

# Sexta Clase 10/04

## Teórico

$N(t) \rightarrow N(t_0), N(t_1), \dots, N(t_n)$  son variables Aleatorias

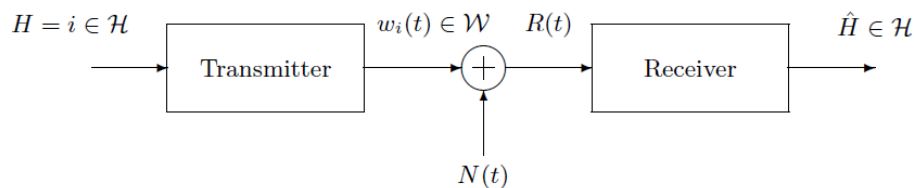
Funciones de distribuciones de variables aleatorias:  $f_{Nfi;Nfj} \quad \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

Se tiene que lograr que las variables aleatorias no dependan de las otras (sean independientes).

*Cuando la matriz de covarianza es la matriz de identidad el proceso es independiente.*

Nos vamos a mover en el dominio de las variables Gaussianas.

*Si tengo un vector no gaussiano con covarianza identidad NO puedo asegurar independencia.*



**Figure 3.1.** Communication across the continuous-time AWGN channel.

En este caso el receptor es un filtro, y el filtro está formado por funciones ortogonales.

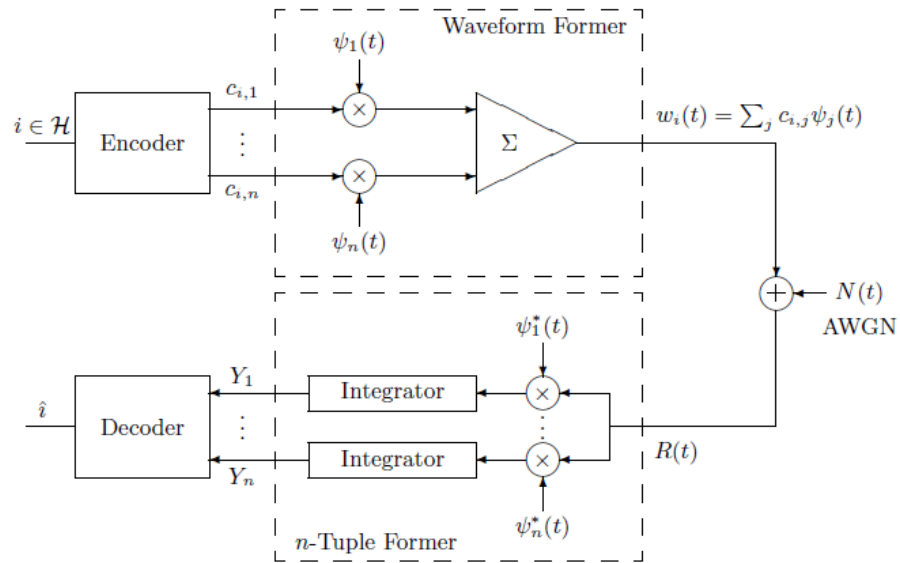
La base debe ser ORTONORMAL.

Las componentes de la Covarianza:  $\frac{N_0}{2} \langle g_i, g_j \rangle$ , siendo  $g_i$  y  $g_j$  funciones de la base. (considerando una base ortonormal)

$$\text{cov}^{n \times n} = [\dots]$$

**LEMMA 3.5** *Let  $\{g_1(t), \dots, g_k(t)\}$  be an orthonormal set of real-valued functions. Then  $Z = (Z_1, \dots, Z_k)^T$ , with  $Z_i$  defined as in (3.2), is a zero-mean Gaussian random vector with iid components of variance  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ .  $\square$*

Nos vamos al transmisor y receptor descompuesto en partes:



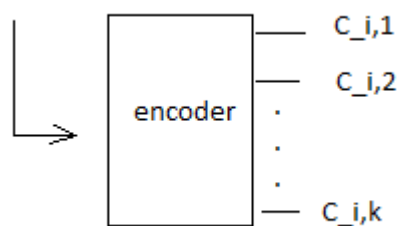
**Figure 3.4.** Decomposed transmitter and receiver.

$$H_i \rightarrow w_i(t) = \sum_{k=1}^n c_k \cdot \psi_k(t)$$

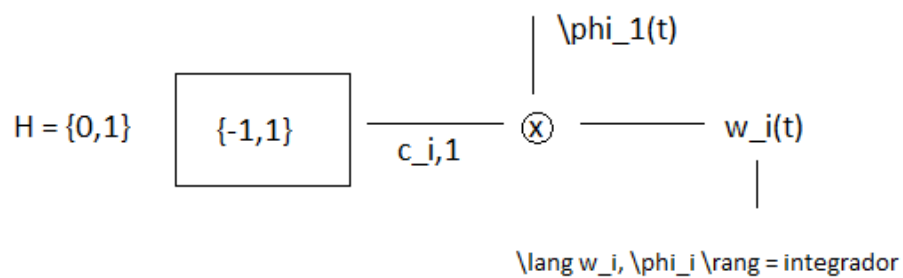
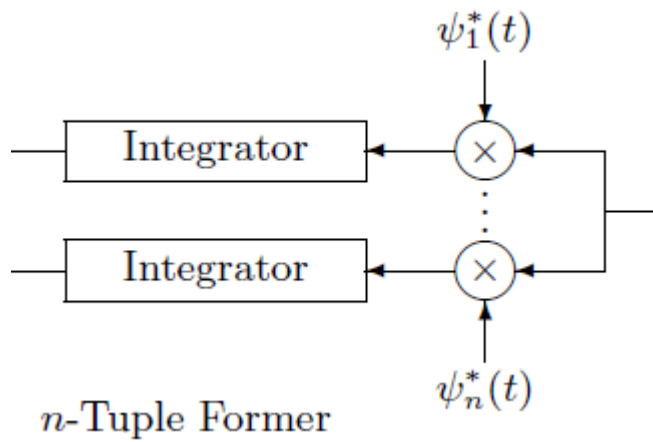
Los coeficientes  $c_k$  los da el encoder.

Una waveform particular, llevará una combinación de coeficientes, una combinación lineal de vectores en una base ortonormal (para eso usamos los coeficientes).

$$H_i \rightarrow w_i(t) = \sum_{k=1}^n c_{i,k} \cdot \psi_k(t)$$



Estamos con la señal, ruido  $R(t) = 0$ , la proyecta sobre la base usando el integrador. Esto es  $\int w_i(t) \psi_1(t) dt = c_{i,1}$  (usamos  $w_i(t)$  porque tomamos al ruido como nulo)



(aclaración: no es phi es psi)

En este caso  $c_{i,1}$  ya se considera en tiempo discreto.

Dos Waveform - Hipotesis Binaria:

$$H \in \{0, 1\} \rightarrow [\text{encoder} = \text{seno} \coseno = \psi_1(t), \psi_2(t)] \rightarrow \{(1, 0), (0, 1)\}$$

$$\begin{array}{l} c_{i,1} \times \psi_1(t) \searrow \\ \sum \rightarrow w_i(t) \\ c_{i,2} \times \psi_2(t) \nearrow \end{array}$$

Cuatro Waveform - Hipotesis 4:

$$H \in \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \begin{bmatrix} (0, 0) & (0, 1) \\ (1, 0) & (1, 1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} c_{i,1} \times \psi_1(t) \searrow \\ \sum \rightarrow w_i(t) \\ c_{i,2} \times \psi_2(t) \nearrow \end{array}$$

$$\begin{array}{l} w_i(t) \nearrow \times \psi_1(t) \rightarrow c_{i,1} \\ \searrow \times \psi_2(t) \rightarrow c_{i,2} \end{array}$$

Ahora, al tener ruido y proyectarlo sobre la base ortonormal, obtengo 2 componentes de ruido. Por ende ahora:

$$\rightarrow c_{i,1} + z_1 = Y_{i,1}$$

$$\rightarrow c_{i,2} + z_2 = Y_{i,2}$$

$$\text{cov}(z_i, z_j) = \langle Z_i, Z_j \rangle = \frac{N_0}{2} \langle \psi_i, \psi_j \rangle \rightarrow \dots$$

$$\dots \rightarrow \begin{bmatrix} \text{cov}(z_1, z_1) & \text{cov}(z_1, z_2) \\ \text{cov}(z_2, z_1) & \text{cov}(z_2, z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{N_0}{2} & 0 \\ 0 & \frac{N_0}{2} \end{bmatrix}$$

## Práctico

---

Lo que se hace en el encoder es la sumatoria de vectores (o señales) multiplicados por una constante, por ende es la combinacion lineal de vectores.

Si las funciones  $\psi$  son ortonormales, el ruido recibido por el receptor seguirá siendo ruido gaussiano con valor  $\frac{N_0}{2}$ .