

Consideriamo il sistema

$$\begin{cases} y' = F(y) \\ y(0) = y_0 \end{cases} \quad (1)$$

Sia J la matrice Jacobiana di F definiamo l'*indice di stiff* del sistema come il rapporto

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}$$

ovvero il rapporto tra l'autovalore di modulo massimo e quello di modulo minimo. Diremo che un sistema è stiff se l'indice è un numero molto maggiore di 1.

Andiamo a studiare come i parametri (τ, γ e la dimensione del network) influiscono sul fatto che il modello chiuso alle coppie sia più o meno stiff. Per fare questo abbiamo calcolato l'indice di stiff per alcune matrici di Erdos-Renyi vedi Figura 1. Per tali matrici inoltre abbiamo osservato anche come aumentasse il numero di intervalli temporali usando le funzione di MATLAB ode45 e ode 15s. Come si evince dai grafici 2 la funzione ode15s richiede sempre un numero minore di intervalli temporale. Possiamo dunque concludere che il modello in esame risulta stiff.

Andiamo ora a indagare sul tempo di calcolo, in particolare abbiamo confrontato ode15s (a cui abbiamo passato anche il Jacobiano) con ode45 ottenendo che in tutti i casi la funzione ode45 impiega meno tempo 3.

In 4 si osserva come varia l'indice di stiff lungo le soluzioni del sistema di ode.

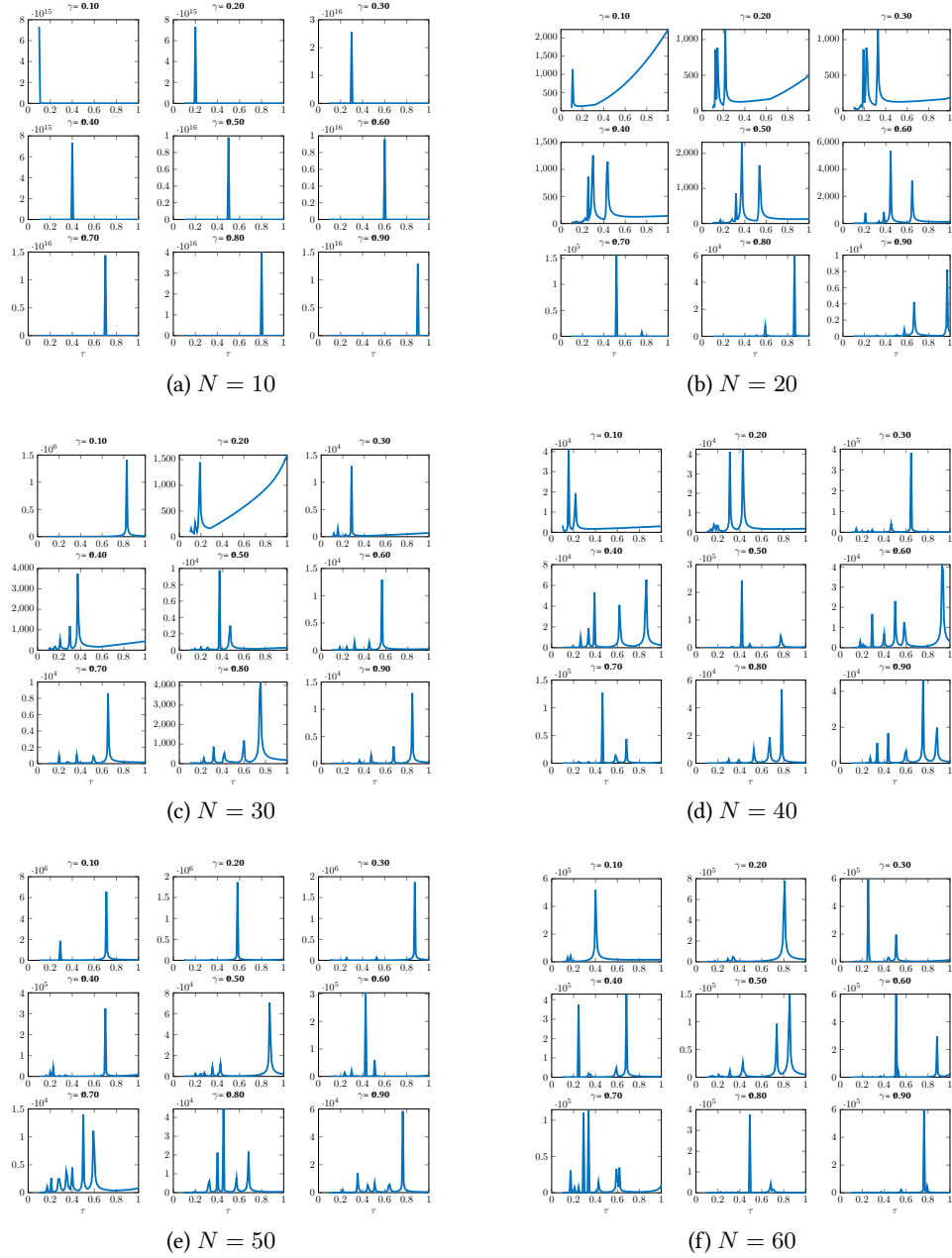


Figura 1: Nei grafici viene rappresentato come varia l'indice di stiff (nelle condizioni iniziali) facendo variare τ per alcuni valori di γ fissati. Per realizzare questi grafici abbiamo utilizzato grafi di Erdos-Renyi con probabilità 0.5 e dimensione N

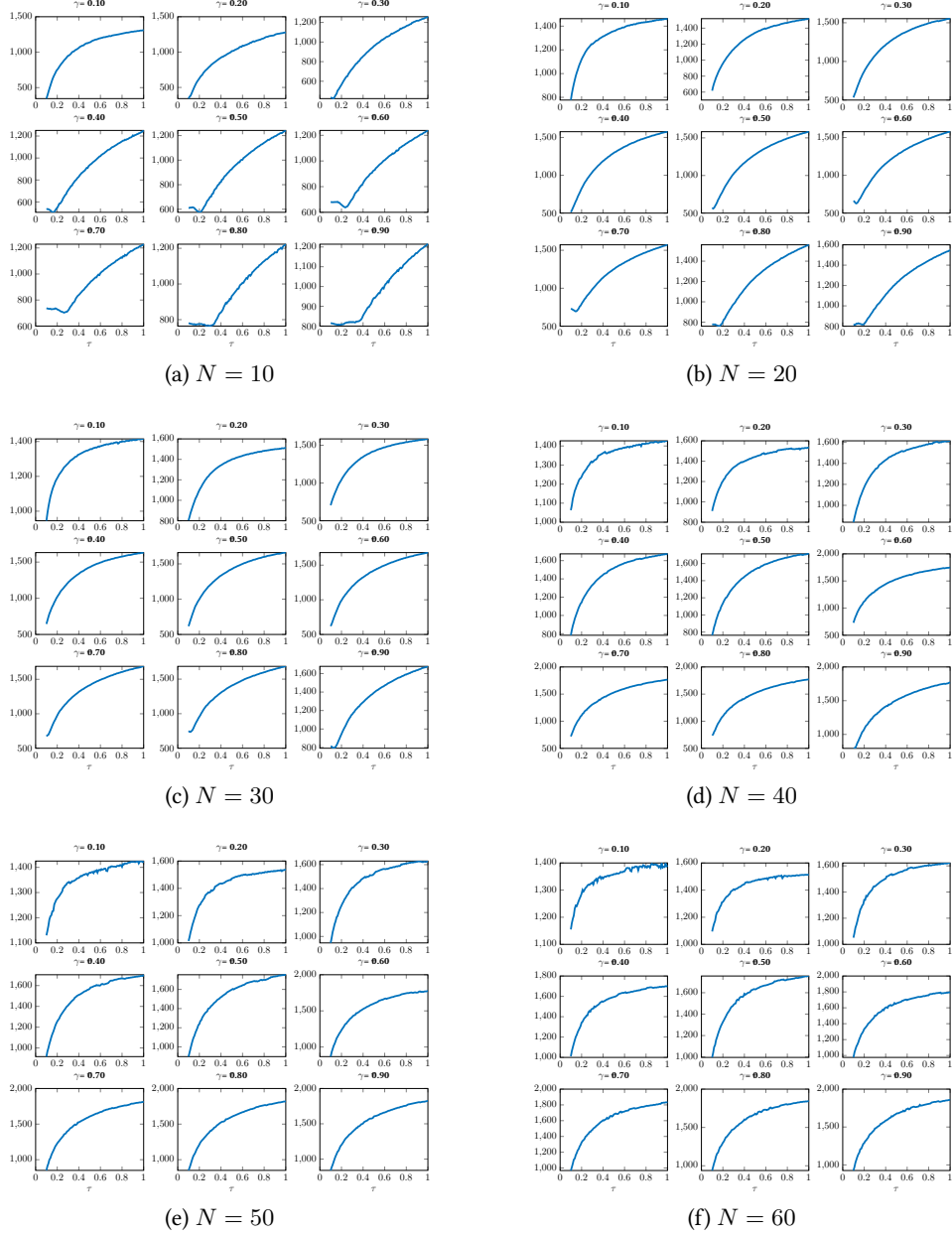


Figura 2: Nei grafici viene rappresentato come varia la differenza tra gli intervalli temporali calcolati da ode45 e ode15s facendo variare τ per alcuni valori di γ fissati. Per realizzare questi grafici abbiamo utilizzato grafi di Erdos-Renyi con probabilità 0.5 e dimensione N

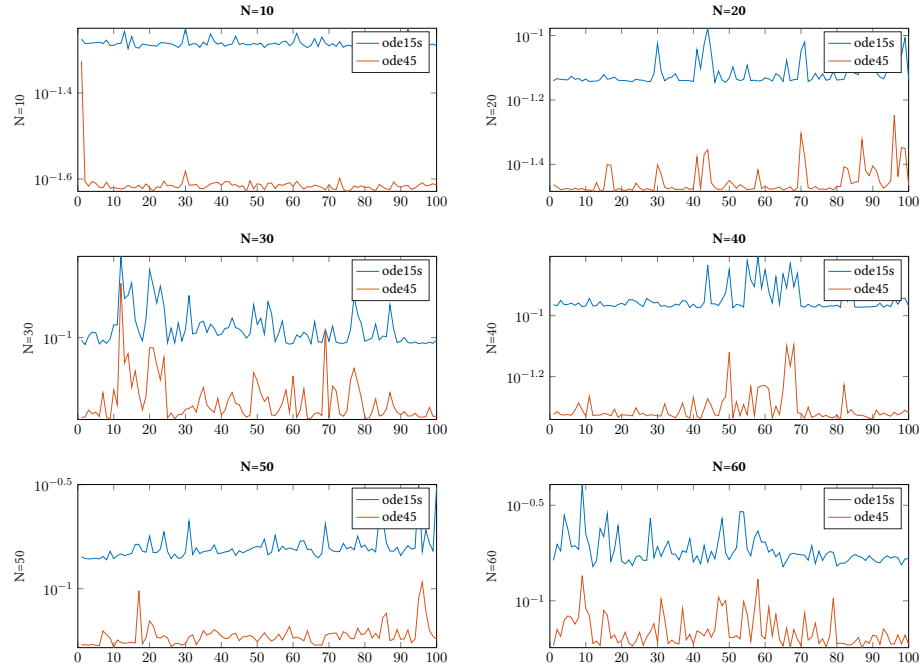


Figura 3: Nei grafici vengono rappresentati i tempi (in scala logaritmica) necessari per la risoluzione del sistema di ode utilizzando le funzioni ode45 e ode15s. Per ottenere dei risultati attendibili, abbiamo ripetuto la misura del tempo 100 volte. I parametri utilizzati sono $\tau = 0.3$ e $\gamma = 0.1$

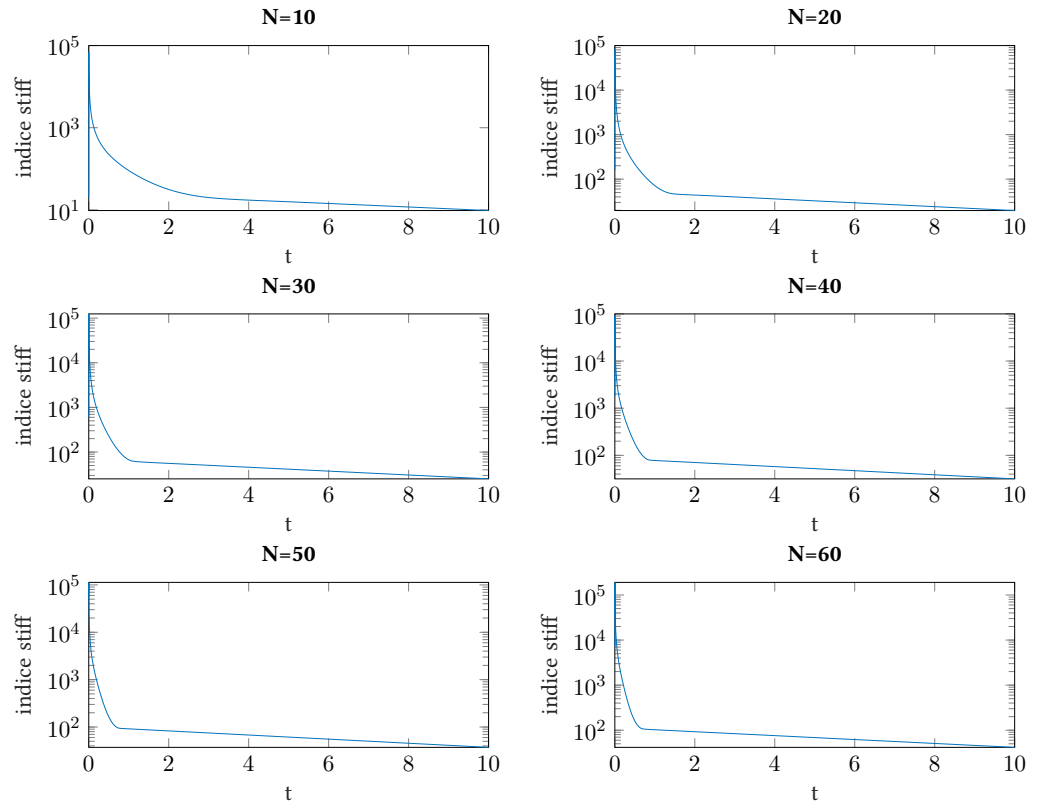


Figura 4: Nei grafici vengono rappresentato l'indice di stiff (in scala logaritmica) in funzione del tempo per la risoluzione del sistema di ode. I parametri utilizzati sono $\tau = 0.3$ e $\gamma = 0.1$