Oppg. 1.

Gitt polynomet , forklar hvordan du vil gå fram for å undersøke om dette polynomet kan uttrykkes som en sum av kvadratiske ledd (sum of squares).

Setter på formen v, der er en monomialvektor og er en symmetrisk matrise. Vi får da . Polynomet er en sum av kvadratiske ledd dersom matrisa er positiv definit – hvilket her ikke er oppfylt. Men, ettersom elementene av monomialvektoren ikke er uavhengige, er ikke entydig gitt. Dvs. vi kan innføre en reell variabel , og vi finner at

for alle (reelle) verdier av . Dersom man finner en slik at har man vist at er SOS. Verdiene for som oppfyller dette utgjør en konveks mengde (og for dette problemet er ikke denne mengden tom, dvs. polynomet er en SOS).

Oppg. 2.

Gitt det lineære systemet i diskret tid

der parameteren er ukjent, men det er kjent at den kan ta verdi i området . Din oppgave er å designe en tilstandstilbakekobling for å stabilisere systemet for alle verdier av .

1. Forklar hvordan du vil gå fram (det er ikke nødvendig å løse den resulterende LMIen).

Du trenger ikke ta hensyn til metning i pådragene.

Selv om ikke opptrer lineært i systemligningene, så opptrer lineært. Vi uttrykker derfor systemligningene på formen

.

Systemet er stabilt under tilstandstilbakekoblingen dersom man finner en matrise og slik at

. Dette gir . Fra Schur-komplementet, får vi at

Pre-- og post-multiplikasjon med

gir

Dette er en LMI i og .

Dersom samme og oppfyller LMIene for både maksimum og minimum verdi av , vil systemet være stabilt med denne tilstandstilbakekoblingen for alle mulige verdier av .

1. Dersom parameteren er tidsvarierende (innenfor de oppgitte grensene), dvs. , vil den tilstandstilbakekoblingen designet i a) fremdeles stabilisere systemet?

Ja, siden vi ser ovenfor at Lyapunov-funksjonen vil avta fra ett tidssteg til neste for alle mulige verdier av , uavhengig av om denne endrer seg over tid.

Oppg. 3.

La være tilstanden til et system, og la være beslutningsvariable i et optimaliseringsproblem. Gitt en LMI beskrankning på formen , der

Vis at er en konveks beskrankning i beslutningsvariablene .

Hint: Betrakt , og betrakt for en vilkårlig , og for to forskjellige verdier av . Dersom beskrankningen er konveks, og er oppfylt for begge verdier for , hva vet du da om beskrankningen for andre verdier av ?

La og representere to forskjellige verdier for beslutningsvariablene Beskrankningen er konveks dersom .

For en vilkårlig har vi

Siden hvert ledd på høyre side er ikke-negativt (og begge ikke kan være null samtidig), har vi vist at beskrankningen er konveks (i beslutningsvariablene ).