} V^{-1} \\ -V^{-1} \end{bmatrix} (Ax + Bu) \leq \gamma \begin{bmatrix} k \\ k \end{bmatrix} \\ H_u u \leq h_u \end{aligned}$$

Finn  $\hat{\gamma}$

