Sexta Clase 10/04

Teórico

$N(t) \to N(t_0), N(t_1), ..., N(t_n)$ son variables Aleatorias

Funciones de distribuciones de variables aleatorias: $f_{Nfi;Nfj} \quad \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

Se tiene que lograr que las variables aleatorias no dependan de las otras (sean independientes).

Cuando la matriz de covarianza es la matriz de identidad el proceso es independiente.

Nos vamos a mover en el dominio de las variables Gaussianas.

Si tengo un vector no gaussiano con covarianza identidad NO puedo asegurar independencia.

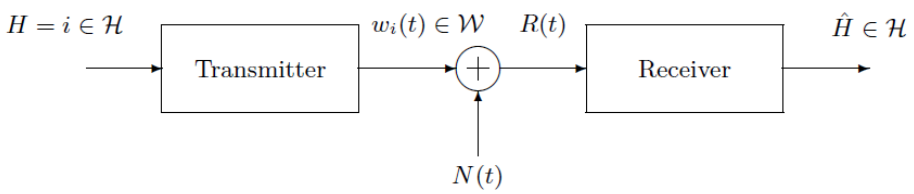


Figure 3.1. Communication across the continuous-time AWGN channel.

En este caso el receptor es un filtro, y el filtro está formado por funciones ortogonales.

La base debe ser ORTONORMAL.

Las componentes de la Covarianza: $\frac{N_0}{2}\langle g_i, g_j \rangle$, siendo g_i y g_j funciones de la base. (considerando una base ortonormal)

$$\text{cov}^{n \times n} = [...]$$

LEMMA 3.5 *Let $\{g_1(t), \ldots, g_k(t)\}$ be an orthonormal set of real-valued functions. Then $Z = (Z_1, \ldots, Z_k)^\mathsf{T}$, with Z_i defined as in (3.2), is a zero-mean Gaussian random vector with iid components of variance $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$.* □

Nos vamos al transmisor y receptor descompuesto en partes:

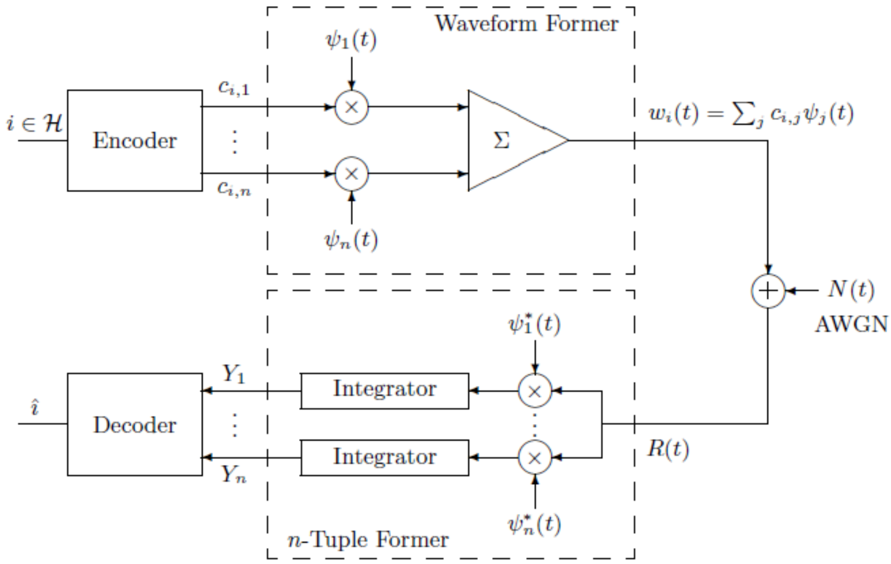


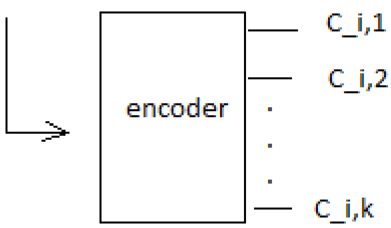
Figure 3.4. Decomposed transmitter and receiver.

$H_i \to w_i(t) = \sum_{k=1}^{n} c_k \cdot \psi_k(t)$

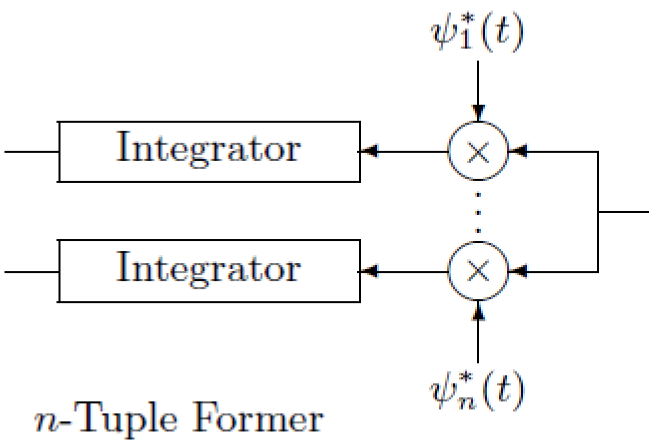
Los coeficientes c_k los da el encoder.

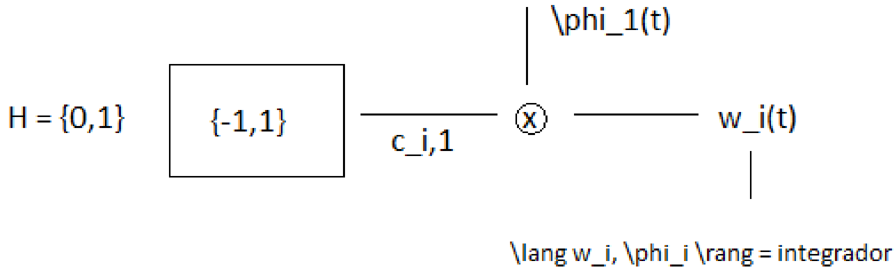
Una waveform particular, llevará una combinacion de coeficientes, una combinacion lineal de vectores en una base ortonormal *(para eso usamos los coeficientes)*.

$H_i \to w_i(t) = \sum_{k=1}^{n} c_{i,k} \cdot \psi_k(t)$



Estamos con la señal, ruido $R(t) = 0$, la proyecto sobre la base usando el integrador. Esto es $\int w_i(t)\psi_1(t)dt = c_{i,1}$ (usamos $w_i(t)$ porque tomamod al ruido como nulo)





(aclaración: no es phi es psi)

En este caso $c_{i,1}$ ya se considera en tiempo discreto.

Dos Waveform - Hipotesis Binaria:

$$H \in \{0,1\} \rightarrow [encoder = senoycoseno = \psi_1(t), \psi_2(t)] \rightarrow \{(1,0),(0,1)\}$$

$$\begin{array}{l} c_{i,1} \times \psi_1(t) \searrow \\ \qquad\qquad\quad \sum \rightarrow w_i(t) \\ c_{i,2} \times \psi_2(t) \nearrow \end{array}$$

Cuatro Waveform - Hipotesis 4:

$$H \in \{0,1,2,3\} \rightarrow \begin{bmatrix} (0,0) & (0,1) \\ (1,0) & (1,1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} c_{i,1} \times \psi_1(t) \searrow \\ \qquad\qquad\quad \sum \rightarrow w_i(t) \\ c_{i,2} \times \psi_2(t) \nearrow \end{array}$$

$$w_i(t) \begin{array}{l} \nearrow \times\psi_1(t) \rightarrow c_{i,1} \\ \searrow \times\psi_2(t) \rightarrow c_{i,2} \end{array}$$

Ahora, al tener ruido y proyectarlo sobre la base ortonormal, obtengo 2 componentes de ruido. Por ende ahora:

$\rightarrow c_{i,1} + z_1 = Y_{i,1}$
$\rightarrow c_{i,2} + z_2 = Y_{i,2}$

$\text{cov}(z_i, z_j) = \langle Z_i, Z_j \rangle = \frac{N_0}{2} \langle \psi_i, \psi_j \rangle \rightarrow$

$\rightarrow \begin{bmatrix} \text{cov}(z_1, z_1) & \text{cov}(z_1, z_2) \\ \text{cov}(z_2, z_1) & \text{cov}(z_2, z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{N_0}{2} & 0 \\ 0 & \frac{N_0}{2} \end{bmatrix}$

Práctico

Lo que se hace en el encoder es la sumatoria de vectores (o señales) multiplicados por una constante, por ende es la combinacion lineal de vectores.

Si las funciones ψ son ortonormales, el ruido recibido por el receptor seguirá siendo ruido gaussiano con valor $\frac{N_0}{2}$.

bit error rate para una modulación antipodal:

```
import numpy as np
from scipy.stats import norm
kb=1.381e-23
def BER(pt,lda,gt,gr,d,tn,rb):
    arg=(1/(rb*1000)*(gt*gr*pt)/((4*3.14*d*1000/lda)**2*tn*kb
    return np.round(norm.sf(np.sqrt(2*arg)),4)
```