

Gaußscher Strahlenoptik (H3)

Simin Hosseinzadeh
Betreuer: Dr. Robert Garthoff

29.Juli.2020
Physik Fakultät-LMU

Contents

1	Theorie	2
2	Experiment	4
2.1	Zum Aufwärmen	4
2.2	Single- und Multimode-Glasfasern	5
2.3	Vermessen der Strahltaile	6
2.4	Optische Resonator	7
3	Schlusswort	12

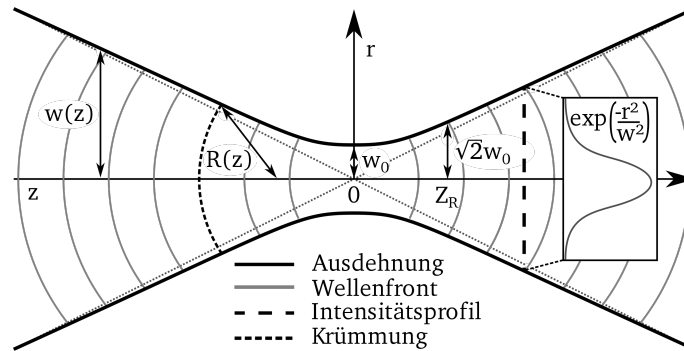


Figure 1: Gauß-Strahl

1 Theorie

Eine Photodiode ist eine Halbleiter-Diode, die das Licht durch den inneren Photoeffekt in einen elektrischen Strom umwandelt. Viele Photodioden erzeugen sogar in Abwesenheit vom Licht, einen geringen Strom (dark current) wegen ihrer internalen Photoelektrischen Effekte. Damit wir die Lichtleistung, die auf der Diode auftritt mit einem Voltmeter messen können, muss die R_M sehr viel kleiner als der Widerstand von dem Voltmeter sein.

Warum ist Gauß-Strahl interessant?

Einerseits haben sie die einfache Methoden der Strahlenoptik, andererseits erlauben die Phasenbetrachtungen wie in der Wellenoptik.

Im Querschnitt zeigt der Gaußstrahl ein Profil gemäß einer Gauß-kurve mit einer längs der Ausbreitungsachse variierenden Breite. Der Strahl verjüngt sich näherungsweise linear bis zum Erreichen der schmalsten Stelle, die als Fokus oder Taille bezeichnet wird, und wächst danach ebenso wieder an. Längs der Ausbreitungsachse zeigt die räumliche Intensität des Strahls ein Lorentzprofil, das Maximum liegt an der Stelle der Taille. Das elektromagnetische Feld des Gauß-Strahls ergibt sich aus den Maxwell-Gleichungen für konstante Frequenz ω , also aus der Helmholtz-Gleichung, nach paraxialer Näherung. Bei gegebener Ausbreitungsrichtung und Wellenlänge ist der Gauß-Strahl vollständig durch die Angabe des Orts und des Strahldurchmessers der Taille bestimmt. (Siehe Figure 1)

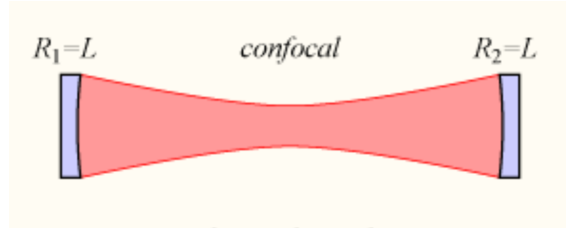


Figure 2: Konfokale Resonator

Der Gauß-Strahl ist ein Konzept der paraxialen Optik zur Beschreibung der Lichtausbreitung, in dem sich Methoden der Strahlen- und der Wellenoptik verbinden.

Der Lösungsweg der paraxialen Maxwell-Gleichungen ist relativ komplex und geht über den Rahmen dieser Behandlung hinaus. Wir benutzen folgenden Formeln in unserem Versuch:

$$z_R = \frac{\pi w_0^2 n}{\lambda}$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}$$

$$R(z) = z \left(1 + \frac{z_R^2}{z^2} \right)$$

$$\eta(z) = \arctan \left(\frac{z}{z_R} \right)$$

Ein optischer Resonator ist eine Anordnung von Spiegeln, die dazu dient, Licht möglichst oft zu reflektieren. Einer der wichtigsten Aspekte eines Resonators ist die Frage nach seiner optischen Stabilität. In einer stabilen Konfiguration wird ein Strahl auch nach vielen Umläufen den Resonator nicht verlassen. Mit den Stabilitätsparametern $g_i = 1 - \frac{d}{R_i}$. Abhängig vom Spiegelabstand d und den Krümmungsradien R_i , läßt sich das Stabilitätskriterium $0 < g_1 g_2 < 1$ herleiten.

Konfokaler Resonator ist ein Typ von Resonatoren: beide Spiegel sphärisch und jeweils im Fokus des anderen; Radien jeweils gleich der Resonatorlänge ($R = d$).

Der freie Spektralbereich, ist ein Begriff aus der Optik und Lasertechnik, der optische Geräte wie Resonatoren oder Fabry-Pérot-Interferometer charakterisiert. Für einen Hohlraumresonator ist der freie Spektralbereich gegeben durch den Frequenzabstand der axialen Resonatormoden.

$$\Delta\omega_{\text{FWHM}} = \Delta\omega_{\text{FSR}} \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} =: \frac{\Delta\omega_{\text{FSR}}}{F}$$

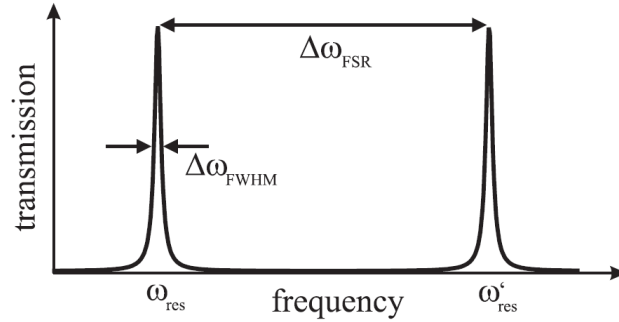


Figure 3: Spektrum eines eindimensionalen optischen Resonators

2 Experiment

2.1 Zum Aufwärmen

In diesem Teilversuch haben wir mit Hilfe zwei Photodioden ($R_1 = 10k\Omega$ und $R_2 = 100k\Omega$), den Einfluss von Umgebungslicht auf unseren Versuch betrachtet. Zu erst haben wir das Licht ausgemacht und die Spannung von jeden einzelnen Photodioden mit einem Multimeter gemessen. Das gleiche haben wir dann mit dem Umgebungslicht wiederholt.

Mit Licht:

Für $R_1 = 10k\Omega$: $U = 19,1mV$

Für $R_2 = 100k\Omega$: $U = 130mV$

Ohne Licht:

Für $R_1 = 10k\Omega$: $U = 12,8mV$

Für $R_2 = 100k\Omega$: $U = 99,3mV$

Zusammenhang zwieschen dem Strom und dem einfallenden Lichtleistung mit Wirkungsgrad von $\eta_Q = 75\%$:

$$\eta_Q = \frac{P_{diode}}{P_{Laser}} \text{ und } P = RI^2 \Rightarrow P_{Laser} = \frac{1}{\eta_Q} RI^2 = \frac{1}{\eta_Q} \frac{U^2}{R}$$

Wir wollen jetzt die Lichtleistung, die aufgrund des Raumlichtes auf die Photodiode trifft, berechnen. Nach obigen Angaben:

Für $R_1 = 10k\Omega$: $P_{mit} = 48,64 nW$ und $P_{ohne} = 21,84 nW \Rightarrow P_{mit} - P_{ohne} = 26,8 nW$

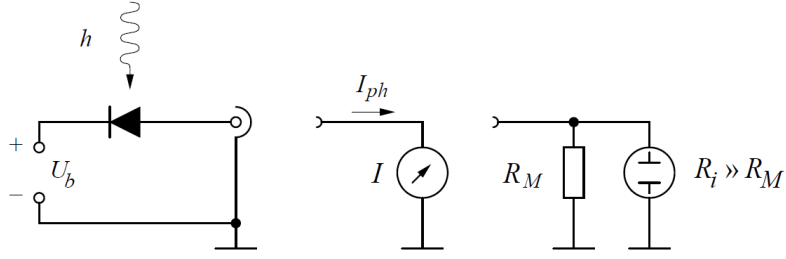


Figure 4: Beschaltung einer Photodiode

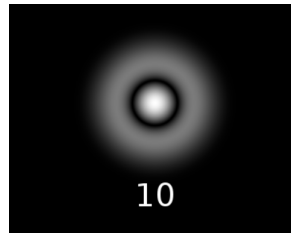


Figure 5: TEM_{10} Mode

2.2 Single- und Multimode-Glasfasern

In diesem Teilversuch wollen wir Anhand einen Umlenkspiegel und eine Linse (mit $f = 50 \text{ mm}$), das Laserlicht auf einen Glasfaser fokussieren. Zuerst haben wir optische Komponente aufgebaut und das Laserlicht grob auf dem Glasfaser-kern fokussiert. Dann halten wir das Faserende in der Nähe einem Papier um das Lichtfleck zu beobachten. Da das Lichtfleck sehr schwach zu beobachten ist, müssen wir durch verstellen von Umlenkspiegel (Horizontal und Vertikal) und Faserkoppler (Horizontal und Vertikal), das Intensität möglicherweise maximieren. Wir haben zuerst diese Experiment mit Glasfaser ($\lambda = 1270 \text{ nm}$) durchgeführt. Durch weitere Verstellungen konnten wir eine weitere TEM Mode beobachten; nämlich TEM_{10} Mode. (Siehe Figure 5)

Als nächstes haben wir das Faserende in einen Spiegelhalter eingebaut und das Laserlicht durch eine weitere Linse auf die Photodiode ($10 \text{ k}\Omega$) fokussiert. Jetzt wollen wir mithilfe der Photodiode den Bruchteil der Lichtleistung vor und nach dem Glasfaser berechnen.

$$U_{in} = 0,99 \text{ V} \text{ und } U_{out} = 0,23 \text{ V} \Rightarrow \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{U_{out}^2}{U_{in}^2} = 0,0540$$

Das selbe wiederholen wir mit dem anderen Glasfaser ($\lambda = 620 \text{ nm}$). Hier konnten wir nur das TEM_{00} Mode beobachten.

$$U_{in} = 0,99 \text{ V} \text{ und } U_{out} = 0,13 \text{ V} \Rightarrow \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{U_{out}^2}{U_{in}^2} = 0,0172$$

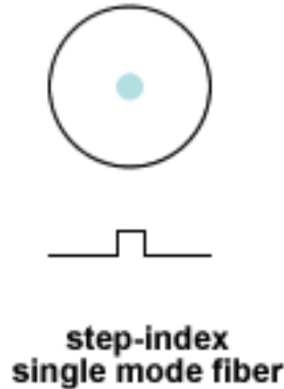


Figure 6

2.3 Vermessen der Strahltaile

Der ideale Gauß-Strahl befindet sich in der so genannten TEM_{00} Mode. Wir wissen, dass eine Single-Mode-Glasfaser (Stufen-index) nur den TEM_{00} erzeugen kann (Siehe Figure 6).

In diesem Teilversuch bestimmen wir das Transversale Strahlprofil. Dafür benutzen wir eine Rasierklinge auf einem mikrometer Verschiebetisch und schneiden damit das Licht ab. Im ersten Schritt bauen wir die Rasierklinge in der 7 cm Entfernung von Faserende. Wir verschieben die Rasierklinge schritt für schritt und messen wir jedes mal dabei die Spannung und Position von der Klinge. Wir plotten unsere Daten mit PYTHON (Siehe Figure 7).

Für eine Gaußförmige Verteilung $N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ haben wir:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x N(x') dx' = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)]$$

Wir versuchen unsere Diagramm mit $a \operatorname{erf}(b(x-d) + c)$ anzupassen (d.h wir versuchen mit PYTHON die Parametern a,b,c und d zu finden), und danach können wir $\omega(z)$ wie folgt berechnen:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{P(x)}{I_0} = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{erf}\left(\frac{-x+x_0}{\sqrt{2\omega/2}}\right)] \Rightarrow \frac{-\omega}{2} \sqrt{2} = \frac{1}{b} \text{ mit } b = 1.41315294 \Rightarrow \omega = 1,0007$$

Als nächstes stellen wir eine Linse ($f = 100\text{ mm}$) in den Strahl. Damit wir den Einfluss von Linsenfehler möglichst geringer machen, müssen wir das Laserlicht direkt auf dem Optischeachse der Linse Orientieren. Mit einem Papier finden wir grob die Position von

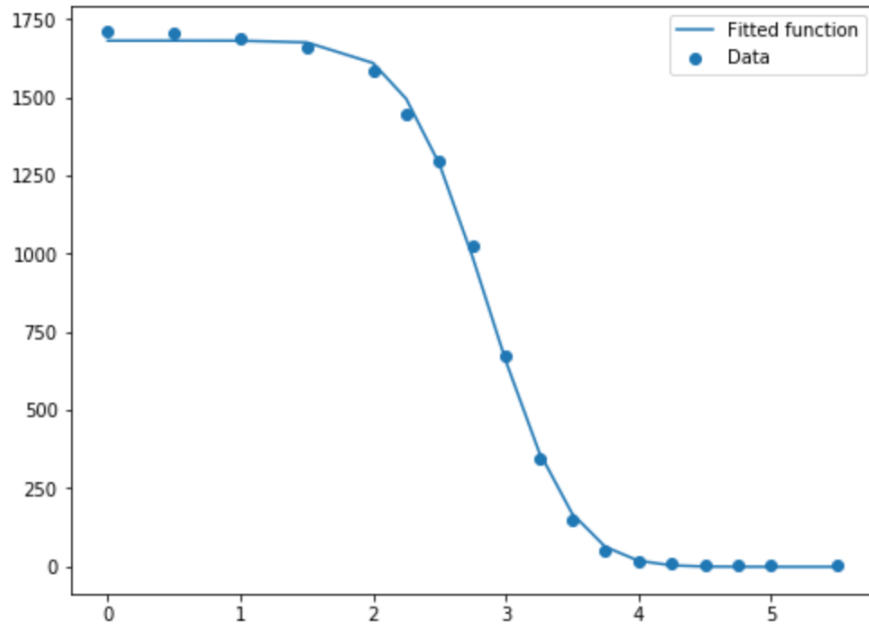


Figure 7: (P,x) Diagramm im 7 cm Abstand

dem Fokus und danach stellen wir die Rasierklinge auf drei verschiedene Positionen; vor dem Fokus, in der Nähe vom Fokus und nach dem Fokus. Hier gehen wir genau wie letzte Abschnitt vor und plotten unsere Daten. (Siehe Figure 8, 9 und 10)

Somit sind die Strahlparametern $\omega_1(z_1) = 0,3602$, $\omega_2(z_2) = 0,1745$ und $\omega_3(z_3) = 1,0235$.

Wir Plotten unsere Daten und mit eine Fit-Diagramm finden wir ω_0 wie folgt:

$$\omega(z) = \left[a^2 + \frac{4,06 \cdot 10^{-8}}{a^2} z^2 \right]^{1/2} \Rightarrow \omega_0 = 0,512 \text{ mm}$$

Dann können wir damit die Rayleigh-Länge berechnen:

$$Z_R = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} = 1,3 \text{ m}$$

Diese Ergebniss für Z_R ist offensichtlich sehr größer als es sein sollte. Das liegt wahrscheinlich daran, dass wir unsere Messungen nur an drei Positionen durchgeführt haben und diese Messdaten waren sehr grob geschätzt.

2.4 Optische Resonator

In diesem Teilversuch bauen wir einen optischen Resonator. Dazu wählen wir zwei identische Spiegeln mit den Krümmungsradien $R_c = 100 \text{ mm}$ und einen Spiegelabstand von $d = 90$

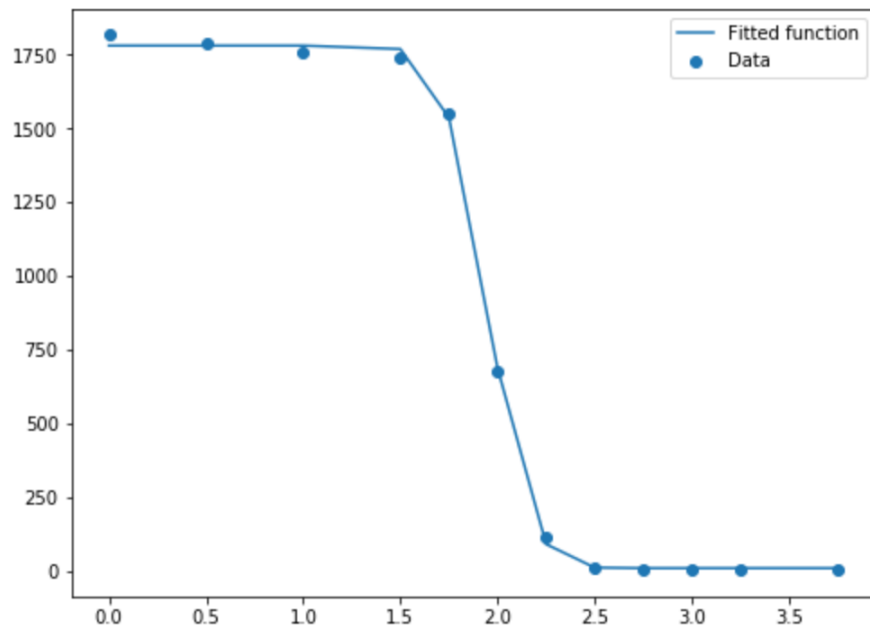


Figure 8: (P,x) Diagramm im 5 cm Abstand von der Linse

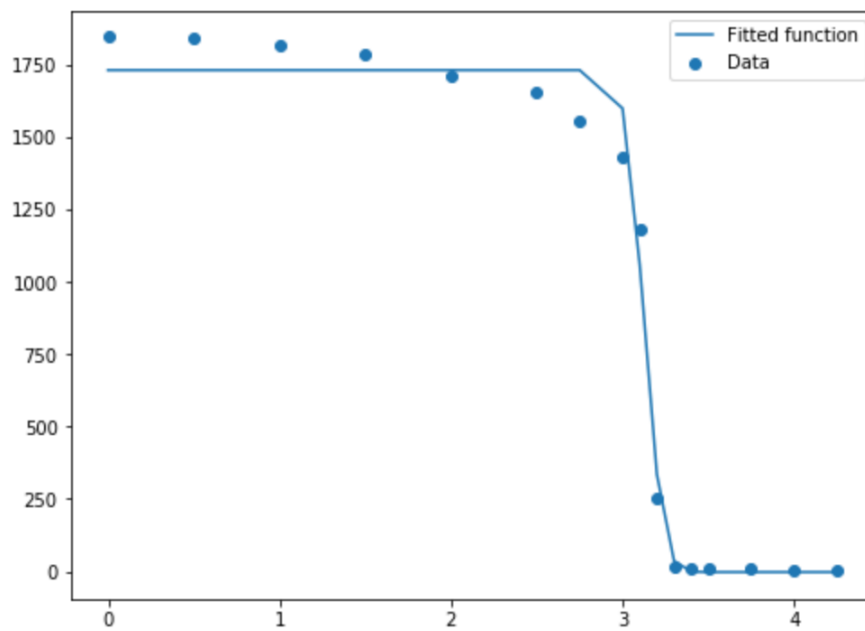


Figure 9: (P,x) Diagramm im 7,5 cm Abstand von der Linse

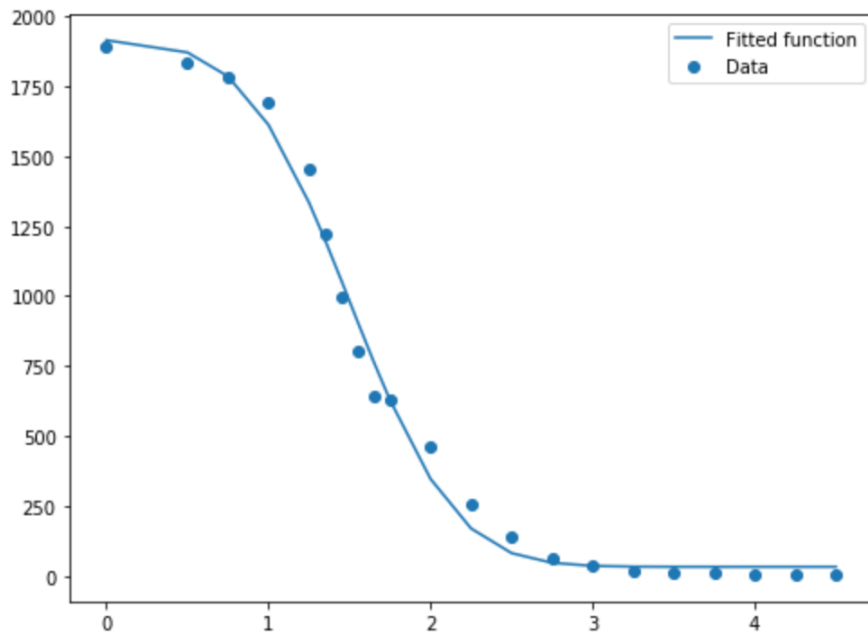


Figure 10: (P,x) Diagramm im 20 cm Abstand von der Linse

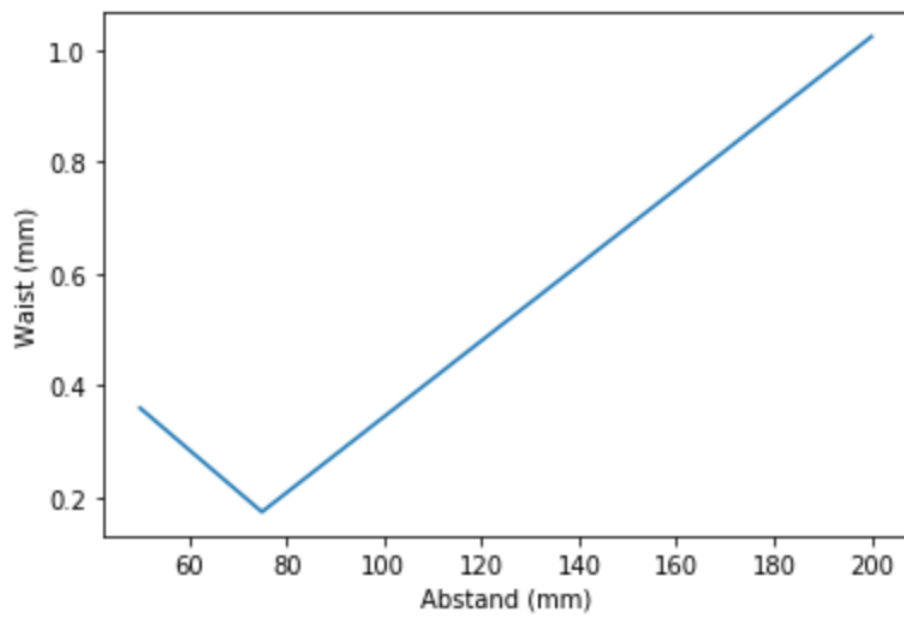


Figure 11: (ω ,z) Diagramm

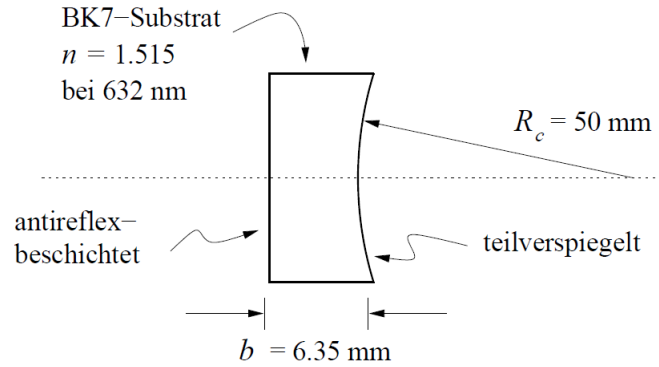


Figure 12: Geometrie der Spiegel für den Resonator

mm. Wir bestimmen zuerst die Reflektivität R und Finesse F von der Spiegeln. Dazu messen wir die Transmission der Spiegel mit Hilfe von der Photodiode an zwei verschiedene Positionen; nämlich vor und nach dem Spiegel.

$$T = \frac{U_1^2}{U_0^2} = \frac{12,5^2}{109^2} = 0,013 \Rightarrow R = 1 - T = 0,987$$

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = 240$$

Diese Resonator ist ein stabile Resonator weil:

$$g_1 = g_2 = 1 - \frac{d}{R} = 1 - \frac{90}{100} = 0,1 \Rightarrow 0 < g_1 g_2 = 0,01 < 1$$

Man muss die Spiegel sehr fein auf der Optischeachse justieren. Nach dem zweiten Spiegel sieht man deutlich einen ringförmige Muster auf einem Papier. Dies liegt daran, dass die Modenbedingung nicht erfüllt ist. Aus diesem Grund ergeben sich verschiedenen Teilstrahlen mit verschiedenen Größen. Diese interferieren nach dem Resonator mit einander, da sie aus der gleichen kohärenten Lichtquelle entstanden und die Strahlen Rotationsymmetrisch sind, ergeben sich einen Ringenmuster.

Lösung der Aufgabe:

Diese Resonator besteht aus Zerstreuungslinsen, daher können wir nur Z_R außerhalb des Resonators erwarten. Jetzt bestimmen wir die geometrisch-optischen Eigenschaften der Resonatorspiegel (Siehe Figure 12):

$$D = \begin{bmatrix} 1 - \frac{d}{R_1} \frac{n_L - n}{n_L} & \frac{dn}{n_L} \\ (n_L - n) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} - \frac{d}{R_1 R_2} \frac{n_L - n}{n_L} \right) & 1 + \frac{d}{R_2} \frac{n_L - n}{n_L} \end{bmatrix}$$

d ist die Dicke der Linse, n_L ist der Brechungsindex der Linse, n ist der Brechungsindex von der Umgebung, R_1 und R_2 sind die Krümmungsradien.

$$\Rightarrow D = \begin{bmatrix} 1,022 & 4,2 \\ 5,15 \cdot 10^{-3} & 1 \end{bmatrix}$$

Damit wir der Resonatorlänge auf die Frequenz von HeNe Laser sehr fein abstimmen können, benutzen wir drei Piezoelektrische Stellelemente. Anhand der T-Stück für die BNC-Kabel schließen wir die drei Piezoelemente parallel. Dann verbinden wir sie mit dem Funktionsgenerator. Das wird ebenfalls mit dem Oszilloskop verbunden. Um den Verlauf einer halben Periode beobachten zu können, stellen wir den Funktionsgenerator so ein, dass es eine Dreiecksspannung mit Frequenz von einigen 10 Hz und einer Amplitude von +5 bis +15 Volt ausgibt. Wir verbinden auch die Photodiode mit dem zweiten Kanal von Oszilloskop.

Wir versuchen den Resonatorspiegel so justieren, dass der Signal auf dem Photodiode eine deutliches Maximum zeigt.

Für einen Resonator mit Planspiegel und monochromatische Lichtwelle ist die Transmissionsfunktion wie folgt:

$$I = \frac{I_0}{1 + \left(\frac{2F}{\pi}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)}$$

Das Auftreten von mehr als einem Transmissionsmaximum erklärt sich dadurch, dass die Moden höherer Ordnung wegen der Gouy-Phase $(m+n+1)\eta(z)$ verschiedene Umlaufphasen $\phi_{m,n}$ und dadurch verschiedene Resonanzfrequenzen haben.

Wir vergrößern den Abstand von beiden Linsen um 10 mm (d.h $d = 100 \text{ mm} = R_1 = R_2$), was eine mühesame und feine Arbeit ist. Weil $d = R$, unsere Anordnung bezeichnet einen konfokale Resonator.

Wir stellen den Spiegel so ein, dass mehrfachen Reflexionen der Spiegel übereinander kommen. Danach betrachten wir das Transmission-Frequenz Spektrum auf dem Oszilloskop (Siehe Figure 13). Wie es auch im Figure 13 zu sehen ist, es gibt nur zwei beinahe identische Transmissionmaxima in einer Periode. Der Grund liegt daran, dass wir einen Konfokale Resonator haben und bei so einem Resonator haben wir nur TEM_{00} .

Jetzt wollen wir freie Spektralbereich und Finesse berechnen:

$$F = \frac{\Delta\omega_{FSR}}{\Delta\omega_{FWHM}} = \frac{25,80}{2,2} = 11,72$$

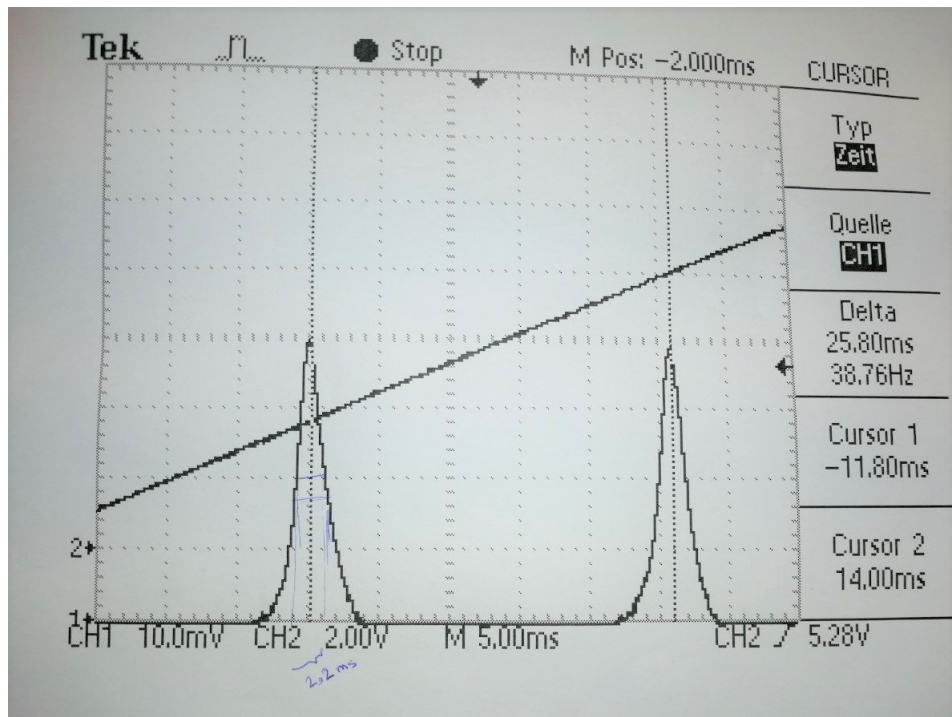


Figure 13: Transmission-Frequenz Spektrum

3 Schlusswort

In diesem Versuch haben wir das Verhalten von Lichtstrahlen untersucht. Wir haben das Intensitätsprofil von der Gaußschen Lichtstrahlen vermessen und die Einflüsse von optischen Elementen untersucht. Danach haben wir einen optischen Resonator aufgebaut und einige Beobachtungen durchgeführt. Wir haben die Aufgaben und Fragen von der Versuchsanleitung beantwortet. Durch Beobachtungen während des Versuchs und Bearbeitung und Analyse unserer Daten, sind wir darauf gekommen, dass diese Strahlen reine Wellenphänomene sind.