

# 正規圧密粘土の降伏曲線および弾塑性パラメータの決定

三隅浩二\*

降伏曲線の形を未知とした弾塑性構成式を土のせん断挙動にあてはめて、降伏曲線、弾塑性パラメータおよび  $K_0$  を決定する新しい方法を提案する。手法の簡単化と三軸供試体における端面拘束の影響の軽減のため、降伏曲線は平均主応力一定部分排水試験の体積ひずみデータより決定する。 $K_0$  は降伏曲線の形と弾塑性パラメータに依存して決定される。練返して再圧密した藤の森粘土に適用して手法の有効性を確かめた。

**Keywords :** yield curve, elasto-plastic parameters, coefficient of earth pressure at rest

## 1. はじめに

軟弱地盤の変形挙動を弾塑性理論で解析するとき、弾塑性構成式における降伏曲線の形を実験から正しく決定することは、弾塑性パラメータの決定と同レベルに重要な問題である。たとえ弾塑性パラメータが正確に求められていても、カムクレイモデルとモディファイドカムクレイモデルの比較からもわかるように、降伏曲線の形の違いにより塑性ひずみの発生の方が大きく異なる。そこで、本研究では降伏曲線の形を未知とした一般的な増分形構成式を三軸試験によって得られる土の挙動にあてはめることにより、降伏曲線の形を理論的に決定する方法を提案している。また、降伏曲線の形と弾塑性パラメータに依存して  $K_0$  が得られることを示す。

そもそも、オリジナルカムクレイモデル<sup>1)</sup>の弾塑性パラメータの決定は、非排水三軸試験による  $M$  の決定と、標準圧密試験による  $\lambda, k$  の決定に分けられるが、この方法は、①使用する降伏曲線の形が予め決まっている、②弾性せん断ひずみの発生の可能性を無視しているの2つの前提条件を含んでいる。すなわち、求めるパラメータの数が少なくて便利なのだが、理論的制約が強すぎて、弾塑性解析の中でさらに精度の高い解析を行おうとするためのアプローチになっていない。

土質力学の分野では、物理的特性値より力学的な土質パラメータを実験公式を用いて推定する従来からのアプローチがある。これは物理試験が力学試験よりもはるかに簡単に実施できるからであるが、太田・飯塚 (1987)<sup>2)</sup>は優秀な実験公式と理論公式を数多く収集して結合させ、関口・太田モデル (弾粘塑性モデル)<sup>3)</sup>の6つのパラメータを塑性指数  $PI$  より簡単に決定する方法を提案している。三軸試験を行わなくてもある程度の精度です

べてのパラメータを求めることができるところにこの方法の特長がある。

ところで近年、三軸試験データの質の向上に伴い、三軸試験データのみを用いて土質パラメータを求めるアプローチが試みられている。柴田・佐藤ら (1984)<sup>4)</sup>は既存の構成式を土の応力ひずみ曲線にあてはめて弾塑性パラメータを逆算する方法を提案している。この研究より、土にフィットしない降伏曲線をはじめから仮定として与えてしまえば、物理的に、常識的にとりえない弾塑性パラメータ値が逆解析結果として戻って来てしまうことが判明している。すなわち、降伏曲線を先験的に決めてかかるこの手の方法は土にとって理論的制約が強すぎてうまくいかないことがわかる。

本研究が従来のアプローチと異なるのは、弾塑性理論の基本的条件を満たした上で自由に形を変えることのできる降伏曲線を土の挙動にあてはめている点にある。提案手法で基礎になる構成式はカムクレイモデルのストレス・ダイレイタンス関係の仮定を未知とし弾性せん断ひずみの発生を許した一般的なモデルである。この構成式を逆解析モデルとして用いれば、降伏曲線、弾塑性パラメータおよび  $K_0$  を無理なく決定することができる。この一般的な構成式はすでに Roscoe・Burland (1968)<sup>5)</sup>によって紹介されているものと等価なものなので、本論文ではこの式をケンブリッジモデルと呼ぶことにする。なお、以下で行う議論はすべて三軸圧縮応力条件下のみを対象とした理論展開であることを付記しておく。

## 2. せん断挙動を把握するための理論と方法論

ここでは、提案手法において基礎となる粘土の弾塑性構成式すなわちケンブリッジモデルの概要について述べたのち、ケンブリッジモデルを粘土のせん断挙動にあてはめて、降伏曲線、弾塑性パラメータおよび  $K_0$  を決定

\* 正会員 工博 鹿児島大学助教授 工学部海洋土木工学科  
(〒890 鹿児島市郡元 1-21-40)

する方法について議論している．ところで，本論文では常に三軸試験条件を考えているので，独立な応力の不変量の数は2つ，独立なひずみの不変量の数も2つである．論文の統一性を図るために，応力もひずみも以下ではすべて体積変化と形状変形に注目した表現で表す．すなわち，応力のパラメータとして平均有効主応力  $p' = (\sigma'_a + 2\sigma'_r)/3$ ，軸差応力  $q = \sigma'_a - \sigma'_r$ ，ひずみのパラメータとして体積ひずみ  $\varepsilon_v = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r$ ，せん断ひずみ  $\varepsilon_s = 2(\varepsilon_a - \varepsilon_r)/3$  を用いる．ここで，サフィックス  $a$  は axial,  $r$  は radial を意味する．

### (1) 降伏曲線を未知とした粘土の弾塑性モデル

さて，塑性ひずみ増分比～応力比関係を未知のまま間連流れ則と  $e \sim \ln p'$  直線性を満足する構成式を組み立てれば次の式(1)が得られる．

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_s \end{Bmatrix} = \frac{D}{p'} \begin{pmatrix} \frac{M}{\Lambda} - M & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{N'} \cdot \left( \frac{M}{\Lambda} - M \right) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} dp' \\ dq \end{Bmatrix} \\ + \frac{D}{p'} \begin{pmatrix} \frac{M}{\phi + \eta'} \cdot \phi & \frac{M}{\phi + \eta'} \\ \frac{M}{\phi + \eta'} & \frac{1}{\phi} \cdot \frac{M}{\phi + \eta'} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} dp' \\ dq \end{Bmatrix} \\ \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

式(1)の右辺第1項は弾性挙動を第2項は塑性挙動を表している．ここで， $\phi = d\varepsilon_s^p/d\varepsilon_s^e$ ， $\eta' = q/p'$  であり， $\phi$  は  $\eta'$  の関数なのだが， $\phi$  と  $\eta'$  の間にはまだ具体的な関係が定められていない．ここに， $M = 6 \cdot \sin \phi' / (3 - \sin \phi')$ ， $D = (\lambda - k) / (1 + e_0) / M$ ， $\Lambda = 1 - k / \lambda$ ， $N' = 3(1 - 2\nu') / (1 + \nu')$  であり， $\phi'$  は有効内部摩擦角， $\lambda$ ,  $k$  は自然対数にもとづく圧縮指数および膨潤指数， $e_0$  はせん断直前の三軸供試体の間隙比， $\nu'$  は弾性挙動を表すためのポアソン比である．オリジナルカムクレイモデルと比較して式(1)は，①  $\phi \sim \eta'$  関係が未知である，②弾性せん断ひずみが発生する可能性を持つ，③ひずみはラグランジュの定義（たとえば  $\varepsilon_v = \Delta V / V_0$ ， $V_0$  はせん断中の体積  $V$  ではなく，せん断直前の供試体の初期体積を意味する）を用いていることの3点が異なる．この式(1)を本論文ではケンブリッジモデルと呼んでいる．

一方，降伏曲線の形が具体的に決まっていなときに成立する降伏曲線が満たすべき条件式および体積ひずみの式は次式となる．

$$\ln \frac{p'}{p'_0} + \int_{\eta'_0}^{\eta'} \frac{d\eta'}{\phi + \eta'} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\varepsilon_v = DM \left( \frac{1}{\Lambda} \ln \frac{p'}{p'_0} + \int_{\eta'_0}^{\eta'} \frac{d\eta'}{\phi + \eta'} \right) \dots\dots\dots (3)$$

ここに  $p'_0$  は  $p' \sim q$  応力空間で等方的に拡大する降伏曲線のサイズを決める硬化パラメータである． $p'_0$  は初期降伏曲線における硬化パラメータ， $\eta'_0$  はせん断直前の

異方圧密完了状態における応力比を表す．等方圧密完了時にはもちろん  $\eta'_0 = 0$  であり， $p'_0$  は降伏曲線の  $p'$  軸上の値となる．具体的な  $\phi \sim \eta'$  関係を仮定すれば，たとえば， $\phi = M - \eta'$  よりカムクレイモデルが<sup>5</sup>， $\phi = (M^2 - \eta'^2) / 2\eta'$  よりモディファイドカムクレイモデルが得られる．さらに， $\phi = M - \eta'$  at  $\eta' \geq \eta'_0$ ， $\phi = -M - \eta'$  at  $\eta' \leq \eta'_0$  と置けば太田モデル<sup>6</sup>も得られる．この事は式(1)～式(3)が等方圧密された粘土だけでなく，異方圧密された粘土の挙動も表すことができる一般的な式であることを示している．

### (2) 降伏曲線および弾塑性パラメータの決定法

次に，ケンブリッジモデル，式(1)を三軸試験データにあてはめて降伏曲線および弾塑性パラメータを決定する方法を論ずる．平均主応力一定条件以外であればどのような単調載荷せん断条件でも実施できる方法1と平均主応力一定条件のみで適用される方法2を提案する．

#### a) 平均主応力一定条件以外で有効なアプローチ

さて，式(1)より  $\phi$  を消去して整理すれば，応力状態  $(p', \eta')$ ，それに対応する応力ひずみ曲線の接線勾配  $(d\varepsilon_v/dp', d\varepsilon_s/dq)$  および弾塑性パラメータ  $(DM, \Lambda, N')$  からなる次の式を得る<sup>7</sup>．

$$\begin{aligned} \left\{ p' \cdot \frac{d\varepsilon_v}{dp'} - \frac{DM}{\Lambda} + \left[ \frac{2}{3N'} D \left( \frac{M}{\Lambda} - M \right) - p' \cdot \frac{d\varepsilon_s}{dq} \right] \right. \\ \cdot \left( \frac{dq}{dp'} - \eta' \right) \cdot \frac{dq}{dp'} \cdot \left\{ \left[ D \left( \frac{M}{\Lambda} - M \right) - p' \cdot \frac{d\varepsilon_v}{dp'} \right] \right. \\ \cdot \left. \left. \left. \frac{\eta'}{dq} + DM \right) + \left( p' \cdot \frac{d\varepsilon_v}{dp'} - \frac{DM}{\Lambda} \right)^2 = 0 \dots\dots\dots (4) \right. \right. \end{aligned}$$

式(4)は降伏曲線の形が未知でも成立する一般的な関係である．また，土の状態が状態境界面上にあれば平均主応力一定条件を除くどのような試験経路においても成り立つ式である．今，応力ひずみ曲線が実験より正確に得られているとすれば，異なる3測定点での応力状態と接線勾配のデータを式(4)に代入して得られる3つの式を連立して解くことにより，未知な弾塑性パラメータ  $(DM, \Lambda, N')$  を一斉に逆算することができる．ここで，降伏曲線の形の情報を暗に含んでいる接線勾配のデータより弾塑性パラメータが決められることに注意．3つの弾塑性パラメータが決まれば，それらを式(1)に用いて未知な  $\phi \sim \eta'$  関係を具体的に求めることができる．なお， $M$  は  $\varepsilon_s \sim \eta'$  関係もしくは  $\varepsilon_v$  の生じなくなったときの  $\eta'$  より判断できるので， $D$  も決定できる．

一方，式(2)，式(3)より  $\phi$  の含まれる項を消去すれば，降伏曲線の形を表す式が次式で得られる<sup>8</sup>．

$$\frac{p'}{p'_0} = \exp \left( \frac{1}{\Lambda} \ln \frac{p'}{p'_0} - \frac{\varepsilon_v}{DM} \right), \quad \frac{q}{p'_0} = \frac{p'}{p'_0} \cdot \eta' \dots\dots\dots (5)$$

式(4)より弾塑性パラメータ  $(DM, \Lambda)$  が得られてい

るので、これとせん断中の体積ひずみデータより式(5)を用いて降伏曲線の形を決定することが可能である。以上、式(4)、式(5)を用いて降伏曲線および弾塑性パラメータを求める方法を方法1と呼ぶことにする。

方法1の利点は降伏曲線と弾塑性パラメータの逆解析が選択されたただ1つの試験経路(たとえば拘束圧一定非排水ないし排水試験)で遂行することができることである。しかしながら、この方法は式(4)が複雑で使いにくい。そこで、解析の簡単化のために次の平均主応力一定条件でのアプローチを提案する。

#### b) 平均主応力一定条件でのアプローチ

式(1)に平均主応力一定条件( $p' = p'_{v0} = \text{const.}$ ,  $dp' = 0$ )を導入すれば、体積ひずみ増分  $d\varepsilon_v$  の式より  $\phi \sim \eta'$  関係、式(6)が得られる。さらに限界状態の条件( $\phi = 0$ ,  $\eta' = M$ )を考えれば式(7)が得られる。

$$\phi = \frac{DM}{d\varepsilon_v} - \eta' \dots\dots\dots (6)$$

$$D = \left( \frac{d\varepsilon_v}{d\eta'} \right) \text{ at } \eta' = M \dots\dots\dots (7)$$

すなわち、 $M$  は限界状態で決まるので、式(7)より  $D$  を求めることができる。 $M$ ,  $D$  が求まれば、式(6)を用いて  $\phi \sim \eta'$  関係を決定することができる。

一方、降伏曲線の形は式(5)に平均主応力一定条件を代入することにより式(8)で表される。また、式(8)を変形することにより硬化パラメータ  $p'_v$  が式(9)で求められる。 $p'_v$  は降伏曲線のサイズを決める。

$$\frac{p'}{p'_v} = \exp\left(-\frac{\varepsilon_v}{DM}\right), \quad \frac{q}{p'_v} = \frac{p'}{p'_v} \cdot \eta' \dots\dots\dots (8)$$

$$p'_v = p' \cdot \exp\left(\frac{\varepsilon_v}{DM}\right) \dots\dots\dots (9)$$

状態境界面の存在を証明するためにせん断中の試験経路を等価圧密圧力  $p'_v$  によって正規化することが行われるが<sup>9)</sup>、 $p'_v$  による正規化は単に非排水試験経路を表す  $p'_v$  による正規化よりも理論的に意味のある結果を与える。すなわち、 $p'_v$  による正規化は降伏曲線の形を決定し、降伏曲線の法線方向は関連流れ則を仮定しているので塑性ひずみ増分ベクトルの方向を表す。任意の  $\eta'$  に対する塑性ひずみ増分ベクトルの方向  $\alpha$  (後出の図—5 参照)は、そのときの塑性ひずみ増分比  $\phi$  を次の式(10)に代入することにより直ちに求めることができる。ここで  $\phi$  は、上記で述べたように、 $M$ ,  $D$  の決定と  $\varepsilon_v \sim \eta'$  曲線の接線勾配  $d\varepsilon_v/d\eta'$  の測定値より式(6)を使って求められる。

$$\alpha = \tan^{-1} \phi \dots\dots\dots (10)$$

ここまでで式(1)の右辺の第2項、すなわち、塑性挙動のメカニズムがすべて決まったことになる。最後に、依然として未知なパラメータ  $\Lambda$ ,  $N'$  を決定する方法を述べる。式(1)より平均主応力一定条件におけるひずみ増

分比  $d\varepsilon_s/d\varepsilon_v$  を求めて変形すれば、 $\Lambda$  と  $N'$  に関するパラメータの式、式(11)が得られる。

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{N'} \left( \frac{1}{\Lambda} - 1 \right) = \left( \frac{d\varepsilon_s}{d\varepsilon_v} - \frac{1}{\phi} \right) \cdot (\phi + \eta')^{-1} \dots\dots\dots (11)$$

すなわち、この  $\Lambda$  と  $N'$  に関するパラメータを体積ひずみデータより得られた  $M$ ,  $D$ ,  $\phi \sim \eta'$  関係と  $d\varepsilon_s/d\varepsilon_v$  より求めることができる。さらに  $\Lambda$  と  $N'$  を分離させるためには、せん断に至るまでの圧縮挙動のデータもしくは他の試験経路より得られるせん断試験データを用意する必要がある<sup>10), 11)</sup>。以上、平均主応力一定条件で成立するシンプルな式、式(6)~式(11)の諸式を用いて降伏曲線および弾塑性パラメータを求めるアプローチを方法2と呼ぶことにする。

#### (3) 静止土圧係数 $K_0$ の決定法

ここでは方法1ないし方法2により降伏曲線および弾塑性パラメータがすべて求まっているものとして議論を進める。さて、静止土圧係数  $K_0$  は地盤の初期状態を決める変形解析にとって重要なパラメータである。この  $K_0$  を決定するための考え方と方法を以下に示す。

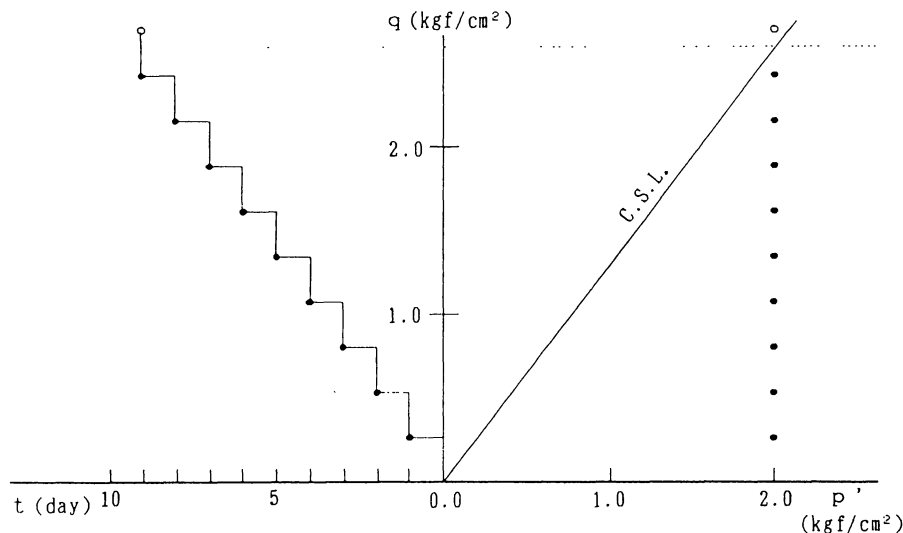
横ひずみが生じない( $d\varepsilon_r = 0$ )とき  $\eta'$  が一定値をとる( $\eta' = dq/dp' = \eta'_{k0}$ )と仮定すれば、式(1)より  $K_0$  条件式、式(12)が得られる。

$$\phi = \frac{3}{2} \left\{ \frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{N'} \left( \frac{1}{\Lambda} - 1 \right) \eta' \right\}^{-1} \dots\dots\dots (12)$$

すなわち、式(12)に弾塑性パラメータ  $\Lambda$ ,  $N'$  の値を代入して得られる  $\phi$  と  $\eta'$  の関係が、式(1)ないし式(6)より得られている  $\phi \sim \eta'$  関係のいずれかの値を満たさなければならないことより、 $K_0$  条件における塑性ひずみ増分比  $\phi_{k0}$ 、応力比  $\eta'_{k0}$  および静止土圧係数  $K_0 = (3 - \eta'_{k0}) / (3 + 2\eta'_{k0})$  を決定することができる。しかしながら、式(1)ないし式(6)より得られる  $\phi \sim \eta'$  関係式と式(12)を連立して解析的に答えを求めることは難しいので、今回、式(1)ないし式(6)より得られる  $\phi \sim \eta'$  曲線 (Line A) と式(12)を満たす  $\phi \sim \eta'$  曲線 (Line B) を図面上に表し、それらの交点から  $\phi_{k0}$ ,  $\eta'_{k0}$  を見つけ出す図式解法を試みている(後述の図—4 参照)。以上の議論から、弾塑性パラメータ ( $D$ ,  $M$ ,  $\Lambda$ ,  $N'$ ) および降伏曲線の形(すなわち  $\phi \sim \eta'$  関係)に依存して  $K_0$  が決定されることがわかる。

#### 3. 練返した藤の森粘土のせん断挙動の逆解析

実験に先駆けて構成式にカムクレイモデルを用いた三軸試験の数値シミュレーションを行っている<sup>7), 12)</sup>。その結果、①三軸供試体とキャップの間の端面拘束はせん断ひずみの発生を抑え供試体を強くすること、②体積ひずみはせん断ひずみに比べ端面拘束の影響を受けにくいことがわかっている。さて今、降伏曲線の決定に際し、方法1は体積ひずみデータとせん断ひずみデータの両方を



図—1 部分排水試験のタイムスケジュールおよび有効応力経路

使うのに対して、方法2は体積ひずみデータだけしか使わないので、方法2の方が方法1よりも端面拘束の影響をうけにくいものと考えられる。方法1は、従来から実績のある拘束圧一定条件の非排水もしくは排水せん断試験のデータより逆解析を遂行できるというメリットはあるが、解析が難しいうえに今述べた三軸供試体の端面拘束の影響が懸念される。したがって今回は、平均主応力一定条件より降伏曲線を逆算する方法2を試みている。

#### (1) 試料、実験の概要

試料は425  $\mu\text{m}$  ふるいを通過した藤の森粘土を練返して再圧密したものをを用いた。藤の森粘土の物理的諸条件は、比重2.72、塑性限界25.4%、液性限界47.0%、塑性指数21.6%、液性指数88.4%である。三軸供試体の寸法は成形時に高さ12 cm、直径5 cmの円筒とした。

試験時には、放射方向および上下方向に排水が生じるように供試体全面にろ紙を巻き、集水は下端面で行った。このとき、上下端面の摩擦の軽減は行っていない。なお、後述するように長期にわたる試験なので、ゴムスリーブは2枚かぶせて使用した。ゴムスリーブ間の空気は脱気水を満たすことで除去している。軸圧、拘束圧制御およびデータの読みとりはパーソナルコンピュータにより自動で行った。特に、体積変化量は方法2で降伏曲線を求めるための重要なデータなので、電子天びんを用いて排水重量をはかることにより精度よく求めた。なお、恒温室内は常に26°Cに保っている。

図—1に実験のタイムスケジュールおよびせん断中の有効応力経路を示す。今回は、供試体を等方圧密させたのち平均主応力一定条件 ( $p = 2.0 \text{ kgf/cm}^2 = 196 \text{ KPa}$ ) で多段階載荷する部分排水せん断試験を実施した。各段階では、荷重強度増分 ( $\Delta q = 0.27 \text{ kgf/cm}^2 = 26.5 \text{ KPa}$ ) を1分かけて載荷し、その後1日荷重を放置している。

荷重載荷段階で過剰間隙水圧が発生するが、これは藤の森粘土の負のダイレイタンス特性が原動力となって引き起されるものである。図中の黒丸は過剰間隙水圧がほとんど消散した時点とそこから得られる有効応力状態を示している。10段階めの載荷が完了してすぐに供試体は破壊に至ったが、10段階めの載荷期間中、供試体の内部は部分排水状態であったため、10段階めのプロットをあえて白丸で示して過剰間隙水圧の消散が完了している黒丸と区別している。図中の限界状態線 (C.S.L.) は後述の図—3によって決定したものである。

この試験は通常は排水試験と呼ばれているが、本論文ではあえて部分排水試験と呼んでいる。それは、試験期間中に過剰間隙水圧の発生と消散をほとんど生じさせないでせん断する厳密な意味での排水試験と区別するためである。この部分排水試験を行った理由は、荷重制御による部分排水試験条件が現場の条件を模擬していること、各段階ごとにクリープの影響を回避した過剰間隙水圧のほとんど消散した時点の応力ひずみ関係を得ることができることによる。なお、部分排水試験では、生じた過剰間隙水圧により強度を減少させ、せん断ひずみの発生を促す効果がある。この部分排水効果は端面拘束による強度を増やしせん断ひずみの発生を抑制する効果と相殺し合うことが期待される<sup>7)</sup>。さらに、この多段階載荷による部分排水せん断試験は、荷重載荷速度と荷重放置期間を適当に制御して、載荷速度効果やクリープなどの時間依存性挙動のメカニズムを調べることもできる<sup>11)</sup>。

#### (2) 実験結果の解析とその考察

図—2および図—3のプロットは各荷重載荷段階の過剰間隙水圧のほとんど消散した時点より得られた  $\varepsilon_p \sim \eta'$  関係および  $\varepsilon_s \sim \eta'$  関係を示している。ここで、1段階めの載荷で生じた  $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_s$  の発生が他の段階に比べて異常

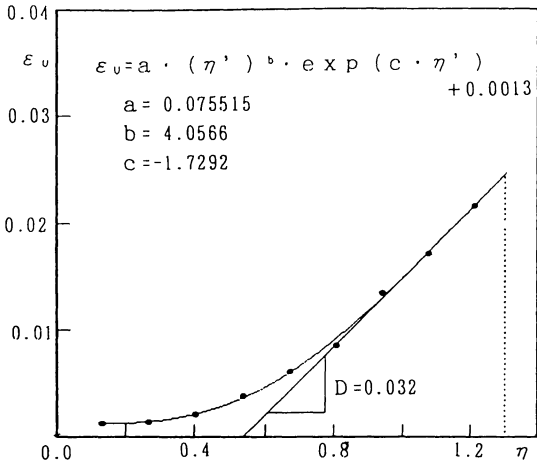


図-2 ダイレイタンスの挙動

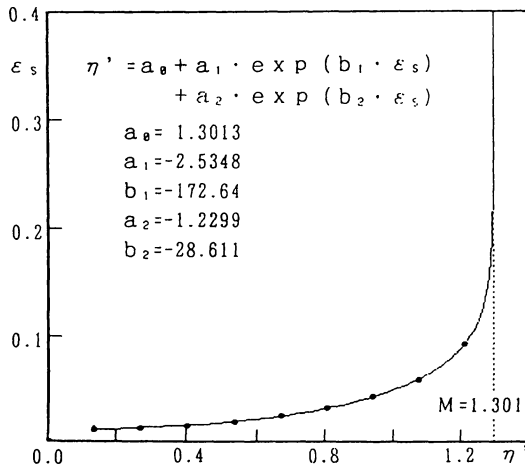


図-3 せん断ひずみの挙動

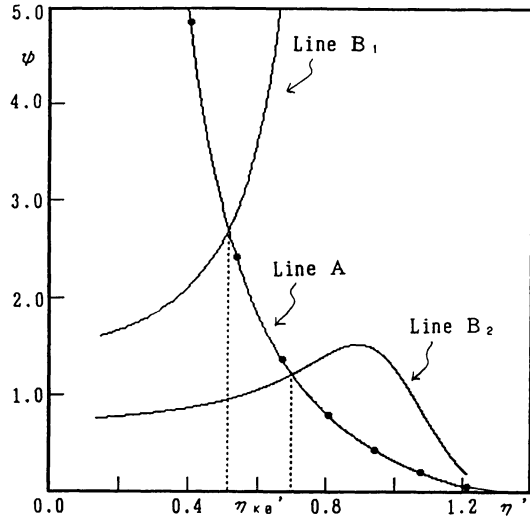
に大きいことがわかる。これは、等方圧密完了時に排水コックを閉じていたために生じた非排水クリープによる影響であると考えている。すなわち、排水コックを開くと同時に1段階めの载荷をスタートしたのだが、このとき非排水クリープにともなって生じた過剰間隙水圧の消散が起きてしまい  $\varepsilon_v$  と  $\varepsilon_s$  の発生が促されたものと考えている。

ところで、逆解析に必要な応力ひずみ曲線の接線勾配  $d\varepsilon_v/d\eta'$ 、 $d\varepsilon_s/d\eta'$  などをできるだけ精度よく測定するために、三軸試験より得られた応力ひずみ曲線に以下に示す実験公式をあてはめている。今回、式(13)を図-2の  $\varepsilon_v \sim \eta'$  関係に、式(14)を図-3の  $\varepsilon_s \sim \eta'$  関係にあてはめている。

$$\varepsilon_v = a \cdot (\eta')^b \cdot \exp(c \cdot \eta') + 0.0013 \quad (13)$$

$$\eta' = a_0 + a_1 \cdot \exp(b_1 \cdot \varepsilon_s) + a_2 \cdot \exp(b_2 \cdot \varepsilon_s) \quad (14)$$

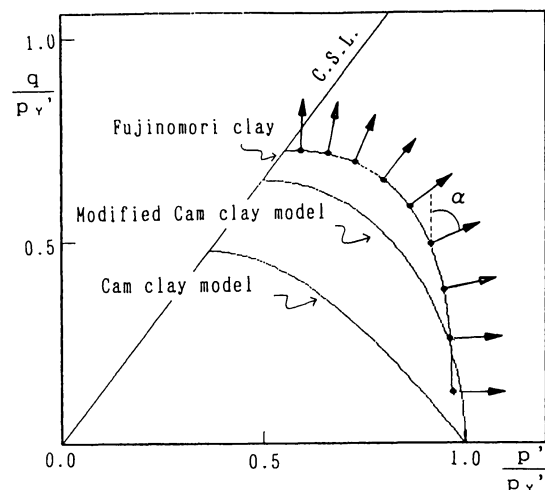
図-2、図-3中のプロット上を走るラインは、実験公式、式(13)、式(14)のフィッティングを非線形最小自乗法<sup>13)</sup>

図-4 塑性ひずみ増分比の変化と  $\eta'_{\phi_0}$  の図式解法

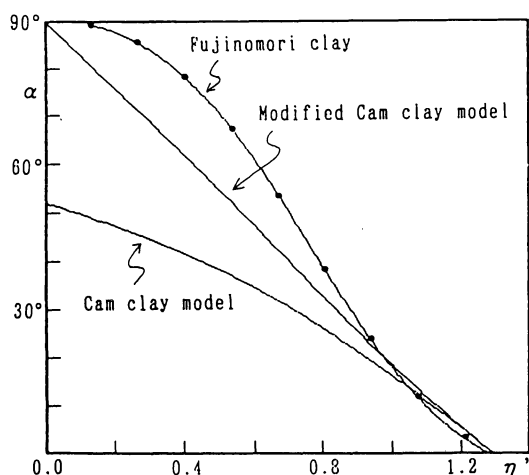
で行って得た結果である。ここで、式(13)右辺第2項の0.0013は第2段階めの载荷で生じた体積ひずみの値である。図-2、図-3のどちらとも、原点から第1段階のプロットに至るまでの接線勾配は、先に述べた  $\varepsilon_v$ 、 $\varepsilon_s$  の異常な発生のために、今回、正確な値を求めるとができなかった。したがって、図-2、図-3では、原点から第1段階のプロットに至るまでのラインを示していない。図-3のラインの収束する応力比  $\eta'$  より  $M=1.301$  が、その  $\eta'=M$  における図-2のラインの接線勾配より  $D=0.032$  が得られた。 $M$  を  $\phi'$  で表せば  $\phi' = \sin^{-1}\{3M/(6+M)\} = 32.3^\circ$  となる。

ここで、この限界状態時に得られる  $D$  と柴田のダイレイタンス係数<sup>14)</sup>との違いを明らかにしておく。両者を区別するために、限界状態時に得られる  $D$  を  $D_{cr}$  で、柴田のダイレイタンス係数を  $D_s$  で示すことにする。 $D_{cr}$  の定義は  $D_{cr} = (\lambda - k)/(1 + e_0)/M$  であり、 $D_{cr}$  は弾塑性パラメータ  $\lambda$ 、 $k$ 、 $M$  との整合的な関係によって表せる。一方、 $D_s$  はせん断後期に現れる  $\varepsilon_v \sim \eta'$  曲線の直線的な部分の勾配を計って得られるが、そのとき、一般に  $D_s \approx (\lambda - k)/(1 + e_0)/M$  である。しかし、土がカムクレイモデルと同じ降伏曲線を持つ特殊な場合、すなわち、圧縮試験で  $\phi = M - \eta'$  となるとときに限って、 $D_s$  は  $D_{cr}$  と等しくなる。本論文で登場する  $D$  はすべて  $D_{cr}$  である。

さて、 $M$ 、 $D$  および実験公式、式(13)を微分して得られるせん断中の接線勾配  $d\varepsilon_v/d\eta'$  を式(6)に代入することにより、 $\phi \sim \eta'$  関係が図-4のLine Aのように得られた。ここでLine A上のプロットは図-2、図-3のプロットに対応している。図-5は、図-2の  $\varepsilon_v \sim \eta'$  関係を式(8)に代入することにより得られた降伏曲線の形である。同図中には比較のために図-3より得られた  $M$  で計算したカムクレイモデルとモディファイドカムクレ



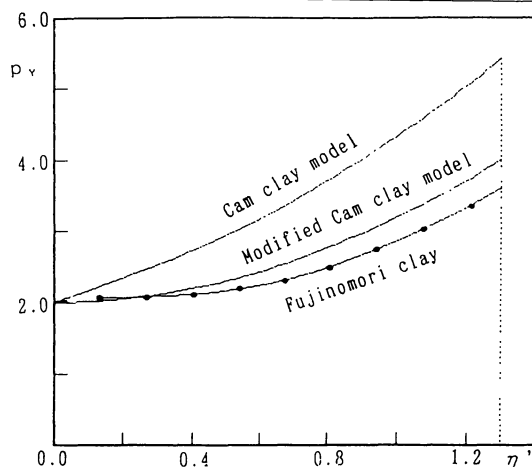
図—5 降伏曲線の形の比較



図—6 塑性ひずみ増分ベクトルの方向

イモデルの降伏曲線を示している。これより、藤の森粘土の降伏曲線の形はカムクレイモデルよりもモディファイドカムクレイモデルの方に近いこと、せん断の初期にモディファイドカムクレイモデル以上に降伏曲線が立ち上がっていることがわかる。この事はせん断の初期に塑性せん断ひずみの発生がかなり抑えられていることを意味している。カムクレイモデル、モディファイドカムクレイモデルと同様に、藤の森粘土の降伏曲線も  $p'/p_v' = 1.0$ ,  $q/p_v' = 0.0$  の点を通るはずだが、先に述べたせん断に移る前に排水コックを閉じていたことの影響が第1段階までの体積ひずみの挙動 ( $d\varepsilon_v/d\eta'$ ) に顕著に生じているため、第1段階めのプロットまでの塑性ひずみ増分ベクトルの正しい方向を今回知ることができなかった。

図—5の藤の森粘土の降伏曲線上には塑性ひずみ増分ベクトルの方向が断続的に描かれている。これらのベクトルの方向  $\alpha$  は図—4のLine Aの  $\phi \sim \eta'$  関係を式(10)



図—7 降伏曲線のサイズの変化

に代入して求められるが、図—6はすべての応力比に対して  $\alpha$  (単位は degree) を連続的に示し、藤の森粘土とカムクレイモデル、モディファイドカムクレイモデルを比較している。この図より、せん断の初期で3者は大きく異なるが、 $\eta' = 0.9$  付近よりその差がなくなっていることがわかる。これは3者がいずれも破壊時に塑性体積ひずみを生じない限界状態理論に従っているからである。すなわち、いずれも同じ  $M$  で  $\alpha = 0^\circ$  に至る。

図—7は、図—2のダイレイタンス挙動を式(9)に代入することにより得られたせん断にともなう硬化パラメータ  $p_v'$  の変化を示す。先に述べたように、 $p_v'$  は  $p' \sim q$  応力空間で等方的に拡大する降伏曲線のサイズを表わしている。すなわち、 $p_v' \sim \eta'$  関係は降伏曲線のサイズの変化を表わしている。

この図より、カムクレイモデル、モディファイドカムクレイモデル、藤の森粘土の順に硬化しやすいことがわかる。硬化のしやすさはラインの勾配  $dp_v'/d\eta'$  より判断することができる。

さて、得られた降伏曲線が既存の構成式の降伏曲線によくフィットするときには、その既存の構成式を変形解析に採用すればよい。求めた降伏曲線が既存のどの構成式にもあてはまらず今までにはない全く新しいものであったときには、降伏曲線の形を決める式(13)を微分して式(6)に代入した  $\phi \sim \eta'$  関係を変形解析プログラムに組み込む必要がある。この時、3パラメータ ( $MD$ ,  $A$ ,  $N'$ ) に加えて式(13)における3つのパラメータ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  が必要となるので、結局、高々6つのパラメータにより逆算した降伏曲線の形を反映させた弾塑性解析が行えることになる。

最後に、式(6)で得られた  $\phi \sim \eta'$  関係と実験公式、式(13)、式(14)より得られる  $d\varepsilon_s/d\varepsilon_v$  ( $= d\varepsilon_s/d\eta' \div d\varepsilon_v/d\eta'$ )  $\sim \eta'$  関係を式(11)の右辺に用いれば、式(11)の左

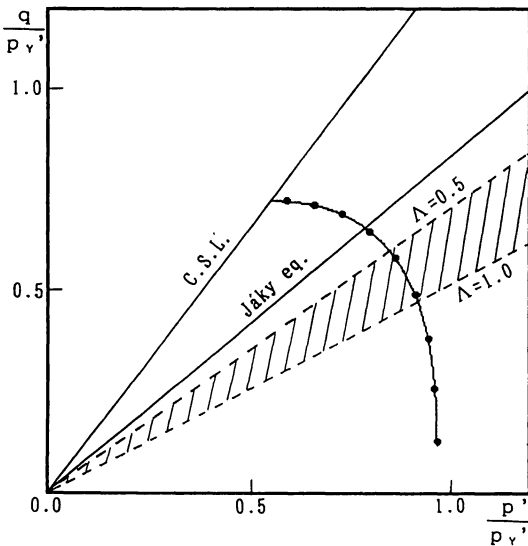
図-8  $K_0$  ライン, Jaky の式との比較

表-1 方法2により得られた弾塑性パラメータ

| M     | D     | $\Lambda$ | $\nu'$ | $K_0$ | $\lambda$ | $\kappa$ |
|-------|-------|-----------|--------|-------|-----------|----------|
| 1.301 | 0.032 | 1.0       | 0.5    | 0.616 | 0.080     | 0.0      |
|       |       | 0.5       | 0.302  | 0.521 | 0.160     | 0.080    |

辺に示される  $\Lambda$  と  $N'$  に関するパラメータが求められる。しかし、平均主応力一定試験条件で得られるデータ (図-2 および図-3) のみを使って  $\Lambda$  と  $N'$  を分離することはできない。そこで今回は、常識的にとりうる  $\Lambda$  の値、 $\Lambda=1.0 \sim 0.5$  を仮定して  $N'$  と  $K_0$  の決定を試みる。

まず、 $\Lambda=1.0$  と仮定すれば、式(11)の左辺がゼロでなく、式(11)の右辺で計算される具体的な値 (注:  $\eta'$  に対して変化する) をとるためには、 $N'=0.0$  となる必要がある。また、 $\Lambda=1.0$  と式(11)の関係をそのまま式(12)に用いれば  $K_0$  条件を満たす  $\phi \sim \eta'$  関係を得ることができる。これを Line  $B_1$  として図-4 に示せば、Line A と Line  $B_1$  の交点より  $\phi_{k0}=2.706$ 、 $\eta'_{k0}=0.517$  が決定できる。したがって、 $K_0=0.616$  が決まる。次に、 $\Lambda=0.5$  と仮定し、先と同様に式(11)の関係を式(12)に用いれば Line  $B_2$  が得られる。これと Line A の交点より  $\phi_{k0}=1.222$ 、 $\eta'_{k0}=0.704$ 、 $K_0=0.521$  が決まる。このとき  $N'$  は式(11)を満たすので  $N'=N'(\eta')$  であり  $\eta'$  に対して変化する値となる。しかし、このパラメータは一般に一定値として変形解析に用いられるので、 $\Lambda=0.5$  の仮定に対しては Line A と Line  $B_2$  の交点で決まる  $N'(\eta'_{k0})=0.912$  を変形解析に用いるための代表値として決定した。

上記で得られた藤の森粘土の  $K_0$  ラインを図-8 の斜線の領域で示す。  $\Lambda=1.0 \sim 0.5$  とばらつかせたにもか

わらず  $K_0$  ラインの存在するレンジ ( $\eta'_{k0}=0.517 \sim 0.704$ ) が比較的狭いことがわかる。図中には、Jaky の式、式(15)の主張する  $K_0$  ライン ( $\eta'_{k0}=0.831$ ) を比較のため示している。

$$\eta'_{k0} = 3M/(6-M) \cdots \cdots (15)$$

$M$  だけによって決定される Jaky の式による  $K_0=0.465$  よりも、降伏曲線の形と弾塑性パラメータに依存して決まる  $K_0=0.616 \sim 0.521$  の方が大きい値を示した。

表-1 は平均主応力一定条件で行うアプローチ、方法2によって決められた弾塑性パラメータの値をまとめたものである。表-1 では  $N'$  の代わりに  $N'$  よりも一般に知られているパラメータ  $\nu'=(3-N')/(6+N')$  の値を掲げた、 $\nu'$  は理論的に  $-1 \leq \nu' \leq 0.5$  をとるが、表-1 より比較的大きな値を示していることがわかる。また、せん断開始直前の間隙比  $e_0=0.923$  を用いて  $\lambda=DM(1+e_0)/\Lambda$ 、 $\kappa=\lambda(1-\Lambda)$  を求めている。ところで、同じ藤の森粘土の標準圧密試験結果より  $\lambda=0.16 \sim 0.17$ 、 $\kappa=0.02 \sim 0.03$  ( $\Lambda=0.84 \sim 0.86$ ) が得られているが、この  $\lambda$  に注目すれば、表-1 で  $\Lambda=0.5$  と仮定したときの  $\lambda$  の値にほぼ等しい。しかしながら、このとき表-1 に示す  $\kappa$  は標準圧密試験結果の  $\kappa$  よりもかなり大きな値をとっていることがわかる。標準圧密試験では圧密リングの摩擦が除荷時の体積膨張を少なからず抑えているので、このような両者の  $\kappa$  値のギャップが生じたものと考えている。

#### 4. 結 論

本論文の前半では、三軸試験データよりダイレクトに降伏曲線、弾塑性パラメータおよび  $K_0$  を決定する新しい方法を論じた。論文後半では、練返して再圧密した藤の森粘土に対して平均主応力一定条件で行うアプローチ、方法2を試み、降伏曲線、弾塑性パラメータおよび  $K_0$  の決定に成功したことを示した。以上、理論的、実験的考察のもとに以下の結論が得られた。

(1) ケンブリッジモデル、式(1)の  $\phi$  を消去することにより、降伏曲線の形が未知でもせん断中に成立する一般的な関係、式(4)が得られる。また、降伏曲線が満たす条件式、式(2)および体積ひずみの式、式(3)より  $\phi$  を含む項を消去することにより、降伏曲線の形を表す式、式(5)が得られる。これら式(4)、式(5)を平均主応力一定条件を除く1本の試験経路より得られる三軸試験データにあてはめることにより、降伏曲線および弾塑性パラメータを逆算するアプローチ、方法1が理論的に可能であることを示した。

(2) 解析を簡単にしかもキャップによる三軸供試体の端面拘束の影響を軽減するために、平均主応力一定条件でのアプローチ、方法2を提案した。平均主応力一定条件を式(1)に導入して得られる式(6)～式(11)の諸式

を用いれば、方法2は方法1よりも簡単に降伏曲線と弾塑性パラメータを決定することが可能であることを示した。なお、方法1も方法2も三軸圧縮応力条件下のみを対象とした理論展開より得られている。

(3) 方法2を藤の森粘土に適用して、パラメータ  $M$ ,  $D$  を決定することができた。式(7)で得られる  $D$  は  $\lambda$ ,  $k$ ,  $M$  に関係して得られるパラメータであり、平均主応力一定条件では境界状態時の  $\epsilon_v \sim \eta'$  曲線の接線勾配として得られる。このパラメータ  $D$  は、せん断後期に現れる  $\epsilon_v \sim \eta'$  曲線の直線的な部分の勾配を計って得られる柴田のダイレイタンス係数とは一般に異なる。土がカムクレイモデルのエネルギー理論より得られ  $\phi \sim \eta'$  関係 ( $\phi = M - \eta'$ ) に従う場合に限り両者は一致する。

(4) 方法2を藤の森粘土に適用して、 $\phi \sim \eta'$  関係、降伏曲線の形、塑性ひずみ増分ベクトルの方向  $\alpha$  と降伏曲線のサイズのせん断に伴う変化の過程を逆算することができた。すなわち、藤の森粘土の降伏曲線はせん断の初期でモディファイトカムクレイモデルよりもさらに立ち上がる形状を示した。 $\alpha \sim \eta'$  関係のプロットより藤の森粘土と既存の構成式の塑性ひずみ増分ベクトルの方向の違いが明確に把握できた。降伏曲線の拡大する傾向はカムクレイモデル、モディファイドカムクレイモデル、藤の森粘土の順番に顕著であることがわかった。

(5) 横ひずみを生じない条件とそのとき応力比  $\eta'$  が一定である仮定を式(1)に導入することにより  $K_0$  条件式、式(12)が得られる。以上の解析結果と常識的にとりうる  $A$  値のレンジを仮定することにより、式(12)および式(6)を同時に満たす藤の森粘土の  $\eta'_0$ ,  $K_0$  を図式解法により決定することができた。降伏曲線の形および弾塑性パラメータの値に依存して決まるこれら  $K_0$  値は比較的狭いレンジで得られた。また、 $M$  のみによって決定される Jaky の式の主張する  $K_0$  値よりも大きな値を示した。

(6)  $M$ ,  $D$  以外の弾塑性パラメータも  $K_0$  と同様に  $A$  値のレンジを仮定することにより決定することができた。方法2によれば、 $N'$  は  $\eta'$  によって変化するパラメータとして得られる。しかしながら、このパラメータは通常一定値として変形解析に用いるので、今回、 $\eta' = \eta'_0$  における  $N'$  の値を代表値として選んでいる。結局、藤の森粘土に方法2を適用した結果、表—1に示される弾塑性パラメータが得られた。

おわりに、この研究は参考文献15)を発端としてスタートしました。この研究のきっかけを与えて下さった名古屋大学浅岡顕教授に感謝致します。また、三軸試験の実施にあたり適切なアドバイスを賜りました本学の北村良介教授および城本一義技官に謝意を表します。そして、本研究を遂行するにあたり協力してくれました参考文献7), 8), 11)に掲げる海洋土木開発計画講座の卒業生の

皆さんおよび大学院生佐藤清君に感謝致します。なお、本研究は、昭和63年度奨励研究(A)63750506、平成元年度奨励研究(A)01750483、平成2年度奨励研究(A)02855127の文部省科学研究費の援助を受けました。記して、謝意を表します。

# 参考文献

- 1) Schofield, A. and Wroth, P. : Critical State Soil Mechanics, McGRAW-HILL, pp.89~166, 1968.
- 2) Iizuka, A. and Ohta, H. : A determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, Soils and Foundations, Vol.27, No.3, pp.71~87, 1987.
- 3) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : Induced anisotropy and time dependency in clays, Constitutive Equations of Soils, Proc. Specialty Session 9, Ninth Int. Conf. SMFE, Tokyo, pp.229~238, 1977.
- 4) 柴田徹・佐藤忠信・プラダンテージ B.S.・平井芳雄：土の構成式における同定問題とその応用，第19回土質工学研究発表会講演概要集，2分冊の1，pp.323~326, 1984.
- 5) Roscoe, K.H. and Burland, J.B. : On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay, Engineering Plasticity, Cambridge University Press, pp.535~606, 1968.
- 6) Ohta, H. : Analysis of deformations of soils based on the theory of plasticity and its application to settlement of embankments, Kyoto Univ. Dr. Eng. Thesis, 1971.
- 7) 三隅浩二・池田雄一・中國弘明・書川康一・北方裕人：正規圧密粘土の降伏関数および弾塑性パラメータの逆算，第24回土質工学研究発表会講演概要集，2分冊の1，pp.575~578, 1989.
- 8) 三隅浩二・福本忠浩・叶晋二・佐藤清・山中浩平：正規圧密粘土のせん断挙動を把握するための解析手法の開発，第25回土質工学研究発表会講演概要集，2分冊の1，pp.653~656, 1990.
- 9) Atkinson, J.H. and Bransby, P.L. : The Mechanics of Soils, McGRAW-HILL University Series in Civil Engineering, pp.184~209, 1978.
- 10) 三隅浩二・福本忠浩・佐藤清：異方圧密された正規圧密粘土の降伏曲線の決定，土木学会第45回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp.178~179, 1990.
- 11) 三隅浩二・福本忠浩・佐藤清・山下信一・岩切和也・松崎修：繰返した正規圧密粘土の降伏曲線の時間依存性挙動，第26回土質工学研究発表会講演概要集，2分冊の1，pp.653~656, 1991.
- 12) 浅岡顕・三隅浩二：正規圧密粘土の部分排水三軸圧縮試験，第21回土質工学研究発表会講演概要集，2分冊の1，pp.433~436, 1986.
- 13) IBM, USER'S GUIDE : SL-MATH 数値計算ライブラリー(FORTRAN IV), (D) FMSS, 5.2.9~5.2.13, 1975.
- 14) 柴田徹：粘土のダイレイタンスについて，京大防災研究所年報第6号，pp.128~134, 1963.
- 15) 浅岡顕・三隅浩二・上田一晴：部分排水三軸試験による弾塑性パラメータ・透水係数の同定，第20回土質工学研究発表会講演概要集，2分冊の1，pp.399~402, 1985. (1991.10.7受付)



## DETERMINATION OF YIELD CURVE AND MATERIAL PARAMETERS FOR NORMALLY CONSOLIDATED CLAY

Koji MISUMI

The determination procedure of yield curve and elasto-plastic parameters is proposed newly in this paper. This method is carried out by fitting the general constitutive equation with unknown yield curve to soil shearing behavior in triaxial test. At first, yield curve is decided only by volumetric strain data under constant mean normal stress condition. From this fact, it is possible to simplify the analysis by this method and to reduce the influence of ends friction between caps. The coefficient of earth pressure at rest is decided by using yield curve and elasto-plastic parameters. The validity of this method is confirmed by applying to remolded Fujinomori clay.

---