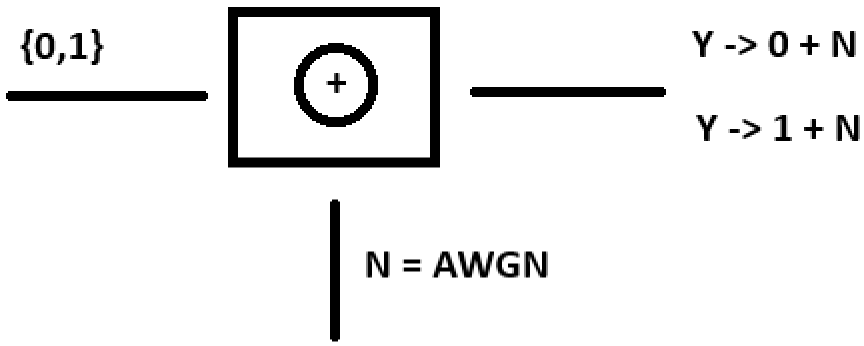
Cuarta Clase 27/3



$P_{H|Y}(i|y) = \frac{f_{Y|H}(y|i) \cdot P_H(i)}{f_Y(y)}$

donde $\hat{H} = i$

$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(AB)}{P(B)}$

$\hat{H}(y) = \underset{i \in \mathcal{H}}{\arg\max} P_{H|Y}(i|y) \rightarrow$ MAP

Hipotesis Equiprobable $\hat{H}(y) = \underset{H \in (0,1)}{\arg\max} f(y|H) \rightarrow$ ML

MAP = cuando se conoce la probabilidad de la fuente.

ML = cuando no se conoce la distribucion de la fuente y/o cuando es equiprobable; solo se necesita la funcion de distribucion condicionada.

Regla de Decision:

ML: $P_{Y|H}(y|1) \underset{\hat{H}=0}{\overset{\hat{H}=1}{\gtrless}} P_{Y|H}(y|0)$

MAP: $P_H(1) \cdot P_{Y|H}(y|1) \underset{\hat{H}=0}{\overset{\hat{H}=1}{\gtrless}} P_H(0) \cdot P_{Y|H}(y|0)$

Likehood Ratio = $\Lambda(y) = \frac{f_{Y|H}(y|1)}{f_{Y|H}(y|0)} \underset{\hat{H}=0}{\overset{\hat{H}=1}{\gtrless}} \frac{P_H(0)}{P_H(1)} = \eta$

(NOTA: "si $\eta = 1$ se trata de una señal de fuente equiprobable, por ende de una regla de decisión ML).

Testeo de hipotesis m-ario:

$$\hat{H}_{MAP}(y) = \underset{i \in \mathcal{H}}{\operatorname{argmax}} f_{Y|H}(y|i) P_H(i)$$

Hipotesis binaria (2 gaussianas con media en 0 y en 1):

El error es la integral desde 0,5 (valor critico) al resto de la cola de la distribucion:

$$\int_{-\infty}^{0.5} f(y|H=1)dy = \int_{0.5}^{\infty} f(y|H=0)dy$$

para calcular el error necesitamos el area desde el valor critico multiplicada por la probabilidad de la fuente:

$$P_e = P_e(1)P_H(1) + P_e(0)P_H(0).$$

La funcion Q:

se utiliza para calcular el area de una Gaussiana desde un valor x al infinito

$$Q(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi,$$

Variable aleatoria Gaussiana: $\mathcal{N}(media, varianza^2) = \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Probabilidad de Error utilizando la Funcion Q:

$$P_e(Z \geqslant \theta) = Q(\frac{\theta - m}{\sigma})$$

siendo:

- θ = Threshold o valor a valuar y
- m = media de la observación de distribucion normal
- σ = varianza de la observacion distribución normal

NOTA: $Q(0) = \frac{1}{2}; Q(-\infty) = 1; Q(\infty) = 0$

Codigo de la funcion Q:

```python
import numpy as np
from scipy import special

def Q_function(x):
    return 0.5 * (1 - special.erf(x/np.sqrt(2)))
```