

Bericht in L^AT_EX

Aufgabe 1: Renovierung einer Wand

Tobias Blümlhuber, Silvan Kron, Simon Gärtner

Studiengruppe IF, Bachelor Informatik

Fakultät Informatik und Mathematik



04. April 2023, Sommersemester 2023

Inhaltsverzeichnis

1	Beschreibung der Aufgabenstellung	3
2	Mathematisches Modell	3
2.1	Berechnung des Anlagepunktes	3
2.2	Berechnung der Gesamthöhe	4
3	Implementierung in SageMath	4
4	Deutung und Interpretation der Ergebnisse	4
5	Beitrag zur Problemlösung	5
5.1	Tobias Blümlhuber	5
5.2	Silvan Kron	5
5.3	Simon Gärtner	5

1 Beschreibung der Aufgabenstellung

In der Aufgabenstellung ging es um die Renovierung eines Gutshofes. Im Laufe der Renovierung muss der Putz an einer Wand abgeschlagen werden. Die Höhe der Wand beträgt $7.80m$. Zu Verfügung steht eine $6.50m$ lange Leiter. Allerdings werden die Arbeiten durch eine quadratische Kiste, die am Boden steht und nicht verrückt werden kann, behindert. Die Kiste hat eine Länge, Höhe und Tiefe von $1.60m$. Ebenso ist festgelegt, dass die Leiter an der Wand anliegen und an einem Punkt die Kiste berühren muss.

Die Aufgabe ist es nun zu überprüfen, ob eine Person mit durchschnittlicher Körpergröße trotz der Kiste die komplette Höhe der Wand mit der Leiter abdecken kann.

2 Mathematisches Modell

Um diese Aufgabe mathematisch zu lösen, sind wir wie folgt vorgegangen:

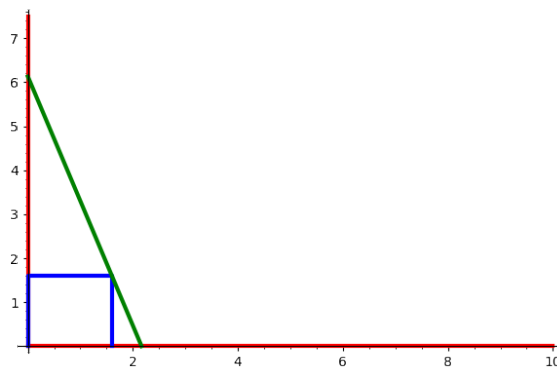
Ziel der Berechnung war es, den Anlagepunkt der Leiter zu berechnen. Hierfür waren ausschlaggebend, dass die Leiter genau $6.50m$ lang ist und an einem Punkt an der Kiste anliegt.

Anschließend haben wir Annahmen für die Körpergröße einer Person getroffen und überprüft, ob diese mit ausgestreckten Armen die Deckenhöhe von $7.80m$ erreicht. Dabei wurde ebenso berücksichtigt, dass die Person aus Sicherheitsgründen nicht auf der obersten Leitersprosse steht. Folgende Annahmen wurden getroffen:

- Größe der Person mit ausgestreckten Armen $2.10m$
- Person steht $0.30m$ unter der obersten Sprosse auf der Leiter

2.1 Berechnung des Anlagepunktes

Für die Berechnung des Anlagepunktes an der Wand haben wir zuerst folgende Skizze angefertigt:



Auf der Skizze sind alle Bestandteile des Problems zu erkennen:

- in Rot: Maße des Raums - Höhe der Wand: $7.80m$ / Größe des Bodens: irrelevant
- in Blau: Maße der Kiste - Höhe, Breite und Tiefe: $1.60m$
- in Grün: ungefährender Verlauf der Leiter - Länge: $6.50m$

Da die Leiter einen Kontaktpunkt mit der Kiste haben muss kann man den Strahlensatz anwenden, um die Höhe des Anlagepunktes zu berechnen. Daher haben wir folgende Strahlensatzformel aufgestellt:

$$\frac{x}{1.6} = \frac{y}{y - 1.6} \quad (1)$$

Mit der Formel 1 haben wir nun also ein Verhältnis zwischen dem oberen mittelgroßen Dreieck (auf der Kiste) zu dem großen Dreieck (Wand-Boden-Leiter) hergestellt. Diese Formel beinhaltet zwei Unbekannte. Einmal x

für den Abstand von der Wand zum Standpunkt der Leiter und einmal y für den Abstand vom Boden bis zum Anlagepunkt an der Wand.

Um die zweite Variable lösen zu können, benötigen wir allerdings noch eine weitere Gleichung mit den Unbekannten x und y . Hierfür haben wir den Pythagoras für das große Dreieck (Wand-Boden-Leiter) aufgestellt:

$$6.50^2 = y^2 + x^2 \quad (2)$$

$$y = \sqrt{6.50^2 - x^2} \quad (3)$$

Nun können wir die Gleichung 1 in die umgestellten Gleichung 3 einsetzen und reduzieren die Gleichung auf eine Unbekannte:

$$y = \sqrt{6.50^2 - \left(\frac{y}{y - 1.60} \times 1.60\right)^2} \quad (4)$$

Mittels der Gleichung 4 können wir nun die Höhe des Anlagepunktes der Leiter berechnen. Dieser liegt bei $\approx 6.1287m$.

2.2 Berechnung der Gesamthöhe

Für die Berechnung der Gesamthöhe haben wir nun unsere Annahme, dass die Person eine Größe von $2.10m$ mit ausgestreckten Armen hat, addiert und wieder $0.30m$ subtrahiert, um den Sicherheitsabstand zum Leitende zu gewährleisten.

Dadurch haben wir eine Gesamthöhe von $\approx 7.9297m$ erreicht.

3 Implementierung in SageMath

Für die Implementierung in SageMath haben wir genau die unter Punkt 2 beschriebenen Arbeitsschritte ausgeführt. Ebenso haben wir uns die oben gezeigte Skizze von SageMath erstellen lassen.

Durch die Berechnung in SageMath konnten wir das Problem sehr genau und vor allem variabel angehen. Der Code wurde so gestaltet, dass eventuelle veränderte Parameter im Code nur an einer Stelle geändert werden müssen. Ein Neustart würde dann automatisch das neue Ergebnis berechnen. Die hohe Genauigkeit zeigt sich vor allem in der Kontrollrechnung, die im nächsten Punkt erklärt wird.

4 Deutung und Interpretation der Ergebnisse

Unser Ergebnis mit einer Gesamthöhe von $\approx 7.9297m$ zeigt, dass man die ganze Wand abdecken und somit auch den kompletten Putz entfernen kann. Man hat sogar noch $\approx 0.10m$ Spielraum. Dabei wurden alle Gegebenheiten, wie z.B. die Leiterlänge und die Kiste im Raum berücksichtigt.

Zur Prüfung des Ergebnisses haben wir noch eine Kontrollrechnung im SageMath Code angefügt. Hier prüfen wir nochmals mit berechneten Werten die Länge der Leiter. In der Kontrollrechnung bestätigt sich die Leiterlänge von $6.50m$ mit einer Abweichung von $9.94759830064140 \cdot 10^{-14}m$. Die Abweichung entsteht durch Rundungen in der Höhe des Anlagepunktes und im Abstand von der Wand zum Standpunkt der Leiter.

5 Beitrag zur Problemlösung

5.1 Tobias Blümlhuber

5.2 Silvan Kron

5.3 Simon Gärtner

Mein Beitrag zur Problemlösung war zum einen die Mitgestaltung der Problemlösung in der Vorlesungsstunde, aber auch zum anderen die Erstellung des SageMath Skriptes und die Ausarbeitung dieser Dokumentation.