

Matrikelnummer
k12005887

Name
Simon Dorrer

SEMINAR ELEKTRONIK UND INFORMATIONSTECHNIK

SS23



AKTIVE FILTER

Kurzfassung

In dieser Seminararbeit werden verschiedene aktive Filtertopologien berechnet, simuliert und analysiert. Dabei wird zuerst ein 4. Ordnung Sallen-Key Tiefpassfilter mit Butterworth und 1 dB Tschebyscheff Charakteristik mit 30 dB Verstärkung realisiert und seine Eigenschaft bei der Transitfrequenz analysiert und Verbesserungsvorschläge präsentiert.

Danach wird der gleiche Ablauf mit einem 4. Ordnung Multiple Feedback Tiefpassfilter mit Butterworth Charakteristik und 30 dB Verstärkung durchgeführt. Die Übertragungsfunktionen beider Sallen-Key und Multiple Feedback Tiefpassfilter werden dabei gegenübergestellt.

Im Laufe der Seminararbeit wird klar, dass Filtercharakteristiken mit Welligkeit im Sperrbereich wie Cauer / Elliptic und Inverse Tschebyscheff nicht mit Sallen-Key und Multiple Feedback Tiefpassfilter realisierbar sind. Daher werden noch sogenannte Notch Tiefpassstopologien wie Friend's Single Amplifier Biquad (SAB), Boctor, GIC und Akerberg-Mossberg (AM) realisiert, simuliert und verglichen.

Zu der ganzen Theorie wird abschließend noch eine Aktivfilter Platine für ein 2.1 Audiosystem präsentiert. Die Platine wird mit Autodesk Eagle gelayoutet, bei JLCPCB gefertigt und händisch bestückt. Danach wird die Funktion mit dem Oszilloskop im Zeitbereich und mit einer ESI U24XL Soundkarte und der Software ARTA im Frequenzbereich verifiziert.

Abstract

In this seminar paper, different active filter topologies are calculated, simulated and analyzed. First, a 4th order Sallen-Key lowpass filter with Butterworth and 1 dB Chebyshev characteristic with 30 dB gain is realized and its properties at the transit frequency are analyzed and suggestions for improvement are presented.

Then the same process is carried out with a 4th order Multiple Feedback lowpass filter with Butterworth characteristics and 30 dB gain. The transfer functions of both Sallen-Key and Multiple Feedback low-pass filters are compared.

As the seminar paper progresses, it becomes clear that filter characteristics with ripple in the stopband such as Cauer / Elliptic and Inverse Chebyshev cannot be realized with Sallen-Key and Multiple Feedback low-pass filters. Therefore, so-called notch low-pass topologies such as Friend's Single Amplifier Biquad (SAB), Boctor, GIC and Akerberg-Mossberg (AM) are realized, simulated and compared.

Finally, after the theory, an active filter circuit board for a 2.1 audio system is presented. The PCB is laid out with Autodesk Eagle, manufactured by JLCPCB and assembled by hand. The function is then verified with the oscilloscope in the time domain and with an ESI U24XL sound card and the ARTA software in the frequency domain.

Inhaltsverzeichnis

1 Sallen-Key Tiefpassfilter	3
1.1 Schaltungsvarianten eines Sallen Key Tiefpassfilters	3
1.1.1 Schaltungsvariante 1 - $R = R_1 = R_2, C = C_1 = C_2, \alpha \neq 1$	3
1.1.2 Schaltungsvariante 2 - $R_1 \neq R_2, C_1 \neq C_2, \alpha = 1$	5
1.2 Dimensionierung der Angabe	6
1.2.1 Sallen-Key Filtertopologie	6
1.2.2 Nicht invertierender Verstärker	6
1.2.3 Computergestützte Berechnung mit Filter Wiz	7
1.2.4 Dimensionierung mit Formeln	9
1.3 Simulation mit LTSpice	11
1.3.1 Schaltungen	11
1.3.2 Übertragungsfunktionen $A(s)$	12
1.4 Verhalten bei höherer Frequenz - Transitfrequenz f_T	15
1.4.1 Butterworth Filter 2. Ordnung	15
1.4.2 Theorie zum Verhalten bei f_T	16
1.4.3 Butterworth Filter 3. Ordnung	17
1.4.4 Erweiterungen des Butterworth Sallen-Key Tiefpass 4. Ordnung	20
2 Mehrfachgegenkopplung Tiefpassfilter	22
2.1 Schaltungsvariante eines Mehrfachgegenkopplung Tiefpassfilters	22
2.2 Dimensionierung der Angabe	23
2.2.1 Mehrfachgegenkopplung Filtertopologie	23
2.2.2 Computergestützte Berechnung mit Filter Wiz	24
2.2.3 Dimensionierung mit Formeln	24
2.3 Simulation mit LTSpice	25
2.3.1 Schaltungen	25
2.4 Vergleich Übertragungsfunktion SK und MFGK Filter	26
3 Weitere Tiefpassfilter	27
3.1 Boctor Tiefpassfilter 2. Ordnung	28

3.2 GIC Tiefpassfilter 2. Ordnung	29
3.3 Dimensionierung der Angabe	30
3.3.1 Computergestützte Berechnung mit Filter Wiz	30
3.3.2 Dimensionierung Boctor Tiefpassfilter 2. Ordnung	32
3.3.3 Dimensionierung GIC Tiefpassfilter 2. Ordnung	34
3.4 Simulation mit LTSpice	36
3.4.1 Schaltungen	36
3.4.2 Übertragungsfunktionen $A(s)$	38
4 Aktivfilter Platine mit Test	41
4.1 Beschreibung der Platine	41
4.2 Schaltplan der Platine	42
4.3 2D Ansicht der Platine	43
4.4 Bestückte Platine	44
4.5 Messung der Grenzfrequenzen mittels Oszilloskop	45
4.6 Messung der Übertragungsfunktion mittels Oszilloskop	47
4.7 Messung der Übertragungsfunktion mittels Analog Discovery 2	48
4.8 Messung des Spektrums / THD mittels Soundkarte	50
A Berechnungsbeispiel 1 - Boctor Tiefpass Filter	51
B Berechnungsbeispiel 2 - Boctor Tiefpass Filter	54
C Berechnungsbeispiel - GIC Tiefpass Filter	56

1 Sallen-Key Tiefpassfilter

Die Übertragungsfunktion eines allgemeinen Tiefpasses mit Verstärkung α lautet:

$$A(s) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{\alpha}{1 + a_1 \cdot s_n + b_1 \cdot s_n^2} \quad \text{mit} \quad s_n = \frac{s}{\omega_g} \quad (1)$$

Für ein allgemeines Sallen-Key Tiefpass-Filter folgt die Übertragungsfunktion:

$$A(s) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{\alpha}{1 + s_n \omega_g [C_1(R_1 + R_2) + (1 - \alpha)R_1 C_2] + s_n^2 \omega_g^2 R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (2)$$

Anmerkung: Im Rahmen dieser Übung wurde eine Excel Berechnung (Berechnungsblatt_Aktive_Filter.xlsx) erstellt, welche alle möglichen Arten (Tiefpass, Hochpass und Bandpass) von SK und MFGK Filtern berechnet.

1.1 Schaltungsvarianten eines Sallen Key Tiefpassfilters

1.1.1 Schaltungsvariante 1 - $R = R_1 = R_2, C = C_1 = C_2, \alpha \neq 1$

Diese Schaltungsvariante aus Abbildung 1 hat den Vorteil einer sehr einfachen Berechnung und einer Verstärkung von $1 \leq \alpha < 3$. Nachteilig ist jedoch, dass zwei zusätzliche Widerstände R_3 und R_4 benötigt werden und die Verstärkung mit der Filter Charakteristik gekoppelt ist. R und C können aber unabhängig von der Filter Charakteristik gewählt und nach der Grenzfrequenz f_g dimensioniert werden. Daher lässt sich f_g bei diesem Filter besonders einfach verändern.

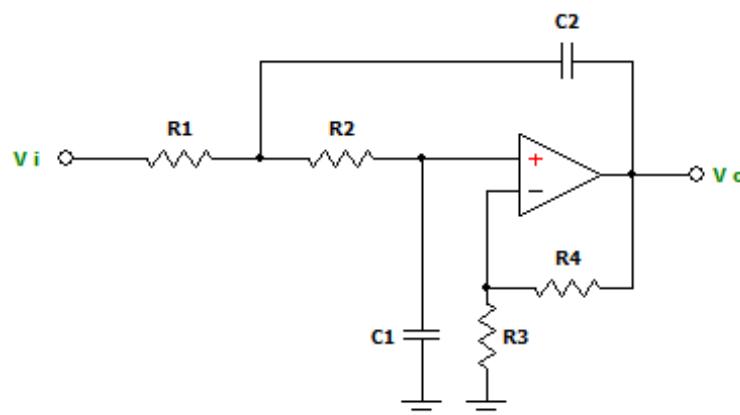


Abbildung 1: Sallen Key Tiefpassfilters Variante 1 - $R = R_1 = R_2, C = C_1 = C_2$ und $\alpha \neq 1$

	Kritisch	Bessel	Butterworth	3 dB-Tschebyscheff	ungedämpft
α	1,000	1,268	1,586	2,234	3,000

Tabelle 1: Filter Charakteristiken in Abhängigkeit von α

Aus Formel 2 und $R = R_1 = R_2$, $C = C_1 = C_2$ und $\alpha \neq 1$ folgt die Übertragungsfunktion für die Schaltungsvariante 1 zu:

$$A_1(s) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{\alpha}{1 + s_n \omega_g R C (3 - \alpha) + s_n^2 \omega_g^2 R^2 C^2} \quad (3)$$

Wird nun ein Koeffizientenvergleich mit Formel 1 und 3 durchgeführt, erhält man folgende Formeln für a_1 und b_1 :

$$a_1 = \omega_g R C (3 - \alpha) \quad b_1 = \omega_g^2 R^2 C^2 \quad (4)$$

Zieht man nun von dem Ausdruck mit b_1 die Wurzel und setzt diesen in a_1 erhält man folgende Formel:

$$\alpha = 3 - \frac{a_1}{\sqrt{b_1}} = 3 - \frac{1}{Q} = 1 + \frac{R_4}{R_3} \quad (5)$$

$$R = \frac{1}{\omega_g C} = \frac{1}{2\pi f_g C} \quad (6)$$

α kann auch durch die bekannte Formel des nicht invertierenden Verstärkers berechnet werden. Wird R_3 vorgegeben und ist α bereits auf die richtige Filter Charakteristik dimensioniert, dann kann R_4 wie folgt berechnet werden:

$$R_4 = (\alpha - 1) \cdot R_3 \quad (7)$$

Wie man sieht, hängt α nur von den Koeffizienten bzw. der Polgüte Q und nicht von f_g ab. α bestimmt daher die Filter Charakteristik und die Verstärkung. Bei $\alpha = 3$ schwingt die Schaltung selbstständig auf der Frequenz $f_s = \frac{1}{2\pi R C}$. Die Verstärkung dieser Sallen-Key Topologie ist somit begrenzt!

Zur Berechnung geht man also wie folgt vor:

1. Ordnung, f_g und die Filter Charakteristik vorgeben.
2. Koeffizienten a_n und b_n aus Koeffizienten Tabellen (z.B. Tietze Schenk [1]) suchen.
3. $C = C_1 = C_2$ vorgeben
4. $R = R_1 = R_2$ aus C und f_g mit Formel 6 berechnen.
5. α aus a_n und b_n mit Formel 5 berechnen oder aus Tabelle 1 ablesen.
6. R_3 vorgeben
7. R_4 aus α und R_3 mit Formel 7 berechnen.

1.1.2 Schaltungsvariante 2 - $R_1 \neq R_2, C_1 \neq C_2, \alpha = 1$

Diese Schaltungsvariante aus Abbildung 2 hat den Vorteil, dass nur zwei Widerstände und zwei Kondensatoren benötigt werden. Dabei beträgt die Verstärkung durchgehend $\alpha = 1$. Die Filter Charakteristik wird dabei von R_1, R_2, C_1 und C_2 bestimmt. Oft genügt auch ein einfacher Impedanzwandler, z.B. in Form eines Emitter- oder Sourcefolgers mit einer hohen Transitfrequenz f_T . Damit lassen sich auch Filter im MHz-Bereich realisieren!

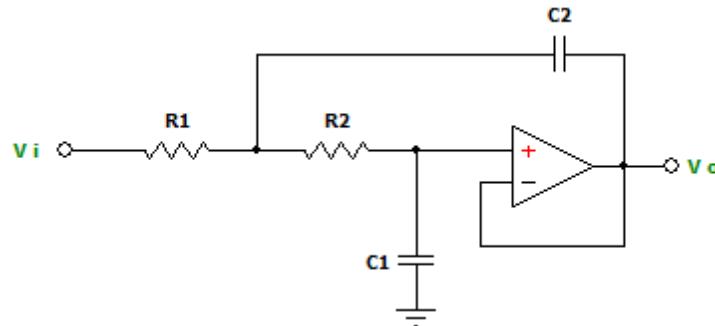


Abbildung 2: Sallen Key Tiefpassfilters Variante 2 - $R_1 \neq R_2, C_1 \neq C_2, \alpha = 1$

Aus Formel 2 und $R_1 \neq R_2, C_1 \neq C_2$ und $\alpha = 1$ folgt die Übertragungsfunktion für die Schaltungsvariante 2 zu:

$$A_2(s) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{1}{1 + s_n \omega_g C_1 (R_1 + R_2) + s_n^2 \omega_g^2 R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (8)$$

Wird nun ein Koeffizientenvergleich mit Formel 1 und 8 durchgeführt, erhält man folgende Formeln für a_1 und b_1 :

$$a_1 = \omega_g C_1 (R_1 + R_2) \quad b_1 = \omega_g^2 R_1 R_2 C_1 C_2 \quad (9)$$

Werden diese Ausdrücke nun ineinander eingesetzt, kommt man auf folgende Zusammenhänge:

$$C_2 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_1 \quad (10)$$

$$R_{1/2} = \frac{a_1 C_2 \mp \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_g C_1 C_2} \quad (11)$$

Zur Berechnung geht man also wie folgt vor:

1. Ordnung, f_g und die Filter Charakteristik vorgeben.
2. Koeffizienten a_n und b_n aus Koeffizienten Tabellen (z.B. Tietze Schenk [1]) suchen.
3. C_1 vorgeben
4. C_2 aus C_1, a_n und b_n mit Formel 10 berechnen.
5. $R_1 \& R_2$ aus C_1, C_2, a_n und b_n mit Formel 11 berechnen.

1.2 Dimensionierung der Angabe

- 4. Ordnung
- Passband Frequenz $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$
- Passband Dämpfung $A_{pb} = 1 \text{ dB}$
- Gesamte Verstärkung $A = 30 \text{ dB}$
- Butterworth und Tschebyscheff Charakteristik
- TL072 OPV

1.2.1 Sallen-Key Filtertopologie

Für einen 4. Ordnung Tiefpass Filter benötigt man zwei kaskadierte 2. Ordnung Tiefpass Filter. Damit die Verstärkung erreicht wird, muss entweder eine dritte Stufe als nicht invertierender Verstärker verschaltet werden oder die Verstärkung der jeweils einzelnen Stufen müssen insgesamt $A = 30 \text{ dB}$ ergeben. Da bei einem Sallen-Key Filter jedoch nur eine maximale Verstärkung von $\alpha < 3 = 9,54 \text{ dB}$ pro Stufe möglichst ist, muss ein zusätzlicher Verstärker eingebaut werden. Dieser Verstärker kann vor oder nach dem Filter eingesetzt werden. Wird er davor eingebaut, dann hat die Schaltung insgesamt einen höheren Eingangswiderstand, jedoch sollte ein Verstärker mit hoher Verstärkung nach der Filterung eingebaut werden, um etwaige Störungen nicht unnötig zu erhöhen. Außerdem ist der Eingangswiderstand für eine Passband Frequenz von $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$ ohnehin relativ groß, wie sich später noch zeigen wird.

1.2.2 Nicht invertierender Verstärker

Aus der Angabe folgt, dass die Schaltung eine gesamte Verstärkung von $A = 30 \text{ dB}$ haben soll. A in einem linearen Maßstab folgt zu:

$$A = 10^{\frac{30 \text{ dB}}{20}} = 31,62 \quad (12)$$

Wird $R_5 = 1 \text{ k}\Omega$ gewählt, dann folgt für R_6 :

$$R_6 = (A - 1) \cdot R_3 = (31,62 - 1) \cdot 1 \text{ k}\Omega = 30,62 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E24} R_6 = 30 \text{ k}\Omega \quad (13)$$

Durch die Wahl von $R_5 = 1 \text{ k}\Omega$ und $R_6 = 30 \text{ k}\Omega$ folgt eine finale Verstärkung von

$$A = 1 + \frac{R_6}{R_5} = 1 + \frac{30 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega} = 32 = 30,1 \text{ dB} \quad (14)$$

Möchte man eine genauere Verstärkung erzielen, können mehrere Widerstände seriell oder parallel geschaltet oder eine genauere E-Reihe verwendet werden.

1.2.3 Computergestützte Berechnung mit Filter Wiz

Zuerst werden die einzelnen Filterstufen mit dem Software Tool „Filter Wiz“ dimensioniert. Danach wird versucht mit den obigen Formeln, das selbe Ergebnis zu erhalten.

Abbildung 3 zeigt die Eingaben, welche für die Dimensionierung mit „Filter Wiz“ benutzt wurden. Der „Max. Passband Ripple“ ist nur für den Tschebyscheff und Cauer Filter relevant, da der Butterworth, Bessel und Inverse Tschebyscheff Filter immer einen „Max. Passband Ripple“ von 0 dB aufweisen.

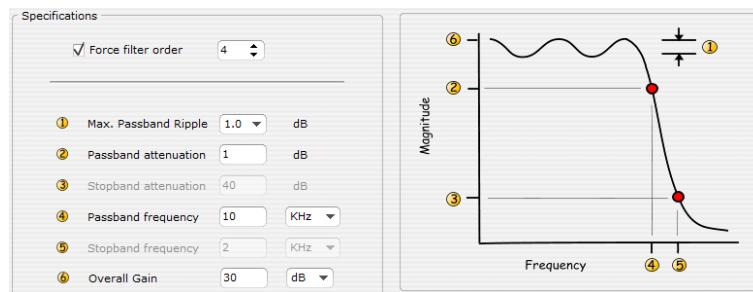


Abbildung 3: Filter Wiz PRO Dimensionierungseingabe

Die Farben aus Abbildung 4 stimmen auch für die nächsten Abbildungen überein! Der Elliptic Filter wird folglich auch Cauer Filter genannt.

Approximation	Order	Qmax	Stages	Ripple	All-pole	Dly.Flat.
<input checked="" type="checkbox"/> Butterworth	4	1.3	2	0.00 dB	Y	34,6us
<input type="checkbox"/> Chebyshev	4	3.6	2	1.00 dB	Y	169us
<input type="checkbox"/> Inverse Chebyshev	4	1.6	2	0.00 dB	N	58,3us
<input checked="" type="checkbox"/> Elliptic	4	4.1	2	1.00 dB	N	213us
<input checked="" type="checkbox"/> Bessel	4	0.81	2	0.00 dB	Y	0,00us

Abbildung 4: Filtercharakteristik und deren Farbe

Abbildung 5 zeigt die Übertragungsfunktion und die Gruppenlaufzeit der verschiedenen Filter Charakteristiken. Dabei sind deutlich die verschiedenen steilen Übergänge in den Sperrbereich, die Welligkeiten im Passband (Tschebyscheff & Cauer) und im Sperrband (Inverse Tschebyscheff & Cauer) zu erkennen. Der Bessel Filter verläuft sehr flach und der Butterworth liegt irgendwo in der goldenen Mitte. So gut auch ein steiler Übergang ist, zieht dieser leider immer auch eine hohe Gruppenlaufzeit mit sich.

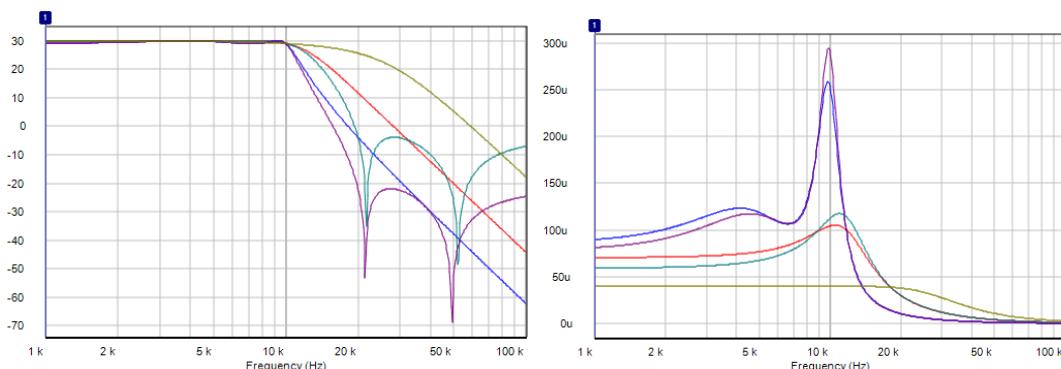


Abbildung 5: Übertragungsfunktion und Gruppenlaufzeit

Die nächste Abbildung 6 zeigt den Phasengang und die Sprungantwort der verschiedenen Filter Charakteristiken. Der Bessel Filter hat die kleinste Phasenverschiebung bei f_g und die flachste Sprungantwort. Die anderen Charakteristiken werden stetig „schlechter“. Spannenderweise hängt dieses Verhalten auch mit der Übertragungsfunktion zusammen. Filter mit einem steileren Übergang in das Sperrband und etwaigen Welligkeiten tendieren eher zu einer stärkeren Phase bzw. zu einem höheren Überschwingen der Sprungantwort.

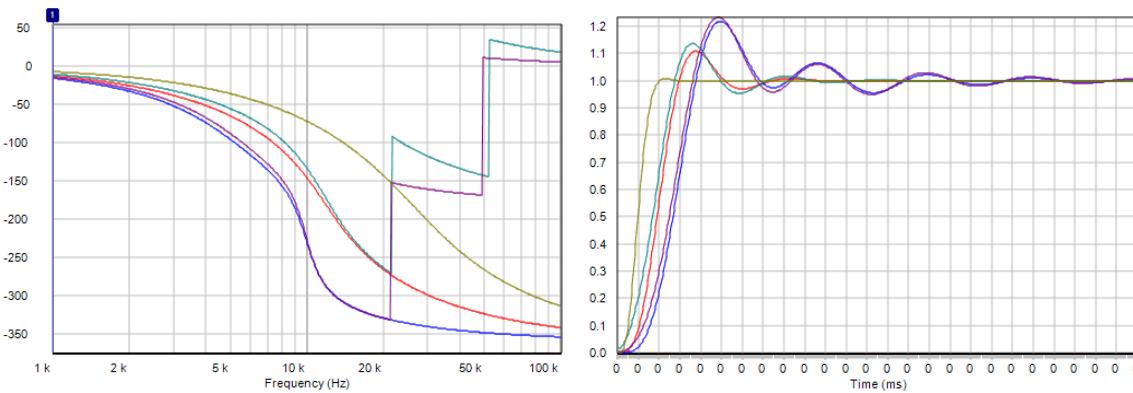


Abbildung 6: Phasengang und Sprungantwort

Abbildung 7 zeigt das Pol-Nullstellen Diagramm der Butterworth (hellblau), Elliptic (magenta) und Bessel (grün) Charakteristiken. Vergleicht man die Polstellen und das theoretische Verhalten der Charakteristiken, dann wird klar, dass die Polstellen für steilere Übergänge und höheres Überschwingen im Durchgangsbereich weiter zur y-Achse rücken. Da Pole in der rechten Laplace Halbebene ein instabiles System aufweisen, ist auch klar, wieso z.B. Tschebyscheff und elliptische Filter ein stärkeres Einschwingverhalten der Sprungantwort aufweisen!

Außerdem haben inverse Tschebyscheff und elliptische Filter aufgrund von der Welligkeit im Sperrbereich ebenfalls Nullstellen auf der y-Achse. Wie in der allgemeinen Übertragungsfunktion 2 des Sallen-Key Filters und 37 des MFGK Filters ersichtlich ist, können diese Charakteristiken nicht realisiert werden. Dafür gibt es spezielle Filtertopologien wie unter Abschnitt 3 gezeigt wird.

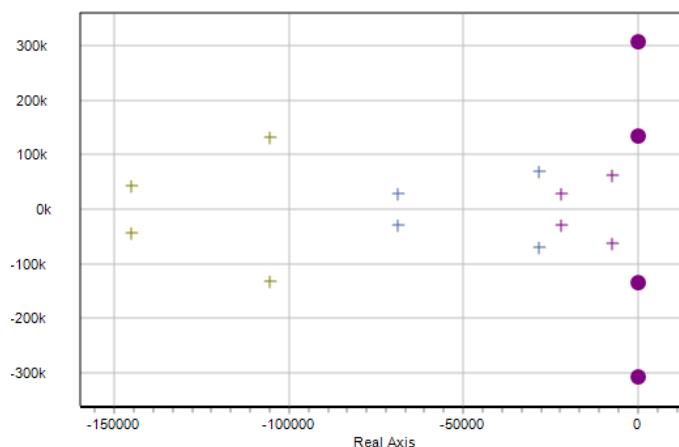


Abbildung 7: Pol- und Nullstellen Diagramm

Die folgenden Abbildungen 8 und 9 zeigen die kaskadierten 4. Ordnung Tiefpass Filter mit einer gesamten Verstärkung von $A = 0 \text{ dB}$, es fehlt also noch der invertierende Verstärker (siehe LTSpice Schaltungen in den Abbildungen 10 und 11). Weiters sind für die Widerstände noch genaue Werte gewählt, diese werden später mit Werten aus der E12- oder E24-Reihe ersetzt¹.

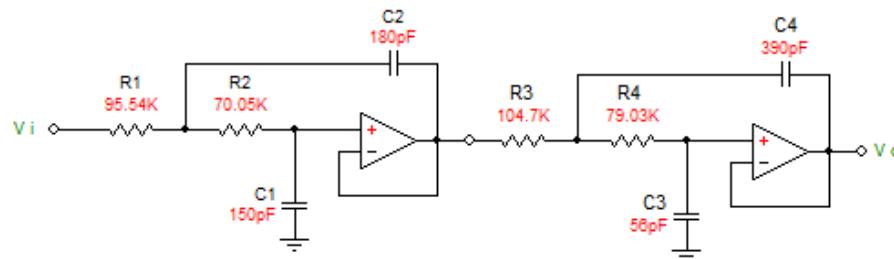


Abbildung 8: 4. Ordnung Sallen-Key Tiefpass Filter mit Butterworth Charakteristik

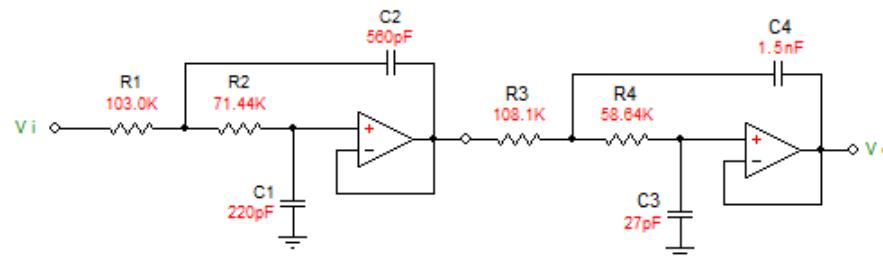


Abbildung 9: 4. Ordnung Sallen-Key Tiefpass Filter mit Tschebyscheff 1 dB Charakteristik

Aus den obigen Kennlinien ist klar zu erkennen, dass es nicht DIE perfekte Filter Charakteristik gibt. Es muss immer der Trade-Off zwischen Ordnung, Welligkeit, Gruppenlaufzeit und Einschwingverhalten getroffen werden. Praktisch fungieren der Butterworth und inverse Tschebyscheff Filter als goldene Mitte und sind deshalb sehr beliebt.

1.2.4 Dimensionierung mit Formeln

Butterworth Filter²:

n	i	a_i	b_i	f_g/f_g	Q_i
<i>Butterworth-Filter</i>					
1	1	1,0000	0,0000	1,000	-
2	1	1,4142	1,0000	1,000	0,71
3	1	1,0000	0,0000	1,000	-
	2	1,0000	1,0000	1,272	1,00
4	1	1,8478	1,0000	0,719	0,54
	2	0,7654	1,0000	1,390	1,31
5	1	1,0000	0,0000	1,000	-
	2	1,6180	1,0000	0,859	0,62
	3	0,6180	1,0000	1,448	1,62

Tabelle 2: Filter Koeffizienten für Butterworth Charakteristik

¹Außerdem sollten die Kondensatoren nicht zu klein gewählt werden ($C_1 > 10 \text{ pF}$), da ansonsten die parasitären Kapazitäten im Verhältnis größere Auswirkung haben und somit f_g und die Charakteristik verfälschen.

²Da beim Butterworth Filter $f_{pb} = f_g$ bei $A_{pb} = 3 \text{ dB}$ (für 2. Ordnung) und $A_{pb} = 6 \text{ dB}$ (für 4. Ordnung) anstatt $A_{pb} = 1 \text{ dB}$ definiert ist, können die Widerstandswerte zu Filter Wiz abweichen und müssen bei der Simulation eventuell angepasst werden. Für ein genaues Ergebnis müsste man f_g bei $A_{pb} = 1 \text{ dB}$ zurückrechnen oder simulieren und einsetzen. Eine kurze Simulation 12 ergibt eine neue Grenzfrequenz von ca. $f_{g_{6dB}} \approx 12 \text{ kHz}$.

- Stufe 1 ($a_1 = 1,8478$, $b_1 = 1$, $C_1 = 150 \text{ pF}$, $f_{g_{6dB}} = 12 \text{ kHz}$)

$$C_2 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_1 = 175,73 \text{ pF} \xrightarrow{E12} C_2 = 180 \text{ pF} \quad (15)$$

$$R_{1/2} = \frac{a_1 C_2 \mp \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_{g_{6dB}} C_1 C_2} \rightarrow R_1 = 69,11 \text{ k}\Omega, R_2 = 94,28 \text{ k}\Omega^3 \quad (16)$$

- Stufe 2 ($a_1 = 0,7654$, $b_1 = 1$, $C_3 = 56 \text{ pF}$)

$$C_4 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_3 = 382,36 \text{ pF} \xrightarrow{E12} C_4 = 390 \text{ pF} \quad (17)$$

$$R_{3/4} = \frac{a_1 C_4 \mp \sqrt{a_1^2 C_4^2 - 4b_1 C_3 C_4}}{4\pi f_{g_{6dB}} C_3 C_4} \rightarrow R_3 = 77,95 \text{ k}\Omega, R_4 = 103,32 \text{ k}\Omega \quad (18)$$

Tschebyscheff Filter mit 1 dB Welligkeit⁴:

<i>n</i>	<i>i</i>	a_i	b_i	f_{gi}/f_g	Q_i
<i>Tschebyscheff-Filter mit 1 dB Welligkeit</i>					
1	1	1,0000	0,0000	1,000	-
2	1	1,3022	1,5515	1,000	0,96
3	1	2,2156	0,0000	0,451	-
	2	0,5442	1,2057	1,353	2,02
4	1	2,5904	4,1301	0,540	0,78
	2	0,3039	1,1697	1,417	3,56

Tabelle 3: Filter Koeffizienten für Tschebyscheff Charakteristik mit 1 dB Welligkeit

- Stufe 1 ($a_1 = 2,5904$, $b_1 = 4,1301$, $C_1 = 220 \text{ pF}$, $f_g = 10 \text{ kHz}$)

$$C_2 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_1 = 541,64 \text{ pF} \xrightarrow{E12} C_2 = 560 \text{ pF} \quad (19)$$

$$R_{1/2} = \frac{a_1 C_2 \mp \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_g C_1 C_2} \rightarrow R_1 = 76,73 \text{ k}\Omega, R_2 = 110,67 \text{ k}\Omega \quad (20)$$

- Stufe 2 ($a_1 = 0,3039$, $b_1 = 1,1697$, $C_3 = 27 \text{ pF}$)

$$C_4 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_3 = 1,37 \text{ nF} \xrightarrow{E12} C_4 = 1,5 \text{ nF} \quad (21)$$

$$R_{3/4} = \frac{a_1 C_4 \mp \sqrt{a_1^2 C_4^2 - 4b_1 C_3 C_4}}{4\pi f_g C_3 C_4} \rightarrow R_3 = 62,98 \text{ k}\Omega, R_4 = 116,15 \text{ k}\Omega \quad (22)$$

³Anscheinend berechnet Filter Wiz R_1 und R_2 vertauscht, nach kurzer Simulation wurde klar, dass das Vertauschen von R_1 und R_2 tatsächlich nur einen kleinen Einfluss auf die Übertragungsfunktion hat!

⁴Da beim Tschebyscheff Filter $f_{pb} = f_g$ bei $A_{pb} = \text{Max. Passband Ripple}$ definiert ist und Max. Passband Ripple 1 dB entspricht, sollten die Widerstandswerte relativ gut mit Filter Wiz übereinstimmen.

1.3 Simulation mit LTSpice

In diesem Abschnitt wird der oben dimensionierte Filter in LTSpice simuliert und genauer analysiert.

1.3.1 Schaltungen

Die Widerstandsberechnungen von Filter Wiz bzw. den Formeln werden durch Simulation auf die richtigen E24-Reihe Werte angepasst. Daraus folgt:

- Butterworth Filter: $R_1 = 68 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 82 \text{ k}\Omega$ und $R_4 = 100 \text{ k}\Omega$
- Tschebyscheff Filter: $R_1 = 75 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 110 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 62 \text{ k}\Omega$ und $R_4 = 110 \text{ k}\Omega$

Abbildung 10 und 11 zeigen die Schaltung eines Sallen-Key Tiefpass Filters 4. Ordnung mit $A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$ und $A_{pb} = 1 \text{ dB}$ mit Butterworth bzw. Tschebyscheff 1 dB Charakteristik. Es ist zu erkennen, dass die Widerstandswerte der Berechnung mit Formeln und die von Filter Wiz mit den simulierten E24-Reihe Werten sehr gut übereinstimmen. Als Versorgung wird eine symmetrische $\pm 12 \text{ V}$ Spannung verwendet.

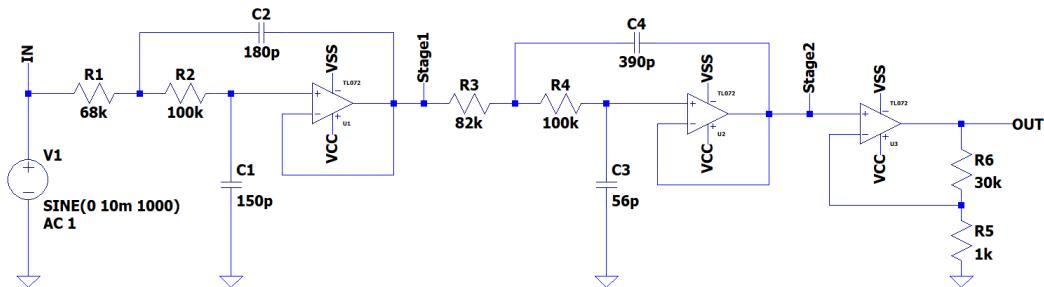


Abbildung 10: Schaltung SK-TP Butterworth Filter - 4. Ordnung, $A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$, $f_{g6dB} = 12 \text{ kHz}$ & $A_{pb} = 1 \text{ dB}$

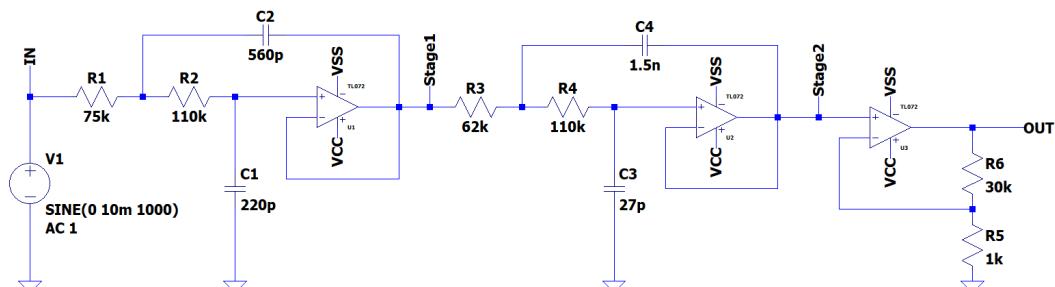


Abbildung 11: Schaltung SK-TP Tschebyscheff 1 dB Filter - 4. Ordnung, $A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$ & $A_{pb} = 1 \text{ dB}$

1.3.2 Übertragungsfunktionen $A(s)$

- Butterworth Filter:

Wie vorher in einer Fußnote bereits beschrieben, gelten die 2. Ordnung Sallen-Key Filter Formeln für eine $n \cdot 3 \text{ dB}$ Grenzfrequenz (n... Ordnung), also $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$ bei $A_{pb} = 6 \text{ dB}$. Da in unserem Beispiel aber $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$ bei $A_{pb} = 1 \text{ dB}$ gefordert wird, muss die Grenzfrequenz zur Berechnung $f_{g_{6dB}}$ angepasst werden.

Abbildung 12 zeigt die Dimensionierung für $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$, weshalb eine ungewollte Dämpfung von $A_{pb} = 6 \text{ dB}$ folgt.

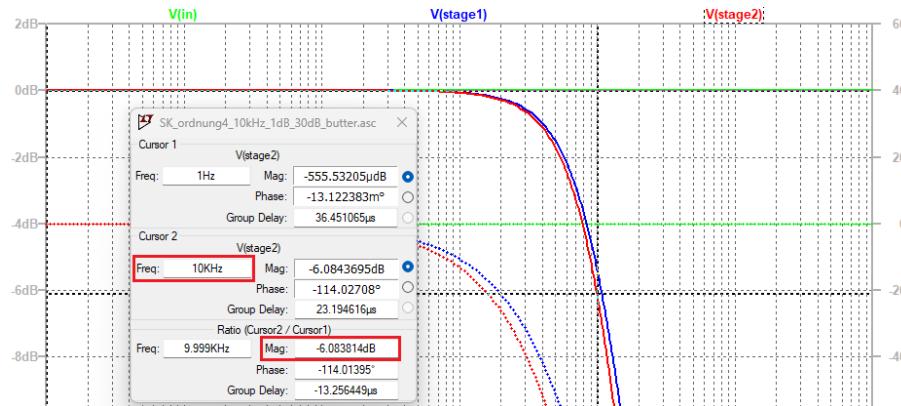


Abbildung 12: Durchlassbereich des Butterworth SK-TP 4. Ordnung Filter - $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$

Wird für die Dimensionierung jetzt aber $f_g = f_{g_{6dB}} = 12 \text{ kHz}$ eingesetzt, dann ergibt die Simulation 13 die richtige Dämpfung von $A_{pb} = 1 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$.

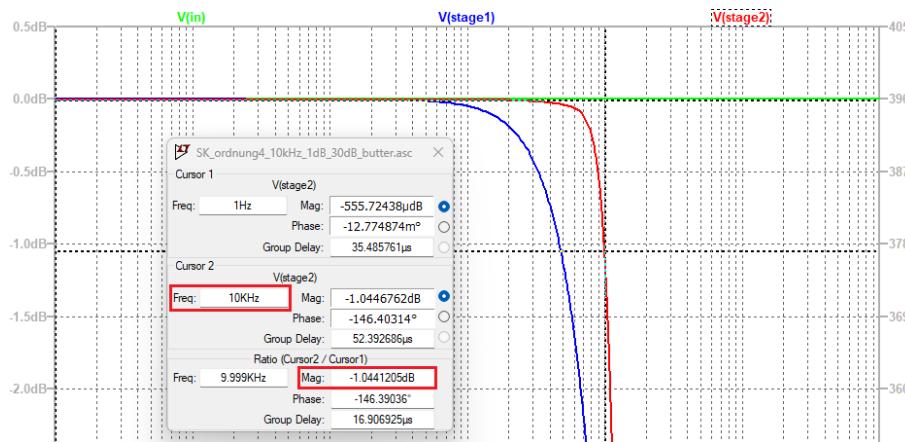


Abbildung 13: Durchlassbereich SK-TP 4. Ordnung Filter - $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$, $f_{g_{6dB}} = 12 \text{ kHz}$

Die ganze Übertragungsfunktion $A(s)$ ist in Abbildung 14 dargestellt. Dabei wird in blau die erste Stufe, in rot die zweite Stufe, also der Filter 4. Ordnung mit Verstärkung $\alpha = 1 = 0 \text{ dB}$ und in cyan die finale Übertragungsfunktion mit Verstärkung $\alpha = 29,83 \text{ dB}$.

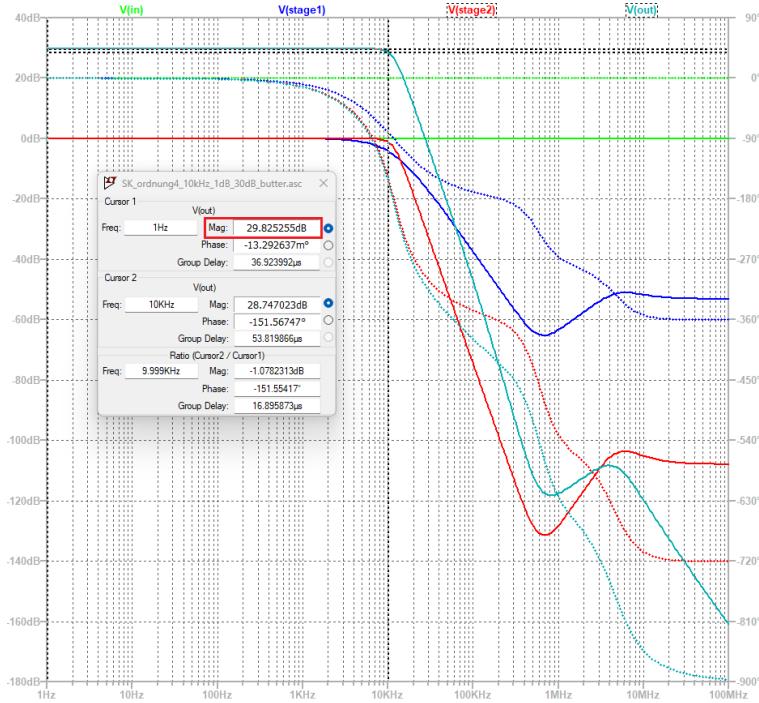


Abbildung 14: $A(s)$ SK-TP 4. Ordnung Filter - $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$, $f_{g_{6dB}} = 12 \text{ kHz}$

- Tschebyscheff 1 dB Welligkeit Filter:

Abbildung 15 zeigt den Durchlassbereich eines Sallen-Key Tiefpassfilters 4. Ordnung mit Tschebyscheff 1 dB Welligkeit Charakteristik. Während der Simulation wurde klar, dass die Welligkeit extrem sensitiv gegenüber der Bauteilwerte ist. Daher ist es sehr aufwendig eine genaue Dämpfung von $A_{pb} = 1 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$ einzustellen. Allerdings kann in die Formeln für die Grenzfrequenz direkt f_{pb} eingesetzt werden, wenn die gewünschte Dämpfung A_{pb} der maximalen Welligkeit im Durchlassbereich entspricht.



Abbildung 15: Durchlassbereich des 1 dB Tschebyscheff SK-TP 4. Ordnung Filter - $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$

Die Übertragungsfunktionen $A(s)$ für Butterworth und 1 dB Tschebyscheff Charakteristik sind in Abbildung 16 dargestellt. Es ist klar zu erkennen, dass der Übergang in den Sperrbereich für die Tschebyscheff Charakteristik viel steiler passiert, jedoch aber die Phasenverschiebung um einiges größer ausfällt. Die Theorie stimmt also mit den Simulationen überein!

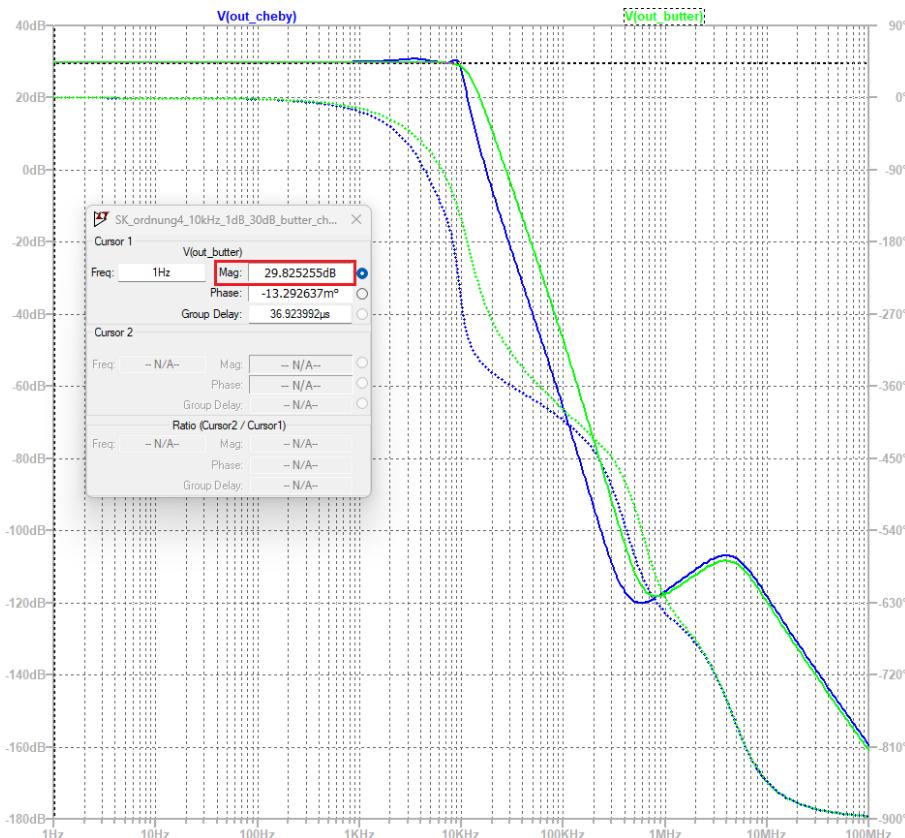


Abbildung 16: Vergleich Butterworth (grün) und 1 dB Tschebyscheff (blau) $A(s)$ für SK-TP 4. Ordnung Filter

Es stellt sich nun die berechtigte Frage, wieso die Übertragungsfunktion im Sperrbereich plötzlich wieder zu verstärken beginnt bzw. wieso für zwei OPVs die Verstärkung für höhere Frequenzen konstant bleibt und mit dem nicht invertierenden Verstärker um 40 dB / Dekade fällt. Diese Frage wird im Abschnitt 1.4 mit einem Sallen-Key Filter 2. Ordnung beantwortet.

1.4 Verhalten bei höherer Frequenz - Transitfrequenz f_T

In diesem Abschnitt wird das Tiefpass Verhalten von Sallen-Key Filtern bei höheren Frequenzen analysiert.

Dabei wird folgendes Filter dimensioniert:

- 2. Ordnung bzw. 3. Ordnung
- Passband Frequenz $f_{pb} = f_g = 1 \text{ kHz}$
- Passband Dämpfung $A_{pb} = 3 \text{ dB}$
- Gesamte Verstärkung $A = 0 \text{ dB}$
- Butterworth Charakteristik
- TL072 OPV

1.4.1 Butterworth Filter 2. Ordnung

Zur Dimensionierung wird $a_1 = 1,4142$, $b_1 = 1$ und $C_1 = 1 \text{ nF}$ und die E12-Reihe vorgegeben. Daraus ergibt sich:

$$C_2 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_1 = 2 \text{ nF} \xrightarrow{\text{E12}} C_2 = 2,2 \text{ nF} \quad (23)$$

$$R_1 = \frac{a_1 C_2 - \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4 b_1 C_1 C_2}}{4 \pi f_g C_1 C_2} = 78,61 \text{ k}\Omega \xrightarrow{\text{E12}} R_1 = 82 \text{ k}\Omega \quad (24)$$

$$R_2 = \frac{a_1 C_2 + \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4 b_1 C_1 C_2}}{4 \pi f_g C_1 C_2} = 146,47 \text{ k}\Omega \xrightarrow{\text{E12}} R_2 = 150 \text{ k}\Omega \quad (25)$$

Abbildung 17 zeigt die Schaltung des Butterworth Sallen-Key Tiefpass Filters 2. Ordnung, welcher nachfolgend für höhere Frequenzen analysiert wird.

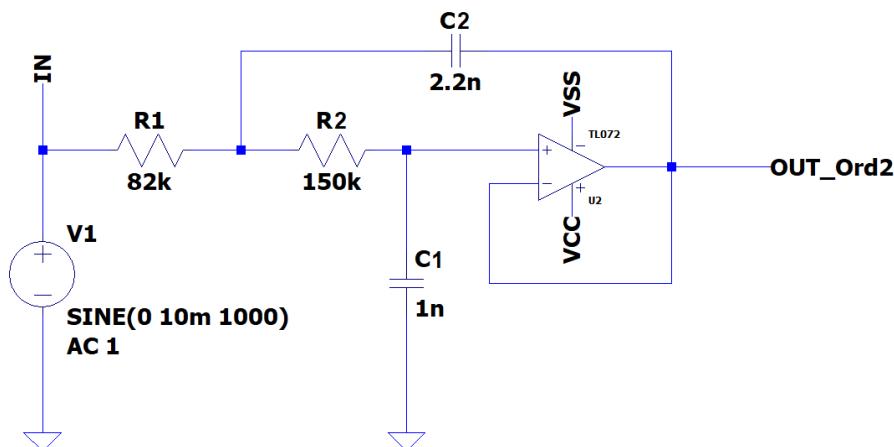


Abbildung 17: Schaltung des Butterworth Sallen-Key Tiefpass Filters 2. Ordnung

1.4.2 Theorie zum Verhalten bei f_T

Die 2. Ordnung Sallen-Key Tiefpass Topologie hat das Problem, dass die Schaltung bei Eingangssignalen mit einer Frequenz über der Transitfrequenz des OPVs ($f > f_T$) nicht mehr als Tiefpass, sondern als Hochpass 2. Ordnung mit $f_g = f_T$ fungiert. Laut dem Datenblatt hat der TL072 OPV eine Transitfrequenz von $f_T = 4 \text{ MHz}$, weshalb das Verhalten von Stage2 (rot) in Abbildung 14 und von out_ord2 (blau) in Abbildung 20 erklärbar ist.

Wird nun jedoch ein nicht invertierender Verstärker hinzugefügt, dann wirkt ab der Transitfrequenz die Leerlaufverstärkung dieses OPVs in die Übertragungsfunktion ein. Laut Datenblatt fällt die Leerlaufverstärkung für $f > f_T$ mit $40 \text{ dB} / \text{Dekade}$, weshalb auch das Verhalten von out (cyan) in Abbildung 14 und out_cheby (blau) bzw. out_butter (grün) in Abbildung 16 erklärbar ist.

Abbildung 18 zeigt die Schaltung eines Sallen-Key Tiefpass Filter 2. Ordnung bei Frequenzen über der Transitfrequenz.

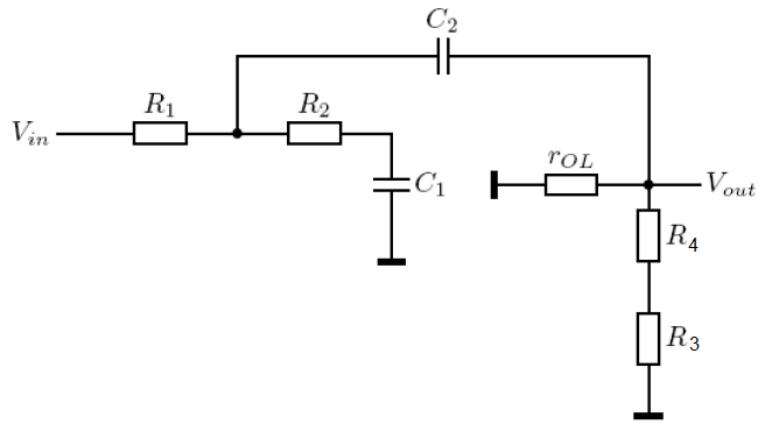


Abbildung 18: Sallen-Key Tiefpass Filter 2. Ordnung bei Frequenzen über der Transitfrequenz

Aus dieser Schaltung folgt folgende Verstärkung für $f > f_T$:

$$A_{f_T} = \frac{r_{OL} || R_2 || (R_4 + R_3)}{R_1 + r_{OL} || R_2 || (R_4 + R_3)} \approx \frac{r_{OL}}{R_1 + R_{OL}} \quad (26)$$

Für einen TL072 OPV gilt ein Open-Loop Ausgangswiderstand von $r_{OL} = 125 \Omega$. Damit ergibt sich für die Schaltung 17 eine Verstärkung von $A_{f_T} = 0,0015 = -56,35 \text{ dB}$ und für die Schaltung 10 (ohne invertierenden Verstärker) eine Verstärkung von $A_{f_T} = \frac{r_{OL}}{R_1 + R_{OL}} \cdot \frac{r_{OL}}{R_3 + R_{OL}} = -111 \text{ dB}$, was in den Abbildungen 20 (out_ord2 - blau) und 14 (Stage2 - rot) bestätigt werden kann.

Aushilfe schafft ein passiver Tiefpass Filter, welcher im folgenden vorgestellt wird. Diese Erweiterung des SK Filters wird ebenfalls kurz im Tietze Schenk [1] auf Seite 870 kurz angeschnitten.

1.4.3 Butterworth Filter 3. Ordnung

Abbildung 19 zeigt verschiedene Varianten zur Realisierung eines Sallen-Key Tiefpass Filters 3. Ordnung.

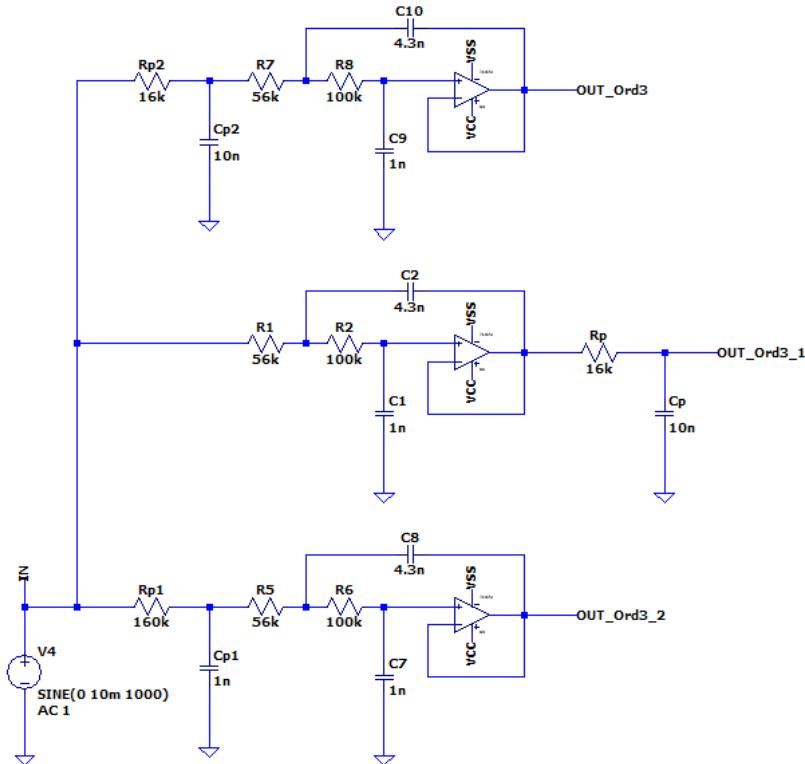


Abbildung 19: Schaltungsvarianten des Butterworth Sallen-Key Tiefpass Filters 3. Ordnung

Wird der passive Tiefpassfilter R_p und C_p am Eingang angehängt (Variante 1), dann wird dieser von der nachfolgenden 2. Ordnung Stufe belastet und die Grenzfrequenz wird verschoben. Wenn $R_p \ll R_1$ und $R_p \ll R_2$ gilt, dann kann näherungsweise folgende Formel verwendet werden.

$$f_g = \frac{a_n}{2\pi R_p C_p} \quad (27)$$

Diese Formel liefert eine exakte Berechnung, wenn der passive Tiefpassfilter mit einem nachfolgenden Spannungsfolger entkoppelt wird oder nach der 2. Ordnung Stufe geschaltet wird und die Belastung sehr hochohmig ist (Variante 2)⁵.

Wird R_p nun klein gewählt, dann spielt die Belastung der nachfolgenden 2. Ordnung Stufe eine kleinere Rolle. Jedoch wird dann auch der gesamte Eingangswiderstand der Schaltung um einiges kleiner. Ein Trade-Off muss wieder gefunden werden!

Die Verhalten der unterschiedlichen Varianten wird in Abbildung 20 durch eine Simulation bestätigt.

⁵Variante 2 wird aufgrund des nicht invertierenden Verstärkers (hoher Eingangswiderstand) in Schaltung 21 später noch interessant!

Natürlich kann auch eine genaue Lösung unter Berücksichtigung der Belastung beider Stufen berechnet werden. Ein Koeffizientenvergleich liefert aber ein nichtlineares Gleichungssystem und wurde nicht weiter aufgelöst.

$$A(s) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{\alpha}{1 + k_1 \cdot s_n + k_2 \cdot s_n^2 + k_3 \cdot s_n^3} \quad \text{mit} \quad s_n = \frac{s}{\omega_g} \quad (28)$$

$$k_1 = a_1 = (R_p + R_1 + R_2)C_2 + R_P C_P + (R_p + R_1)C_1(1 - \alpha) \quad (29)$$

$$k_2 = a_2 = R_p R_1 C_p C_1 (1 - \alpha) + (R_p C_p (R_1 + R_2) + R_1 C_1 (R_p + R_2)) C_2 \quad (30)$$

$$k_3 = b_2 = R_p R_1 R_2 C_P C_1 C_2 \quad (31)$$

Zur Dimensionierung des passiven Tiefpassfilters wird $a_1 = 1$, $b_1 = 0$ und $C_p = 10 \text{ nF}$ und die E24-Reihe vorgegeben. Daraus ergibt sich:

$$R_p = \frac{1}{2\pi f_g C_p} = 15,92 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E24} R_p = 16 \text{ k}\Omega \quad (32)$$

Zur Dimensionierung der 2. Ordnung Stufe wird $a_2 = 1$, $b_2 = 1$ und $C_1 = 1 \text{ nF}$ und die E24-Reihe vorgegeben. Daraus ergibt sich:

$$C_2 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_1 = 4 \text{ nF} \xrightarrow{E24} C_2 = 4,3 \text{ nF} \quad (33)$$

$$R_1 = \frac{a_1 C_2 - \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_g C_1 C_2} = 58,48 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E12} R_1 = 56 \text{ k}\Omega \quad (34)$$

$$R_2 = \frac{a_1 C_2 + \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_g C_1 C_2} = 100,46 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E12} R_2 = 100 \text{ k}\Omega \quad (35)$$

Abbildung 20 stellt nun die Übertragungsfunktionen gegenüber und bestätigt was oben bereits erklärt wurde.

- out_ord2 - rot (SK-TP 2. Ord.): $A_{pb} = -3,28 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 1 \text{ kHz}$
- out_ord3 - grün (SK-TP 3. Ord. mit $C_p = 10 \text{ nF}$ & $R_p = 16 \text{ k}\Omega$ am Eingang): $A_{pb} = -4,37 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 1 \text{ kHz}$
- out_ord3_1 - cyan (SK-TP 3. Ord. mit $C_p = 10 \text{ nF}$ & $R_p = 16 \text{ k}\Omega$ am Ausgang): $A_{pb} = -2,87 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 1 \text{ kHz}$
- out_ord3_2 - blau (SK-TP 3. Ord. mit $C_p = 1 \text{ nF}$ & $R_p = 160 \text{ k}\Omega$ am Eingang): $A_{pb} = -12,43 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 1 \text{ kHz}$

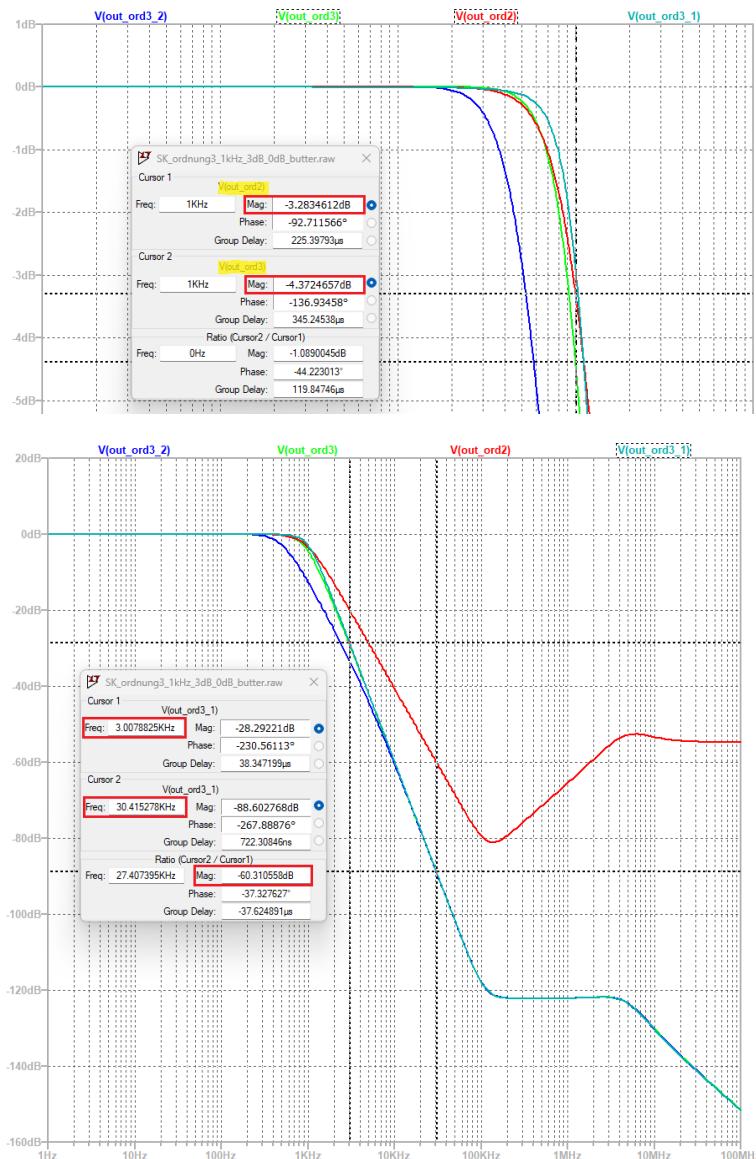


Abbildung 20: Übertragungsfunktion mit 2. Ordnung (blau), 3. Ordnung mit RC-TP ($C_p = 10 \text{ nF}$ & $R_p = 16 \text{ k}\Omega$) am Eingang (grün), 3. Ordnung mit RC-TP ($C_p = 10 \text{ nF}$ & $R_p = 16 \text{ k}\Omega$) am Ausgang (cyan), 3. Ordnung mit RC-TP ($C_p = 1 \text{ nF}$ & $R_p = 160 \text{ k}\Omega$) am Eingang (rot)

1.4.4 Erweiterungen des Butterworth Sallen-Key Tiefpass 4. Ordnung

Durch den passiven RC Tiefpass, kann also der Filter 4. Ordnung aus Abbildung 10 mit nur einem Widerstand und einem Kondensator zusätzlich zu einem 5. Ordnung Filter mit verbesserten Hochfrequenzeigenschaften erweitert werden. Da der nicht invertierende Verstärker einen hohen Eingangswiderstand hat und die Filterstufen vertauschbar sind, kann der passive Filter unbelastet als dritte Stufe eingebaut werden. Die Bauteilwerte der einzelnen Stufen werden mit Berechnungsblatt_Aktive_Filter.xlsx, also wie oben schon mehrmals gezeigt, berechnet.

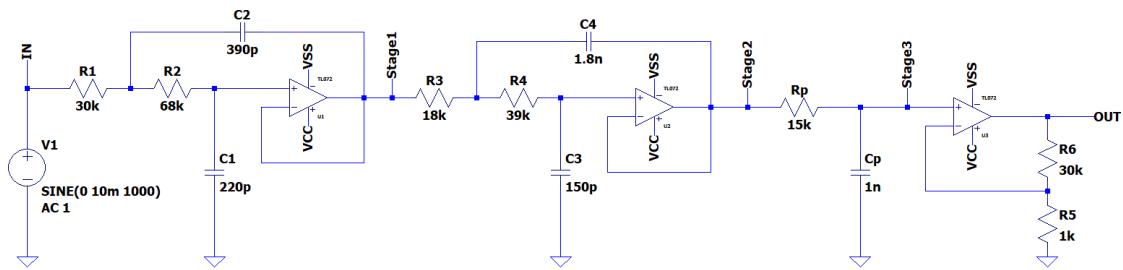


Abbildung 21: Schaltung des Butterworth Sallen-Key Tiefpass Filters - 5. Ordnung, $A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$, $f_{g6dB} = 12 \text{ kHz}$ & $A_{pb} = 1 \text{ dB}$

Anmerkung: Man könnte meinen, dass ein weitere Kondensator parallel zu R_6 eine zusätzliche Ordnung hinzufügt bzw. durch das Entfernen einer 2. Ordnung Stufe nur mit zwei OPVs einen 4. Ordnung SK-Filter mit $A = 30 \text{ dB}$ bauen kann. Da es aber keine Filtercharakteristiken gibt, welche für zwei erste Ordnung in Serie passende Koeffizienten liefern, kann maximal eine Näherung realisiert werden.

Abbildung 22 stellt den Durchlassbereich des Butterworth Sallen-Key Tiefpassfilters 4. und 5. Ordnung gegenüber. Die 5. Ordnung ist kurz vor der Grenzfrequenz etwas mehr gedämpft, bei der Grenzfrequenz stimmen die Übertragungsfunktionen aber fast exakt überein.

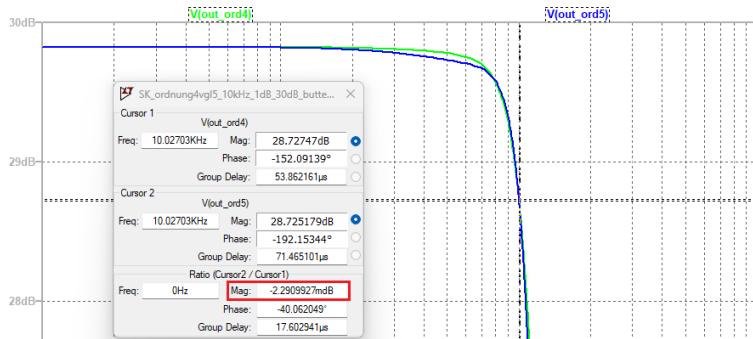


Abbildung 22: Durchlassbereich des Butterworth Sallen-Key Tiefpassfilters 4. (grün) und 5. Ordnung (blau)

Abbildung 23 zeigt welchen Unterschied R_p und C_p in der Schaltung machen! Die steigende Verstärkung kurz vor der Transitfrequenz wird zur einer konstanten Verstärkung. Außerdem wird das Gefälle von 40 dB / Dekade der Leerlaufverstärkung des nicht invertierenden Verstärkers (wie oben erklärt) zusätzlich auf 60 dB / Dekade erhöht. Weiters fällt natürlich der 5. Ordnung Tiefpass um 100 dB / Dekade. Verbesserung von drei Eigenschaften mit nur zwei passiven Bauteilen!

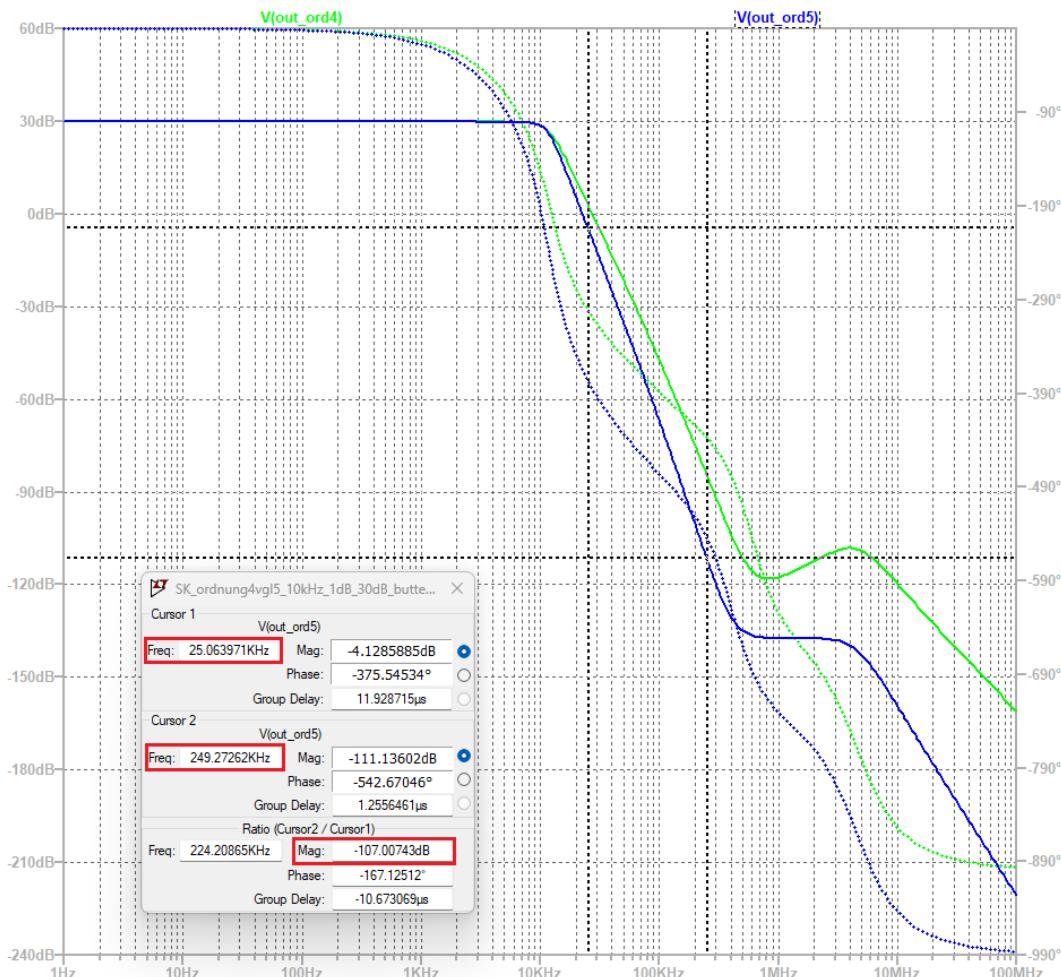


Abbildung 23: Vergleich der Übertragungsfunktionen mit 4. (grün) und 5. Ordnung (blau)

2 Mehrfachgegenkopplung Tiefpassfilter

Die Übertragungsfunktion eines allgemeinen Tiefpasses mit Verstärkung α lautet:

$$A(s) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{\alpha}{1 + a_1 \cdot s_n + b_1 \cdot s_n^2} \quad \text{mit} \quad s_n = \frac{s}{\omega_g} \quad (36)$$

Anmerkung: Im Rahmen dieser Übung wurde eine Excel Berechnung (Berechnungsblatt_Aktive_Filter.xlsx) erstellt, welche alle möglichen Arten (Tiefpass, Hochpass und Bandpass) von SK und MFGK Filtern berechnet.

2.1 Schaltungsvariante eines Mehrfachgegenkopplung Tiefpassfilters

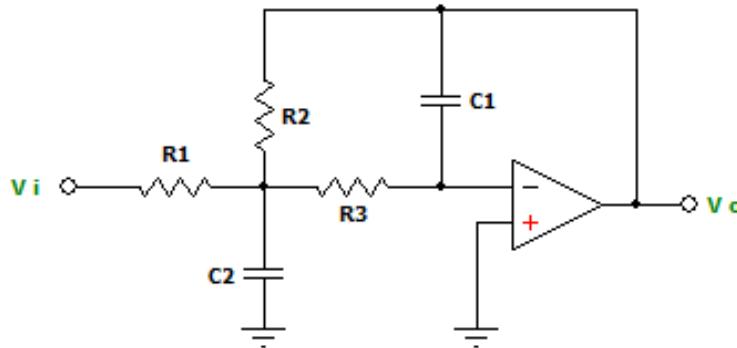


Abbildung 24: Mehrfachgegenkopplung Tiefpassfilter 2. Ordnung

Für ein Mehrfachgegenkopplung (MFGK)⁶ Tiefpassfilter folgt die Übertragungsfunktion:

$$A(s) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + s_n \omega_g C_1 \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) + s_n^2 \omega_g^2 C_1 C_2 R_2 R_3} \quad (37)$$

Wird nun ein Koeffizientenvergleich mit Formel 36 und 37 durchgeführt, erhält man folgende Formeln für a_1 und b_1 :

$$a_1 = \omega_g C_1 \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) \quad b_1 = \omega_g^2 C_1 C_2 R_2 R_3 \quad (38)$$

Werden diese Ausdrücke nun ineinander eingesetzt, kommt man auf folgende Zusammenhänge:

$$C_2 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_1 \quad (39)$$

$$R_2 = \frac{a_1 C_2 - \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4 C_1 C_2 b_1 (1 - A_0)}}{4 \pi f_g C_1 C_2} \quad (40)$$

⁶Englisch: Multiple Feedback (MFB)

$$R_1 = -\frac{R_2}{A_0} \quad (41)$$

$$R_3 = \frac{b_1}{4\pi^2 f_g^2 C_1 C_2 R_2} \quad (42)$$

Aus diesen Formeln geht bereits der große Vorteil der MFGK Filter hervor: Die Verstärkung A kann unabhängig von der Grenzfrequenz und der Charakteristik über R_1 eingestellt werden! Jedoch invertiert eine 2. Ordnung Stufe das Eingangssignals.

Zur Berechnung geht man also wie folgt vor:

1. Ordnung, f_g , A_{pb} und die Filter Charakteristik vorgeben.
2. Koeffizienten a_n und b_n aus Koeffizienten Tabellen (z.B. Tietze Schenk) suchen.
3. C_1 vorgeben
4. C_2 aus C_1 , a_n und b_n mit Formel 39 berechnen.
5. R_2 aus A_0 , C_1 , C_2 , a_n und b_n mit Formel 40 berechnen.
6. R_1 aus A_0 und R_2 mit Formel 41 berechnen.
7. R_3 aus C_1 , C_2 , R_2 , f_g und b_n mit Formel 42 berechnen.

2.2 Dimensionierung der Angabe

- 4. Ordnung
- Passband Frequenz $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$
- Passband Dämpfung $A_{pb} = 1 \text{ dB}$
- Gesamte Verstärkung $A = 30 \text{ dB}$
- Butterworth Charakteristik ⁷
- TL072 OPV

2.2.1 Mehrfachgegenkopplung Filtertopologie

Beim Sallen-Key Tiefpassfilter wurde ein dritter OPV zur Erzeugung der Verstärkung von $A = 30 \text{ dB}$ benötigt, da die einzelnen Stufen diese Verstärkung nicht bewerkstelligen konnten. Bei der Mehrfachgegenkopplung Filtertopologie ist diese Verstärkung aber möglich, weshalb nur zwei OPVs benötigt werden. Die Dimensionierung von Filter Wiz strebt die Verstärkungen $A_1 = 18 \text{ dB} = 7,94$ und $A_2 = 12 \text{ dB} = 3,98$ an. Theoretisch geht auch jedes andere Verhältnis, wie zum Beispiel $A_1 = A_2 = 15 \text{ dB} = 5,62$.

Da es sich um eine 4. Ordnung handelt, ist das Signal auch nicht invertiert (doppelte Negierung).

⁷Da die Seminararbeit ohnehin schon sehr umfangreich ist, wurde für die MFGK Topologie auf die Tschebyscheff Charakteristik verzichtet. Die Vorgehensweise ist analog zur Butterworth Charakteristik nur mit anderen Koeffizienten!

2.2.2 Computergestützte Berechnung mit Filter Wiz

Zuerst werden die einzelnen Filterstufen mit dem Software Tool „Filter Wiz“ dimensioniert. Danach wird versucht mit den obigen Formeln, das selbe Ergebnis zu erhalten.

Abbildung 3 zeigt die Eingaben, welche für die Dimensionierung mit „Filter Wiz“ benutzt wurden. Der „Max. Passband Ripple“ ist nur für den Tschebyscheff und Cauer Filter relevant, da der Butterworth, Bessel und Inverse Tschebyscheff Filter immer einen „Max. Passband Ripple“ von 0 dB aufweisen. Die Übertragungsfunktion, die Gruppenlaufzeit, der Phasengang und die Sprungantwort wurden bereits im Abschnitt 1.2.3 gezeigt und werden daher nicht noch einmal eingefügt.

Die folgende Abbildung 25 zeigt den kaskadierten 4. Ordnung Tiefpass Filter mit einer gesamten Verstärkung von $A = 30$ dB aus Filter Wiz. Weiters sind für die Widerstände noch genaue Werte gewählt, diese werden später mit Werten aus der E12- oder E24-Reihe ersetzt.

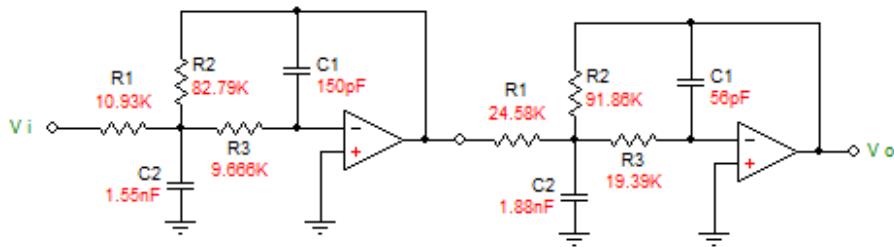


Abbildung 25: 4. Ordnung Mehrfachgegenkopplung Tiefpass Filter mit Butterworth Charakteristik

2.2.3 Dimensionierung mit Formeln

Butterworth Filter⁸:

Die Filterkoeffizienten werden wieder aus der Tabelle 2 entnommen.

- Stufe 1 ($a_1 = 1,8478$, $b_1 = 1$, $C_1 = 150 \text{ pF}$, $A_1 = -7,943$, $f_{g_{6dB}} = 12 \text{ kHz}$)

$$C_2 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_1 = 1,6 \text{ nF} \xrightarrow{\text{E24}} C_2 = 2 \text{ nF} \quad (43)$$

$$R_2 = \frac{a_1 C_2 - \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4 C_1 C_2 b_1 (1 - A_1)}}{4\pi f_g C_1 C_2} = 43,88 \text{ k}\Omega \xrightarrow{\text{E24}} R_2 = 43 \text{ k}\Omega \quad (44)$$

$$R_1 = -\frac{R_2}{A_1} = 5,52 \text{ k}\Omega \xrightarrow{\text{E12}} R_1 = 5,6 \text{ k}\Omega \quad (45)$$

$$R_3 = \frac{b_1}{4\pi^2 f_g^2 C_1 C_2 R_2} = 13,36 \text{ k}\Omega \xrightarrow{\text{E24}} R_3 = 13 \text{ k}\Omega \quad (46)$$

⁸Da beim Butterworth Filter $f_{pb} = f_g$ bei $A_{pb} = 3 \text{ dB}$ (für 2. Ordnung) und $A_{pb} = 6 \text{ dB}$ (für 4. Ordnung) anstatt $A_{pb} = 1 \text{ dB}$ definiert ist, können die Widerstandswerte zu Filter Wiz abweichen und müssen bei der Simulation eventuell angepasst werden. Für ein genaues Ergebnis müsste man f_g bei $A_{pb} = 1 \text{ dB}$ zurückrechnen oder simulieren und einsetzen. Eine kurze Simulation ergibt eine neue Grenzfrequenz von ca. $f_{g_{6dB}} \approx 12 \text{ kHz}$.

- Stufe 2 ($a_1 = 0,7654$, $b_1 = 1$, $C_3 = 56 \text{ pF}$, $A_2 = -3,981$, $f_{g6dB} = 12 \text{ kHz}$)

$$C_4 \geq \frac{4b_1}{a_1^2} \cdot C_1 = 1,7 \text{ nF} \xrightarrow{E24} C_4 = 2 \text{ nF} \quad (47)$$

$$R_5 = \frac{a_1 C_2 - \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4C_1 C_2 b_1 (1 - A_2)}}{4\pi f_g C_1 C_2} = 70,83 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E12} R_5 = 68 \text{ k}\Omega \quad (48)$$

$$R_4 = -\frac{R_2}{A_2} = 17,79 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E12} R_4 = 18 \text{ k}\Omega \quad (49)$$

$$R_6 = \frac{b_1}{4\pi^2 f_g^2 C_1 C_2 R_2} = 22,17 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E12} R_6 = 22 \text{ k}\Omega \quad (50)$$

2.3 Simulation mit LTSpice

In diesem Abschnitt wird der oben dimensionierte Filter in LTSpice simuliert und genauer analysiert.

2.3.1 Schaltungen

Die Widerstandsberechnungen von Filter Wiz bzw. den Formeln werden durch Simulation auf die richtigen E24-Reihe Werte angepasst. Daraus folgt: $R_1 = 5,1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 43 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 13 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 18 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 68 \text{ k}\Omega$ und $R_6 = 22 \text{ k}\Omega$

Abbildung 26 zeigt die Schaltung eines Mehrfachgegenkopplung Tiefpass Filters 4. Ordnung mit $A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$ und $A_{pb} = 1 \text{ dB}$ mit Butterworth Charakteristik. Es ist zu erkennen, dass die Widerstandswerte der Berechnung mit Formeln und die von Filter Wiz mit den simulierten E24-Reihe Werten recht gut übereinstimmen. Da C_2 als E24-Reihe und somit anders als in Filter Wiz ausgeführt wurde, weichen die Widerstände etwas mehr ab, als beim Sallen-Key Filter. Als Versorgung wird wieder eine symmetrische $\pm 12 \text{ V}$ Spannung verwendet.

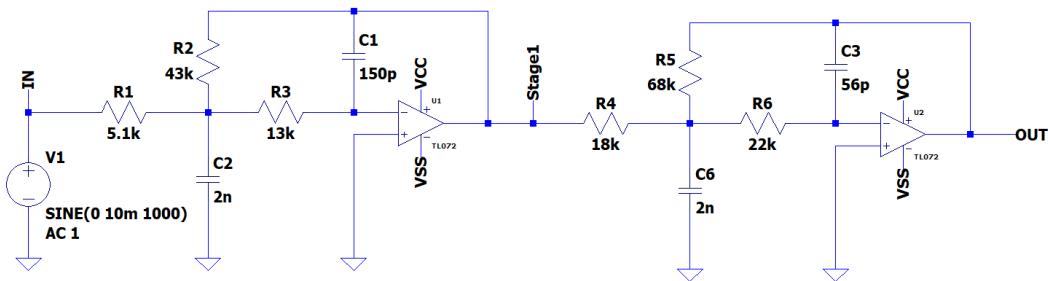


Abbildung 26: Schaltung MFGK-TP Butterworth Filter - 4. Ordnung, $A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$, $f_{g6dB} = 12 \text{ kHz}$ & $A_{pb} = 1 \text{ dB}$

2.4 Vergleich Übertragungsfunktion SK und MFGK Filter

In diesem Abschnitt werden die Übertragungsfunktionen von Sallen-Key und Mehrfachgegenkopplung Tiefpassfilter verglichen. Abgesehen von den leicht unterschiedlichen Verstärkungen im Durchlassbereich sind Dämpfungen bei der Grenzfrequenz ziemlich gleich und lauten:

- out_mfgk_ord4 - rot: $A_{pb} = -1,052 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$
- out_sk_ord4 - grün: $A_{pb} = -1,118 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$
- out_sk_ord5 - blau: $A_{pb} = -1,084 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$

Es stellt sich nun die Frage, welcher der drei Filter für die Angabe verwendet werden soll. Soll die Schaltung so wenig Bauteile (günstig) wie möglich benötigen, dann sollte der MFGK TP 4. Ordnung bevorzugt werden, obwohl dieser einen leicht flacheren Übergang in den Sperrbereich als der SK TP 4. Ordnung hat. Jedoch ist das Verhalten bei der Transitfrequenz um einiges besser als bei einem SK TP. Außerdem spart man sich einen ganzen OPV ein, welcher in der Massenproduktion durchaus teuer werden kann.

Darf eine Schaltung mit drei OPVs verwendet werden, dann ist der SK TP 5. Ordnung unter diesen drei Schaltungen die beste Wahl. Jedoch lässt sich in diesem Punkt wieder streiten, da ja auch ein MFGK TP 6. Ordnung mit drei OPVs aufgebaut werden könnte, mit dem Nachteil, dass der Ausgang invertiert ist.

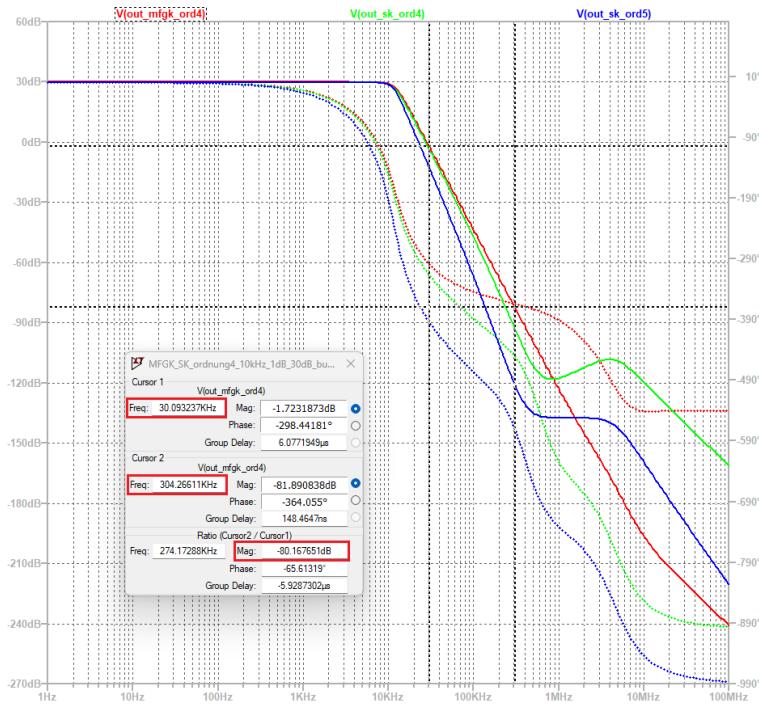


Abbildung 27: Vergleich von $A(s)$ des Butterworth SK-TP Filter 4. Ordnung (grün), SK-TP Filter 5. Ordnung (blau) und MFGK-TP Filter 4. Ordnung (rot)

Fazit: Genauso wie bei den Filtercharakteristiken gibt aus hier nicht die beste Schaltung für alle Fälle. Es ist eine Ingenieursaufgabe, für die Aufgabenstellung und der Schaltung davor und danach die optimale Filterschaltung zu finden.

3 Weitere Tiefpassfilter

Wie bereits bei den MFGK und den SK Filtern erwähnt, können mit diesen Topologien keine Filtercharakteristiken mit Nullstellen, also Welligkeiten im Sperrbereich, realisiert werden. Dafür gibt es spezielle Filtertopologien wie Friend's Single Amplifier Biquad (SAB), Boctor Second Order Lowpass, GIC Filter und Akerberg-Mossberg (AM) Second Order Lowpass Notch, welche in diesem Abschnitt genauer behandelt werden.

Ein weiteres Filter ist das elliptische Tiefpasselement in Doppel-T-Struktur aus Kapitel 4.5.3.2 (Seite 221) aus dem Buch [2]. Dieses wird im folgenden aber nicht weiter beschrieben, da der GIC Filter und der Boctor Filter beliebter sind.

Der GIC (Generalized Impedance Converter bzw. Impedanzkonverter) Filter kann im Kapitel 4.5.3.3 (Seite 223) aus dem Buch [2] und der Boctor Filter im Kapitel 4.5.3.1 (Seite 220) aus dem Buch [2] angesehen werden. Diese zwei Filter werden mathematisch beschrieben, der SAB und AM Filter werden nur mittels Filter Wiz und LTSpice analysiert.

Anmerkung: Eine Sammlung an aktive Filterschaltung gibt es hier: https://web.archive.org/web/20180724224348/http://www.schematica.com/active_filter_resources/a_list_of_active_filter_circuit_topologies.html

Die allgemeine Übertragungsfunktion von Tiefpassfiltern mit Welligkeiten im Sperrbereich mit Verstärkung α lautet:

$$A(s) = \frac{u_a}{u_e} = \alpha \cdot \frac{1 + \frac{s^2}{\omega_z^2}}{1 + s \frac{1}{\omega_p Q_p} + \frac{s^2}{\omega_p^2}} \quad (51)$$

Wobei ω_p die Polfrequenzen und ω_z die Nullstellfrequenzen im Sperrbereich sind. Wird diese Übertragungsfunktion mit der Abbildung 7 verglichen, dann kann die Ähnlichkeit bestätigt werden. Da die Nullstellen konjugiert komplexen Termen ohne Realteil entsprechen, also auf der y-Achse liegen.

Die folgende Tabelle 4 wird später für die Dimensionierung des inverse Tschebyscheff Filters benötigt. Die Tabelle für die Parameter eines Cauer Filters können auf der Seite 46 aus dem Buch [2] nachgeschlagen werden.

n	Dämpfung a_S [dB]	Stufe 1			Stufe 2		
		Ω_{P1}	Q_{P1}	Ω_{Z1}	Ω_{P2}	Q_{P2}	Ω_{Z2}
2	20	1,4337	0,7453	4,5338	—	—	—
	30	1,4128	0,7186	7,9449	—	—	—
	40	1,4054	0,7107	14,0546	—	—	—
3	20	1,5751	Pol reell	—	1,2657	1,2445	2,1264
	30	1,3904	Pol reell	—	1,2612	1,1024	2,9960
	40	1,3143	Pol reell	—	1,2571	1,0455	4,3078
4	20	1,6053	0,5974	1,7859	1,1738	1,9703	1,5682
	30	1,3074	0,5540	6,1109	1,1832	1,4780	2,5312
	40	1,2221	0,5449	10,5103	1,1840	1,3577	4,3535

Tabelle 4: Pol- und Nullstellendaten des inverse Tschebyscheff Tiefpasses mit $n = 2 \dots 4$ und Durchlassdämpfung $a_D = A_{pb} = 1 \text{ dB}$

3.1 Boctor Tiefpassfilter 2. Ordnung

Ein Boctor Tiefpassfilter 2. Ordnung (Boctor 1975) benutzt dazu den Mehrfachgegenkopplung Bandpass mit einer besonderen Bauteilzuordnung und einem zusätzlichem Widerstand R_6 . Das elliptische Tiefpass Grundelement nach Boctor ist in Abbildung 28 dargestellt.

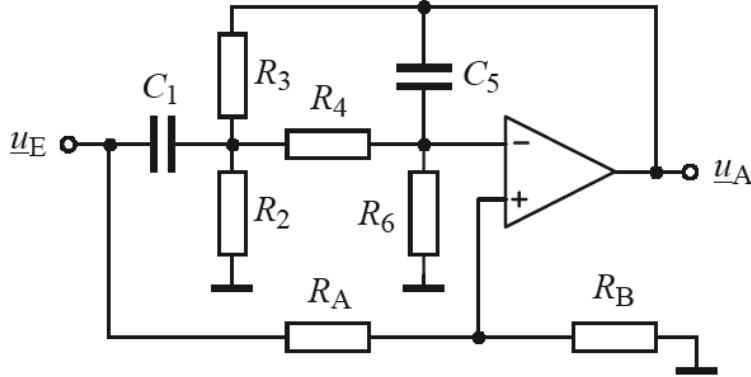


Abbildung 28: Schaltung eines Boctor Tiefpassfilter 2. Ordnung

Mit folgender Abgleichbedingung Aus Formel 51 und folgender Abgleichbedingung folgt folgende Übertragungsfunktion:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_4}{R_6} + \frac{C_5}{C_1} \left(1 + \frac{R_4}{R_2 \parallel R_3} \right) \quad (52)$$

und der Formel 51 folgt die Übertragungsfunktion des Boctor Tiefpassfilter 2. Ordnung zu:

$$A_1(s) = \frac{u_a}{u_e} = K \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} \cdot \frac{1 + s^2 \frac{R_3 R_4 C_1 C_5}{K}}{1 + s \left(1 + \frac{R_4}{R_2 \parallel R_3} \right) R_3 C_5 + s^2 R_3 R_4 C_1 C_5} \quad (53)$$

wobei für Faktor K gilt:

$$K = \frac{R_3}{R_6} \left(1 + \frac{R_4 + R_6}{R_2 \parallel R_3} \right) = \left(\frac{\omega_Z}{\omega_p} \right)^2 = \frac{A_0}{A_\infty} \quad (54)$$

Mit der Vereinfachung $R = R_2 = R_3 = R_4$, der Wahl von R und der Vorgabe der Polparameter ω_p und Q_p (siehe Tabelle 4) sowie des Verhältnisses A_0/A_∞ (Tiefpassdämpfung) können die restlichen Bauteile wie folgt dimensioniert werden:

$$C_5 = \frac{1}{3R\omega_p Q_p} \quad C_1 = \frac{3Q_p}{\omega_p R} \quad R_6 = \frac{3R}{(A_0/A_\infty) - 2} \quad (55)$$

Mit der Vereinfachung $R = R_2 = R_3 = R_4$ folgt aus der Abgleichbedingung 52 die Formel für R_A nach Wahl von R_B :

$$R_A = R_B \cdot \left(\frac{(A_0/A_\infty) - 2}{3} + 3 \frac{C_5}{C_1} \right) \quad (56)$$

3.2 GIC Tiefpassfilter 2. Ordnung

Aus der allgemeinen GIC-Struktur können durch geeignete Wahl von Y_0 bis Y_7 viele verschiedene Filterarten realisiert werden. Es ist daher sehr universal einsetzbar und wurde aus diesem Grund in diese Seminararbeit aufgenommen. Alle möglichen Varianten sind im Kapitel 4.4.1 (Seite 204) aus dem Buch [2] aufgeführt. Beispielsweise kann ein herkömmlicher Tiefpassfilter 2. Ordnung, wie in Abbildung 29 (links) gezeigt, realisiert werden. In dieser Seminararbeit wird nur die Variante für ein elliptisches Tiefpass Grundelement gezeigt, für welches die erweiterte GIC-Struktur (siehe Abbildung 29 - rechts) benötigt wird.

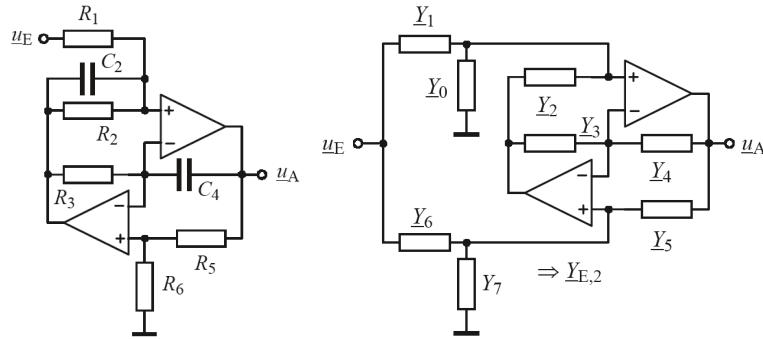


Abbildung 29: Schaltung eines GIC Tiefpassfilter 2. Ordnung (links) und erweiterte GIC-Struktur (rechts)

Die allgemeine Übertagungsfunktion einer erweiterten GIC-Stufe lautet:

$$A_2(s) = \frac{u_a}{u_e} = \frac{Y_1 Y_3 Y_5 + Y_1 Y_3 Y_7 + Y_2 Y_4 Y_6 - Y_0 Y_3 Y_6}{Y_1 Y_3 Y_5 + Y_2 Y_4 Y_7 + Y_2 Y_4 Y_6 + Y_0 Y_3 Y_5} \quad (57)$$

Damit aus der erweiterten GIC-Struktur ein Tiefpassfilter 2. Ordnung mit Welligkeit im Sperrbereich entsteht, müssen folgende Leitwerte festgelegt werden:

$$Y_0 = 0, \quad Y_2 = sC_2, \quad Y_6 = sC_6, \quad Y_1 = \frac{1}{R_1}, \quad Y_5 = \frac{1}{R_5}, \quad Y_3 = Y_4 = Y_7 = \frac{1}{R} \quad (58)$$

Wobei folgenden Zusammenhänge eingehalten werden müssen:

$$C_2 = C, \quad C_6 = k_C C, \quad R_1 = k_1 R, \quad R_5 = k_5 R \quad (59)$$

Aus diesen Leitwerten und der allgemeine Übertagungsfunktion 57 folgt die Übertragungsfunktion:

$$A_2(s) = \frac{u_a}{u_e} = (1 + k_5) \cdot \frac{1 + s^2 \frac{R^2 C^2 k_1 k_5}{1 + k_5}}{1 + s R C k_1 k_5 + s^2 R^2 C^2 k_C k_1 k_5} \quad (60)$$

Durch Koeffizientenvergleich von 51 und 60 ergeben sich die Formeln für die Polparameter zu:

$$\omega_p = \frac{1}{R C \sqrt{k_C k_1 k_5}}, \quad Q_p = \sqrt{\frac{k_C}{k_1 k_5}}, \quad \frac{A_0}{A_\infty} = \frac{\omega_Z^2}{\omega_p^2} = 1 + k_5 \quad (61)$$

3.3 Dimensionierung der Angabe

- 4. Ordnung
- Passband Frequenz $f_{pb} = f_g = 10 \text{ kHz}$
- Passband Dämpfung $A_{pb} = 1 \text{ dB}$
- Gesamte Verstärkung $A_0 = 30 \text{ dB}$
- Inverse Tschebyscheff Charakteristik (Sperrbereichsdämpfung $a_s = -40 \text{ dB}$)
- TL072 OPV

Da die Friend's Single Amplifier Biquad (SAB) und Akerberg-Mossberg (AM) Filtertopologien nicht mehr ganz so trivial sind, werden diese nur mehr durch Filter Wiz für die gegebenen Parameter ausgelegt. Der Boctor Filter wird händisch und mit „Filter Wiz“ berechnet. Der GIC-Filter wird nur händisch berechnet, da dieser in „Filter Wiz“ nicht vorhanden ist. Zur Kontrolle werden aber alle Filter in LTSpice simuliert und die Bauteilwerte auf E24-Reihe Werte angepasst. Abschließend werden alle Übertragungsfunktionen gegenübergestellt.

3.3.1 Computergestützte Berechnung mit Filter Wiz

Abbildung 3 zeigt die Eingaben, welche für die Dimensionierung mit „Filter Wiz“ benutzt wurden. Die Übertragungsfunktion, die Gruppenlaufzeit, der Phasengang und die Sprungantwort wurden bereits im Abschnitt 1.2.3 gezeigt und werden daher nicht noch einmal eingefügt.

Manche Kondensatorenwerte werden von Filter Wiz nicht komplett angezeigt, diese Kondensatoren werden anschließend durch LTSpice Simulationen herausgefunden.

- Boctor

Der Boctor Filter wird von Filter Wiz mit den Verstärkungen $A_1 = 1,5487$, $A_2 = 1,7135$ berechnet. Es ergibt sich somit die Gesamtverstärkung von $A_0 = 2.65 = 8,48 \text{ dB}$. Deshalb wird ein nicht invertierender Verstärker mit einer Verstärkung von $A_{NI} = 11.92 = 21,52 \text{ dB}$ benötigt. Daraus folgen die Widerstände für den nicht invertierenden Verstärker zu $R_9 = 11 \text{ k}\Omega$, $R_8 = 1 \text{ k}\Omega$, welcher in der LTSpice Simulation eingebaut wird! Für die nachstehenden Schaltungen wird dasselbe Prinzip verwendet, jedoch nur mehr die Werte angeschrieben!

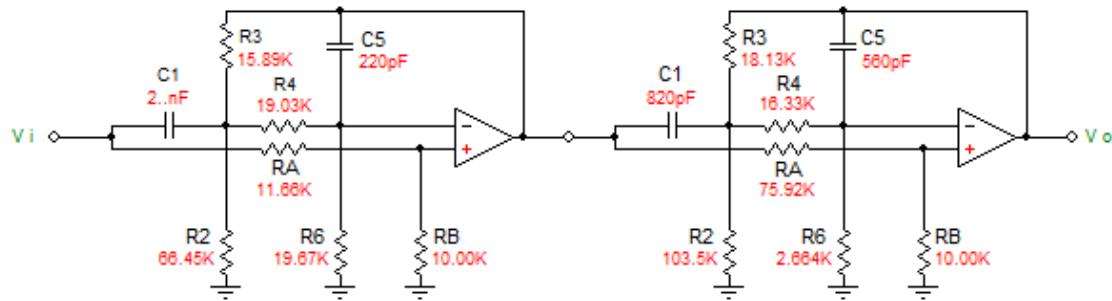


Abbildung 30: 4. Ordnung Boctor Tiefpass Filter mit Inverse Tschebyscheff Charakteristik

- Akerberg-Mossberg (AM)

Für den AM Filter folgt: $A_1 = 4,1162, A_2 = 6,5420 \rightarrow A_0 = 28,6 \text{ dB} \rightarrow A_{NI} = 1,4 \text{ dB} \rightarrow R_9 = 820 \Omega, R_8 = 4,7 \text{ k}\Omega$

Anmerkung: Der Akerberg-Mossberg Filter wird praktisch nur für differentielle Anwendungen benutzt, da hier nur zwei anstatt drei OPVs benötigt werden. In dieser Seminararbeit wird aber die nicht differentielle Schaltung verwendet.

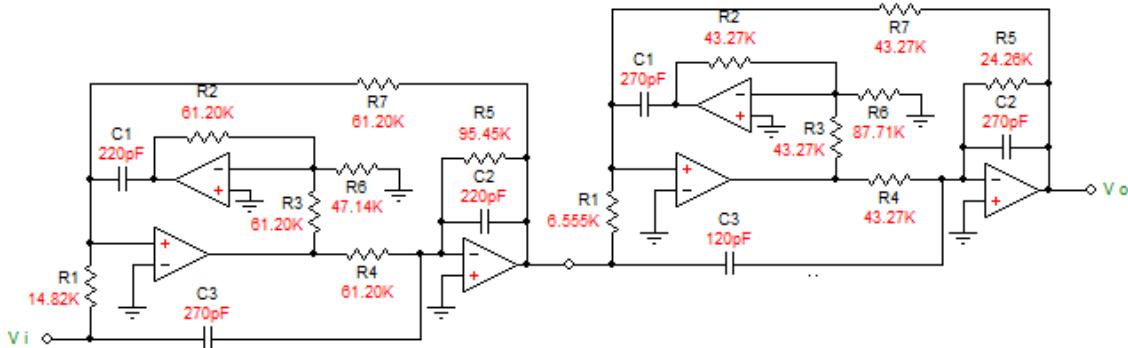


Abbildung 31: 4. Ordnung AM Tiefpass Filter mit Inverse Tschebyscheff Charakteristik

- Friend's Single Amplifier Biquad (SAB)

Für den SAB Filter folgt: $A_1 = 0,915, A_2 = 0,381 \rightarrow A_0 = -9,16 \text{ dB} \rightarrow A_{NI} = 39,16 \text{ dB} \rightarrow R_9 = 100 \text{ k}\Omega, R_8 = 1,2 \text{ k}\Omega$

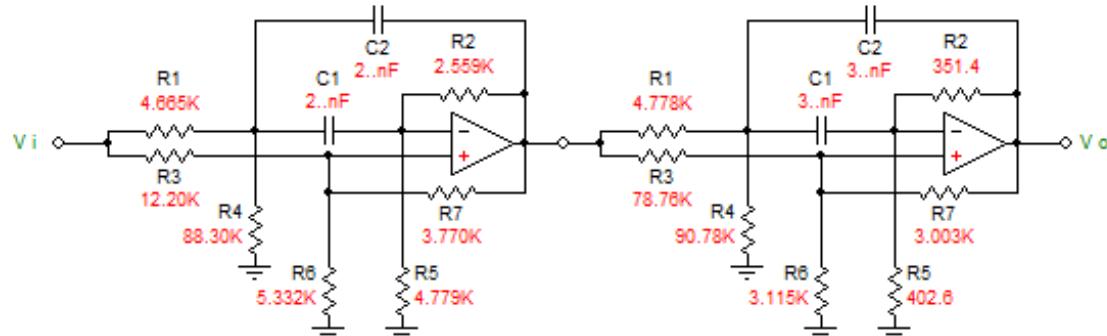


Abbildung 32: 4. Ordnung SAB Tiefpass Filter mit Inverse Tschebyscheff Charakteristik

3.3.2 Dimensionierung Boctor Tiefpassfilter 2. Ordnung

- Stufe 1 ($a_D = A_{pb} = 1 \text{ dB}$, $a_s = A_\infty = -40 \text{ dB}$, $f_g = 12 \text{ kHz}$, $\omega_D = 2\pi f_g = 75,36 \text{ kHz}$)

Mit diesen Werten folgen aus Tabelle 4 folgende Daten:

$$\Omega_p = 1,2221, \quad \Omega_z = 10,5103, \quad Q_p = 0,5449 \quad (62)$$

$$\Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega_D} \rightarrow \omega_p = \Omega_p \cdot \omega_D = 92,144 \text{ kHz} \quad (63)$$

Für die gewählten Widerstände $R = R_2 = R_3 = R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ können nun C_5 und C_1 berechnet werden:

$$C_5 = \frac{1}{3R\omega_p Q_p} = \frac{1}{3 \cdot 10 \text{ k}\Omega \cdot 92,144 \text{ kHz} \cdot 0,5449} = 664 \text{ pF} \xrightarrow{E12} C_5 = 680 \text{ pF} \quad (64)$$

$$C_1 = \frac{3Q_p}{\omega_p R} = \frac{3 \cdot 0,5449}{92,144 \text{ kHz} \cdot 10 \text{ k}\Omega} = 1,77 \text{ nF} \xrightarrow{E12} C_1 = 1,8 \text{ nF} \quad (65)$$

Die DC Verstärkung für die 1. Stufe soll wie folgt lauten (selbe Verstärkung wie Filter Wiz):

$$A_{1_{DC}} = \frac{A_1}{A_\infty} \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} = 1,5487 \quad (66)$$

Mit Formel 66 und Formel 56 entsteht ein Gleichungssystem mit dem A_1 berechnet werden kann (Lösung mit Mathcad). Somit folgt K und R_6 zu:

$$K = \frac{A_1}{A_\infty} = \frac{0,047}{0,01} = 4,695 \quad (67)$$

$$R_6 = \frac{3R}{K-2} = \frac{3 \cdot 10 \text{ k}\Omega}{4,695 - 2} = 11,13 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E24} R_6 = 11 \text{ k}\Omega \quad (68)$$

Wird $R_B = 1,2 \text{ k}\Omega$ gewählt, dann folgt für R_A :

$$R_A = R_B \cdot \left(\frac{K-2}{3} + 3 \frac{C_5}{C_1} \right) = 2,44 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E24} R_A = 2,4 \text{ k}\Omega \quad (69)$$

Als Probe wird die DC Verstärkung für die 1. Stufe nochmal ausgerechnet:

$$A_{1_{DC}} = K \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} = 1,565 = 3,89 \text{ dB} \quad (70)$$

- Stufe 2 ($a_D = A_{pb} = 1 \text{ dB}$, $a_s = -40 \text{ dB}$, $f_g = 10 \text{ kHz}$, $\omega_D = 2\pi f_g = 62,832 \text{ kHz}$)
Mit diesen Werten folgen aus Tabelle 4 folgende Daten:

$$\Omega_p = 1,1840, \quad \Omega_z = 4,3535, \quad Q_p = 1,3577 \quad (71)$$

$$\Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega_D} \rightarrow \omega_p = \Omega_p \cdot \omega_D = 89,27 \text{ kHz} \quad (72)$$

Für die gewählten Widerstände $R = R_2 = R_3 = R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ können nun C_5 und C_1 berechnet werden:

$$C_5 = \frac{1}{3R\omega_p Q_p} = \frac{1}{3 \cdot 10 \text{ k}\Omega \cdot 89,27 \text{ kHz} \cdot 1,3577} = 275 \text{ pF} \xrightarrow{E12} C_5 = 270 \text{ pF} \quad (73)$$

$$C_1 = \frac{3Q_p}{\omega_p R} = \frac{3 \cdot 1,3577}{89,27 \text{ kHz} \cdot 10 \text{ k}\Omega} = 4,56 \text{ nF} \xrightarrow{E24} C_1 = 4,3 \text{ nF} \quad (74)$$

Die DC Verstärkung für die 2. Stufe soll wie folgt lauten (selbe Verstärkung wie Filter Wiz):

$$A_{2_{DC}} = \frac{A_2}{A_\infty} \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} = 1,7135 \quad (75)$$

Mit Formel 75 und Formel 56 entsteht ein Gleichungssystem mit dem A_2 berechnet werden kann (Lösung mit Mathcad). Somit folgt K und R_6 zu:

$$K = \frac{A_2}{A_\infty} = \frac{0,021}{0,01} = 2,085 \quad (76)$$

$$R_6 = \frac{3R}{K-2} = \frac{3 \cdot 10 \text{ k}\Omega}{2,085 - 2} = 354 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E24} R_6 = 360 \text{ k}\Omega \quad (77)$$

Wird $R_B = 1,2 \text{ k}\Omega$ gewählt, dann folgt für R_A :

$$R_A = R_B \cdot \left(\frac{K-2}{3} + 3 \frac{C_5}{C_1} \right) = 259 \text{ }\Omega \xrightarrow{E24} R_A = 240 \text{ }\Omega \quad (78)$$

Als Probe wird die DC Verstärkung für die 2. Stufe nochmal ausgerechnet:

$$A_{2_{DC}} = K \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} = 1,738 = 4,797 \text{ dB} \quad (79)$$

Somit folgt eine Gesamtverstärkung von:

$$A_{0_{DC}} = A_{1_{DC}} + A_{2_{DC}} = 8,69 \text{ dB} \quad (80)$$

Grundsätzlich schafft ein Boctor Filter nur eine maximale Verstärkung von ca. 13 dB. Es muss also ohnehin ein nicht invertierender Verstärker verbaut werden.

Diese Berechnung wurde ebenfalls in Mathcad durchgeführt und ist im Anhang 4.8 zu sehen. Durch die Vereinfachung $R = R_2 = R_3 = R_4$ ist diese Dimensionierung zwar relativ einfach, jedoch können manche Parameter nicht unabhängig voneinander eingestellt werden. Deshalb wurde in Mathcad (siehe Anhang 4.8) eine weitere Dimensionierung [3] durchgeführt. In dieser Dimensionierung werden keine Vereinfachungen getroffen und zusätzlich werden die Poldaten der inversen Tschebyscheff Charakteristik berechnet.

3.3.3 Dimensionierung GIC Tiefpassfilter 2. Ordnung

- Stufe 1 ($A_1 = 5,623 = 15 \text{ dB}$, $a_D = A_{pb} = 1 \text{ dB}$, $a_s = -40 \text{ dB}$, $f_g = 10 \text{ kHz}$, $\omega_D = 2\pi f_g = 62,832 \text{ kHz}$)

Mit diesen Werten folgen aus Tabelle 4 folgende Daten:

$$\Omega_p = 1,2221, \quad \Omega_z = 10,5103, \quad Q_p = 0,5449 \quad (81)$$

$$\Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega_D} \rightarrow \omega_p = \Omega_p \cdot \omega_D = 82,146 \text{ kHz} \quad (82)$$

Für die gewählten Kondensatoren $C_2 = C = 100 \text{ pF}$ und $C_6 = 1 \text{ nF}$ können nun k_C , k_1 , k_5 und R berechnet werden:

$$k_C = \frac{C_6}{C} = \frac{1 \text{ nF}}{100 \text{ pF}} = 10 \quad (83)$$

$$k_5 = \frac{\Omega_z^2}{\Omega_p^2} - 1 = A_1 - 1 = 4,623 \quad (84)$$

$$k_1 = \frac{k_C}{k_5 Q_p^2} = \frac{10}{4,623 \cdot 0,5449^2} = 7,047 \quad (85)$$

$$R = R_3 = R_4 = R_7 = \frac{Q_p}{\omega_p C_6} = \frac{0,5449}{82,146 \text{ kHz} \cdot 1 \text{ nF}} = 6744 \Omega \xrightarrow{E12} R = 6,8 \text{ k}\Omega \quad (86)$$

$$R_1 = k_1 R = 7,047 \cdot 6,8 \text{ k}\Omega = 47,92 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E12} R_1 = 47 \text{ k}\Omega \quad (87)$$

$$R_5 = k_5 R = 4,623 \cdot 6,8 \text{ k}\Omega = 31,44 \text{ k}\Omega \xrightarrow{100 \text{ k}\Omega || 47 \text{ k}\Omega} R_5 = 31,97 \text{ k}\Omega \quad (88)$$

- Stufe 2 ($A_2 = 5,623 = 15 \text{ dB}$, $a_D = A_{pb} = 1 \text{ dB}$, $a_s = -40 \text{ dB}$, $f_g = 10 \text{ kHz}$, $\omega_D = 2\pi f_g = 62,832 \text{ kHz}$)

Mit diesen Werten folgen aus Tabelle 4 folgende Daten:

$$\Omega_p = 1,1832, \quad \Omega_z = 2,5312, \quad Q_p = 1,4780 \quad (89)$$

$$\Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega_D} \rightarrow \omega_p = \Omega_p \cdot \omega_D = 74,34 \text{ kHz} \quad (90)$$

Für die gewählten Kondensatoren $C_2 = C = 100 \text{ pF}$ und $C_6 = 1 \text{ nF}$ können nun k_C , k_1 , k_5 und R berechnet werden:

$$k_C = \frac{C_6}{C} = \frac{1 \text{ nF}}{100 \text{ pF}} = 10 \quad (91)$$

$$k_5 = \frac{\Omega_z^2}{\Omega_p^2} - 1 = A_2 - 1 = 4,623 \quad (92)$$

$$k_1 = \frac{k_C}{k_5 Q_p^2} = \frac{10}{4,623 \cdot 1,4780^2} = 0,99 \quad (93)$$

$$R = R_3 = R_4 = R_7 = \frac{Q_p}{\omega_p C_6} = \frac{1,4780}{74,34 \text{ kHz} \cdot 1 \text{ nF}} = 19,88 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E24} R = 20 \text{ k}\Omega \quad (94)$$

$$R_1 = k_1 R = 0,99 \cdot 20 \text{ k}\Omega = 19,80 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E24} R_1 = 20 \text{ k}\Omega \quad (95)$$

$$R_5 = k_5 R = 4,623 \cdot 20 \text{ k}\Omega = 92,47 \text{ k}\Omega \xrightarrow{E24} R_5 = 91 \text{ k}\Omega \quad (96)$$

Der GIC Filter ist in der Lage auch ohne einem nicht invertierenden Verstärker die Verstärkung von 30 dB zu erreichen.

Diese Berechnung wurde ebenfalls in Mathcad durchgeführt und ist im Anhang 4.8 zu sehen.

Eine Dimensionierung eines Cauer Tiefpassfilter 2. Ordnung mittels GIC-Struktur kann ebenfalls im Buch [2] auf Seite 224 gefunden werden.

3.4 Simulation mit LTSpice

In diesem Abschnitt werden die oben dimensionierten Filter in LTSpice simuliert und genauer analysiert.

3.4.1 Schaltungen

Die folgenden Schaltungen sind nun mit E24-Reihe Werten bestückt. Die Einstellung der Werte ($A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$ und $A_{pb} = 1 \text{ dB}$) erfolgt über die integrierte Anleitung von Filter Wiz „Adjusting the stage parameters“ oder LTSpice.

- Friend's Single Amplifier Biquad (SAB)

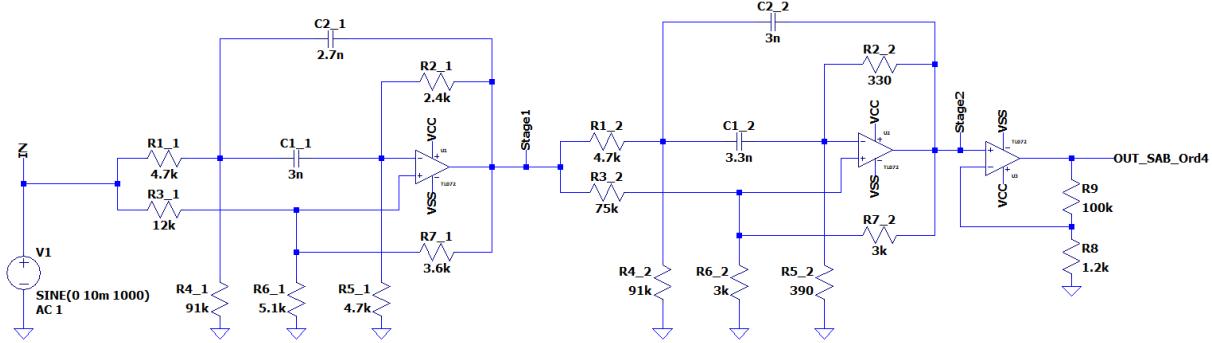


Abbildung 33: SAB Tiefpassfilter (Filter Wiz) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff

- Akerberg-Mossberg (AM)

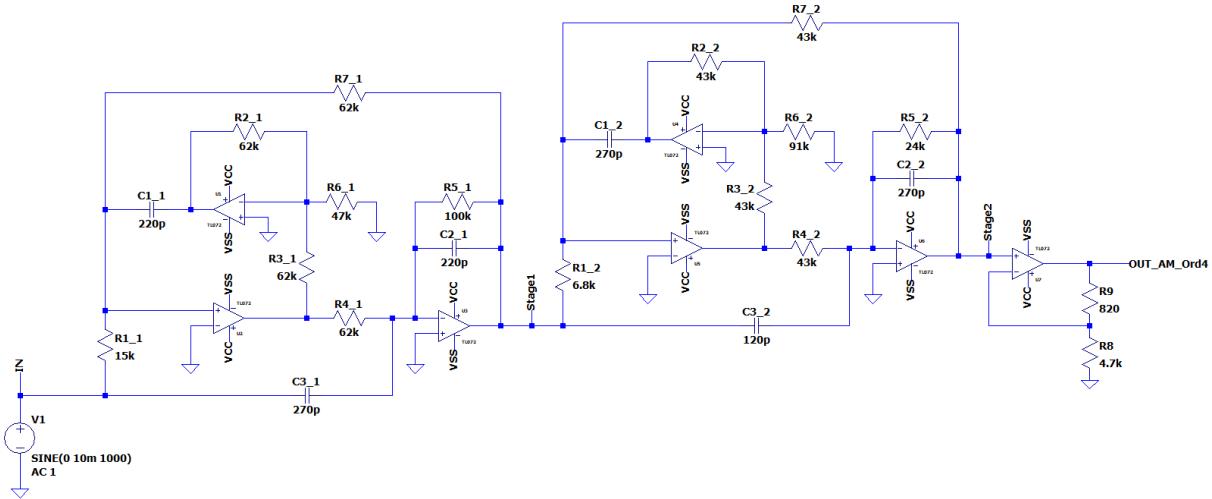


Abbildung 34: AM Tiefpassfilter (Filter Wiz) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff

- Boctor

Für den Boctor Filter wurden insgesamt drei Varianten simuliert. Einmal die Berechnung von Filter Wiz und dann noch die zwei Dimensionierungsarten. Die Übertragungsfunktionen dieser drei Boctor Filter sind in Abbildung 39 gegenübergestellt.

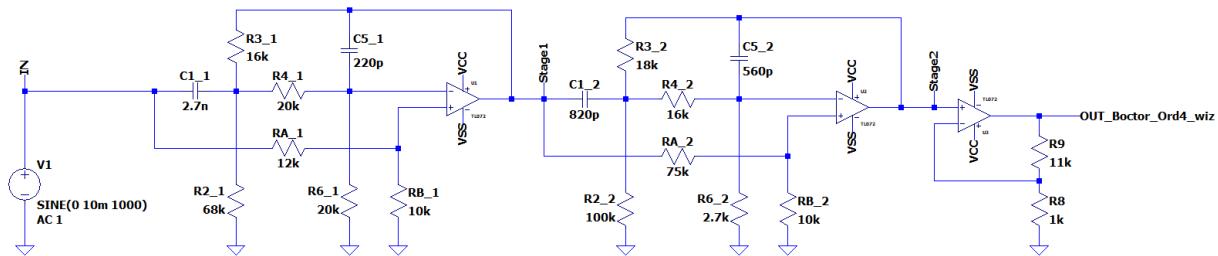


Abbildung 35: Boctor Tiefpassfilter (Filter Wiz) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff

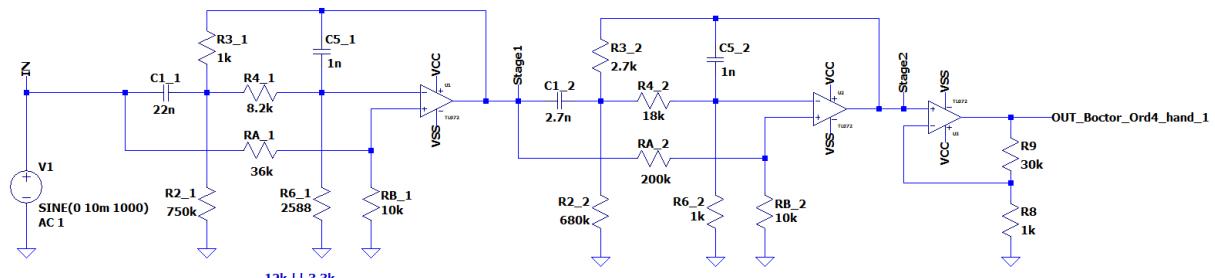


Abbildung 36: Boctor Tiefpassfilter (Dimensionierung 1 - 4.8) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff

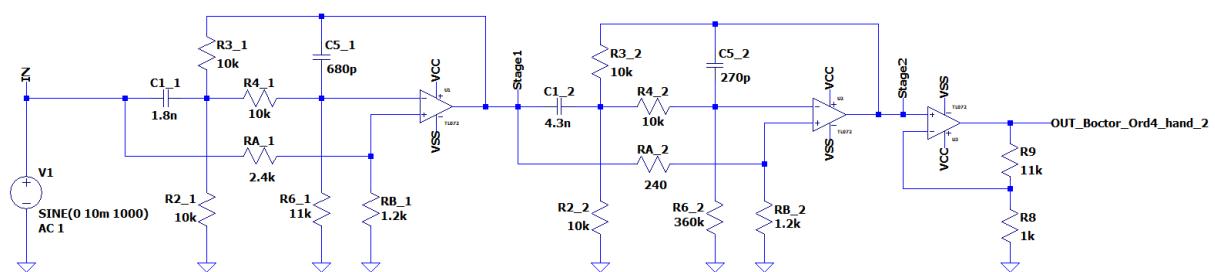


Abbildung 37: Boctor Tiefpassfilter (Dimensionierung 2 - 4.8) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff

- GIC

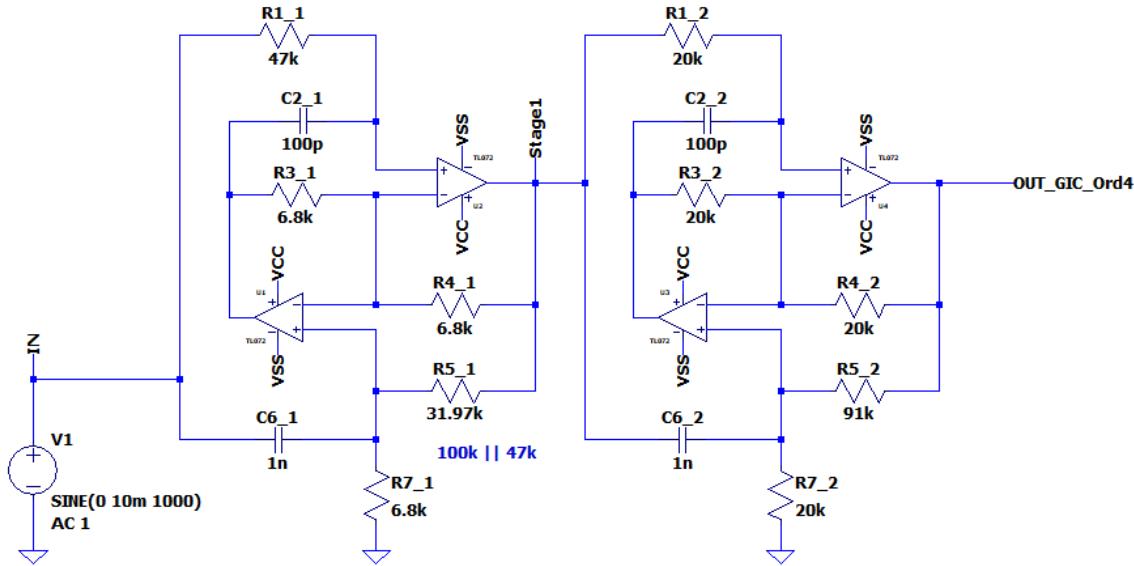


Abbildung 38: GIC Tiefpassfilter (Dimensionierung GIC - 4.8) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff

3.4.2 Übertragungsfunktionen $A(s)$

- Boctor Übertragungsfunktionen

In diesem Abschnitt werden die Übertragungsfunktionen der drei Boctor Tiefpassfilter verglichen. Abgesehen von den leicht unterschiedlichen Verstärkungen im Durchlassbereich sind Dämpfungen bei der Grenzfrequenz ziemlich gleich und lauten:

- out_boctor_ord4_wiz - blau: $A_{pb} = -1,374 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$
- out_boctor_ord4_hand1 - grün: $A_{pb} = -1,131 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$
- out_boctor_ord4_hand2 - rot: $A_{pb} = -3,338 \text{ dB}$ bei $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$

Es ist deutlich zu erkennen, dass mit den Vereinfachungen von Dimensionierung 2 die Übertragungsfunktion out_boctor_ord4_hand2 anfangs nicht so steil fällt und deshalb eine Dämpfung von $A_{pb} = -3,338 \text{ dB}$ bei der Grenzfrequenz aufweist. Weiters ist auch die Sperrdämpfung bei dieser Dimensionierung am schlechtesten. Dimensionierung 1 liefert hingegen schon sehr gute Ergebnisse. Die Dämpfung bei der Grenzfrequenz passt und auch die Sperrdämpfung ist am größten. Die Filter Wiz Variante hat den einzigen Vorteil, dass diese um etwas steiler fällt.

Es sei angemerkt, dass für alle drei Varianten verschiedene Polparameter verwendet wurden. Diese wurden von Filter Wiz oder Mathcad berechnet oder von der Tabelle abgelesen. Bei der Transitfrequenz fällt die Übertragungsfunktion weiter ab. Es muss also keine Maßnahme wie beim Sallen-Key Tiefpassfilter getroffen werden.

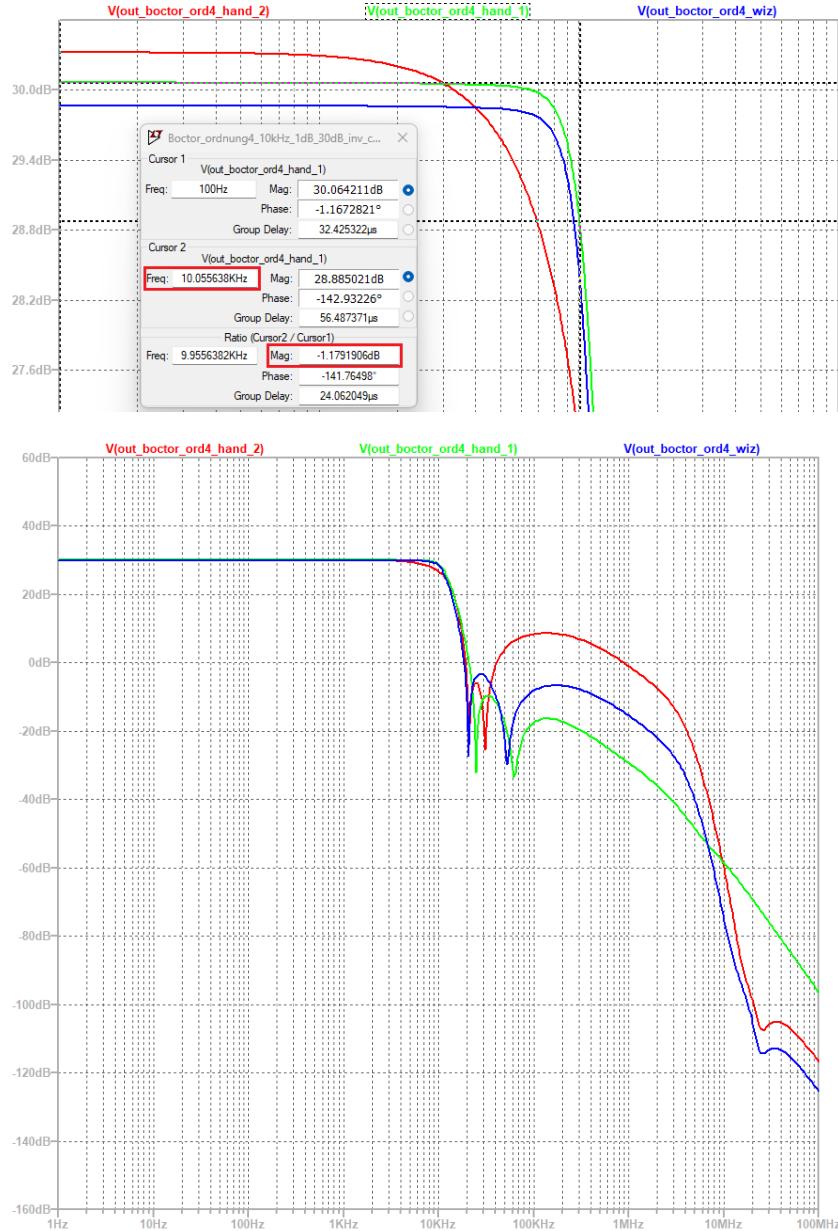


Abbildung 39: $A(s)$ von Boctor1 (grün), Boctor Wiz (blau) und Boctor2 (rot) Inverse Tschebyscheff Tiefpassfilter - 4. Ordnung, $A = 30$ dB, $f_{pb} = 10$ kHz

- Alle Übertragungsfunktionen

In diesem Abschnitt werden die Übertragungsfunktionen der AM, SAB, GIC und Boctor Tiefpassfilter verglichen. Die Dämpfungen bei der Grenzfrequenz lauten:

- out_am_ord4 - grün: $A_{pb} = -1,072$ dB bei $f_{pb} = 10$ kHz
- out_sab_ord4 - blau: $A_{pb} = -4,343$ dB bei $f_{pb} = 10$ kHz
- out_gic_ord4 - rot: $A_{pb} = -1,809$ dB bei $f_{pb} = 10$ kHz
- out_boctor_ord4_hand1 - cyan: $A_{pb} = -1,131$ dB bei $f_{pb} = 10$ kHz

Der AM und der Boctor Filter haben fast eine perfekte Dämpfung bei der Grenzfrequenz (A_{pb}). Der GIC Filter hat eine etwas höhere A_{pb} . Der SAB Filter hat die schlechteste A_{pb} , jedoch die beste Dämpfung von höheren Frequenzen (A_s).

Ein Nachteil vom GIC und AM Filter ist, dass diese bei ca. 70 kHz wieder verstärken und erst bei der Transitfrequenz wieder dämpfen. Hier fällt der GIC Filter aber so stark, dass er bei 8 MHz besser dämpft als der Boctor Filter!

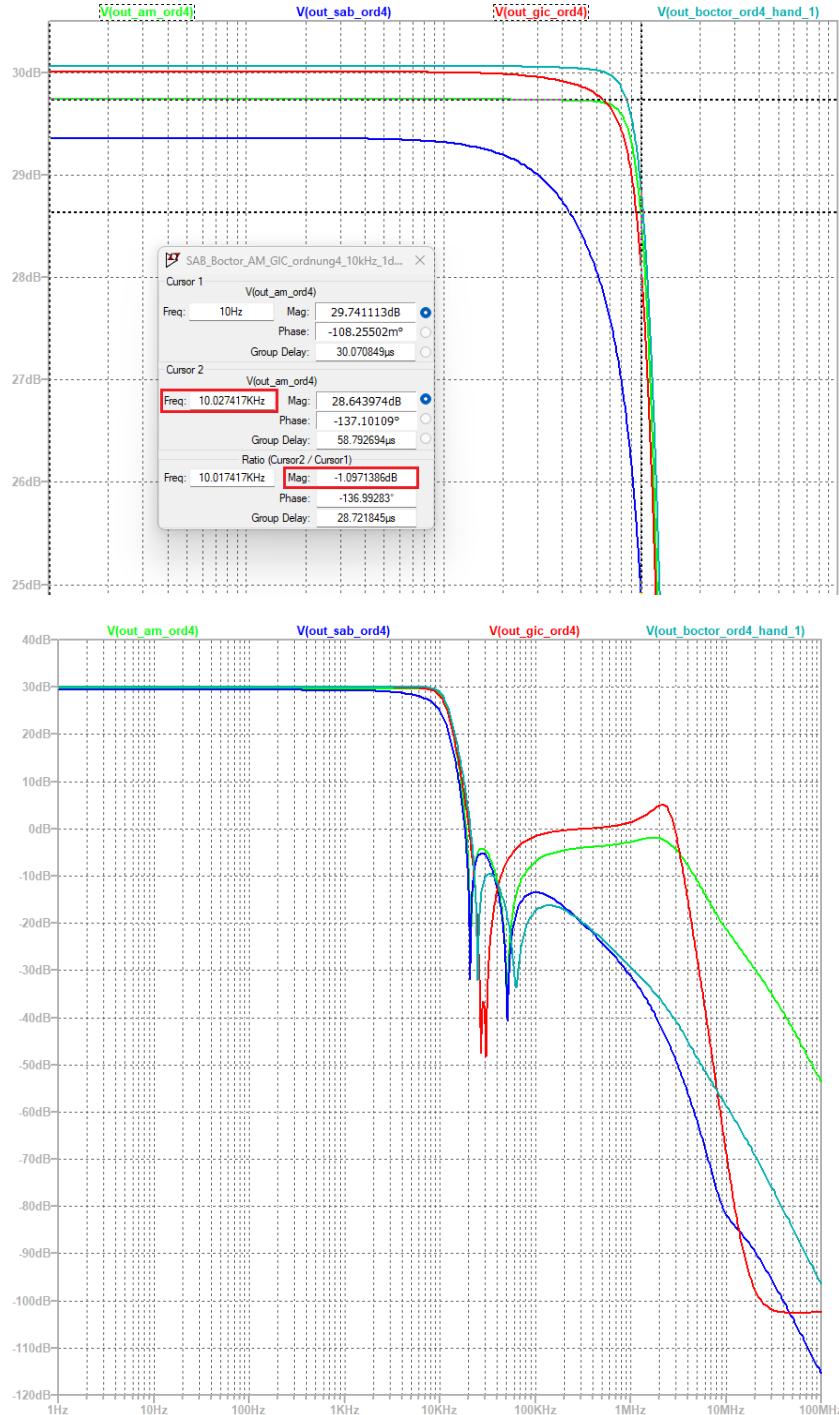


Abbildung 40: $A(s)$ von SAB (blau), Boctor (cyan), GIC (rot) und AM (grün) Inverse Tschebyscheff Tiefpassfilter - 4. Ordnung, $A = 30$ dB, $f_{pb} = 10$ kHz

Im Endeffekt kommt es wieder auf den Anwendungsfall an. Welcher Filter der Beste ist, kann also nicht pauschal gesagt werden. Jedoch liefert der Boctor Filter eine universelle und praktische Lösung, welche im Vergleich mit relativ wenig Bauteilen auskommt. Soll die Gesamtverstärkung unter 26 dB liegen, dann entfällt auch der nicht invertierende Verstärker.

4 Aktivfilter Platine mit Test

4.1 Beschreibung der Platine

Diese Aktivfilter Platine wurde in Kombination mit einem Class-D und einem Class-AB Verstärker bereits 2020 entwickelt (siehe auf meiner Homepage). Damals wurde das ganze aber für THT Bauteile gefertigt. Im Rahmen dieser Übung wurde ein erneuertes, verbessertes PCB-Design (Autodesk Eagle) mit SMT Bauteilen designed, gefertigt, bestückt und getestet. Die Berechnung der Schaltung erfolgte analog wie in Kapitel 1.2 gezeigt.

Damit ein 2.1 Wege System (2 Breitbandlautsprecher, 1 Subwoofer) ideal angesteuert werden kann, müssen die Frequenzgänge vor den Leistungsverstärkern getrennt / gefiltert werden, was mit folgender Aktivfilter Platine bewerkstelligt wurde.

Die Schaltung besteht aus zwei identischen Zweigen für den linken und rechten Breitbandkanal, welcher einen nicht invertierenden Verstärker ($A = 5,7$), einen Sallen-Key Hochpass 2. Ordnung mit Butterworth Charakteristik ($f_g = 100 \text{ Hz}$) und einem Sallen-Key Tiefpass 2. Ordnung mit Butterworth Charakteristik ($f_g = 30 \text{ kHz}$) beinhaltet. Das logarithmische stereo $10 \text{ k}\Omega$ Potentiometer ($R_1 \& R_2$) stellt die Gesamtlautstärke ein. Die Potentiometer R_{31} und R_{32} stellen die Lautstärke pro linken oder rechten Kanal ein.

Für den Subwoofer Kanal werden die zwei Eingangskanäle mit einem Umkehraddierer ($A_{UA} = 0,5$) zusammengezählt, um danach mit einem Tschebyscheff Sallen-Key Tiefpass 2. Ordnung mit $0,5 \text{ dB}$ Welligkeit ($f_g = 100 \text{ Hz}$) gefiltert zu werden. Außerdem wurde ein Sallen-Key Hochpass 2. Ordnung mit variabler Charakteristik ($f_g = 25 \text{ Hz}$) eingebaut. Mit einem Potentiometer R_{19} kann die Charakteristik geändert werden und somit ein Überschwingen bei der Grenzfrequenz und somit eine Bassanhebung bewirkt werden. R_{18} und R_{19} wurden so dimensioniert, dass die Verstärkung von $A = 1,47$ bis $A = 2,47$ einstellbar ist. Eine Verstärkung von $A = 3$ darf nicht erreicht werden, da sonst der Sallen-Key Filter instabil wird. Am Schaltplan und in Tabelle 1 sind die Verstärkungen für Bessel, Butterworth und Tschebyscheff zu finden. Abschließend wird der Ausgang aufgrund des Umkehraddierers mit einem invertierenden Verstärker ($A = -1$) invertiert, um eine Phasenverschiebung von Eingang zu Ausgang von $\varphi = 0^\circ$ zu erhalten. Das logarithmische stereo $10 \text{ k}\Omega$ Potentiometer R_{29} und R_{30} stellt die Lautstärke der beiden Subwoofer Ausgänge ein. Da für den Subwoofer zwei separate Verstärker zur Verfügung stehen, sollen diese auch gebrückt werden können, weshalb der ursprüngliche um $\varphi = 180^\circ$ verschobene Ausgang ebenfalls verwendet wird. Mit einem Schalter S1 kann die Brückung der Verstärker eingestellt werden.

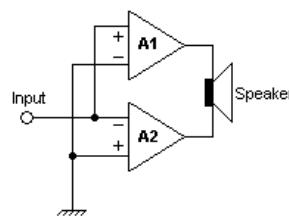
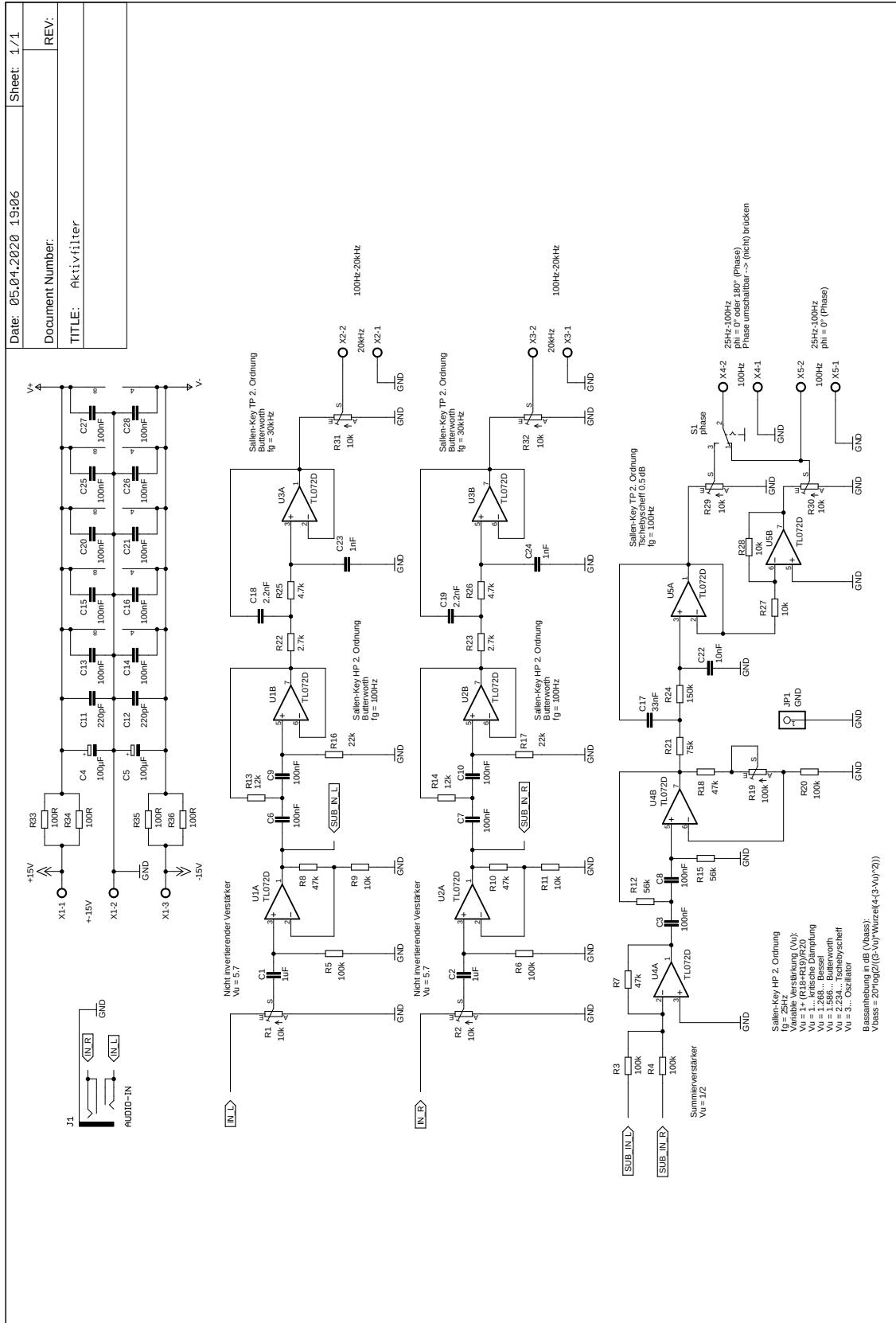


Abbildung 41: Prinzip von gebrückten Verstärkern

4.2 Schaltplan der Platine



4.3 2D Ansicht der Platine

Die Abbildung 42 veranschaulicht die Platine von oben und zeigt die verwendeten THT Bauteile, wie Potentiometer, Schalter, Elektrolytkondensatoren, Schraubklemmen und eine 3,5 mm Klinkenbuchse.

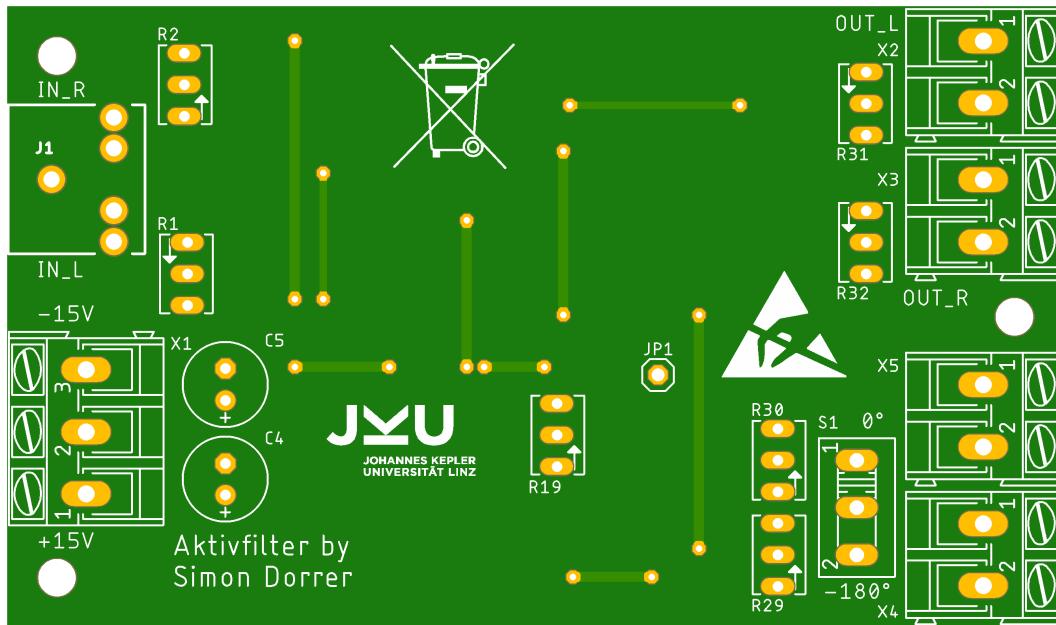


Abbildung 42: 2D Ansicht (oben) der Aktivfilter Platine

Die Abbildung 43 veranschaulicht die Platine von unten und zeigt die verwendeten SMT Bauteile, wie Operationsverstärker im SOIC Gehäuse, 0805 Widerstände und 0805 Keramikkondensatoren.

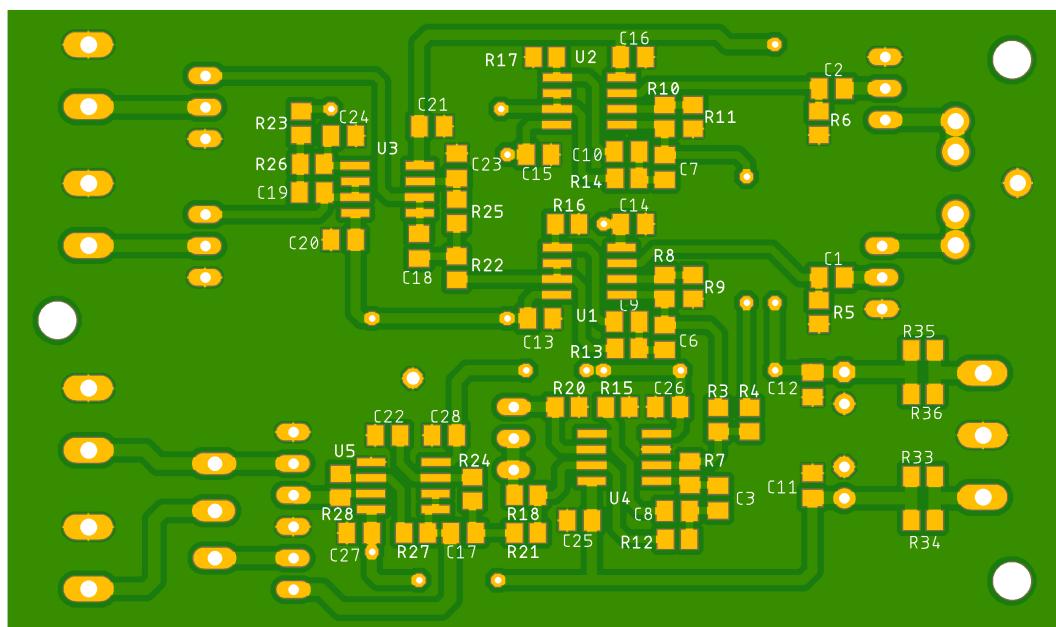


Abbildung 43: 2D Ansicht (unten) der Aktivfilter Platine

4.4 Bestückte Platine

Die Abbildungen 44 und 45 zeigen die gefertigte und händisch bestückte Platine von unten und oben. Die Platine wurde vom PCB Hersteller JLCPCB gefertigt.

Anstatt der Potentiometer wurden Pinheader eingelötet, um beim nachfolgenden Test so flexibel wie möglich zu sein.

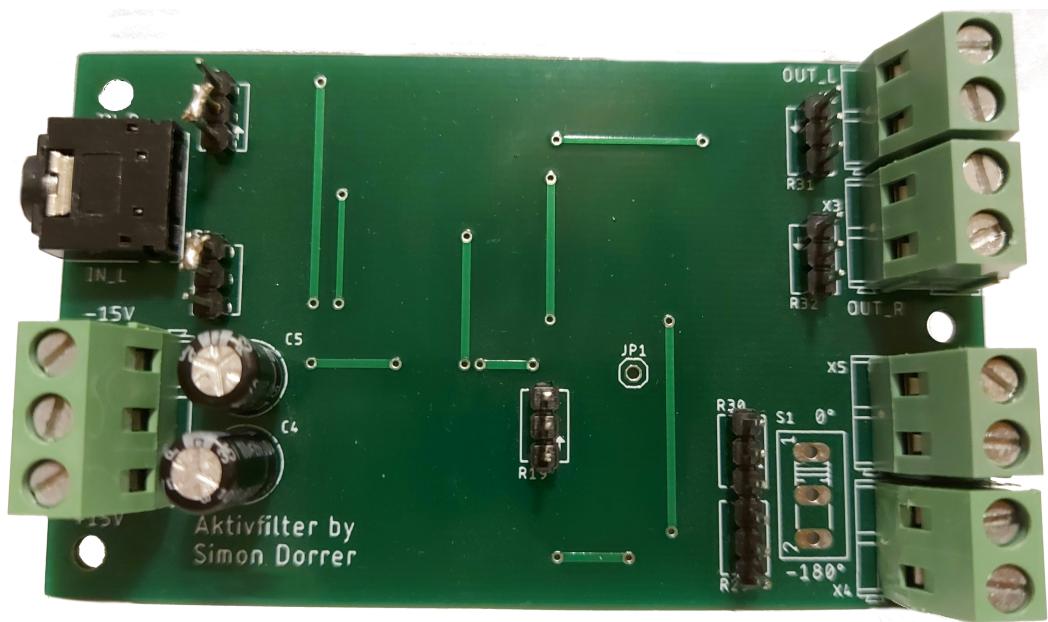


Abbildung 44: Händisch bestückte Aktivfilter Platine (oben)

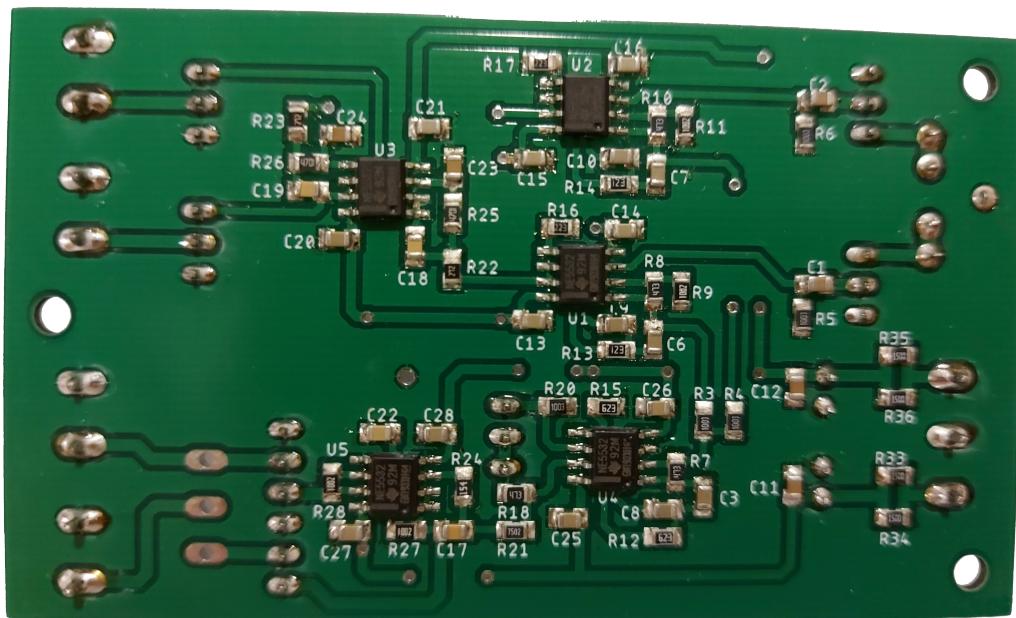


Abbildung 45: Händisch bestückte Aktivfilter Platine (unten)

4.5 Messung der Grenzfrequenzen mittels Oszilloskop

Damit die grundlegende Funktion getestet werden kann, wird die Aktivfilter Platine mit einer symmetrischen 12 V Spannungsquelle (Siglent SPD3303X-E Netzteil) versorgt und mit einem Funktionsgenerator (Rigol DG822) wird eine $u_e = 500 \text{ mV}_{pp}$ Eingangsspannung bereit gestellt. Mit einem Oszilloskop (Rigol DS1054Z) werden die Ausgänge der Aktivfilter Platine gemessen.

Die ganzen Potentiometer wurden mit Jumper auf den Pinheadern überbrückt, somit ist die volle Verstärkung gewährleistet und beträgt $A = 5,7 = 15,12 \text{ dB}$.

Das benutzte Labor kann auf meiner Homepage unter <https://oe3sde.com/Workstation.html> angesehen werden.

Abbildung 46 zeigt den Breitbandkanalausgang bei einer Eingangsfrequenz von $f = 1 \text{ kHz}$. Die Verstärkung beträgt wie erwartet $A = 2,96 \text{ V}/0,52 \text{ V} = 5,7 = 15,12 \text{ dB}$ und die Phasenverschiebung ist annähernd $\varphi = 0^\circ$.

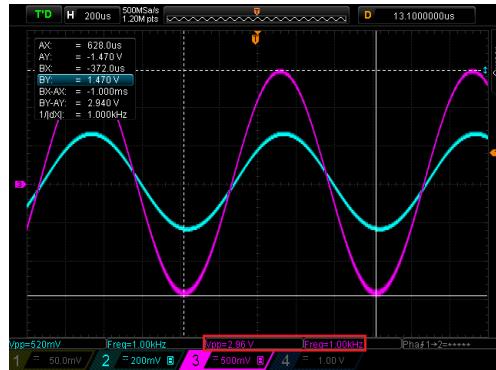


Abbildung 46: Breitbandkanal bei $f = 1 \text{ kHz}$ - Eingang (cyan) und Ausgang (magenta)

Abbildung 47 zeigt den Breitbandkanalausgang bei der unteren ($f_{gu} = 100 \text{ Hz}$) und oberen Grenzfrequenz ($f_{go} = 30 \text{ kHz}$). Wie erwartet beträgt die Phasenverschiebung bei den Grenzfrequenzen $\varphi = -45^\circ$ bzw. $\varphi = 45^\circ$. Die -3 dB Dämpfung kann ebenfalls bestätigt werden. Es gilt $A_{3dB} = 2,02 \text{ V}/0,512 \text{ V} = 11,96 \text{ dB}$ bzw. $A_{3dB} = 2,2 \text{ V}/0,512 \text{ V} = 12,66 \text{ dB}$. Was eine Differenz von $-3,16 \text{ dB}$ bzw. $-2,46 \text{ dB}$ ergibt⁹.

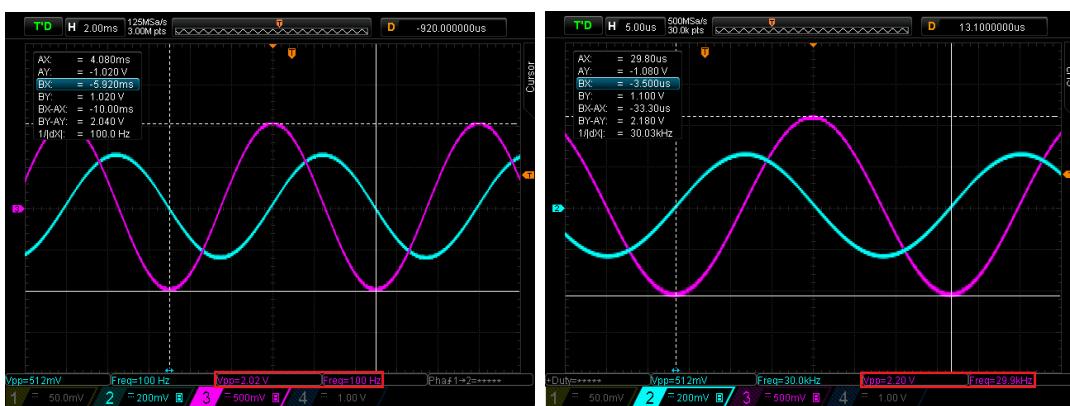


Abbildung 47: Breitbandkanal $f_{gu} = 100 \text{ Hz}$ (links) und $f_{go} = 30 \text{ kHz}$ (rechts)

⁹Eine leichte Abweichung ist durch Bauteiltoleranzen und E12- / E24-Reihe Werte bedingt.

Abbildung 48 zeigt den Subwooferkanalausgang bei einer Eingangsfrequenz von $f = 50\text{ Hz}$. Die Verstärkung beträgt wie erwartet $A = 3,04\text{ V}/0,5\text{ V} \approx 5,7 = 15,12\text{ dB}$. Weiters wurde auch der invertierende Kanal mit dem Oszilloskop gemessen. Mit dem blauen und magenta farbigen Signalen können jetzt zwei Verstärker, wie in Abbildung 41 gezeigt, gebrückt werden.

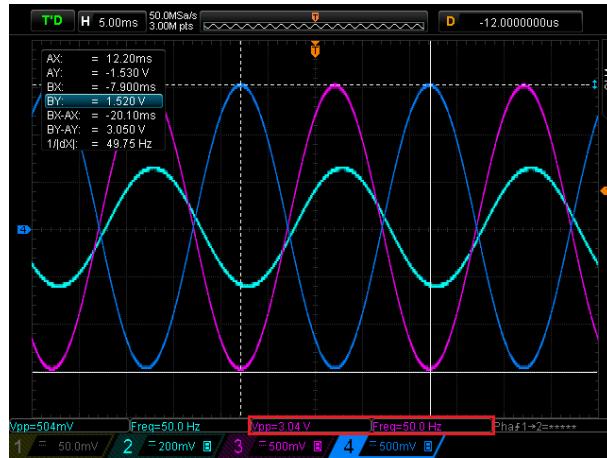


Abbildung 48: Subwooferkanal bei $f = 100\text{ Hz}$ - Eingang (cyan), Ausgang (magenta) und invertierter Ausgang (blau)

Abbildung 49 zeigt den Subwooferkanalausgang bei der unteren ($f_{gu} = 23\text{ Hz}$) und oberen Grenzfrequenz ($f_{go} = 120\text{ kHz}$). Wie erwartet beträgt die Phasenverschiebung bei den Grenzfrequenzen $\varphi = -45^\circ$ bzw. $\varphi = 45^\circ$. Die -3 dB Dämpfung kann ebenfalls bestätigt werden. Es gilt $A_{3dB} = 2,16\text{ V}/0,512\text{ V} = 12,5\text{ dB}$ bzw. $A_{3dB} = 2,14\text{ V}/0,512\text{ V} = 12,42\text{ dB}$. Was eine Differenz von $-2,62\text{ dB}$ bzw. $-2,7\text{ dB}$ ergibt.



Abbildung 49: Subwooferkanal $f_{gu} = 23\text{ Hz}$ (links) und $f_{go} = 120\text{ Hz}$ (rechts)

4.6 Messung der Übertragungsfunktion mittels Oszilloskop

Nachdem die grundlegende Funktion der Aktivfilter Platine bestätigt wurde, werden noch die Übertragungsfunktionen der einzelnen Kanäle mit dem Oszilloskop gemessen. Da wir die Verstärkungen und die Grenzfrequenzen bereits wissen, ist nur noch der Verlauf über mehrere Frequenzen interessant, um wirklich sicher zu stellen, dass es sich um Bandpassfilter handelt. Dafür wurde nun mit dem Rigol DG822 Funktionsgenerator die Frequenz von 1 Hz bis 100 kHz logarithmisch geswept.

Abbildung 50 zeigt die Übertragungsfunktion vom Breitbandkanal und vom Subwooferkanal. Wobei der Eingang in cyan und der Ausgang in magenta dargestellt wird. Es ist schön zu erkennen, dass die Bandbreite beim Breitbandkanal viel größer ist und die Mittenfrequenz vom Subwooferkanal weiter bei unteren Frequenzen liegt.



Abbildung 50: Messung Übertragungsfunktion Breitbandkanal (links) und Subwooferkanal (rechts)

Abbildung 51 zeigt die Übertragungsfunktion vom Subwooferkanal mit zwei verschiedenen Widerstandswerten $R_{19} = 27 \text{ k}\Omega$ und $R_{19} = 100 \text{ k}\Omega$. Wie oben bereits erklärt wurde, kann mit R_{19} die Filtercharakteristik des Hochpasses des Subwooferkanals geändert werden. Wobei für Butterworth ungefähr $R_{19} = 0 \text{ k}\Omega$ (siehe Abbildung 50) gilt. Für steigende R_{19} Widerstandswerte, erhöhte sich also die Welligkeit im Durchgangsbereich. Somit kann mit R_{19} eine Bassanhebung vorgenommen werden. Der untere Cursor zeigt die Spannung 1,56 V mit $R_{19} = 0 \text{ k}\Omega$ an, um die Überhöhung ideal darzustellen. Für $R_{19} = 27 \text{ k}\Omega$ beträgt die Überhöhung 0,54 V und für $R_{19} = 100 \text{ k}\Omega$ beträgt diese bereits 4,24 V.

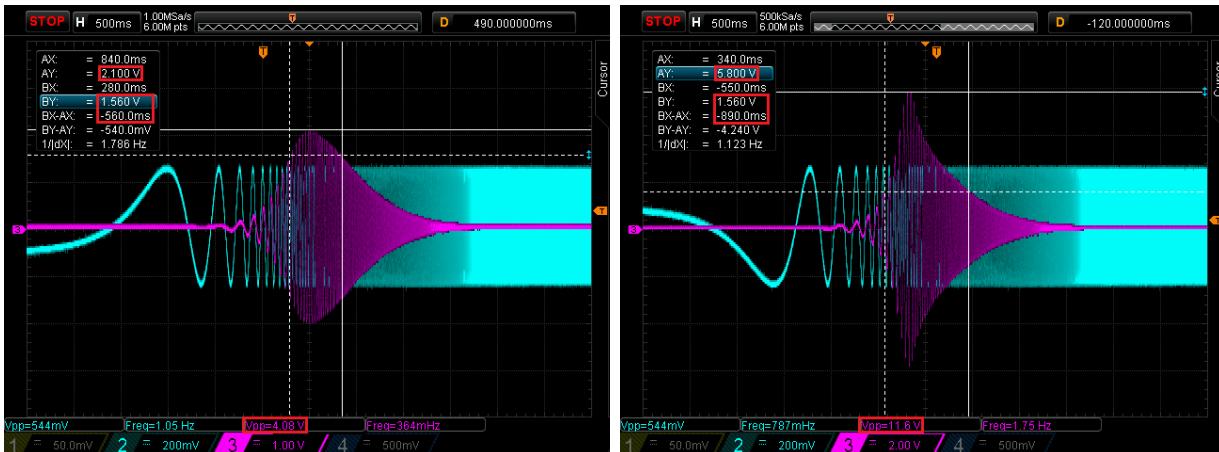


Abbildung 51: Messung Übertragungsfunktion Subwooferkanal mit $R_{19} = 27 \text{ k}\Omega$ (links) und $R_{19} = 100 \text{ k}\Omega$ (rechts)

4.7 Messung der Übertragungsfunktion mittels Analog Discovery 2

Damit die Übertragungsfunktionen wirklich sauber in einem Bodediagramm dargestellt werden, wurde ein Analog Discovery 2 von Digilent in Kombination mit deren Software WaveForms verwendet.

Die Verkabelung des Messaufbaus¹⁰ wird in Abbildung 52 anhand eines RC Tiefpassfilters 1. Ordnung gezeigt. Orange ist Input Channel 1 und blau Input Channel 2 des integrierten Oszilloskops. Gelb ist der Output Channel 1 des integrierten Funktionsgenerators. Schwarz und weiß sind die jeweiligen GND Anschlüsse.

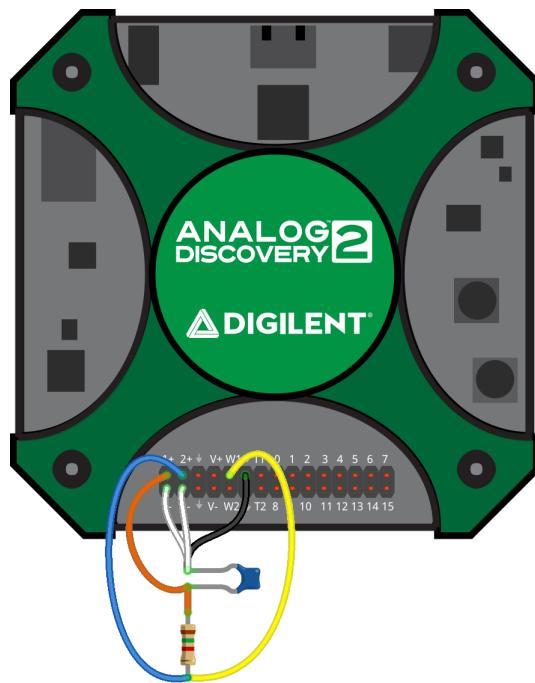


Abbildung 52: Verkabelung des Messaufbaus - Network Analyzer von Analog Discovery 2

¹⁰<https://digilent.com/reference/test-and-measurement/guides/waveforms-network-analyzer>

Dabei wurden folgende Bodediagramme 53 bis 55 ausgewertet.

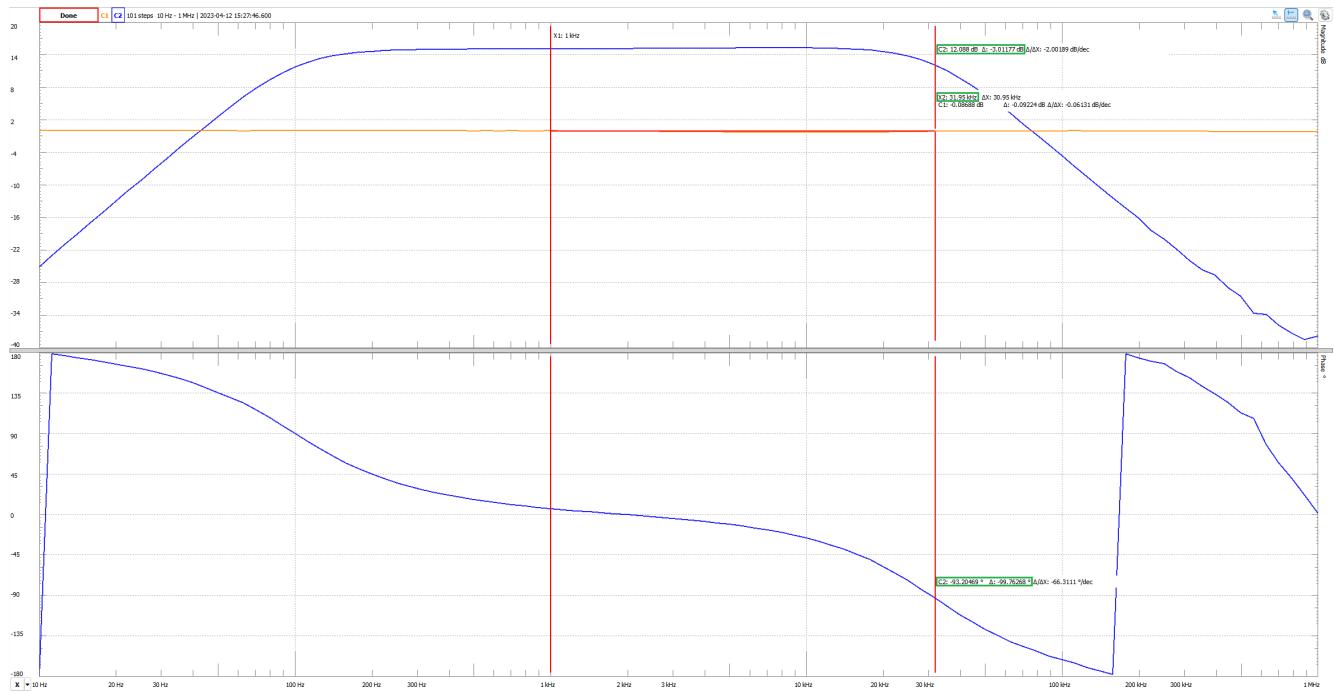


Abbildung 53: Übertragungsfunktion Breitbandkanal (links)

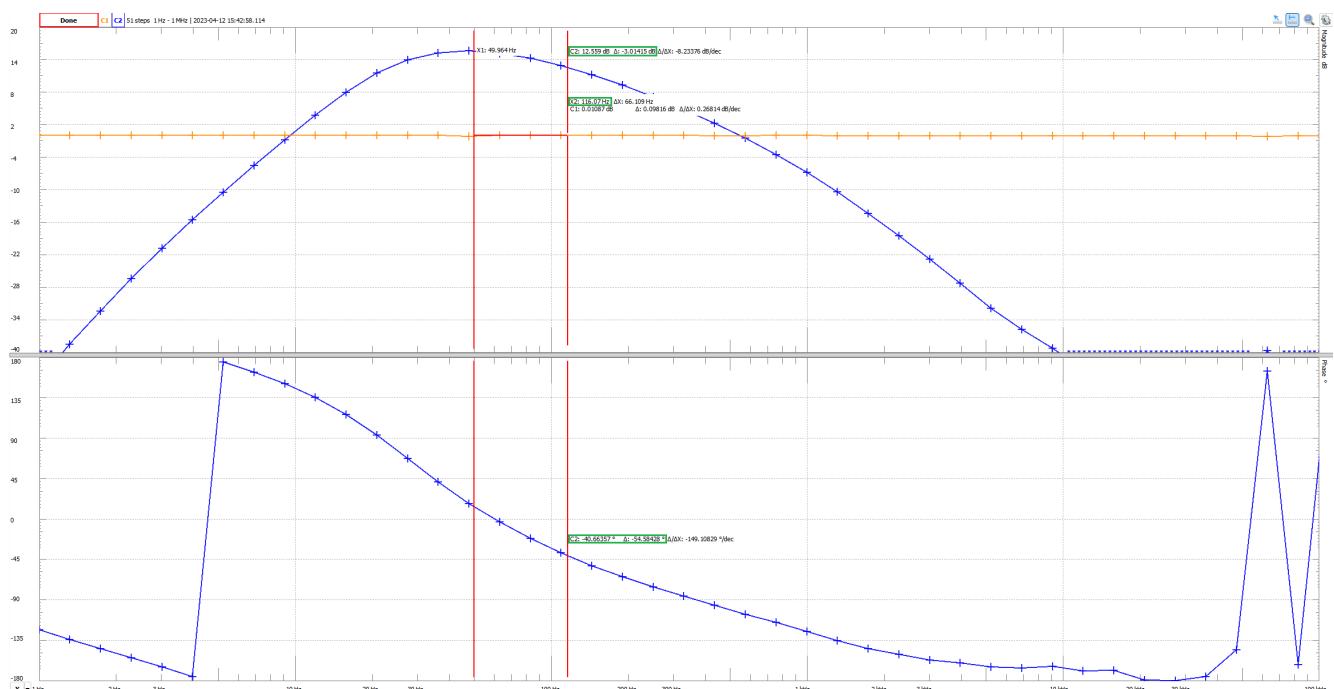


Abbildung 54: Übertragungsfunktion Subwooferkanal - $R_{19} = 0 \text{ k}\Omega$ (Butterworth)

In Abbildung 55 sieht man nun auch die Bassanhebung des Subwooferkanals in der dB Skala sehr gut.

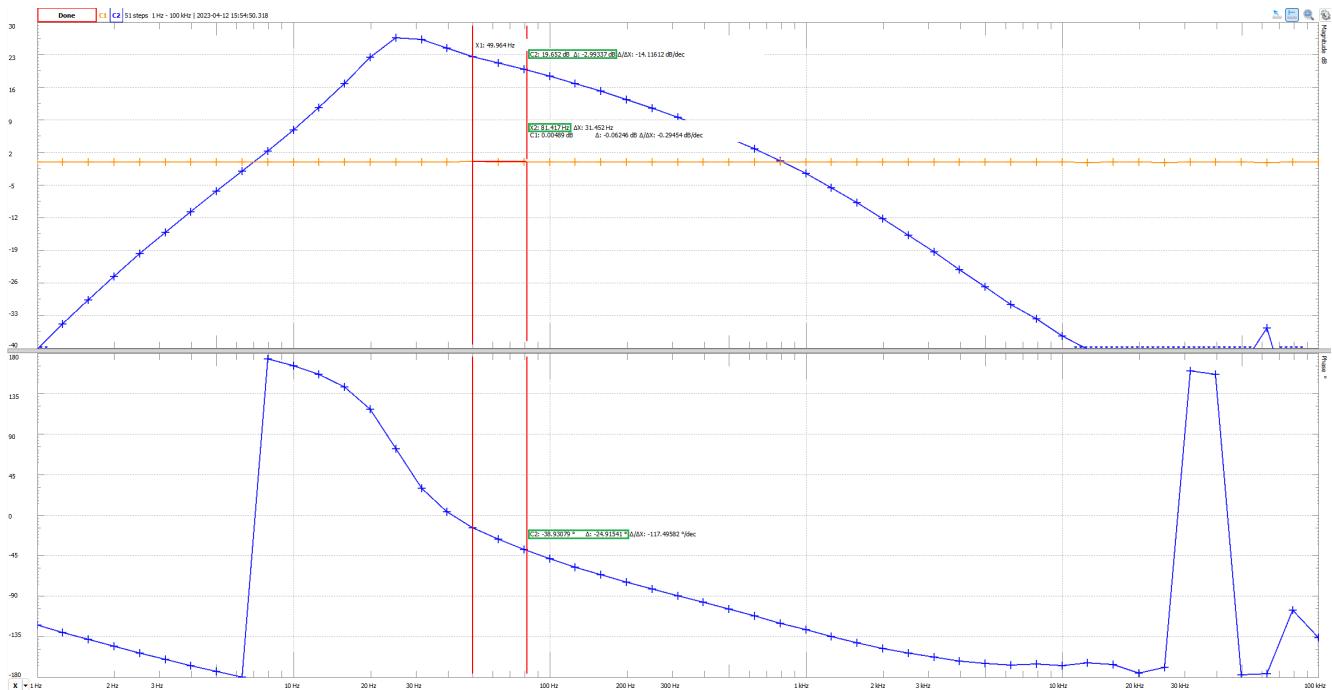


Abbildung 55: Übertragungsfunktion Subwooferkanal - 10 dB Überhöhung @ $R_{19} = 100 \text{ k}\Omega$

4.8 Messung des Spektrums / THD mittels Soundkarte

Abschließend wird das Spektrum des Ausgangssignals bei einem 1 kHz Eingangssinus mit der ESI U24XL Soundkarte und der Software ARTA bestimmt. Die Oberwellen verschwinden bereits im Rauschen, somit ist der THD nicht wirklich auswertbar. Dieser sollte aber aufgrund der verwendeten OPVs kleiner als 0,01 % sein.

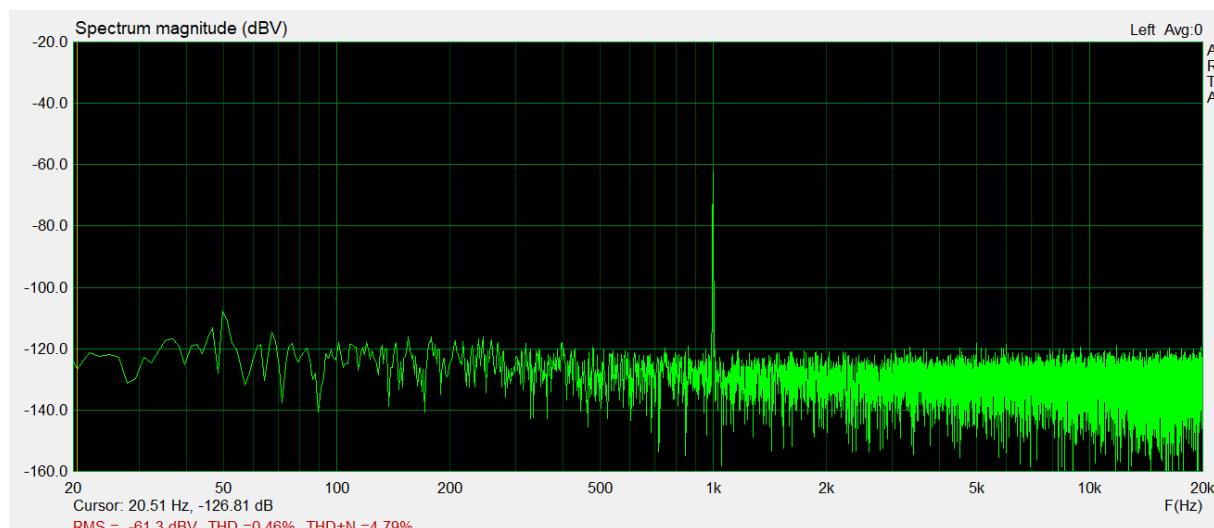


Abbildung 56: Messung Spektrum / THD des Breitbandkanals

A Berechnungsbeispiel 1 - Boctor Tiefpass Filter

Dimensionierung Boctor Tiefpassfilter 4. Ordnung

Simon Dorrer / k12005887

Gegebene Werte:

$$A_{0_1} := 1$$

$$A_{0_2} := 1$$

$$a_D := 1 \text{ dB}$$

$$a_s := 40 \text{ dB}$$

$$f_{pb} := 10000$$

$$n := 4$$

$$R := 10000$$

$$C := 1 \cdot 10^{-9}$$

Berechnung Polfrequenzen, Nullfrequenzen und Polgüte:

$$\varepsilon := \frac{1}{\sqrt{10^{0.1 \cdot a_s} - 1}} = 0.0100005 \quad \dots \text{Welligkeit im Sperrbereich}$$

$$s_P(k) := \frac{1}{-\sin\left(\frac{1+2 \cdot k}{2 \cdot n} \cdot \pi\right) \cdot \sinh\left(\frac{1}{n} \cdot \operatorname{asinh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) + 1i \cdot \cos\left(\frac{1+2 \cdot k}{2 \cdot n} \cdot \pi\right) \cdot \cosh\left(\frac{1}{n} \cdot \operatorname{asinh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right)}$$

$$s_Z(k) := \frac{1i}{\cos\left(\frac{1+2 \cdot k}{2 \cdot n} \cdot \pi\right)} \quad \dots \text{Nullfrequenzen}$$

$$Q_P(k) := \frac{-|s_P(k)|}{2 \cdot \operatorname{Re}(s_P(k))} \quad \dots \text{Polgüten}$$

$$s_P(0) = -0.171 - 0.476i \quad s_P(1) = -0.505 - 0.241i$$

$$s_P(2) = -0.505 + 0.241i \quad s_P(3) = -0.171 + 0.476i$$

$$s_Z(0) = 1.082i \quad s_Z(1) = 2.613i$$

$$s_Z(2) = -2.613i \quad s_Z(3) = -1.082i$$

$$Q_P(0) = 1.478 \quad Q_P(1) = 0.554$$

$$Q_P(2) = 0.554 \quad Q_P(3) = 1.478$$

$$\Omega_{P1} := |s_P(0)| = 0.506$$

$$\Omega_{P2} := |s_P(1)| = 0.559$$

$$\Omega_{Z1} := |s_Z(0)| = 1.082$$

$$\Omega_{Z2} := |s_Z(1)| = 2.613$$

$$Q_{P1} := Q_P(0) = 1.478$$

$$Q_{P2} := Q_P(1) = 0.554$$

Dimensionierung Boctor Tiefpassfilter 4. Ordnung

Simon Dorrer / k12005887

Wählbare Werte zuordnen:

$$C_{5_1} := C = 1 \cdot 10^{-9}$$

$$C_{5_2} := C = 1 \cdot 10^{-9}$$

$$R_{B_1} := R = 1 \cdot 10^4$$

$$R_{B_2} := R = 1 \cdot 10^4$$

$$k := \cosh \left(\frac{\operatorname{acosh} \left(\sqrt{\frac{10^{-0.1 \cdot a_D}}{1 - 10^{-0.1 \cdot a_D}}} \right)}{\varepsilon} \right) = 2.339$$

Entnormierte Pol-/ Nullstellenkreisfrequenzen bestimmen:

$$\omega_{P1} := 2 \cdot \pi \cdot f_{pb} \cdot \Omega_{P1} \cdot k = 74339.6$$

$$\omega_{P2} := 2 \cdot \pi \cdot f_{pb} \cdot \Omega_{P2} \cdot k = 82144.333$$

$$\omega_{Z1} := 2 \cdot \pi \cdot f_{pb} \cdot \Omega_{Z1} \cdot k = 159041.723$$

$$\omega_{Z2} := 2 \cdot \pi \cdot f_{pb} \cdot \Omega_{Z2} \cdot k = 383960.684$$

 C_1 berechnen:

$$C_{1_1min} := \frac{C_{5_1} \cdot A_{0_1}^2 \cdot (Q_{P1}^2 \cdot (\omega_{Z1}^2 - \omega_{P1}^2) + \omega_{P1}^2)^2}{\omega_{Z1}^4 \cdot Q_{P1}^2 \cdot (A_{0_1} - 1) + \omega_{Z1}^2 \cdot \omega_{P1}^2 \cdot Q_{P1}^2 \cdot A_{0_1} \cdot (A_{0_1} - 1) + \omega_{P1}^2 \cdot A_{0_1} \cdot (\omega_{Z1}^2 - A_{0_1} \cdot \omega_{P1}^2)} = 2.172 \cdot 10^{-8}$$

$$C_{1_2min} := \frac{C_{5_2} \cdot A_{0_2}^2 \cdot (Q_{P2}^2 \cdot (\omega_{Z2}^2 - \omega_{P2}^2) + \omega_{P2}^2)^2}{\omega_{Z2}^4 \cdot Q_{P2}^2 \cdot (A_{0_2} - 1) + \omega_{Z2}^2 \cdot \omega_{P2}^2 \cdot Q_{P2}^2 \cdot A_{0_2} \cdot (A_{0_2} - 1) + \omega_{P2}^2 \cdot A_{0_2} \cdot (\omega_{Z2}^2 - A_{0_2} \cdot \omega_{P2}^2)} = 2.626 \cdot 10^{-9}$$

$$C_{1_1} := 22 \cdot 10^{-9}$$

$$C_{1_2} := 2.7 \cdot 10^{-9}$$

 R_A berechnen:

$$R_{A_1} := \frac{R_{B_1} \cdot (\omega_{Z1}^2 - A_{0_1} \cdot \omega_{P1}^2)}{\omega_{P1}^2 \cdot A_{0_1}} = 35770.083 \quad R_{A_1} := 36 \cdot 10^3$$

$$R_{A_2} := \frac{R_{B_2} \cdot (\omega_{Z2}^2 - A_{0_1} \cdot \omega_{P2}^2)}{\omega_{P2}^2 \cdot A_{0_1}} = 208483.325 \quad R_{A_2} := 200 \cdot 10^3$$

Dimensionierung Boctor Tiefpassfilter 4. Ordnung

Simon Dorrer / k12005887

 R_3 berechnen:

$$R_{3_1} := \frac{C_{1_1} \cdot \omega_{Z1}^2 - \sqrt{C_{1_1}^2 \cdot \omega_{Z1}^4 - 4 \cdot C_{1_1} \cdot C_{5_1} \cdot A_{0_1}^2 \cdot \omega_{P1}^2 \cdot (\omega_{P1}^2 + Q_{P1}^2 \cdot \omega_{Z1}^2)}}{2 \cdot C_{1_1} \cdot C_{5_1} \cdot A_{0_1} \cdot Q_{P1} \cdot \omega_{P1}^3} = 1019.002$$

$$R_{3_2} := \frac{C_{1_2} \cdot \omega_{Z2}^2 - \sqrt{C_{1_2}^2 \cdot \omega_{Z2}^4 - 4 \cdot C_{1_2} \cdot C_{5_2} \cdot A_{0_2}^2 \cdot \omega_{P2}^2 \cdot (\omega_{P2}^2 + Q_{P2}^2 \cdot \omega_{Z2}^2)}}{2 \cdot C_{1_2} \cdot C_{5_2} \cdot A_{0_2} \cdot Q_{P2} \cdot \omega_{P2}^3} = 2887.827$$

$$R_{3_1} = 1 \cdot 10^3$$

$$R_{3_2} = 2.7 \cdot 10^3$$

 R_4 berechnen:

$$R_{4_1} := \frac{1}{C_{1_1} \cdot C_{5_1} \cdot R_{3_1} \cdot \omega_{P1}^2} = 8071.64$$

$$R_{4_1} := 8.2 \cdot 10^3$$

$$R_{4_2} := \frac{1}{C_{1_2} \cdot C_{5_2} \cdot R_{3_2} \cdot \omega_{P2}^2} = 19006.84$$

$$R_{4_2} := 18 \cdot 10^3$$

 R_2 berechnen:

$$R_{2_1} := \frac{-Q_{P1} \cdot R_{3_1}}{Q_{P1} + R_{3_1}^2 \cdot C_{1_1} \cdot C_{5_1} \cdot Q_{P1} \cdot \omega_{P1}^2 - R_{3_1} \cdot C_{1_1} \cdot \omega_{P1}} = 749432.005$$

$$R_{2_2} := \frac{-Q_{P2} \cdot R_{3_2}}{Q_{P2} + R_{3_2}^2 \cdot C_{1_2} \cdot C_{5_2} \cdot Q_{P2} \cdot \omega_{P2}^2 - R_{3_2} \cdot C_{1_2} \cdot \omega_{P2}} = 698494.457$$

$$R_{2_1} := 750 \cdot 10^3$$

$$R_{2_2} := 680 \cdot 10^3$$

 R_6 berechnen:

$$R_{6_1} := \frac{R_{B_1} \cdot Q_{P1}}{C_{5_1} \cdot \omega_{P1} \cdot (R_{3_1} \cdot R_{A_1} \cdot C_{1_1} \cdot Q_{P1} \cdot \omega_{P1} - R_{B_1})} = 2527.122$$

$$R_{6_2} := \frac{R_{B_2} \cdot Q_{P2}}{C_{5_2} \cdot \omega_{P2} \cdot (R_{3_2} \cdot R_{A_2} \cdot C_{1_2} \cdot Q_{P2} \cdot \omega_{P2} - R_{B_2})} = 1106.214$$

$$R_{6_1} := 2588 \cdot 10^3$$

$$R_{6_2} := 1 \cdot 10^3$$

B Berechnungsbeispiel 2 - Boctor Tiefpass Filter

Dimensionierung Boctor Tiefpassfilter 4. Ordnung

Simon Dorrer / k12005887

Stufe 1:

$$a_D := 1 \text{ dB} \quad a_s := 40 \text{ dB} \quad f_{pb} := 12000 \text{ Hz} \quad \omega_D := 2 \cdot \pi \cdot f_{pb}$$

$$\Omega_p := 1.2221 \quad \Omega_z := 10.5103 \quad Q_p := 0.5449$$

$$\omega_p := \Omega_p \cdot \omega_D = 92144.169 \text{ Hz} \quad R := 10000$$

$$C_5 := \frac{1}{3 \cdot R \cdot \omega_p \cdot Q_p} \rightarrow 0.66388686905818061823 \cdot 10^{-9} \quad C_5 := 680 \cdot 10^{-12}$$

$$C_1 := \frac{3 \cdot Q_p}{\omega_p \cdot R} \rightarrow 0.17740677622693270232 \cdot 10^{-8} \quad C_1 := 1.8 \cdot 10^{-9}$$

$$R_B := 1200 \quad A_{oo} := 10^{\frac{-a_s}{20}} = 0.01$$

$$\begin{bmatrix} R_A & A_1 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{\left(\frac{A_1}{A_{oo}} \right) - 2}{3} + 3 \cdot \frac{C_5}{C_1} \right) \\ \frac{A_1}{A_{oo}} \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} = 1.5487 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{solve}, R_A, A_1} [2438.1175497829532144 \quad 0.046952938744573830359]$$

$$K := \frac{A_1}{A_{oo}} = 4.695$$

$$R_6 := \frac{3 \cdot R}{K - 2} \rightarrow 11130.511698298428229 \quad R_6 := 11 \cdot 10^3$$

$$R_A := R_B \cdot \left(\frac{K - 2}{3} + 3 \cdot \frac{C_5}{C_1} \right) \rightarrow 2438.11754978295332 \quad R_A := 2.4 \cdot 10^3$$

$$A_{1dB} := 20 \cdot \log \left(K \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) = 3.891$$

Dimensionierung Boctor Tiefpassfilter 4. Ordnung

Simon Dorrer / k12005887

Stufe 2:

$$a_D := 1 \text{ dB} \quad a_s := 40 \text{ dB} \quad f_{pb} := 12000 \quad \omega_D := 2 \cdot \pi \cdot f_{pb}$$

$$\Omega_p := 1.1840 \quad \Omega_z := 4.3535 \quad Q_p := 1.3577$$

$$\omega_p := \Omega_p \cdot \omega_D = 89271.497 \text{ Hz} \quad R := 10000$$

$$C_5 := \frac{1}{3 \cdot R \cdot \omega_p \cdot Q_p} \rightarrow 0.2750186275777359142 \cdot 10^{-9} \quad C_5 := 270 \cdot 10^{-12}$$

$$C_1 := \frac{3 \cdot Q_p}{\omega_p \cdot R} \rightarrow 0.45625985269397452553 \cdot 10^{-8} \quad C_1 := 4.3 \cdot 10^{-9}$$

$$R_B := 1200 \quad A_{oo} := 10^{\frac{-a_s}{20}} = 0.01 \quad \text{clear}(R_A)$$

$$\begin{bmatrix} R_A & A_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{\left(\frac{A_2}{A_{oo}} \right) - 2}{3} + 3 \cdot \frac{C_5}{C_1} \right) \\ \frac{A_2}{A_{oo}} \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} = 1.7135 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{solve}, R_A, A_2} [259.88304304991910628 \quad 0.020845913285550303238]$$

$$K := \frac{A_2}{A_{oo}} = 2.085$$

$$R_6 := \frac{3 \cdot R}{K - 2} \rightarrow 354646.28009103407506 \quad R_6 := 360 \cdot 10^3$$

$$R_A := R_B \cdot \left(\frac{K - 2}{3} + 3 \cdot \frac{C_5}{C_1} \right) \rightarrow 259.88304304991913674 \quad R_A := 240$$

$$A_{2dB} := 20 \cdot \log \left(K \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) = 4.797$$

$$A_{0dB} := A_{1dB} + A_{2dB} = 8.688$$

C Berechnungsbeispiel - GIC Tiefpass Filter

Dimensionierung GIC Tiefpassfilter 4. Ordnung

Simon Dorrer / k12005887

Stufe 1:

$$a_D := 1 \text{ dB} \quad a_s := 40 \text{ dB} \quad f_{pb} := 10000 \quad \omega_D := 2 \cdot \pi \cdot f_{pb}$$

$$\Omega_p := 1.3074 \quad \Omega_z := 6.1109 \quad Q_p := 0.5540$$

$$\omega_p := \Omega_p \cdot \omega_D = 82146.365 \text{ Hz}$$

$$A_1 := 10^{\frac{15}{20}} = 5.623 \quad A_{oo} := 10^{\frac{-a_s}{20}} = 0.01$$

$$C_2 := 100 \cdot 10^{-12} \text{ F} \quad C_6 := 1 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$k_C := \frac{C_6}{C_2} \rightarrow 10 \quad k_5 := A_1 - 1 = 4.623 \quad k_1 := \frac{k_C}{k_5 \cdot Q_p^2} = 7.047$$

$$R := \frac{Q_p}{\omega_p \cdot k_C \cdot C_2} = 6744.06 \quad R := 6.8 \cdot 10^3$$

$$R_1 := k_1 \cdot R = 47921.088 \quad R_1 := 47 \cdot 10^3$$

$$R_5 := k_5 \cdot R = 31439.21 \quad R_5 := \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3 + 47 \cdot 10^3} = 31972.789$$

Dimensionierung GIC Tieppassfilter 4. Ordnung

Simon Dorrer / k12005887

Stufe 2:

$$a_D := 1 \text{ dB} \quad a_s := 40 \text{ dB} \quad f_{pb} := 10000 \quad \omega_D := 2 \cdot \pi \cdot f_{pb}$$

$$\Omega_p := 1.1832 \quad \Omega_z := 2.5312 \quad Q_p := 1.4780$$

$$\omega_p := \Omega_p \cdot \omega_D = 74342.649 \text{ Hz}$$

$$A_2 := 10^{\frac{15}{20}} = 5.623 \quad A_{oo} := 10^{\frac{-a_s}{20}} = 0.01$$

$$C_2 := 100 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$C_6 := 1 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$k_C := \frac{C_6}{C_2} \rightarrow 10$$

$$k_5 := A_2 - 1 = 4.623$$

$$k_1 := \frac{k_C}{k_5 \cdot Q_p^2} = 0.99$$

$$R := \frac{Q_p}{\omega_p \cdot k_C \cdot C_2} = 19880.917$$

$$R := 20 \cdot 10^3$$

$$R_1 := k_1 \cdot R = 19802.427$$

$$R_1 := 20 \cdot 10^3$$

$$R_5 := k_5 \cdot R = 92468.265$$

$$R_5 := 91 \cdot 10^3$$

Abbildungsverzeichnis

1	Sallen Key Tiefpassfilters Variante 1 - $R = R_1 = R_2$, $C = C_1 = C_2$ und $\alpha \neq 1$	3
2	Sallen Key Tiefpassfilters Variante 2 - $R_1 \neq R_2$, $C_1 \neq C_2$, $\alpha = 1$	5
3	Filter Wiz PRO Dimensionierungseingabe	7
4	Filtercharakteristik und deren Farbe	7
5	Übertragungsfunktion und Gruppenlaufzeit	7
6	Phasengang und Sprungantwort	8
7	Pol- und Nullstellen Diagramm	8
8	4. Ordnung Sallen-Key Tiefpass Filter mit Butterworth Charakteristik	9
9	4. Ordnung Sallen-Key Tiefpass Filter mit Tschebyscheff 1 dB Charakteristik	9
10	Schaltung SK-TP Butterworth Filter - 4. Ordnung, $A = 30$ dB, $f_{pb} = 10$ kHz, $f_{g_{6dB}} = 12$ kHz & $A_{pb} = 1$ dB	11
11	Schaltung SK-TP Tschebyscheff 1 dB Filter - 4. Ordnung, $A = 30$ dB, $f_{pb} = f_g = 10$ kHz & $A_{pb} = 1$ dB	11
12	Durchlassbereich des Butterworth SK-TP 4. Ordnung Filter - $f_{pb} = f_g = 10$ kHz	12
13	Durchlassbereich SK-TP 4. Ordnung Filter - $f_{pb} = 10$ kHz, $f_{g_{6dB}} = 12$ kHz	12
14	$A(s)$ SK-TP 4. Ordnung Filter - $f_{pb} = 10$ kHz, $f_{g_{6dB}} = 12$ kHz	13
15	Durchlassbereich des 1 dB Tschebyscheff SK-TP 4. Ordnung Filter - $f_{pb} = f_g = 10$ kHz	13
16	Vergleich Butterworth (grün) und 1 dB Tschebyscheff (blau) $A(s)$ für SK-TP 4. Ordnung Filter	14
17	Schaltung des Butterworth Sallen-Key Tiefpass Filters 2. Ordnung	15
18	Sallen-Key Tiefpass Filter 2. Ordnung bei Frequenzen über der Transitfrequenz	16
19	Schaltungsvarianten des Butterworth Sallen-Key Tiefpass Filters 3. Ordnung	17
20	Übertragungsfunktion mit 2. Ordnung (blau), 3. Ordnung mit RC-TP ($C_p = 10$ nF & $R_p = 16$ k Ω) am Eingang (grün), 3. Ordnung mit RC-TP ($C_p = 10$ nF & $R_p = 16$ k Ω) am Ausgang (cyan), 3. Ordnung mit RC-TP ($C_p = 1$ nF & $R_p = 160$ k Ω) am Eingang (rot)	19
21	Schaltung des Butterworth Sallen-Key Tiefpass Filters - 5. Ordnung, $A = 30$ dB, $f_{pb} = 10$ kHz, $f_{g_{6dB}} = 12$ kHz & $A_{pb} = 1$ dB	20
22	Durchlassbereich des Butterworth Sallen-Key Tiefpassfilters 4. (grün) und 5. Ordnung (blau)	20
23	Vergleich der Übertragungsfunktionen mit 4. (grün) und 5. Ordnung (blau)	21

24	Mehrfachgegenkopplung Tiefpassfilter 2. Ordnung	22
25	4. Ordnung Mehrfachgegenkopplung Tiefpass Filter mit Butterworth Charakteristik	24
26	Schaltung MFGK-TP Butterworth Filter - 4. Ordnung, $A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$, $f_{g_{6dB}} = 12 \text{ kHz}$ & $A_{pb} = 1 \text{ dB}$	25
27	Vergleich von $A(s)$ des Butterworth SK-TP Filter 4. Ordnung (grün), SK-TP Filter 5. Ordnung (blau) und MFGK-TP Filter 4. Ordnung (rot)	26
28	Schaltung eines Boctor Tiefpassfilter 2. Ordnung	28
29	Schaltung eines GIC Tiefpassfilter 2. Ordnung (links) und erweiterte GIC-Struktur (rechts)	29
30	4. Ordnung Boctor Tiefpass Filter mit Inverse Tschebyscheff Charakteristik	31
31	4. Ordnung AM Tiefpass Filter mit Inverse Tschebyscheff Charakteristik	31
32	4. Ordnung SAB Tiefpass Filter mit Inverse Tschebyscheff Charakteristik	31
33	SAB Tiefpassfilter (Filter Wiz) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff	36
34	AM Tiefpassfilter (Filter Wiz) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff	36
35	Boctor Tiefpassfilter (Filter Wiz) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff	37
36	Boctor Tiefpassfilter (Dimensionierung 1 - 4.8) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff	37
37	Boctor Tiefpassfilter (Dimensionierung 2 - 4.8) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff	37
38	GIC Tiefpassfilter (Dimensionierung GIC - 4.8) - 4. Ordnung, inverse Tschebyscheff	38
39	$A(s)$ von Boctor1 (grün), Boctor Wiz (blau) und Boctor2 (rot) Inverse Tschebyscheff Tiefpassfilter - 4. Ordnung, $A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$	39
40	$A(s)$ von SAB (blau), Boctor (cyan), GIC (rot) und AM (grün) Inverse Tschebys- cheff Tiefpassfilter - 4. Ordnung, $A = 30 \text{ dB}$, $f_{pb} = 10 \text{ kHz}$	40
41	Prinzip von gebrückten Verstärkern	41
42	2D Ansicht (oben) der Aktivfilter Platine	43
43	2D Ansicht (unten) der Aktivfilter Platine	43
44	Händisch bestückte Aktivfilter Platine (oben)	44
45	Händisch bestückte Aktivfilter Platine (unten)	44
46	Breitbandkanal bei $f = 1 \text{ kHz}$ - Eingang (cyan) und Ausgang (magenta)	45
47	Breitbandkanal $f_{gu} = 100 \text{ Hz}$ (links) und $f_{go} = 30 \text{ kHz}$ (rechts)	45
48	Subwooferkanal bei $f = 100 \text{ Hz}$ - Eingang (cyan), Ausgang (magenta) und inver- tierter Ausgang (blau)	46
49	Subwooferkanal $f_{gu} = 23 \text{ Hz}$ (links) und $f_{go} = 120 \text{ Hz}$ (rechts)	46

50	Messung Übertragungsfunktion Breitbandkanal (links) und Subwooferkanal (rechts)	47
51	Messung Übertragungsfunktion Subwooferkanal mit $R_{19} = 27 \text{ k}\Omega$ (links) und $R_{19} = 100 \text{ k}\Omega$ (rechts)	48
52	Verkabelung des Messaufbaus - Network Analyzer von Analog Discovery 2	48
53	Übertragungsfunktion Breitbandkanal (links)	49
54	Übertragungsfunktion Subwooferkanal - $R_{19} = 0 \text{ k}\Omega$ (Butterworth)	49
55	Übertragungsfunktion Subwooferkanal - 10 dB Überhöhung @ $R_{19} = 100 \text{ k}\Omega$	50
56	Messung Spektrum / THD des Breitbandkanals	50

Tabellenverzeichnis

1	Filter Charakteristiken in Abhangigkeit von α	3
2	Filter Koeffizienten fur Butterworth Charakteristik	9
3	Filter Koeffizienten fur Tschebyscheff Charakteristik mit 1 dB Welligkeit	10
4	Pol- und Nullstellendaten des inverse Tschebyscheff Tiefpasses mit $n = 2\ldots 4$ und Durchlassdampfung $a_D = A_{pb} = 1$ dB	27

Literatur

- [1] C. S. Ulrich Tietze, *Halbleiter-Schaltungstechnik*. Springer, 1999.
- [2] L. v. Wangenheim, *Aktive Filter und Oszillatoren*. Springer, 2007.
- [3] Inverse tschebyscheff tiefpassfilter nach boctor. [Online]. Available: <http://www.krucker.ch/DiverseDok/Tschebyscheff%20Invers%202021-12.2002.pdf>