Octava Clase 24/04

$$Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)^{\mathsf{T}}, \text{ where}$$
$$Y_i = \langle R, \psi_i \rangle, \quad i = 1, \ldots, n.$$

We now face a hypothesis testing problem with prior $P_H(i)$, $i \in \mathcal{H}$, and observable Y distributed according to

$$f_{Y|H}(y|i) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{\|y - c_i\|^2}{2\sigma^2}\right),$$

where $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$. A MAP receiver that observes $Y = y$ decides $\hat{H} = i$ for one of the $i \in \mathcal{H}$ that maximize $P_H(i) f_{Y|H}(y|i)$ or any monotonic function thereof. Since

Para este caso la matriz de covarianza esta implicita, se supone su valor de la diagonal $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$. Si no fuera este el caso aparecerian otros terminos dentro de la ecuacion.

Norma MAP

I

$$\arg\max_i P_H(i) \cdot f_{Y|H}(y|i)$$
$$\arg\max_i [\ln P_H(i) + (-\frac{\|y - c_i\|^2}{2\sigma^2})]$$
$$\arg\min_i [\|y - c_i\|^2 - \ln f_H(i) \cdot 2\sigma^2]$$

II

$y \nearrow\downarrow Z = y - c_i$
$\longrightarrow$
c_i

$Z = \{Z_1, Z_2, ..., Z_n\}$ Ruido

$Z_i = \langle N, \sigma_i \rangle$

$\|a\|^2 = \langle a, a \rangle$

$\langle a, b \rangle = a \cdot b = \|a\| \|b\| \cos(\angle ab)$

$\|a - b\|^2 = \langle a - b, a - b \rangle = \langle a - b, a \rangle - \langle a - b, b \rangle = \langle a, a \rangle - \langle b, a \rangle - \langle a, b \rangle + \langle b, b \rangle$

Norma de una señal integrada entre a y b: $\|\alpha(t)\| = \sqrt{\int_a^b |\alpha(t)|^2 dt}$

Producto interno de dos señales integrando entre a y b: $\langle \beta(t), \alpha(t) \rangle = \int_a^b [\beta(t)\alpha(t)] dt$

ORTONORMALIDAD: Los vectores $v_1, v_2, ..., v_n$ en V se llaman **ortogonales** y **normales** (**ortonormales**) cuando satisfacen:

1. $\|v_i\| = 1$, $\forall i \in \{1, 2, ..., n\}$
2. $\langle v_i, v_j \rangle = 0$, si $i \neq j$

El procedimiento de Gram-Schmidt para ortonormalización:

Teniendo un conjunto de vectores linealmente independientes $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$

1. Seleccionar el primer vector del conjunto y dividirlo por su norma para obtener el primer vector ortonormal u_1: $u_1 = \frac{v_1}{\|v_1\|}$
2. Para cada vector v_k se proyecta v_k sobre los vectores ortonormales previamente calculados: $\text{proy}_{u_i}(v_k) = (\frac{\langle v_k, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle}) u_i$
3. Restar las proyecciones de v_k para obtener el componente ortogonal w_k: $w_k = v_k - \sum_{i=1}^{k-1} \text{proy}_{u_i}(v_k)$
4. Normalizar w_k para obtener el siguiente vector ortonormal u_k: $u_k = \frac{w_k}{\|w_k\|}$
5. Repetir hasta que se hayan procesado todos los vectores.

Codigo para utilizar Gram-Schmidt:

(Este codigo solo ortogonaliza, falta normalizar)

```
def gramSchmidt(V):
    tam = V.shape
    m = tam[o]
    n = tam[1]
    U = np.zeros((m,n))
    U[0] = V[0]

    for k in range(1,m):
        U[k] = V[k]

        for j in range(k):
            U[k] = U[k] - (np.dot(V[k],U[j])/np.dot(U[j],U[j]

V = np.array(([],[],...,[]))
gramSchmidt(V)
```

III

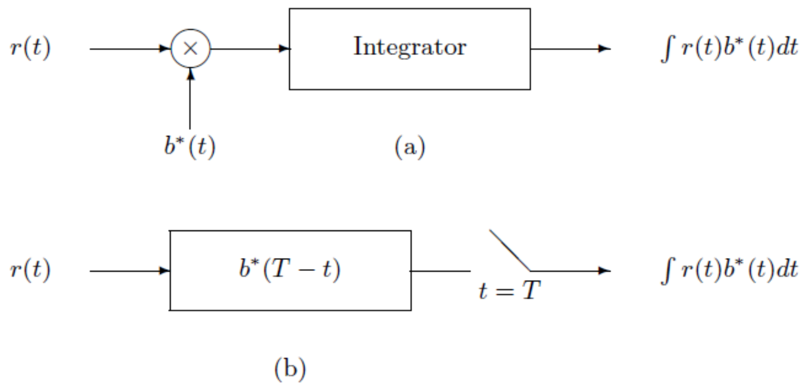


Figure 3.6. Two ways to implement $\int r(t)b^*(t)dt$, namely via a correlator (a) and via a matched filter (b) with the output sampled at time T.

Rules (ii) and (iii) are equivalent since $\int r(t)w_i^*(t)dt = \int r(t)\left(\sum_j c_{i,j}^*\psi_j^*(t)\right)dt = \sum_j y_j c_{i,j}^* = \langle y, c_i \rangle$.

Si a es complejo la norma de a al cuadrado $||a||^2$ es igual a $\langle a, a^* \rangle$ siendo a^* el vector conjugado.

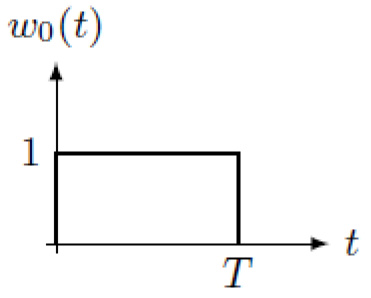
Muestreo filtrado. (??)

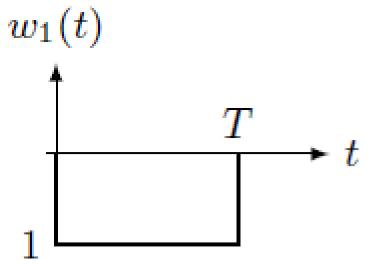
Una forma de expresar la convolución

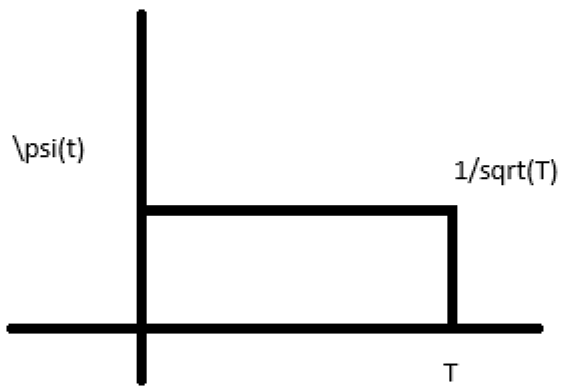
$$y(T) = \int r(t)b(t)dt$$

$$y(\alpha) = \int r(t) b^*(\alpha - T + t) dt = r(t) * b^*(-t + T)$$

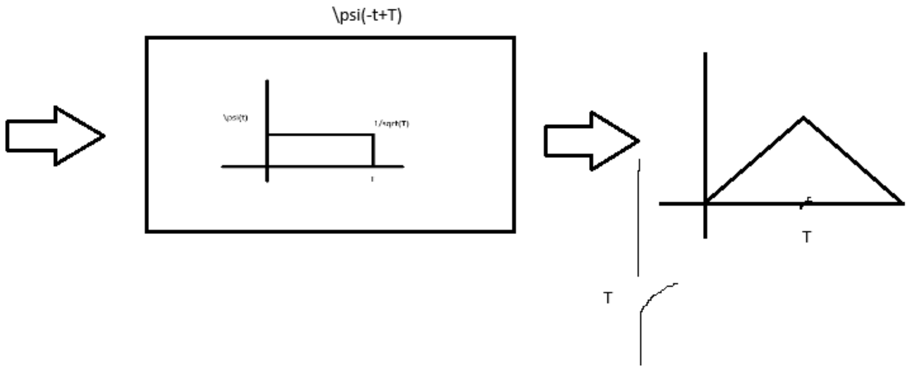
$$\alpha = T \rightarrow y(T) = \int r(t) b^*(t)$$







$$\int w_1 \psi$$


\psi(-t+T)
\psi(t)
1/sqrt(T)
T
T