

Question #1

a)  $314256_7 \rightarrow b_{10}$

$$6 \times 7^0 + 5 \times 7^1 + 2 \times 7^2 + 4 \times 7^3 + 1 \times 7^4 + 3 \times 7^5$$

$$= 6 + 35 + 98 + 1372 + 2401 + 50421$$

$$= 54333$$

b)  $695581_{10} \rightarrow b_{16}$

$$695581 \div 16 = 43473 \text{ r } 13$$

$$43473 \div 16 = 2717 \text{ r } 1$$

$$2717 \div 16 = 169 \text{ r } 13$$

$$169 \div 16 = 10 \text{ r } 9$$

$$10 \div 16 = 0 \text{ r } 10$$

hex:  
A 9 D 1 D

c)  $34152_6 \rightarrow b_3$

i) Conversion vers  $b_{10}$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 6^0 + 5 \cdot 6^1 + 1 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6^3 + 3 \cdot 6^4 \\ & = 2 + 30 + 36 + 864 + 3888 \\ & = 4820 \end{aligned}$$

ii) Conversion vers  $b_3$

$$\begin{aligned} 4820 \div 3 &= 1606 \text{ r } 2 \\ 1606 \div 3 &= 535 \text{ r } 1 \\ 535 \div 3 &= 178 \text{ r } 1 \\ 178 \div 3 &= 59 \text{ r } 1 \\ 59 \div 3 &= 19 \text{ r } 2 \\ 19 \div 3 &= 6 \text{ r } 1 \\ 6 \div 3 &= 2 \text{ r } 0 \\ 2 \div 3 &= 0 \text{ r } 2 \end{aligned}$$

réponse: 20121112

d)  $\begin{array}{c} [100] [111] [000] [101] \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 4 \quad 15 \quad 8 \quad 13 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 4 \quad F \quad 8 \quad D \end{array} \rightarrow b_{16}$

$$16 = 2^4 \text{ donc } m=4$$

e)  $5FB1C7_{16} \rightarrow b_8$

i)  $b_{16} \rightarrow b_2$  (conversion)

$$\begin{array}{ccccccccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \downarrow & \downarrow \\ (S) & (P) & (B) & (I) & (C) & (7) & & & \end{array}$$

conv  $b_2 \rightarrow b_8$   $m=3$

ii) 2 7 7 3 0 7 0 7

f)  $2637_8 \rightarrow b_2$  (conv  $b^m$  b) où  $m=3$

$\begin{array}{cccc} \hookdownarrow & 2 & 6 & 3 \\ \text{to} & \hookdownarrow & & \\ b.n & 010 & 110 & 011 \end{array}$

$$\text{réponse} = \cancel{1}0\ 110\ 01111 \\ " = 1011001111$$

## Question 2

a) i) calcul du nb het en decimal

$$38E4S7F99BAF6 = 6 \times 16^0 + 15 \times 16^1 + 10 \times 16^2 + 11 \times 16^3 + 9 \times 16^4 + 9 \times 16^5 + 15 \times 16^6 + 7 \times 16^7 + 5 \times 16^8 + 4 \times 16^9 + 14 \times 16^{10} + 8 \times 16^{11} + 3 \times 16^{12} = 1000854074800886$$

ii) détermination nb "chiffres" en binaire

~~nb chiffres bin =  $\lceil \log_2 \text{nb het} \rceil$~~

$$\begin{aligned} \text{nb chiffres bin} &= \text{floor}(\log_2 1000854074800886) + 1 \\ &= 49 + 1 = 50 \end{aligned}$$

50 chiffres en binaires donc 50 bits

b) Représentation maximale d'une base donnée (i.e  $b_8$ )

$$\text{nb max } \text{représentable} = b^n - 1$$

$$\text{nb max } \text{représentable octal} = 8^2 - 1 \quad (\text{exemple 2 chiffres})$$

$$\text{nb max} = 63 \Rightarrow 63 \text{ en } b_{10} = \text{nb max 2 chiffres en octal}$$

On converti en octal  $\rightsquigarrow$  binaire  $\rightsquigarrow$  het

$63 \rightarrow 77$        $\xrightarrow{\substack{\text{éclate} \\ \text{en gr}}} 111 \ 111$        $\xrightarrow{\substack{\text{regrouper} \\ \text{en} \\ \text{4 chiffres} \\ \text{car} \\ m=4}} 0011 \ 1111$   
 $(b_{10}) \quad (b_8) \quad (b_2)$       car  $m=4$       3 F  
                                en  $m=3$

Puisque les derniers chiffres en octal sera tous un "77" lors de sa conversion en het il sera toujours "1111" en bin donc "F" en hex.

Q2 c) Considérons que la portion entre 0 et 1 (fractionnaire) en binaire suit la règle  $\sum_{i=1}^k \text{num}_i \cdot b^{-i}$

Il est donc possible d'avoir mis en évidence l'évaluation de la somme

$$0 \text{ ou } 1 \cdot 2^{-1-n} \text{ soit } \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \text{ etc..}$$

$$\text{Si on fait la somme de } \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 0,375$$

$$\text{et } 147 \div 8 = 18 + 0,375 \quad \text{Donc } 18 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \text{ en binaire}$$

$$= 18 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{est } 18 \div 2 = 9 \text{ r } 0 & & \leq 0 \cdot 2^4 \\ 9 \div 2 = 4 \text{ r } 1 & + & \\ 4 \div 2 = 2 \text{ r } 0 & & \cdot 1 \cdot 2^2 \\ 2 \div 2 = 1 \text{ r } 0 & + & \\ 1 \div 2 = 0 \text{ r } 1 & & \cdot 1 \cdot 2^3 \end{array}$$

$$\underline{\text{rep}} = (10010, 011)$$

d) Plus petit multiple entier de 191 : 1 ou 191

$$191 \text{ en octal } \Rightarrow 191 \div 8 = 23 \text{ r } 7, 23 \div 8 = 2 \text{ r } 7, 2 \div 8 = 0 \text{ r } 2$$

277 (3 chiffres donc pas ça)

$$\text{i)} 191 \cdot 2 = 382 \quad \text{règle de la plus courte représentation}$$

$$382 \text{ en octal } \Rightarrow \cancel{1100010} \dots [ \log_8 7 ] + 1 = \text{floor}(\log_8 382) + 1 = 3$$

$\hookrightarrow$  donc pas 382

$$\text{ii)} \Rightarrow 191 \cdot 3 = 573 \quad [ \log_8 573 ] + 1 = 4$$

$\hookrightarrow$  oh respecte le nb 4 chiffres

$$\rightarrow \cancel{1100010} \dots \text{nb met sur 10 chiffres en binaire} = 2^{10} - 1 = 1023 \text{ (OK)}$$

$\rightarrow$  Si on regarde la plus courte rep de 573 en binaire

$$[ \log_2 573 ] + 1 = 10$$

On valide 573 en binaire  $\Rightarrow 1000111101 = 10 \text{ chiffres}$   
avec  $573 \div 2 = 286 \text{ r } 1 \dots$

d'ore donc non !

Q2

d) (suite)

$$\text{iv}) 191 \cdot 4 = 764$$

en octal  $\lceil \log_8 764 \rceil + 1 = 4 \text{ chiffres}$

en binaire  $\lceil \log_2 764 \rceil + 1 = 10 \text{ chiffres}$

$$\text{v}) 191 \cdot 5 = 955$$

en octal  $\lceil \log_8 955 \rceil + 1 = 4 \text{ chiffres}$

en bin  $\lceil \log_2 955 \rceil + 1 = 10 \text{ chiffres}$

$$\text{vi}) 191 \cdot 6 = 1146$$

en octal  $\lceil \log_8 1146 \rceil + 1 = 4 \text{ chiffres}$

en bin  $\lceil \log_2 1146 \rceil + 1 = 11 \text{ chiffres}$

Oui!, 1146 est le (+) petit multiple entier de 191 qui contient une représentation de 4 chiffres en octal et 11 chiffres en binaire

e) Le chiffre le moins significatif, donc avec le moins de poids est B en bin c'est-à-dire 11 en décimal. Si on le représente en binaire , on échale en  $2^m=16$  m=4 bits et le dernier bit de 11 (B) en binaire (1101) sera 1 donc un chiffre impair.

Question 3

$$\begin{array}{r} & 1 & 1 & 0 & 1 & 10 \\ + & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 0 & 1 \end{array}$$

Si 2 on ajoute 1 au précédent bit

$$\text{Validation: } 54 + 181 = 235 = 11101011$$

$$\begin{array}{r} & 1 & 1 & 0 & 1 & 10 \\ + & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 0 & 1 \end{array}$$

par RSBn  $A=10$  donc  $6+C=18$   
 $B=11$   $1+S+9=15$   
 $C=12$   $D+9=22$   
 $D=13$   $2+1+B=14$

## Question 4

### Square func

a) main:

concat  $r_2, r_1$  // copie itérative de  $r_1$  vers  $r_2$

début:

empty	$r_2, \text{fin}$	// fin processus de multiplication par addition
concat	$r_3, r_1$	// $r_3$ est registre contenu pour sommation
pop	$r_2$	// décrémente itérat
goto	debut	

fin:

ret  $r_3$

b) ~~main~~ max func:

main:

decrement:

empty  $r_1, r_2-\text{max}$  // décrémente les 2 reg jusqu'à ce que

empty  $r_2, r_1-\text{max}$  // l'un d'eux soit 0

pop  $r_1$

pop  $r_2$

goto decrement // decrement + boucle

$r_1-\text{max}$ :

ret  $r_1$

$r_2-\text{max}$ :

ret  $r_2$