

Aufgabe_Lecture_1

March 23, 2023

```
[1]: # print out each line in the input cell not only the last one
from IPython.core.interactiveshell import InteractiveShell
InteractiveShell.ast_node_interactivity = "all"

# expand the cell width to 100% of t
from IPython.core.display import display, HTML
display(HTML("<style>.container { width:70% !important; }</style>"))
```

<IPython.core.display.HTML object>

1 Vorlesung 1 - 21. März 2023

Bearbeite folgende Aufgabe bis zur nächsten Vorlesung am 28. März 2023

1.0.1 4.2.2 Aufgabe

Die Ellipse

$$9x^2 + 16y^2 = 144$$

soll ein möglichst großes Rechteck einbeschreiben, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen sind. Bestimmen Sie die Abmessungen des Rechtecks und zeichnen Sie die Ellipse und das Rechteck in ein Koordinatensystem ein.

1. Lösen der Gleichung nach y

Die Ellipse teilt sich in zwei Funktionen auf. Eine beschreibt dabei den unteren Bogen der Ellipse, die andere den oberen.

```
[2]: x, y = var('x', 'y')

term(x, y) = 9 * x^2 + 16 * y^2 - 144

ellipse = term(x, y).roots(y)
```

2. Plotten der beiden Funktionen

$g(x)$ beschreibt in der Ellipse den oberen Bogen (siehe grüne Funktion) und $f(x)$ beschreibt den unteren Bogen (blau).

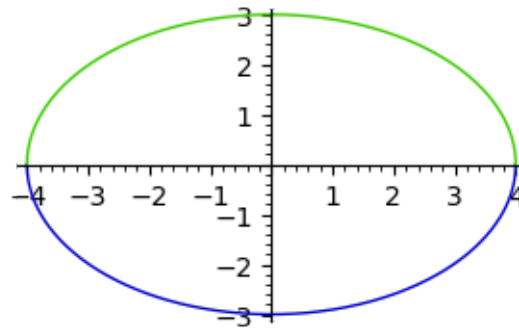
```
[3]: f(x) = ellipse[0][0]
      g(x) = ellipse[1][0]

      print('f(x) = ' + str(f(x)))
      print('g(x) = ' + str(g(x)))

      plot((f(x), g(x)), xmin = -4, xmax = 4, figsize = 3)
```

```
f(x) = -3/4*sqrt(-x^2 + 16)
g(x) = 3/4*sqrt(-x^2 + 16)
```

[3]:



3. Berechnung des Flächeninhaltes des Rechteckes - Formel aufstellen

Da der Mittelpunkt der Ellipse bei (0,0) liegt, ergibt sich folgende Formel für das Rechteck:

Für die Berechnung wird nur eine Funktion benötigt, daher wird aus Gründen der Einfachheit hier mit dem positiven Teil der Funktion gearbeitet $g(x)$.

```
[4]: A(x) = 2 * x * 2 * g(x)
```

4. Berechnung der Extremstellen der Flächeninhaltsfunktion $A(x)$

```
[5]: x0, x1 = var('x0', 'x1')

      a(x) = diff(A(x))

      result = list(map(lambda sol : sol.rhs(), solve(diff(A(x), x), x)))

      x0 = result[0]
      x1 = result[1]

      adiff(x) = diff(a(x))

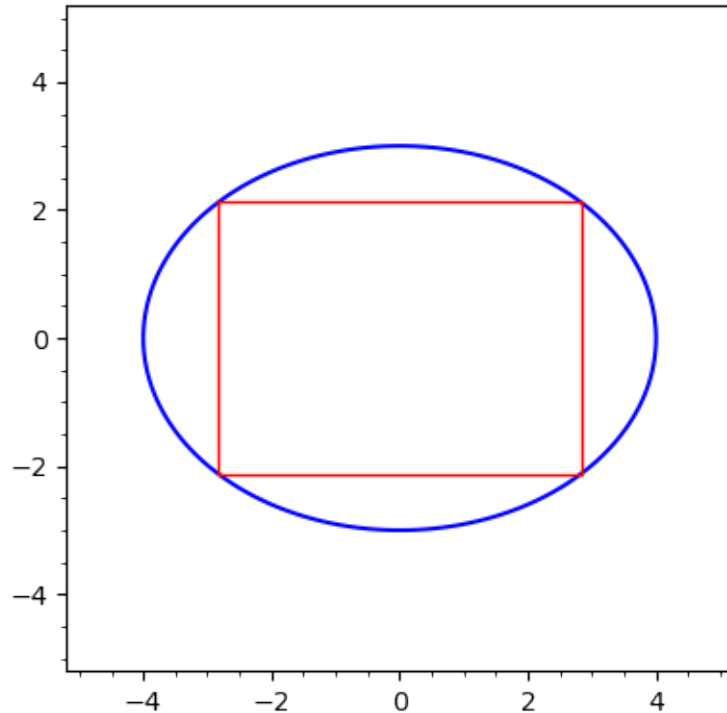
      print('Hochpunkt bei x1 = ' + str(x1) + ' da a``(x1) = ' + str(adiff(x1)))
```

Hochpunkt bei $x1 = 2\sqrt{2}$ da $a''(x1) = -12$

5. Rechteck einzeichnen und Maße berechnen

```
[6]: lines = line([(-x1,-f(x1)), (x1, -f(x1)), (x1,f(x1)), (-x1,f(x1)),  
↳(-x1,-f(x1))], color='red')
```

```
[7]: myplot = implicit_plot(term(x,y), (x,-5,5), (y,-5,5))  
show(myplot + lines)
```



```
[8]: laenge = abs(x0) + abs(x1)  
hoehe = abs(2 * f(x0))  
flaeche = laenge * hoehe  
  
print('Länge: ' + str(laenge))  
print('Höhe: ' + str(hoehe))  
print('Flächeninhalt: ' + str(flaeche))
```

Länge: $4\sqrt{2}$
Höhe: $3\sqrt{2}$
Flächeninhalt: 24