

CAPÍTULO 3: MODULACIÓN OFDM

3.1 Historia

OFDM son las siglas de *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* y constituye una de las técnicas de modulación digital de mayor impacto en los sistemas de comunicaciones actuales. Con la publicación de Chang en 1966 de su artículo sobre la síntesis de señales limitadas en banda para transmisiones multicanal comienza la historia de OFDM. Se trataba de un estudio de la transmisión de varios mensajes empleando un canal limitado en banda y evitando por primera vez los fenómenos ICI (interferencia interportadora) e ISI (interferencia intersímbolo).

Fue en 1971 cuando Weinstein y Ebert introdujeron la IFFT/FFT para realizar la modulación y la demodulación en banda base. Esto le daría viabilidad a OFDM, en lugar de los bancos de osciladores y la inmensa y costosa circuitería de RF que eran necesarios en el transmisor y el receptor que provocaban serios problemas de sincronización y sintonización. Para combatir la ISI y la ICI ellos usaron tanto un intervalo de guarda vacío entre símbolos como un enventanado de tipo coseno alzado en el dominio del tiempo. Este sistema no conseguía una ortogonalidad perfecta entre subportadoras sobre un canal dispersivo pero era ya una mejora considerable para la época.

Peled y Ruiz en 1980 introducen otro gran avance al usar un Prefijo Cíclico (CP o GI, período de guarda), que resolvería el problema de la ortogonalidad. En lugar de usar un período de guarda vacío, ellos propusieron transmitir en ese espacio una extensión cíclica del símbolo OFDM. Esto, efectivamente, simula un canal que realizara una convolución cíclica, lo que implica ortogonalidad sobre canales dispersivos cuando el CP es mayor que la duración de la respuesta impulsiva del canal. Esto, sin embargo, introduce una pérdida de energía proporcional a la longitud del CP, pero que queda justificada por la nula ICI.

Actualmente OFDM se utiliza en el estándar 802.11 de LAN inalámbrico (WiFi), en el 802.16 para el acceso inalámbrico en redes metropolitanas, también llamado WiMax, en el estándar europeo DVB-T (Digital Video Broadcasting-Terrestrial) y el DAB (Digital Audio Broadcasting).

3.2 Definición

OFDM es un esquema FDM (Multiplexación por División en Frecuencia) utilizado como método de modulación digital multiportadora. La idea es dividir el espectro en un gran número de subportadoras próximas entre sí usadas para el envío de datos, se consiguen así, subcanales de banda estrecha. Cada subcanal experimenta un desvanecimiento plano que hace la ecualización más sencilla que en otros tipos de modulación. Como cada canal se modela como una constante multiplicativa compleja, como veremos más adelante, para estimar el canal es suficiente con determinar el valor de dicha constante en cada momento para cada uno de los subcanales. Las informaciones se dividen en flujos de datos paralelos cada uno en una subportadora, y cada subportadora se modula con un esquema de modulación convencional (QAM o PSK) a una tasa de símbolo baja, manteniendo una velocidad de datos similar a la del

esquema de modulación uniportadora. Surgió con el propósito de conseguir altos regímenes binarios y de subsanar los problemas relacionados con la transmisión multitrayecto.

Como veremos más adelante, una señal OFDM es la transformada inversa de Fourier de los coeficientes mapeados en las portadoras, y en consecuencia, los coeficientes son la transformada directa de la señal OFDM. Es por esto, por lo que en los procesos de modulación y demodulación, se aprovecha esta peculiaridad característica de OFDM, y se llevan a cabo en tiempo discreto mediante los algoritmos IFFT y la FFT respectivamente. Sólo se requiere de una cadena de transmisión para modular y demodular todas las portadoras. Además, se consigue de esta manera una solución a la implementación de una manera elegante y computacionalmente eficiente.

Para conseguir una alta eficiencia espectral, las respuestas en frecuencia de los subcanales están superpuestas y son ortogonales [3.1]. Viendo una señal OFDM en el tiempo se aprecia que en el periodo de la portadora más baja caben varios periodos de las otras portadoras, alineadas todas en fase, mientras que en la representación espectral el máximo de cada portadora coincide con un nulo de las demás, como podemos observar en la Figura 3.1.

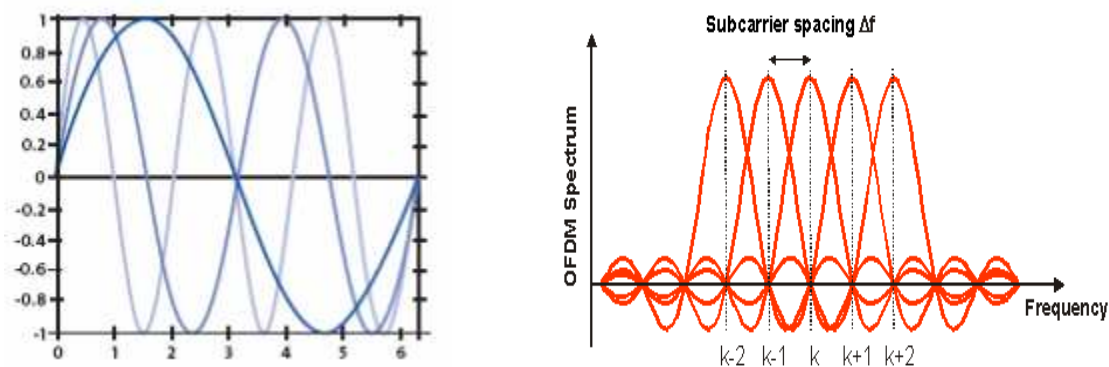


Figura 3.1 Representación temporal y espectral de la señal OFDM

Esta ortogonalidad puede ser completamente mantenida también, si la señal pasa por un canal dispersivo en el tiempo, introduciendo un prefijo cíclico (CP) como podemos ver en la Figura 3.2. Estos son los sistemas en los que nos vamos a centrar.

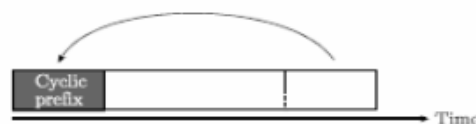


Figura 3.2 El prefijo cíclico es una copia de la última parte del símbolo OFDM

3.3 Ventajas e Inconvenientes

Vamos a desarrollar una visión general de las ventajas y desventajas de este método de modulación.

Ventajas:

- 1) **Elevada eficiencia espectral:** como utiliza múltiples portadoras que pueden estar ubicadas en un ancho de banda muy reducido, conseguimos transmitir elevadas tasas de información por segundo y por ancho de banda.
- 2) **Implementación sencilla:** al usar la FFT y la IFFT se reduce la complejidad del transmisor y el receptor.
- 3) **Ecualización simplificada:** debido a la banda extremadamente estrecha de cada portadora, los símbolos de datos transmitidos experimentan desvanecimiento plano, por eso la ecualización y la estimación de canal son más sencillos.
- 4) **Resistencia ante interferencia multitrayecto:** si un determinado rango de frecuencias sufre interferencias severas, dicho rango puede ser deshabilitado para la transmisión.
- 5) **Posibilidad de variar las velocidades:** superior e inferior, según el empleo de más o menos portadoras en función del propósito de la comunicación.
- 6) **Menor sensibilidad a la sincronización temporal:** gracias a los prefijos cíclicos, la sensibilidad de OFDM a los errores de sincronización en el tiempo es reducida respecto a las modulaciones monoportadoras.
- 7) **Resistencia a ISI y a ICI:** al dividir un flujo de alta velocidad en flujos de tasa más baja, el tiempo de símbolo se hace más largo y resistente a la dispersión del retardo. Al introducir además, el prefijo cíclico, se evita el ISI (actúa como espacio de guarda) e ICI (mantiene la ortogonalidad de las subportadoras).

Inconvenientes:

- 1) **Sensibilidad al offset en frecuencia:** Son altamente sensibles al offset en frecuencia y a los ruidos de fase.
- 2) **Impacto de la distorsión no lineal:** La presencia de una distorsión no lineal en la cadena de transmisión afectan de manera crítica las prestaciones de estos sistemas imponiendo severos límites a su viabilidad. Por ello, cobran gran importancia los circuitos de compensación que se estudian en el apartado siguiente.
- 3) El prefijo cíclico supone un coste en energía que acaba representando una **menor eficiencia en energía**.
- 4) **Alta relación Peak Average Power Ratio (PAPR).** Es decir, una gran diferencia entre la potencia máxima y la potencia media de la señal modulada, lo que dificulta la elección de un punto de trabajo en potencia, condicionando aún más el problema de las no linealidades.

3.4 Esquema general de un sistema OFDM

Ahora vamos a desarrollar analíticamente la señal OFDM en transmisión y en recepción, tanto en tiempo continuo y como en tiempo discreto [3.6]. Comenzando por un análisis en banda base de OFDM, que podemos representar en la Figura 3.3:

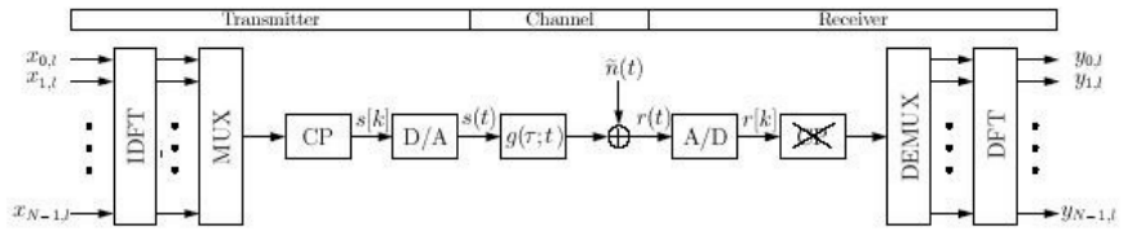


Figura 3.3 Esquema del sistema OFDM en banda base.

Para este sistema tendremos en cuenta las siguientes suposiciones:

- El uso de un prefijo cíclico.
- La respuesta impulsiva del canal tiene una duración inferior a la del prefijo cíclico.
- El transmisor y el receptor están perfectamente sincronizados.
- El canal introduce ruido complejo, aditivo y Gaussiano.
- El desvanecimiento es lo suficientemente lento como para considerarlo constante en la duración de un símbolo OFDM.

La dificultad de realizar un análisis teórico completo de un sistema OFDM hace que sea imposible abordarlo completamente. Por ello, usaremos modelos simplificados que nos permitan un análisis más simple sin pérdida de resultados. Se suelen clasificar estos modelos en dos tipos diferentes: de tiempo continuo y de tiempo discreto.

3.4.1 Modelo del sistema en tiempo continuo

Los primeros sistemas OFDM no empleaban modulación ni demodulación digital. Por ello, el modelo de tiempo continuo para OFDM, que casi nos limitaremos a nombrar, al no estar muy en consonancia con el resto del trabajo global que se pretende exponer puede ser considerado como el sistema OFDM ideal, que en la práctica es sintetizado digitalmente. Esquema en la Figura 3.4.

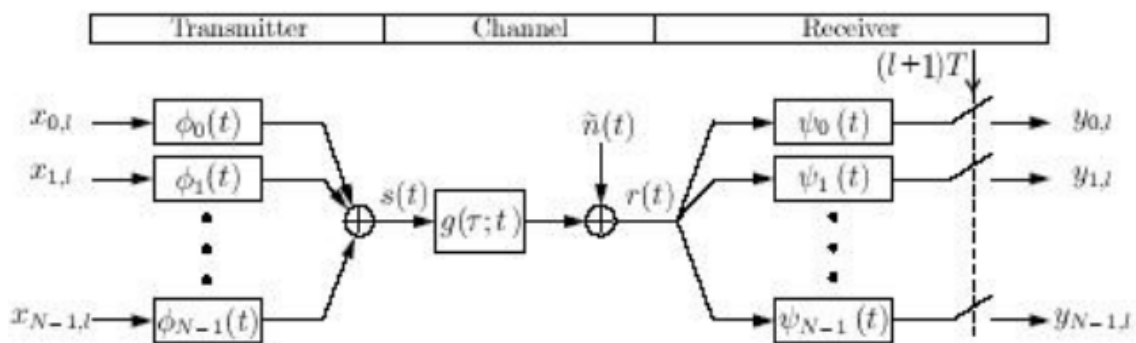


Figura 3.4 Esquema del sistema OFDM en tiempo continuo.

Tuvo poca aceptación por la dificultad que suponía disponer tanto en el transmisor como en el receptor sendos bancos de osciladores perfectamente sintonizados y sincronizados. Se puede considerar como la idea sobre la que se construyó el sistema OFDM digital que actualmente se emplea.

3.4.2 Modelo del sistema en tiempo discreto

En la Figura 3.5 que mostramos a continuación, vemos un sistema OFDM en tiempo discreto que al comparar con el modelo en tiempo continuo observamos que el modulador y el demodulador son reemplazados por módulos de IDFT y de FFT respectivamente, y el canal es una convolución en tiempo discreto [3.6]. Por lo que la principal diferencia es que sustituimos las integrales por sumatorios ya que el tratamiento que se le hace al CP es idéntico en los dos esquemas.

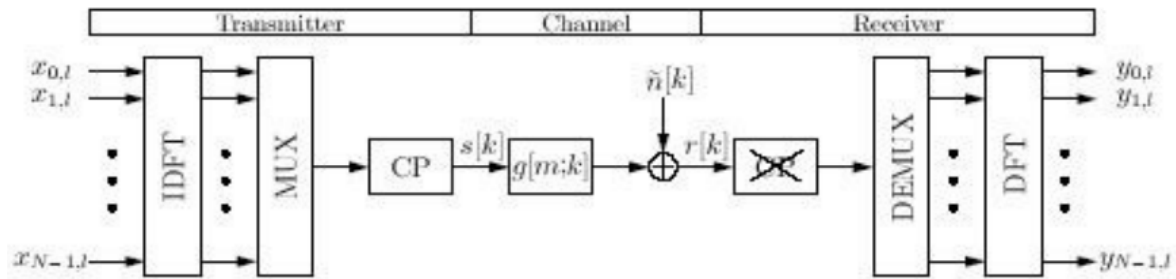


Figura 3.5 Esquema del sistema OFDM en tiempo discreto.

Como se aprecia en la Figura 3.5, la secuencia de símbolos de entrada procedentes del mapeador se agrupan en bloques de N símbolos de datos denotados por $x_m = [x_{0,l}, x_{1,l}, \dots, x_{N-1,l}]$. A continuación, se aplica la transformada N -IDFT y se le añade un prefijo de longitud N_{cp} para crear el símbolo OFDM. El resultado es una señal en banda base discreta en el tiempo del m -ésimo símbolo OFDM, que se puede escribir como:

$$s_m(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,m} e^{j2\pi k(n-N)/N} & \text{si } n \in [0, N + N_{cp} - 1] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.1)$$

donde n es el índice de tiempo discreto.

La señal completa en el tiempo $s(n)$ es la concatenación de todos los símbolos OFDM. Esto sería lo siguiente:

$$s(n) = \sum_{m=0}^{\infty} s_m(n - m(N + N_{cp})). \quad (3.2)$$

En general, la señal recibida es la suma de la convolución lineal con la respuesta discreta al impulso del canal $g(n)$ y el ruido blanco, gaussiano y aditivo $n(n)$. Se suponen transmisor y receptor perfectamente sincronizados. Basándonos en el hecho de que el prefijo cíclico es suficientemente largo como para ajustarse a la respuesta impulsiva del canal, es decir, $g(n) = 0$ para $n < 0$ y $n > N_{cp} - 1$, podemos escribir:

$$r(n) = \sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} g(\eta)s(n - \eta) + n(\eta) \quad (3.3)$$

En el receptor, la secuencia recibida es separada en bloques de longitud $N+N_{cp}$, de los que se descarta el prefijo cíclico de cada uno de ellos. Así resulta el vector r_m .

El símbolo de datos recibidos $y_{k,m}$ se obtiene aplicando Transformada Discreta de Fourier (DFT) a este vector $r_{k,m}$, quedando $y_{k,m}$:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} r(n) e^{-j2\pi kn/N} \quad (3.4)$$

Sustituyendo $r(n)$ de (3.3) en (3.4), nos queda la expresión en función de la señal transmitida y el ruido:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} g(\eta) s_m(N_{cp} + n - \eta) \right) e^{-j2\pi kn/N} + \sum_{n=0}^{N-1} n(n) e^{-j2\pi kn/N} \quad (3.5)$$

Sustituyendo ahora $s_m(n)$ de (3.1), y denominando $n_{k,n}$ a la muestra k -ésima del ruido $n(n)$ (que será una muestra blanca y gaussiana como el ruido del que procede), resulta:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{\eta=0}^{N_{cp}-1} g(\eta) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_{k,m} e^{j2\pi k(n-\eta)/N} \right) e^{-j2\pi kn/N} + n_{k,n} \quad (3.6)$$

Como $g(\eta) = 0$ para todo $\eta > N_{cp}-1$, η debe tomar valores de $[0, N-1]$ en lugar de $[0, N_{cp}-1]$. Con esto, y reordenando y agrupando todas las fórmulas anteriores, tenemos:

$$y_{k,m} = \sum_{n=0}^{N-1} \underbrace{\left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \underbrace{\left(\sum_{\eta=0}^{N-1} g(\eta) e^{-\frac{j2\pi k\eta}{N}} \right)}_{DFT} x_{k,m} e^{j2\pi kn/N} \right)}_{IDFT} e^{-j2\pi kn/N} + n_{k,n} \quad (3.7)$$

Y resolviendo las ecuaciones anidadas, obtenemos como resultado final:

$$y_{k,m} = h_k x_{k,m} + n_{k,m} \quad (3.8)$$

Esta fórmula indica que el símbolo recibido $y_{k,m}$, es igual al símbolo transmitido, multiplicado por el coeficiente de la transformada de la respuesta del canal h_k , sumado a la contribución de la transformada del ruido $n_{k,m}$, lo que implica que el símbolo recibido solo depende de ese instante y no de instantes anteriores.

Enfocando el estudio del sistema de una forma más analítica, la entrada en el receptor es la convolución lineal de la señal transmitida por el canal, más el ruido del canal. Desde el punto de vista del receptor, el uso de un CP con una longitud mayor que la del canal, implica la transformación de la convolución lineal en una convolución circular. De esta manera, podemos expresar el sistema OFDM completo como:

$$y_l = DFT(IDFT(x_l) \odot g_l + \tilde{n}_l) = DFT(IDFT(x_l) \odot g_l) + \tilde{n}_l \quad (3.9)$$

donde y_l contiene los N datos recibidos, x_l los N puntos pertenecientes a la constelación en el transmisor, de la misma manera que g_l es la respuesta impulsiva del canal (rellenada de ceros hasta obtener la longitud N), y que \tilde{n}_l es el ruido introducido por el canal.

Como el ruido lo consideramos blanco y gaussiano, entonces el término $n_l = DFT(\tilde{n}_l)$ representa un ruido gaussiano incorrelado.

Así la DFT de la convolución circular de dos señales es equivalente al producto de las transformadas de cada una de las señales de forma individual. Denotando al producto elemento a elemento como ".", podemos escribir:

$$y_l = x_l \cdot DFT(g_l) + n_l = x_l \cdot h_l + n_l \quad (3.10)$$

donde $h_l = DFT(g_l)$ es la respuesta en frecuencia del canal. Así hemos encontrado el mismo tipo de sistema que en el caso frecuencial con la única diferencia de que la atenuación del canal h_l viene dada por la DFT de N puntos del canal discreto, en lugar de la respuesta frecuencial dada por $h_l = G(k'W/N)$, es decir, lo que sería la Transformada de Fourier de $g(\tau)$.

3.4.3 Imperfecciones respecto al modelo ideal

Dependiendo de la situación que se analice, las imperfecciones en un sistema real OFDM deben ser ignoradas o explícitamente incluidas en el modelo. A continuación, mencionamos algunas de estas imperfecciones y sus correspondientes efectos.

- **Dispersión:** Tanto la dispersión en tiempo como en frecuencia pueden destruir la ortogonalidad del sistema, es decir, introducen ISI e ICI. Si estos efectos no se compensan suficientemente con la inclusión de un prefijo cíclico o con un gran espaciado entre portadoras, deberán ser incluidos en el modelo. Una forma de modelar esto será incrementar la potencia de ruido aditivo.
- **No linealidades:** Los sistemas OFDM tienen una gran relación potencia de pico a potencia media (PAPR) y son muy exigentes en cuanto a linealidad en los amplificadores de potencia. Las no linealidades en los amplificadores causan tanto ISI como ICI en el sistema. Especialmente, si los amplificadores no se diseñan para un back-off de salida (OBO) adecuado. Estos problemas los abordaremos con una mayor profundidad en el tercer capítulo.
- **Interferencias externas:** Tanto los sistemas sobre cable como los inalámbricos están sujetos a interferencias externas. Para el caso inalámbrico, la interferencia suele provenir de otras transmisiones y equipamiento electrónico situado en la vecindad de los propios del sistema. Para los sistemas sobre soporte físico, lo más común será encontrarnos con crosstalk. En cualquier caso, la interferencia suele modelarse como un ruido coloreado.

3.5 Problemas en OFDM

En este apartado vamos a analizar los problemas que nos encontramos a la hora de utilizar OFDM. Comentaremos las posibles soluciones a estos problemas y veremos además otros aspectos importantes como la sincronización y la ecualización.

3.5.1 Desvanecimiento de la señal por el multitrayecto

Una de las características fundamentales de las comunicaciones radio en enlaces terrestres es el de la propagación multitrayecto. Este tipo de propagación consiste en que

entre el transmisor y receptor existe más de un camino de propagación, ya que la señal radio que se propaga no es un rayo estrecho que va directamente de la antena transmisora a la receptora, sino un frente de onda amplio que se va difractando y reflejando a medida que encuentra obstáculos en su camino, como edificios altos, coches, montañas o irregularidades del terreno [3.4].

El estudio y modelado del fenómeno de la propagación multitrayecto se puede resumir diciendo que al receptor llegan varias réplicas de la misma señal, con diferentes retardos entre ellas. Las primeras, tres o cuatro (dependiendo del entorno), pueden contener valores significativos de energía, mientras que las restantes suelen llegar muy atenuadas y se pueden despreciar. Es uno de los problemas más importantes que se presentan en la comunicación por el canal radio.



Figure 3.6 Problema del multitrayecto

Vamos a analizar el efecto del multitrayecto, podemos ver en la Figura 3.6 algunos ejemplos de multitrayecto, desde dos puntos de vista. Uno desde una visión temporal y otra desde una visión en el espectro.

Visión en el tiempo: Dispersión del retardo

Desde esta visión temporal la señal recibida es la suma de las replicas desfasadas de la señal principal. Lo que provoca que la respuesta impulsiva del canal no sea ideal y tenga una duración larga.

Para estimar el canal multitrayecto se tienen que realizar repetidas mediciones para conseguir lo que se denomina el Perfil de Retardo de Potencia (PDP).

Este perfil es un promedio temporal o espacial de medidas consecutivas de respuestas al impulso que se recolectan y se promedian sobre un área local. Los tiempos están dados respecto al rayo directo, cuyo momento de llegada se considera el instante 0. A partir de este perfil podemos obtener el Ancho de Banda de Coherencia y la Dispersión de Retardo.

Analíticamente el PDP se define como la distribución en el tiempo de la potencia recibida desde un cierto impulso unidad transmitido:

$$P(\tau) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 \delta(t - \tau_k) \quad (3.11)$$

a_k es la amplitud de cada réplica de la señal, y τ_k el retardo con el que llega.

La dispersión de retardo es una medida de cómo de dispersa es la respuesta al impulso del canal. Se caracteriza el retardo debido al canal en términos de momento de segundo orden del PDP. Si la dispersión del retardo es menor que el periodo de símbolo de la señal ($\tau_{RMS} < T$), no se produce ISI.

Es importante realizar un estudio estadístico del retardo de propagación para saber la máxima velocidad de datos que puede ser utilizada de manera fiable en el canal en estudio. En comunicaciones al aire libre los valores normales son de microsegundos y del orden de nanosegundos en comunicaciones en interiores.

En OFDM se soluciona este problema gracias a la larga duración de los símbolos OFDM y a la introducción de un prefijo cíclico que permite eliminar los intervalos de tiempo en que un símbolo puede ser perjudicado por réplicas del símbolo anterior.

Visión en frecuencia: Ancho de banda de coherencia

Los efectos que produce el canal multitrayecto en el espectro de la señal transmitida es que produce atenuaciones a distintas frecuencias, como observamos en la Figura (3.7). Es lo que se denomina desvanecimiento, es decir, disminución de la potencia de la señal por debajo de su valor nominal.

Hay un desvanecimiento más común que se llama desvanecimiento plano, que consiste en una leve atenuación en un amplio rango de frecuencias en el espectro de la señal. El desvanecimiento por multitrayecto es mucho más profundo y selectivo en frecuencia y distorsiona más el espectro de la señal que provoca alteraciones en la información que transmitimos. Se modelan estos desvanecimientos con una función de densidad de probabilidad de Rayleigh. Efecto del desvanecimiento en Figura 3.7.

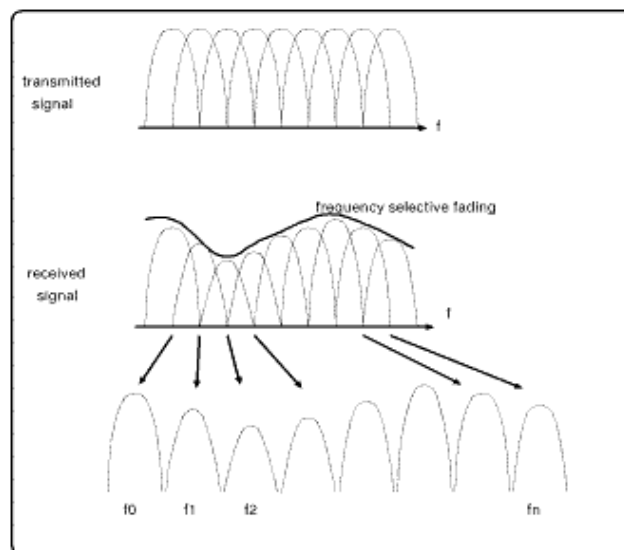


Figura 3.7 Efecto del desvanecimiento en señal recibida

El ancho de banda de coherencia (B_c) es una medida que está relacionada con la dispersión del retardo que hemos estudiado antes. Indica el rango de frecuencias sobre el cual el desvanecimiento se comporta como plano, es decir, donde la atenuación del canal permanece prácticamente constante.

Existen dos casos:

- Que el canal presente un ancho de banda de coherencia mayor que el ancho de banda de la señal a transmitir ($B_c > B$), por lo que la transmisión se realiza con desvanecimiento plano (flat fading). Esto es lo deseable en el canal, ya que la estructura del canal es tal que las características del espectro de la señal transmitida son preservadas en el receptor.
- Que el ancho de banda del canal sea menor que el ancho de banda de la señal transmitida ($B_c < B$). En este caso tendríamos desvanecimiento selectivo en frecuencia y por ende distorsión en el espectro que se traducirá en Interferencia Intersimbólica (ISI).

En OFDM este problema se soluciona gracias al gran número de portadoras (con un ancho de banda muy reducido cada una), ya que un desvanecimiento selectivo les afecta como si fuera un desvanecimiento plano. En el receptor sólo tendríamos que ajustar la amplitud de cada portadora dependiendo de la atenuación que hayan sufrido cada una. Es como si hubiéramos hecho el ancho de banda de la señal mucho más pequeño que el ancho de banda de coherencia del canal.

3.5.2 Ecualización

La solución al desvanecimiento selectivo es escalar cada portadora dependiendo de la atenuación que sufre a través del canal [3.1]. A esta técnica se le denomina ecualización y es muy importante en los sistemas de telecomunicaciones.

Para poder realizar la ecualización, y como ésta depende de la atenuación que provoca el canal en nuestra señal, hay que conocer la respuesta en frecuencia del canal. Para ello hay que realizar un procedimiento que se llama *estimación del canal*.

Para la realización de esta estimación del canal se han propuesto diferentes algoritmos. El esquema que siguen es el que mostramos a continuación.

Partamos del modelo discreto de sistema OFDM que analizamos anteriormente, donde a partir de este punto se denominará X_m a cada uno de los N símbolos que serán modulados mediante la IDFT.

Las muestras de la señal OFDM resultante se puede expresar como:

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X_m e^{j \frac{2\pi mn}{N}} \quad 0 \leq n \leq N \quad (3.12)$$

donde x_n representa la n -ésima muestra de salida del bloque IDFT.

Considerando que el canal discreto está constituido por L muestras, la señal recibida se puede expresar como:

$$y_n = \sum_{l=0}^{L-1} h_{n,l} x_{n-l} + w_n = h_{n,1} x_{n-1} + h_{n,2} x_{n-2} + \dots + h_{n,L-1} x_{n-L+1} + w_n \quad 0 \leq n \leq N \quad (3.13)$$

donde $h_{n,l}$ representa la l -ésima muestra compleja de la respuesta impulsiva del canal y w_n es el ruido AWGN en el instante temporal n .

Por simplicidad se ha obviado en las ecuaciones al prefijo cíclico correspondiente a las N muestras del símbolo OFDM. La señal demodulada en el dominio frecuencial se obtiene mediante la DFT de y_n como:

$$Y_m = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} X_k H_l^{m-k} e^{-j\frac{2\pi l k}{N}} + W_m \quad 0 \leq m \leq N-1 \quad (3.14)$$

donde W_m denota la DFT de w_n y H_l representa la DFT de la respuesta impulsiva del canal como:

$$H_l^{m-k} = \sum_{n=0}^{N-1} h_{n,l} e^{-j\frac{n\pi(m-k)}{N}} \quad (3.15)$$

Si expresamos todo el anterior desarrollo en notación matricial, obtendremos una expresión algo más compacta del tipo:

$$Y = HX + W \quad (3.16)$$

donde cada uno de los elementos de la matriz H puede ser reescrito como:

$$a_{m,k} = H_0^{m-k} + H_1^{m-k} e^{-j\frac{2\pi k}{N}} + \dots + H_{L-1}^{m-k} e^{-j\frac{2\pi k(L-1)}{N}} \quad 0 \leq m, k \leq N-1 \quad (3.17)$$

Dada la anterior expresión matricial el problema de la ecualización se centra en estimar la matriz H y calcular su inversa, lo cual requiere algoritmos encaminados hacia la reducción de la carga computacional que las operaciones matriciales requieren.

3.5.3 Sincronización

El principal argumento que hay en contra de OFDM es sin duda su alta sensibilidad a errores de sincronización, en particular al offset frecuencial [3.3]. En lo que sigue veremos los tres niveles en los que podemos situar el problema de la sincronización: sincronización de símbolo, de frecuencia de portadora y de frecuencia de muestreo.

3.5.3.1 Sincronización de símbolo.

Errores de temporización

Se presta una atención especial a la sincronización de símbolo en los sistemas OFDM, sin embargo con la utilización de un prefijo cíclico, los requisitos de temporización son más relajados.

Nuestro objetivo es saber dónde empieza el símbolo. Un offset en el tiempo provoca una rotación en la fase de las subportadoras. La rotación de fase es mayor en los límites de la banda de frecuencia.

Si un error de temporización es lo suficientemente pequeño para mantener la respuesta impulsiva del canal entre el prefijo cíclico, la ortogonalidad se mantiene. En este caso un retraso de temporización de símbolo puede ser visto como una rotación de fase introducida del canal y pueden ser estimadas por un estimador de canal. Si un desplazamiento en el tiempo es mayor que el prefijo cíclico tendremos ISI.

Ahora vamos a describir dos opciones para poder mitigar el efecto de este offset en el sistema.

- Opción que se basa en pilotos: Warner y Leung propusieron una solución basada en pilotos. Utilizaron un esquema donde la señal OFDM se transmitía en FM, y el transmisor codificaba un cierto número de subcanales reservados con fases y amplitudes conocidas. El algoritmo está compuesto por tres fases:
 - Fase 1: se detecta si hay presencia de señal OFDM midiendo el nivel de potencia y comparándolo con un cierto umbral. (Detección de potencia)
 - Fase 2: se adquiere un alineamiento de sincronización con un error máximo de 0.5 muestras. Este grado de alineamiento no es aceptable, sino que se usa para simplificar el posterior proceso de captura, ya que éste supone que el error de temporización es pequeño. Esta sincronización gruesa se obtiene correlando la señal recibida con una copia retrasada de la misma. Para poder detectar el pico de correlación con suficiente precisión, se usa un filtro digital que interpola los datos a una velocidad cuatro veces superior a la original. (Detección gruesa).
 - Fase 3: los subcanales reservados se ecualizan con la estimación de canal obtenida a partir de los pilotos. Dado que la sincronización gruesa garantiza que el error de temporización es menor que 0.5 muestras, la respuesta impulsiva del canal se encuentra dentro del CP. (Sincronización final).
- Opción que se basa en el prefijo cíclico: La diferencia entre dos muestras espaciadas N posiciones es $r(k) - r(k + N)$. Cuando una muestra pertenece al prefijo cíclico y la otra al símbolo OFDM del cual se ha copiado, dicha diferencia es pequeña. Si se enventana con una ventana rectangular de la misma longitud que el CP obtendremos una serie de mínimos, cada uno de los cuales se encontrará al comienzo de los símbolos OFDM. Esta idea se formaliza matemáticamente mediante la función de verosimilitud, la cual se maximiza para obtener de manera simultánea los offsets temporal y frecuencial. Veámosla para el caso de offset frecuencial nulo y offset temporal θ :

$$\Lambda(\theta) = \sum_{k=\theta}^{\theta+L-1} \frac{2}{SNR+1} \text{Re}\{r(k)r^*(k+N)\} - \frac{SNR}{SNR+1} |r(k) - r(k+N)|^2 \quad (3.18)$$

Para valores medios y altos de SNR ($\text{SNR} \gg 1$) un estimador de máxima verosimilitud basado en $\Lambda(\theta)$ esencialmente, aplica un movimiento medio al término $|r(k) - r(k + N)|^2$. Sin embargo, para valores pequeños de SNR, el cruce de correlaciones $r(k)r^*(k + N)$ también tiene que ser considerado.

Ruido de fase de portadora

El ruido de fase es causado por las imperfecciones de los osciladores del transmisor y del receptor. Para canales selectivos en frecuencia, la rotación de fase que introduce esta anomalía es indistinguible de las rotaciones de fase debidas a un error de temporización.

El ruido de fase se modela mediante un proceso de Wiener $\theta(t)$ con:

$$E\{(\theta(t_0 + t) - \theta(t_0))^2\} = 4\pi\beta|t| \quad (3.19)$$

Donde β es un parámetro con unidades de Hz.

Se puede estimar la degradación en la SNR provocada por el ruido de fase, o lo que es lo mismo, el incremento en la SNR necesario para mantener la calidad del enlace, como:

$$D(\text{dB}) \approx \frac{11}{6\ln 10} (4\pi N \frac{\beta}{W}) \frac{E_s}{N_0} \quad (3.20)$$

Con W como el ancho de banda y E_s/N_0 es el SNR de cada símbolo. Observar que la degradación aumenta con el número de subportadoras. Debido a las rápidas variaciones de ruido de fase se pueden producir muchos problemas.

3.5.3.2 Sincronización de frecuencia de muestreo

La señal continua recibida debe ser muestreada en instantes de tiempo dados por el reloj de recepción.

Existen dos tipos de métodos que tratan con el error en la frecuencia de muestreo.

En sistemas de muestreo sincronizado, existe un algoritmo de temporización que controla un oscilador de cristal controlado por tensión para alinear los relojes de transmisión y recepción.

El otro método es el de muestreo no sincronizado, en el cual la tasa de muestreo permanece fija y se realiza un post-procesado digital.

El efecto de un offset en la frecuencia es doble: la componente útil de la señal se ve rotada y atenuada, y por otro lado se introduce ICI en el sistema. A partir de los estudios publicados hasta la fecha se desprende que los sistemas de muestreo no sincronizados son mucho más sensibles al offset de reloj que los de muestreo sincronizado.

3.5.3.3 Sincronización de frecuencia de portadora. Errores en frecuencia

El offset frecuencial se produce como consecuencia de diferencias en los osciladores de transmisor y receptor, desplazamientos Doppler o desfases introducidos por canales no

lineales [3.3]. Hay dos efectos destructivos provocados por el offset en la frecuencia de portadora: uno es la reducción en la amplitud de la señal como consecuencia de que las senoides no se muestrean en su máximo, el otro es la aparición de ICI en el sistema. Este último es provocado por la pérdida de ortogonalidad entre los subcanales. Ejemplo en la Figura 3.8:

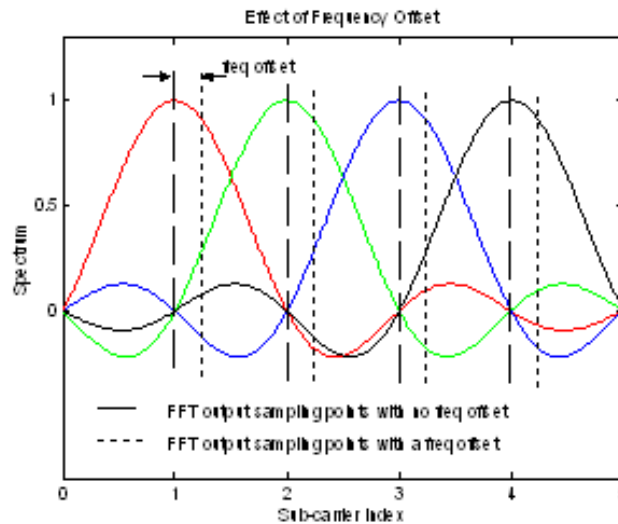


Figura 3.8 Efecto del offset frecuencial

Se han realizado multitud de pruebas sobre la degradación de la BER causadas por la presencia de un offset de la frecuencia de portadora y de un ruido de fase de portadora para un canal AWGN y se ha encontrado que un sistema multiportadora es mucho más sensible que un sistema de una sola portadora.

Si denotamos el offset relativo en frecuencia como $\Delta f = \frac{\Delta F N}{W}$, donde Δf es el offset en frecuencia y N es el número total de subportadoras, podemos definir la degradación D en SNR(dB) aproximadamente como:

$$D(\text{dB}) \approx \frac{10}{3 \ln 10} (\pi \Delta f)^2 \frac{E_s}{N_0} = \frac{10}{3 \ln 10} \left(\pi \frac{N \cdot \Delta F}{W} \right)^2 \frac{E_s}{N_0} \quad (3.21)$$

Se puede ver que la degradación aumenta (en dB) con el cuadrado del número de subportadoras, si ΔF y W permanecen fijas.

Vamos a ver a continuación las dos categorías de esquemas de sincronización en los que podemos dividirlos: los basados en pilotos o en prefijo cíclico.

Pilotos: algunas subportadoras se usan para la transmisión de símbolos conocidos. Este conocimiento permite la estimación de las rotaciones de fase, las cuales tiene una correspondencia directa con el offset frecuencial.

Prefijo cíclico: utilizan la redundancia introducida por éste de dos maneras, creando una función que alcanza su máximo en el instante de offset nulo y hallando dicho máximo, o bien usando estimación de máxima verosimilitud.

3.5.4 PAPR

Una desventaja de OFDM es que el pico de la señal puede ser N veces mayor que su potencia media (donde N es el número de portadoras) [3.4]. Los picos altos hacen que se incremente el grado de la distorsión para la intermodulación, lo que provoca un aumento de la tasa de error. La potencia media de la señal tiene que mantenerse baja para prevenir la limitación del amplificador de potencia a la hora de la transmisión de la señal.

La señal que se obtiene a la salida de un transmisor llega a tener picos de potencia mucho más altos que la potencia media de la señal y esto es debido a la posibilidad de que las subportadoras en un determinado momento se puedan sumar en fase con lo que se conseguiría una contribución de potencia muy alta. También es verdad que es muy poco probable que haya una coincidencia de fase tan mayoritaria, pero sí es posible la existencia de un pico importante y que la magnitud del mismo nos provoque una dispersión de las amplitudes de nuestra señal OFDM, ejemplo en la Figura 3.9:

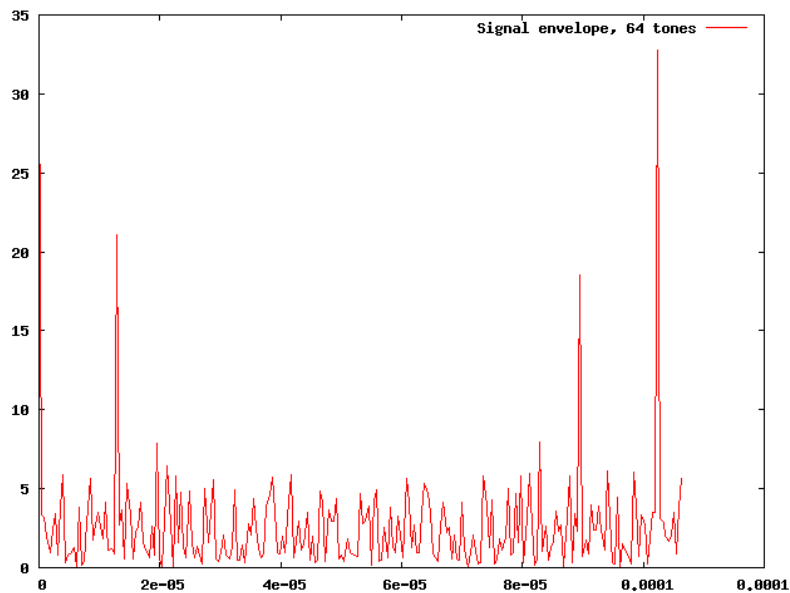


Figura 3.9 Muestra del PAPR en una señal

Este problema se estudia con una figura de mérito que se denomina PAPR (Peak to Average Power Ratio) que consiste en la relación entre la potencia de pico respecto a la potencia media de la señal. Podemos definir la figura de mérito de la siguiente manera:

$$PAPR(dB) = 10 \log_{10} \left(\frac{\max(|s(t)|)}{\text{mean}(|s(t)|)} \right) \quad (3.22)$$

En la práctica los valores normales de PAPR que nos encontramos en una señal OFDM están entre 12 y 14 dB.

Ahora vamos a ver la manera de disminuir el PAPR de una señal OFDM:

- Mapeo selectivo: se genera una gran serie de vectores de datos, donde todos representan la misma información. De todos estos vectores se selecciona el que tenga

un menor PAPR. Ahora la información del vector que ha sido seleccionado se envía sobre una portadora especial.

- Secuencias de Golay: Transmitimos la señal haciendo un mapeo de cada palabra de datos con una secuencia de Golay. Usar estas secuencias provoca un bajo PAPR, del orden de 3-6 dB. La velocidad de codificación es pobre y resulta en un gran incremento de banda.
- Codificación cíclica: hay que añadir portadoras extra, donde se calcula la fase de cada cuarta portadora en un algoritmo usando las fases de las tres primeras a ella.

Reducir los picos de potencia instantáneos es muy importante para evitar lo que se llama el clipping, que es un fenómeno que ocurre cuando el pico de potencia satura el amplificador y modifica la señal de salida del amplificador.

3.6 Características importantes de OFDM

3.6.1 Prefijo cíclico

El uso de esta técnica ya la hemos mencionado anteriormente, pero vamos a analizarla un poco más en profundidad.

Lo que se pretende es evitar los efectos dañinos que nos produce el canal multitrayecto. En la mayoría de las aplicaciones OFDM se utiliza un intervalo de guarda (IG), normalmente se introducen una ristra de ceros, para prevenir las interferencias intersímbolo (ISI). Si se elige el IG con una duración mayor que el máximo retardo de entre todas las subportadoras, las componentes debidas al retardo de un símbolo no interferirán en el siguiente símbolo [3.5].

El problema viene ahora por la interferencia interportadora (ICI) que puede causar la pérdida de la ortogonalidad entre las subportadoras. Para evitar esta interferencia, en vez de usar un IG, lo que hacemos es introducir el prefijo cíclico (PC), que consiste en extender cíclicamente el símbolo OFDM en el intervalo de guarda. Lo que conseguimos es que cualquier réplica directa o retrasada de la señal continuará teniendo un número entero de ciclos. Siempre que el retardo sea menor al PC elegido aseguraremos la ortogonalidad de las subportadoras. En la Figura 3.10 vemos un ejemplo.

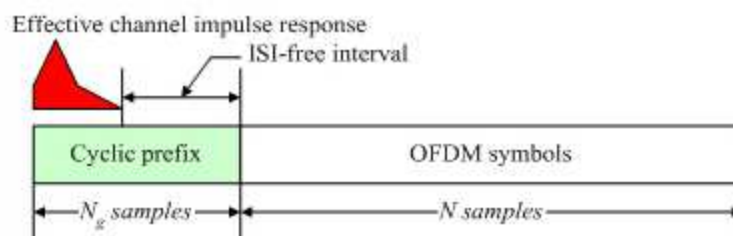


Figura 3.10: Prefijo cíclico para evitar ISI e ICI

La duración del PC, en número de muestras, se representa por el entero N_{PC} , debe ser mayor que la longitud de la respuesta al impulso del canal para evitar ISI e ICI. Se repite al principio del símbolo, las últimas N_{PC} muestras que se envían del símbolo.

Como ya comentamos en la introducción del capítulo, el uso del prefijo cíclico tiene el inconveniente de una menor eficiencia en términos de la potencia transmitida y de la velocidad de transmisión, ya que únicamente una fracción de la potencia se destina a la parte útil de los símbolos. Desde la perspectiva de la velocidad de transmisión, la inserción de este prefijo cíclico se traduce en una separación mayor entre símbolos consecutivos, de modo que para un espaciado entre subportadoras de $1/N_s$, siendo N_s la duración del símbolo sin PC, la tasa de transmisión es de únicamente $1/(N_s + N_{PC})$ símbolos por portadora en lugar del valor de $1/N_s$ que habría de no usarse el prefijo cíclico.

La pérdida en SNR debida a la inserción del PC es:

$$SNR_{loss} = -10 \log_{10} \left(1 - \frac{N_{PC}}{N_T} \right) \quad (3.23)$$

Siendo $N_T = N_s + N_{PC}$ la longitud total del símbolo OFDM.

Por lo que hay que escoger el valor de la duración del prefijo cíclico mínimo que permita hacer frente a la dispersión del canal.

3.6.2 Ortogonalidad de la señal OFDM

Una de las principales novedades de las señales OFDM es la ortogonalidad de las portadoras [3.1]. Si se elige como portadoras una señal sinusoidal, el área de un periodo es cero ya que la parte positiva de la señal se cancela con la negativa. Lo vemos más claramente en la Figura 3.11:

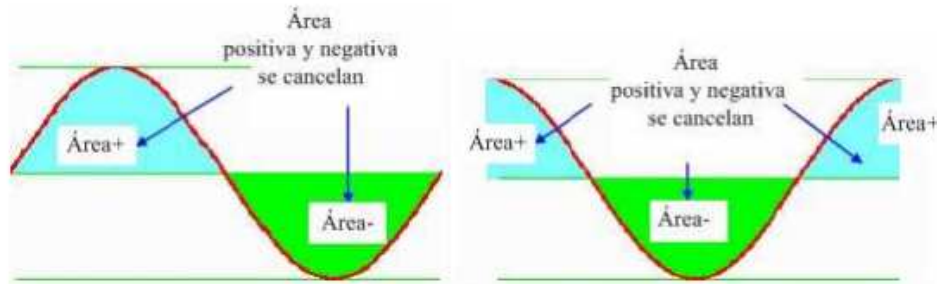


Figura 3.11: Área de un seno

Consideramos una señal senoidal de frecuencia mw y la multiplicamos por otra de frecuencia nw , siendo n y m enteros. La función sería $f(t) = \sin(mwt) \sin(nwt)$.

Si aplicamos una regla trigonométrica nos quedaría:

$$f(t) = \frac{1}{2} \cos[(m - n)wt] - \frac{1}{2} \cos[(m + n)wt] \quad (3.24)$$

Como vemos, cada una de estas componentes es también una senoide, por lo que la integral bajo su área es cero también. Podemos concluir que en general, para todos los números enteros n y m las señales senoidales de frecuencias nw y mw son ortogonales entre

sí. Gracias a esta característica, nos permite en OFDM transmitir simultáneamente en un estrecho rango de frecuencias y sin que se produzcan interferencias entre ellas.

3.6.3 Espectro de la señal OFDM

Las señales QPSK producen un espectro cuyo ancho de banda se puede expresar como $BW = (1 + \alpha)R_s$. Si lo vemos desde OFDM, la suma de tres portadoras, permite transmitir $3R_s$ sobre un ancho de banda de $[-2R_s, 2R_s]$ como vemos en la Figura 3.12. Esto produce una eficiencia espectral de $4/3$ Hz por símbolo para tres portadoras o una de $6/5$ para 5 portadoras.

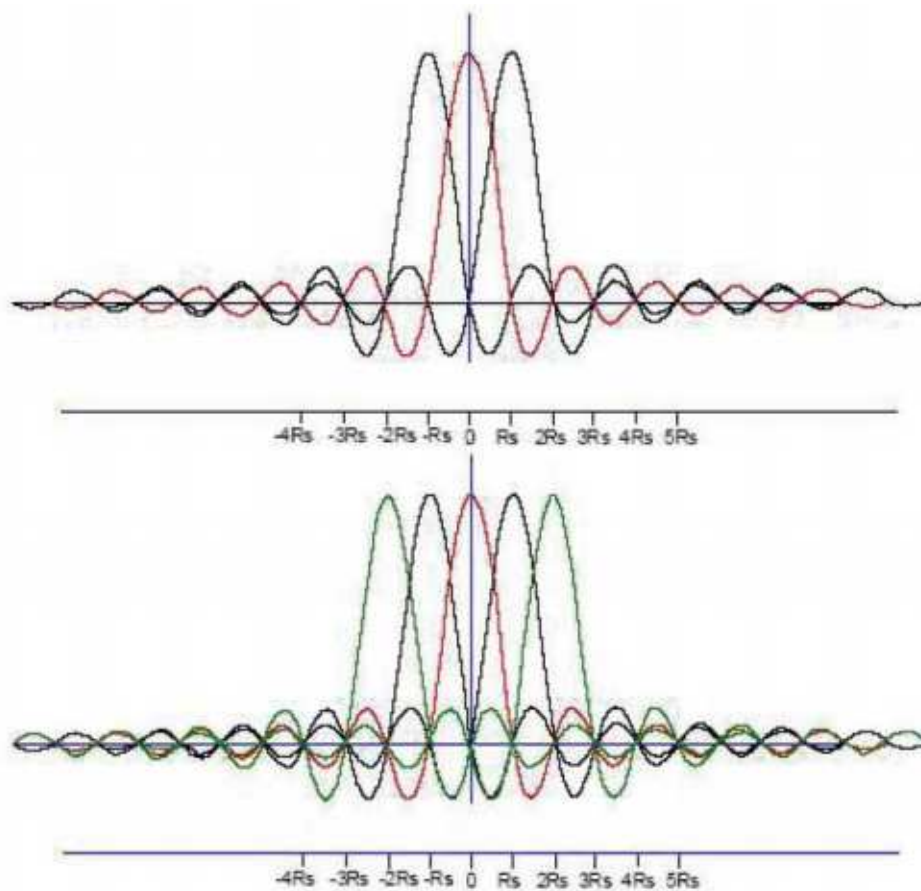


Figura 3.12: Espectro señal OFDM con 3 y 5 portadoras respectivamente.

Como regla general, se cumple que si añadimos N portadoras, la eficiencia espectral vendrá dada por $(N + 1)/N$ Hz por símbolo.

Así, cuanto mayor sea el número de portadoras, mayor eficiencia [3.4]. En la Figura 3.13 podemos ver el espectro de una señal OFDM y podemos destacar que el rango que no nos interesa disminuye rápidamente 50 dB. Si lo comparamos con el espectro de la señal QPSK de la Figura 3.14, comprobamos cómo la QPSK tiene menos varianza y las bandas laterales no disminuyen tan rápidamente.

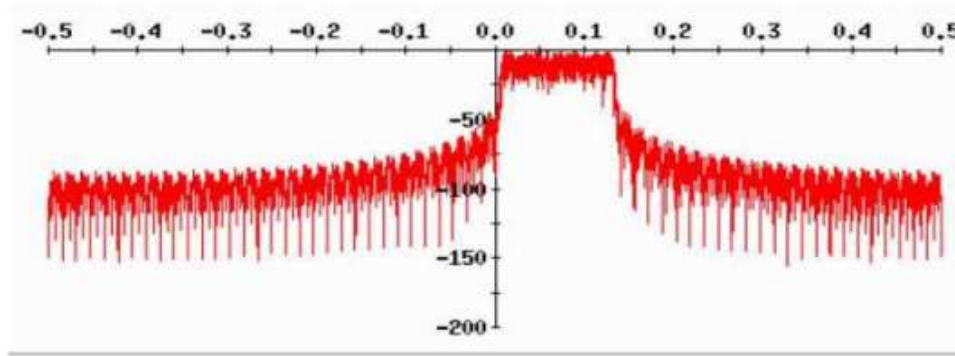


Figura 3.13: Espectro de una señal OFDM de 1024 portadoras

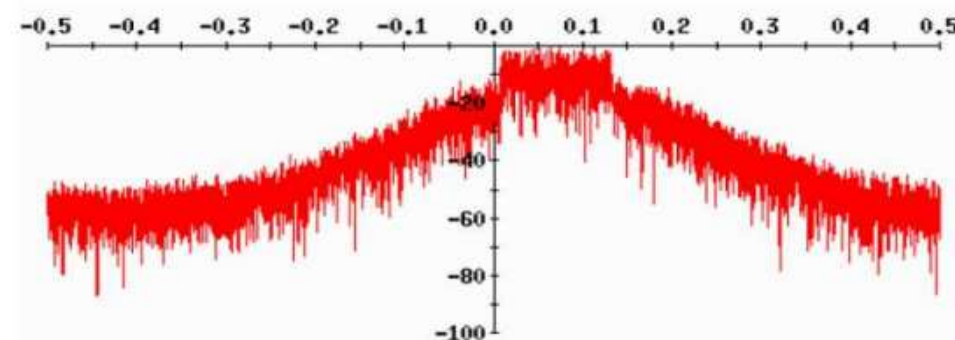


Figura 3.14: Espectro de una señal QPSK

3.7 Bibliografía

- [3.1] Henrik Schulze, Christian Lüders, *"Theory and applications of OFDM and CDMA,"* Editorial: John Wiley & Sons, 2005.
- [3.2] Ramón Agustí Comes, Francisco Bernardo Álvarez, *"LTE: Nuevas tendencias en comunicaciones móviles,"* Editorial: Fundación Vodafone España, 2010.
- [3.3] Javier Navarro Lázaro, *"Estudio de la Característica No Lineal de un Sistema OFDM mediante MatLab,"* Proyecto Fin de Carrera, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, 2009.
- [3.4] Daniel Castaño del Castillo, *"Estudio de la modulación OFDM y de los efectos no lineales mediante simulación en MatLab,"* Proyecto Fin de Carrera, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, 2008.
- [3.5] Pilar Muñoz Mora, *"Comparación del sistema CP-OFDM con ZP-OFDM,"* Proyecto Fin de Carrera, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, 2006.
- [3.6] Ove Edfors, Magnus Sandell, Jan-Jaap de Beek, Daniel Landström, Frank Sjöberg. *"An introduction to orthogonal frequency-division multiplexing,"* Editorial: Lulea University of Technology, September 1996.