

Kleines Projekt 01: Stufen

Prof. Dr. Sarah Brockhaus

Es soll ein Weg auf einen Hügel gepflastert bzw. asphaltiert werden. Der Weg soll $1,20m$ breit sein. Asphaltiert werden kann nur, wenn die Steigung kleiner als $1/3$ ist. Der Rest muss mit Stufen gepflastert werden. Die Stufen sind genau $0,20m$ hoch. Die Form des Hügels ist durch die Daten in der folgenden Tabelle gegeben. Das Zahlenpaar $(40, 43)$ bedeutet z.B., dass im horizontalen Abstand von $40m$ von der Hügelspitze der Hügel $43m$ hoch ist.

Abstand von der Hügelspitze	Höhe des Hügels
0	50
20	47
40	43
60	38
80	32
100	25
120	17
140	8
160	6
180	2
200	0

1. Fitten Sie die Hügeldata durch ein Polynom 3. Ordnung, d.h. ein Polynom der Form

$$y = w_3 \cdot x^3 + w_2 \cdot x^2 + w_1 \cdot x + w_0.$$

Sieht das Ergebnis vernünftig aus?

Zur Beantwortung der folgenden Fragen verwenden Sie die gefittete Kurve!

2. Wie viele Stufen sind notwendig und wie lange sind sie jeweils?
3. Wie lang ist das asphaltierte Stück bzw. der asphaltieren Stücke?
(Achtung: Hier sollen Sie die Weglänge angeben, nicht den horizontalen Abstand zwischen Anfangs- und Endpunkt).

Hinweis: Die Länge einer Kurve $y = f(x)$ im Bereich $[a, b] \subseteq \mathbb{R}$ lässt sich durch das Integral

$$\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}$$

berechnen.

4. Das Asphaltieren kostet 20 Euro pro Quadratmeter, die Stufen 30 Euro pro Quadratmeter (nur horizontale Fläche).
Wie teuer ist der gesamte Weg?