

Løsningsforslag – Innlevering nr. 6, ING3504 Signalbehandling

Oppgave nr. 1

En kabel er målt til å ha en flat forsterkningskurve over det aktuelle frekvensbåndet, men har en faserespons som endrer seg proporsjonalt med frekvensen, med en målt minskning lik 8° for hver 200 kHz økning av båndbredden. Finn kabelens gruppetidsforsinkelse

$$\text{Kabelens gruppetidsforsinkelse } \tau_g = -\frac{d\varphi_{rad}}{d\omega} = -\frac{-8 \cdot \left(\frac{\pi}{180}\right)}{2\pi \cdot 200 \cdot 10^3} \approx 111,11 \text{ nsek} \approx \underline{\underline{0,11 \mu\text{sek}}}$$

Husk å gjøre om fra grader til radianer.

Oppgave nr. 2

Vi har gitt en forsterker med data: $G=18$ dB, 1 dB compression point $+10,5$ dBm, 3.ordens Intercept point referert utgang: $+21$ dBm.

- a) Vi påtrykker to signal med frekvensavstand lik 1 kHz og nivå -16 dBm. Finn avstand mellom ønsket signal og 3. ordens produkter.

$$\text{3. ordens Intercept ref. inngangen: } IIP3 = OIP3 - G = 21 \text{ dBm} - 18 \text{ dB} = +3 \text{ dBm.}$$

Avstand mellom ønsket signal og 3. ordens produkter:

$$\text{Avstand} = 2(IIP3 - P_{in}) = 2 \cdot (+3 \text{ dBm} - (-16 \text{ dBm})) = \underline{\underline{38 \text{ dB}}}$$

- b) Vi ønsker avstand mellom ønsket signal og 3. ordens produkter minst 31 dB. Finn det høyeste nivået inngangssignalet kan ha.

$$\text{Høyeste nivået: } P_{in} = IIP3 - \text{Avstand}/2 = +3 \text{ dBm} - (31/2) \text{ dB} = \underline{\underline{-12,5 \text{ dBm}}}$$

Oppgave nr. 3

En forsterker har oppgitt minimum støyfaktor $F_{min}=3,8$ dB ved $R_{G,opt}=150 \Omega$.

- a) Finn forsterkerens støyfaktor hvis $R_G=50 \Omega$ og $B_n=400$ kHz.
b) Bruk MATLAB og tegn en kurve for støyfaktoren som funksjon av R_G i området fra 25Ω til 500Ω når $B_n=400$ kHz.

$$\text{Vi har formelen for minimum støyfaktor: } F_{min} = 1 + \frac{u_{n,ekv}^2}{2 \cdot k \cdot T_0 \cdot R_{G,opt} \cdot B_n}.$$

Vi løser denne likningen med hensyn på $u_{n,ekv}$ og får:

$$u_{n,ekv} = \sqrt{2 \cdot k \cdot T_0 \cdot R_{G,opt} \cdot B_n \cdot (F_{min} - 1)} = \sqrt{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 150 \cdot 400 \cdot 10^3 \cdot \left(10^{\frac{3,8}{10}} - 1\right)} = 0,82 \mu\text{V}$$

$$\text{og } i_{n,ekv} = \frac{u_{n,ekv}}{R_{G,opt}} = \frac{0,82 \mu\text{V}}{150} = 5,46 \text{ nA}$$

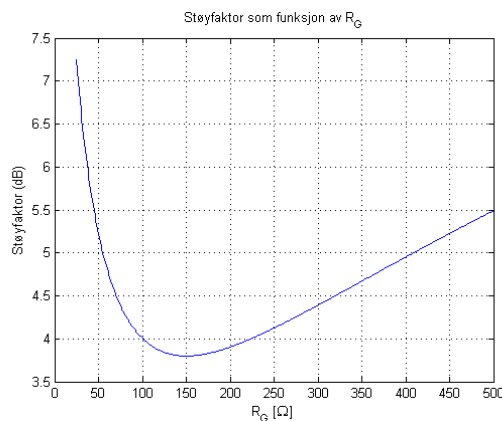
Støyfaktor med R_G mellom 25Ω og 500Ω kan løses med Matlab med følgende formel:

$$F = 1 + \frac{u_{n,ekv}^2 + (R_G \cdot i_{n,ekv})^2}{4 \cdot k \cdot T_0 \cdot R_G \cdot B_n}$$

For $R_G = 50 \Omega$, blir $F = 3.33$ (lineært) eller 5.23 dB.

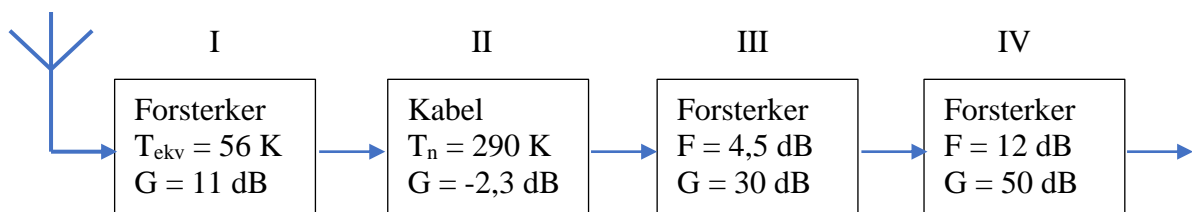
Matab

```
Un=sqrt((10^0.38)-1)*2*1.38e-23*290*150*40e4)
In=Un/150
Rg=[25:500];
F=1+(Un^2+(Rg*In).^2)./(4*1.38e-23*290*Rg*40e4);
figure;
plot(Rg,10*log10(F),'b');
title('Støyfaktor som funksjon av R_G');
xlabel('R_G [\Omega]');
ylabel('Støyfaktor (dB)');
grid;
```



Oppgave nr. 4

En antenne har strålingsmotstand: $R_A = 50 \Omega$ og en ekvivalent støytemperatur lik 128 K. En forsterker med ekvivalent støytemperatur lik 56 K og en effektforsterkning lik 11 dB kobles til antennen. Data for de øvrige ledd er vist på figuren. Vi antar at alle impedanser er 50Ω . $B_n = 200$ kHz.



- Beregn støyfaktoren for blokk I (første forsterker)
- Beregn total støyfaktor for hele seriekoblingen (I-II-III-IV)
- For å få brukbar mottaking ønskes et signal-støyforhold ut av blokk IV som er minst 30 dB. Hvilken signalspenning må vi minst ha over inngangsklemmene til I?

a) Støyfaktoren til blokk I (forsterker med støyfaktor forskjellig fra 290 K):

$$F_1 = 10 \cdot \log_{10} \left(1 + \frac{T_{ekv}}{T_0} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(1 + \frac{56}{290} \right) = 10 \cdot \log_{10} (1,1931) \approx 0,77 \text{ dB}$$

b) Finner først støyfaktor for kabelen: $F_2 = 1 + \frac{(1-G) \cdot T_n}{G \cdot T_0} = 1 + \frac{(1-10^{-0,23}) \cdot 290}{10^{-0,23} \cdot 290} \approx 1,70$

Støyfaktoren til hele seriekoblingen av I-II-III-IV (husk å bruke lineære verdier):

$$F_{Tot} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 \cdot G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3} = 1,1931 + \frac{1,7 - 1}{10^{1,1}} + \frac{10^{0,45} - 1}{10^{0,87}} + \frac{10^{1,2} - 1}{10^{3,87}} = \underline{\underline{F_{Tot} = 1,496}}$$

eller 1,75 dB

c) For å få brukbar mottaking ønskes et signal-støyforhold ut av blokk IV som er minst 30 dB. Hvilken signalspenning må vi minst ha over inngangsklemmene til I?

Virkelig støyfaktor: $F_V = 1 + \frac{(F - 1) \cdot T_0}{T_A} = 1 + \frac{(1,496 - 1) \cdot 290}{128} = 2,123$

$$F_V = \frac{\left(\frac{S}{N} \right)_{inn}}{\left(\frac{S}{N} \right)_{ut}} \Rightarrow \left(\frac{S}{N} \right)_{inn} = \left(\frac{S}{N} \right)_{ut} \cdot F_V = 10^{\frac{30}{10}} \cdot 2,123 = 2123 \rightarrow \approx 33,27 \text{ dB}$$

Støy-effekt på inngangen: $N_{inn} = k T_A B = (1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 128 \cdot 200 \cdot 10^3) \text{ W} = 3,53 \cdot 10^{-16} \text{ W}$

Signal-effekt på inngangen: $S_{inn} = \left(\frac{S}{N} \right)_{inn} \cdot N_{inn} = 2123 \cdot 3,53 \cdot 10^{-16} \text{ W} = 7,50 \cdot 10^{-13} \text{ W}$

$$S_{inn} = \frac{(U_{inn,rms})^2}{R} \Rightarrow U_{inn,rms} = \sqrt{R \cdot S_{inn}} = \sqrt{50 \cdot 7,5 \cdot 10^{-13}} = \underline{\underline{6,1 \mu V_{rms}}} \rightarrow 8,66 \mu V_{peak}$$

Alternativt, beregn først ideell støysspennning (rms) fra strålingsmotstanden:

$$U_{N,inn} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T_A \cdot B \cdot R_A} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 128 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 50} = 0,266 \mu V_{rms}$$

Ideell kildepenning for signalet blir: $U_{S,inn} = U_{N,inn} \cdot \sqrt{2123} \approx 12,2 \mu V_{rms}$

Signalspenningen over inngangsklemmene til blokk I blir da 6,1 μV_{rms} siden den ideelle kildepenningen deles likt over strålingsmotstanden og inngangsimpedansen for blokk I som begge er 50 Ω .

Alternativt, adder støytemperaturene (slik det vanligvis blir gjort i engelsk litteratur).

Den totale støyfaktoren for de fire blokkene tilsvarer en ekvivalent støytemperatur

(referert til inngangen): $T_{ekv} = (F_{Tot} - 1) 290 = 143,84 \text{ K}$

For å få et signal-støyforhold på 30 dB (lineært 10^3) på utgangen, må tilgjengelig signaleffekt på inngangen være:

$$S_{inn} = 10^3 \cdot N_{sys} = 10^3 \cdot k (T_A + T_{ekv}) B_n = 10^3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} (128 + 143,84) 200 \cdot 10^3 = 7,50 \cdot 10^{-13}$$

For spenningen over inngangsklemmene fås da samme resultat som ovenfor:

$$S_{inn} = \frac{(U_{inn})^2}{R} \Rightarrow U_{inn} = \sqrt{S_{inn} \cdot 50} \approx 6,124 \cdot 10^{-6} \approx \underline{\underline{6,1 \mu V_{rms}}} \quad \text{Dette er rms-verdi!}$$