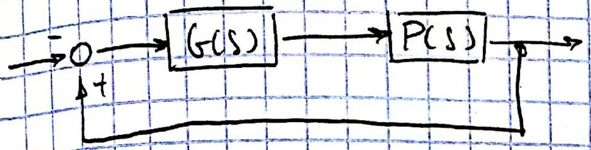
SINTESI DIRETTA



$$W(s) = \frac{G(s)\,P(s)}{1 + G(s)\cdot P(s)}$$

SINTETIZZO DIRETTAMENTE W(s) RISPETTANDO LE SPECIFICHE DATE

$$W(1+GP) = GP \longleftrightarrow G(WP-P) = -W \longleftrightarrow G = \frac{1}{P}\cdot\frac{W}{1-W}$$

W CALCOLATA ALL'INIZIO.

DOV'È IL PROBLEMA? IL PROBLEMA È CHE SE P HA ~~PO~~ POLI O ZERI A PARTE REALE POSITIVA O NULLA NON SI PUÒ USARE! PERCHÉ RENDEREI NASCOSTI AUTOVALORI A PARTE REALE ≥ 0.

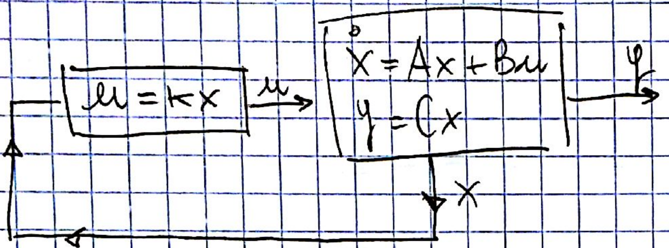
METODI DI SINTESI DEL CONTROLLORE NEL DOMINIO DEL TEMPO

A ∘ STABILIZZAZIONE CON REAZIONE DALLO STATO

B ∘ OSSERVATORE ASINTOTICO DELLO STATO

C ∘ STABILIZZAZIONE CON REAZIONE DALL'USCITA

A STABILIZZAZIONE CON REAZIONE DALLO STATO



NON METTIAMO L'INGRESSO PERCHÉ COMPLICHEREBBE I CALCOLI E NON CAMBIEREBBE NULLA

OSS

QUESTE METODOLOGIE VALGONO ANCHE PER PIÙ INGRESSI E PIÙ USCITE (u e y POTREBBERO ESSERE VETTORI)

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + BKx \\ y = Cx \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = (\overset{m\times m}{A} + \overset{m\times p}{B}\overset{p\times m}{K})x \\ y = Cx \end{cases}$$

MATRICE DINAMICA DEL SISTEMA COMPLESSIVO $m\times m$

TEOREMA DELL'ASSEGNAZIONE DEGLI AUTOVALORI

ASSEGNATO UN PROCESSO, SCEGLIENDO OPPORTUNAMENTE K, SI PUÒ FAR SÌ CHE GLI AUTOVALORI RAGGIUNGIBILI DEL PROCESSO SI "TRASFORMINO NELLA MATRICE "$A+BK$" IN VALORI ARBITRARI, MENTRE GLI AUTOVALORI IRRAGGIUNGIBILI DEL PROCESSO SI RITROVANO PARI PARI NELLA MATRICE $A+BK$

OSS

SOLO GLI AUTOVALORI RAGGIUNGIBILI POSSONO ESSERE MODIFICATI | QUELLI IRRAGGIUNGIBILI NON POSSONO ESSERE TOCCATI.

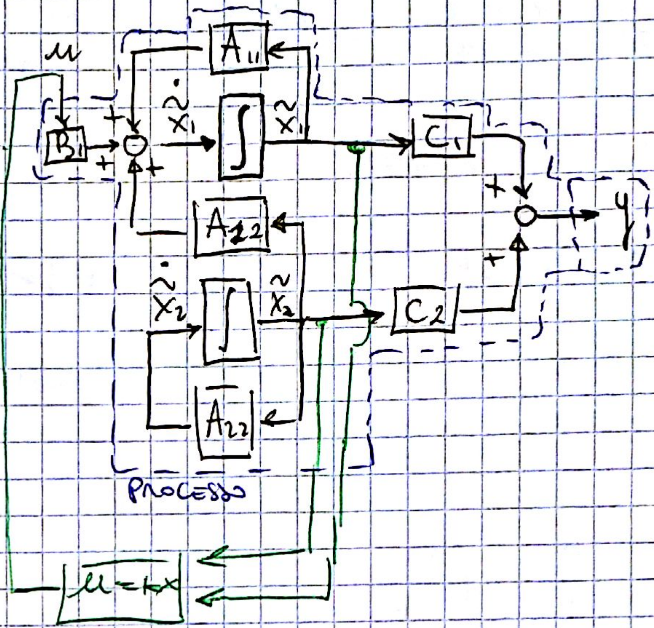
OSS

AVENDO LA POSSIBILITÀ DI MISURARE LO STATO POSSO MODIFICARE ANCHE SOLO GLI AUTOVALORI RAGGIUNGIBILI (CONDIZIONI MENO STRINGENTI RISPETTO A MACC e OSS CHE ABBIAMO VISTO FINORA)

OSS. Possiamo considerare lo stato come un'altra uscita $y' = x$, così facendo gli autovalori diventano anche osservabili

SCOMPOSIZIONE RAGGIUNGIBILE

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix} \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B_1 \neq 0$$



$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = A_{11}\tilde{x}_1 + A_{12}\tilde{x}_2 + B_1 u \\ \dot{\tilde{x}}_2 = A_{22}\tilde{x}_2 \\ y = (C_1 \quad C_2)\begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

COME CAMBIAMO VALORE AGLI AUTOVALORI RAGGIUNGIBILI?

IMPONGO: $|\lambda I - (A_{11} + B_1 k_1)| = \prod_{i=1}^{m} (\lambda - \lambda_{ARB_i})$ ← VALORE ARBITRARIO

EX $m = 2$

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (k_1 \quad k_2) \right] \right| = (\lambda - \lambda_{ARB1})(\lambda - \lambda_{ARB2})$$

$$\left| \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 + k_1 & -a_1 + k_2 \end{pmatrix} \right| = \lambda^2 - \lambda(\lambda_{ARB1} + \lambda_{ARB2}) + \lambda_{ARB1}\lambda_{ARB2}$$

$$\begin{vmatrix} \lambda & -1 \\ a_0 - k_1 & \lambda + a_1 - k_2 \end{vmatrix} = \lambda^2 + \alpha_1\lambda + \alpha_2 \qquad \lambda(\lambda + a_1 - k_2) + (a_0 - k_1) = \lambda^2 + \alpha_1\lambda + \alpha_2$$

$$\lambda^2 + (a_1 - k_2)\lambda + a_0 - k_1 = \lambda^2 + \alpha_1\lambda + \alpha_2 \rightarrow \begin{cases} a_1 - k_2 = \alpha_1 \\ a_0 - k_1 = \alpha_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} k_2 = a_1 - \alpha_1 \\ k_1 = a_0 - \alpha_2 \end{cases} \quad \square$$

EX

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left| \lambda I - (A+BK) \right| = \prod_{i=1}^{m} (\lambda - \lambda_{ANB,i}) \prod_{i=1}^{n-m} (\lambda - \lambda_{IRRAG,i})$$

FORMULA GENERALE! NON HO BISOGNO DELLA ~~FORMA~~ SCOMPOSIZIONE DI KALMAN

$\lambda_1 = 1 \quad \lambda_2 = -1$

$$\text{ran}(A+I \mid B) = \text{ran}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 < 2 = n \Rightarrow \lambda_2 = -1 \ \neg \text{RAGG}$$

$$\left| \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (k_1 \ \ k_2) \right] \right| = (\lambda - \lambda_{ANB}) \underbrace{(\lambda + 1)}_{\text{AUTOVA. NON RAGG}}$$

$$\left| \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1+k_1 & 1+k_2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right| = (\lambda - \lambda_{ANB})(\lambda+1)$$

$$\left| \begin{pmatrix} \lambda - 1 - k_1 & 1+k_2 \\ 0 & \lambda+1 \end{pmatrix} \right| = (\lambda - \lambda_{ANB})(\lambda+1)$$

$$(\lambda - 1 - k_1)\cancel{(\lambda+1)} = (\lambda - \lambda_{ANB})\cancel{(\lambda+1)}$$

$$\lambda_{ANB} = 1 + k_1 \longleftrightarrow k_1 = \lambda_{ANB} - 1$$

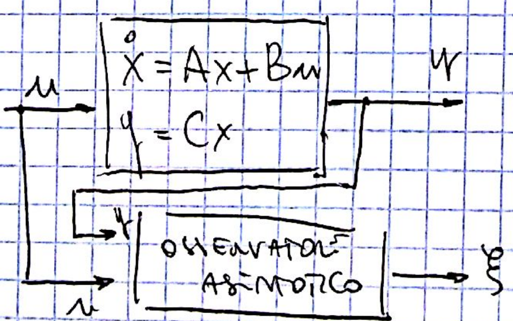
SE SCELGO $\lambda_{ANB} = -1 \longrightarrow k_1 = -2$

$$K = (-2 \quad \underbrace{x}_{\text{VALORE QUALSIASI}})$$

B) OSSERVATORE ASINTOTICO DELLO STATO

PROBLEMA "DUALE" RISPETTO AL PRECEDENTE.

CONSISTE NELLO STIMARE LO STATO CHE NON È MISURABILE



$$\left.\begin{aligned} e(t) &= x(t) - \xi(t) \\ \lim_{t \to +\infty} e(t) &= 0 \end{aligned}\right\} \text{HA QUESTE PROPRIETÀ}$$

$$\dot{\xi} = A\xi + Bu + Gy - GC\xi$$

EQUAZIONE DELL'OSSERVATORE ASINTOTICO

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\xi} = (Ax + Bu) - (A\xi + Bu + G\underbrace{Cx}_{y} - GC\xi) = (A-GC)x - (A-GC)\xi =$$

$$= (A-GC)(x-\xi) = (A-GC)e$$

$$e(t) = \underset{\underset{\exp}{\uparrow}}{e}^{(A-GC)t} e(0)$$

Se $A-GC$ ha tutti gli autovalori a parte reale $< 0 \Longrightarrow \lim_{t \to +\infty} e(t) = 0$

Problema duale al precedente!

TEOREMA

Assegnato un processo scegliendo opportunamente una matrice G si può far sì che gli autovalori osservabili del processo si trasformino nella matrice $A-GC$ in valori arbitrari, mentre gli autovalori inoss. del processo si trovano pari pari nella matrice $A-GC$.

Quando è possibile progettare un osservatore asintotico dello stato?

Quando tutti gli autovalori inoss. del processo sono a parte reale negativa.

oss

Se si richiede che la velocità di convergenza a zero di $e = x - \xi$ deve essere minore di $-\alpha$, $\alpha > 0$, allora gli autovalori di $A-GC$ devono essere $< -\alpha$

$$|\lambda I - (\underset{n\times n}{A} - \underset{n\times q}{G}\,\underset{q\times n}{C})| = \prod_{i=1}^{p} (\lambda - \lambda_{ARB_i}) \cdot \prod_{i=1}^{n-p} (\lambda - \lambda_{inoss_i})$$

il mio obiettivo è trovare G

$$p = N^\circ \text{ autov. oss} = \operatorname{ran}\begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$$

$q = N^\circ$ uscite

Ex

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_2 = -1 \end{matrix}$$

$$p = \operatorname{ran}\begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 1 & 1/2 \end{pmatrix} = 1 < 2 = n$$

$$\lambda = -1 \longrightarrow \operatorname{ran}\begin{pmatrix} A+I \\ C \end{pmatrix} = \operatorname{ran}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1/2 \end{pmatrix} = 1 < 2 = n \Longrightarrow \lambda_2 = -1 \text{ inoss}$$

L'UNICO AUTOVALORE NOSS è < 0 → ok!

$$|\lambda I - A - GC| = \prod_{i=1}^{p}(\lambda-\lambda_{ARB_i})\prod_{i=1}^{n-p}(\lambda-\lambda_{INOSS_i})$$

$$\left|\begin{pmatrix}\lambda&0\\0&\lambda\end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}G_1\\G_2\end{pmatrix}(1 \quad 1/2)\right]\right| = (\lambda-\lambda_{ARB})(\lambda+1)$$

$$\begin{vmatrix}\lambda-1+G_1 & G_1/2-1\\ G_2 & \lambda+1+G_2/2\end{vmatrix} = (\lambda-\lambda_{ARB})(\lambda+1)$$

$$(\lambda-1+G_1)(\lambda+1+G_2/2) - G_2(G_1/2-1) = (\lambda-\lambda_{ARB})(\lambda+1)$$

$$\lambda^2+\lambda(G_1+G_2/2) - 1 - G_2/2 + G_1 + \cancel{G_1G_2/2} - \cancel{G_1G_2/2} + G_2 = (\lambda-\lambda_{ARB_1})(\lambda+1)$$

$$(\lambda+G_1+G_2/2-1)\cancel{(\lambda+1)} = (\lambda-\lambda_{ARB})\cancel{(\lambda+1)}$$

$$G_1+G_2/2-1 = -\lambda_{ARB}$$

SCELGO $\lambda_{ARB}=-1$ $\quad G_1 = -G_2/2+2$

POSSIAMO SCEGLIERE UNA QUALSIASI COPPIA CHE SODDISFA L'EQ.

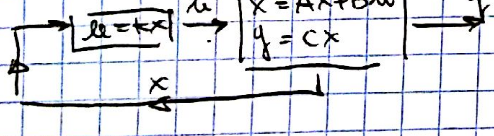
ES: $G_2=0$ $\quad G_1=2$ $\longrightarrow$ $G=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$

INFINE:

$$\boxed{\dot\xi = A\xi+Bu+Gy-GC\xi}$$ CON A, B, C DATI E G APPENA TROVATO

RIASSUNTO

STABILIZZAZIONE CON REAZIONE DALLO STATO

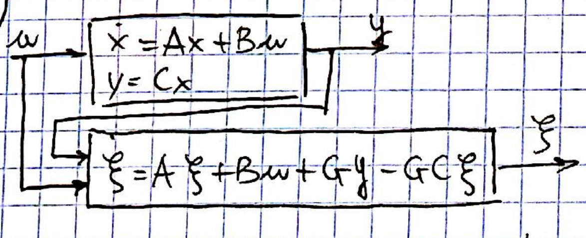


TROVARE K t.c.

$$|\lambda I-(A+BK)| = \prod_{i=1}^{m}(\lambda-\lambda_{ARB_i})\prod_{i=1}^{n-m}(\lambda-\lambda_{IRR_i})$$

POSSIBILE SE E SOLO SE TUTTI GLI AUTOVALORI IRRAGGIUNGIBILI DEL PROCESSO SONO A PARTE REALE NEGATIVA

OSSERVATORE ASINTOTICO DELLO STATO

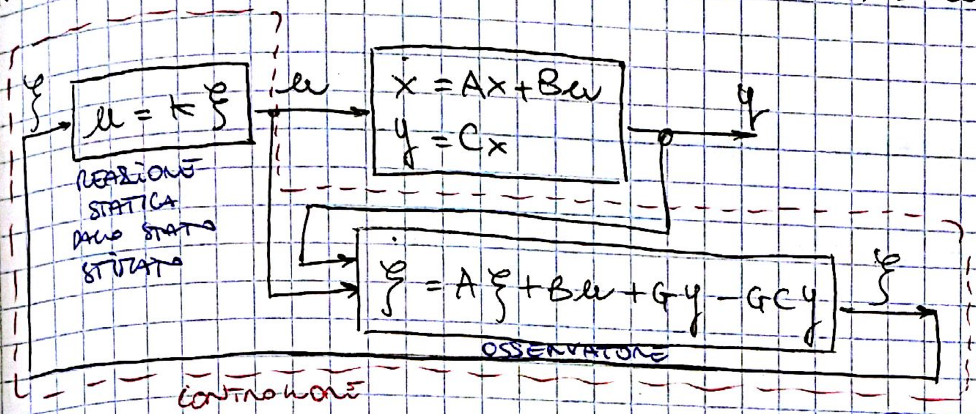


TROVARE G t.c. $|\lambda I-(A-GC)| = \prod_{i=1}^{p}(\lambda-\lambda_{ARB_i})\prod_{i=1}^{n-p}(\lambda-\lambda_{INOSS_i})$

POSSIBILE SE E SOLO SE TUTTI GLI AUTOV. INOSS DEL PROCESSO SONO A PARTE REALE MINORE DI ZERO

C STABILIZZAZIONE CON REAZIONE DALL'USCITA

NB: NON DA LUOGO IN GENERALE A UN CONTROLLORE A DIMENSIONE FINITA



LA DIM DEL CONTROLLORE È LA DIM DI A!

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bk\xi \\ \dot{\xi} = A\xi + Bk\xi + GCx - GC\xi \\ y = Cx \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} A & Bk \\ GC & A+Bk-GC \end{pmatrix}}_{A_c} \begin{pmatrix} x \\ \xi \end{pmatrix}$$

(blocchi di dimensione m)

TRASFORMAZIONE DI COORDINATE

$$T^{-1} = T = \begin{pmatrix} I_{m\times m} & O_{m\times m} \\ I_{m\times m} & -I_{m\times m} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{A}_c = \begin{pmatrix} I & 0 \\ I & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & Bk \\ GC & A+Bk-GC \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ I & -I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A+Bk & -Bk \\ 0 & A-GC \end{pmatrix}$$

AVENDO APPLICATO QUESTA TRASFORMAZIONE DI COORDINATE ABBIAMO RESO A_c TRIANGOLARE: SONO VISIBILI I SUOI AUTOVALORI:

AUTOVALORI DI A_c = $\begin{cases} \text{AUTOVAL. DI } \underbrace{A+Bk}_{\text{QUELLA DELLA CONTROREAZIONE DALLO STATO}} \\ \text{AUTOVAL. DI } \underbrace{A-GC}_{\text{QUELLO DELL'OSSERVATORE}} \end{cases}$

DUE SOTTOPROBLEMI:

- TROVARE k t.c. $A+Bk$ ABBIA TUTTI GLI AUTOVAL. A PARTE REALE NEG. (PROBLEMA DELLA CONTROREAZIONE DALLO STATO)
- TROVARE G t.c. $A-GC$ ABBIA TUTTI GLI AUTOVAL. A PARTE REALE NEG. (PROBLEMA DELL'OSSERVATORE ASINTOTICO)

QUESTO È IL PRINCIPIO DI SEPARAZIONE

OSS.

Se tutti gli autovalori sono raggiungibili e osservabili, posso assegnarli tutti

EX.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Utilizzare il principio di separazione per rendere asint. stabile il sistema complessivo.

(Esercizio già fatto singolarmente per quanto riguarda stabilizzazione dallo stato e oss. asintotico)

Avevamo ottenuto $K = (-2 \quad *)$ e $G = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

L'esercizio è finito! Se metto K e G nella struttura disegnata prima ho ottenuto il risultato

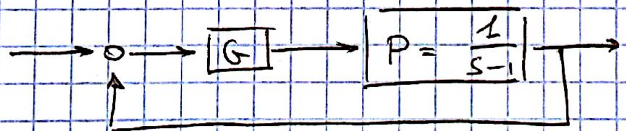
OSS.

Qual è la dimensione del controllore? È 2! Infatti è la dim. di A (non dim. minima)

Infatti, risolvendo con i metodi nel dominio di Laplace:

$$P(s) = C(sI-A)^{-1}B = \frac{1}{s-1}$$

Scelgo $G(s) = a$



$$W = \frac{N_F}{N_F + D_F} \Rightarrow F = GP = \frac{a}{s-1} \Rightarrow D_W = a + s - 1$$

Il sist. è stabile se $a - 1 > 0 \Leftrightarrow a > 1$

OSS

Bastava un controllore costante!

All'esame: solo se espressamente chiesto usare metodo nel tempo

EX

$$u \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{array}} \rightarrow y$$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 0 & a \end{pmatrix}$ $D = 1$

A TRIANGOLARE: $\begin{cases} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_2 = \cancel{a} - 1 \end{cases}$

A) DETERMINARE PER QUALI VALORI DI a NON È POSSIBILE STABILIZZARE ASINT. IL SISTEMA COMPLESSIVO

RAGGIUNGIBILITÀ

$$m = \text{rank}(B \mid AB) = \text{rank}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix} = \begin{cases} 2 & \text{se } a \neq 2 \longrightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1 \text{ RAGG.} \\ 1 & \text{se } a = 2 \longrightarrow (*) \end{cases}$$

(*) FACCIO IL TEST DI HAUTUS CON $a=2$ PER CAPIRE CHE SUCCEDE:

$\boxed{a = 2}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = -1 \quad \text{rank}(A + I \mid B) = \text{rank}\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{array}\right) = 1 < 2$$

NON È RAGGIUNGIBILE

$\lambda_1 = 1$ RAGGIUNGIBILE

$\lambda_2 = -1$ IRRAGGIUNGIBILE

OSSERVABILITÀ

$$n = \text{rank}\begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \text{rank}\begin{pmatrix} 0 & a \\ a^2 & -a \end{pmatrix} = \begin{cases} 2 & \text{se } a \neq 0 \Longrightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1 \text{ OSS.} \\ 0 & \text{se } a = 0 \Longrightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1 \text{ INOSS.} \end{cases}$$

QUINDI L'UNICO VALORE DI a PER CUI NON È POSSIBILE STAB. IL SISTEMA È $a = 0$ → PER QUESTO VALORE DI a INFATTI C'È UN AUTOV. A PARTE REALE > 0 NON OSS. ($\lambda_1 = 1$)

B) PER QUALI VALORI DEL PARAMETRO a NON È POSSIBILE ASSEGNARE AD ARBITRIO TUTTI GLI AUTOVALORI DEL SISTEMA COMPLESSIVO?

QUESTO È POSSIBILE SE TUTTI GLI AUTOVALORI SONO NON NASCOSTI

QUESTO È POSSIBILE SE $a \neq 0$ E $a \neq 2$ QUINDI:

$a = 0$ e $a = 2$

C) E SE CHIEDESSI LA STABILITÀ CON CONTROREAZIONE DALLO STATO?

PER LA STABILITÀ CON CONTROREAZIONE DALLO STATO CONTA SOLO LA RAGGIUNGIBILITÀ → PER TUTTI I VALORI DI a È STABILIZZABILE! (INFATTI PER $a=2$ L'UNICO AUTOV. NASCOSTO È A PARTE REALE NEG.)

D) PER QUALI VALORI DI a POSSO ASSEGNARE AD ARBITRIO GLI AUTOV. CON CONTROREAZIONE DALLO STATO?

PER $a \neq 2$ POSSO (INFATTI PER $a=2$ HO UN AUTOV. NON RAGG.)

E) PER QUALI VALORI DI a ESISTE L'OSS. ASINTOTICO?

ESISTE PER $a \neq 0$, INFATTI PER $a=0$ C'È $\lambda_1 = 1$ NON OSS. E A PARTE REALE POSITIVA!

PER $a \neq 0$ INOLTRE TUTTI GLI AUTOV. SONO OSS. $\Rightarrow$ POSSO ASSEGNARE AD ARBITRIO LA VEL. DI CONVERGENZA.

F) PER QUALE VALORE DI a IL SISTEMA È STABILIZZABILE ASINT. MA SENZA POTER ASSEGNARE TUTTI GLI AUTOVALORI?

PER $a=2$, INFATTI HA SOLO UN AUTOV. NASCOSTO MA È A PARTE REALE NEG ($\lambda_2 = -1$ IRRAG.)

G) TROVARE IL CONTROLLORE CON IL ~~[illegible]~~ principio DI SEPARAZIONE PER STABILIZZARE IL SISTEMA CON $a=2$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad D = 1$$

$$K : \left| \lambda I - (A + BK) \right| = (\lambda - \lambda_{ARB_1})(\lambda + 1)$$

$$\left| \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix} \right] \right| = (\lambda - \lambda_{ARB_1})(\lambda + 1)$$

$$\begin{vmatrix} \lambda - 1 - k_1 & -k_2 \\ -2 + k_2 & \lambda + 1 - k_2 \end{vmatrix} = (\lambda - \lambda_{ARB_1})(\lambda + 1) \rightarrow$$

$$\lambda^2 + \lambda(-k_1 - k_2) - 1 - k_1 - k_2 = (\lambda - \lambda_{ANB_1})(\lambda + 1)$$

DEVO FARE LA DIVISIONE TRA POLINOMI, IL POL. A SX DEVE ESSERE DIVISIBILE PER $\lambda + 1$ (ALTRIMENTI HO SBAGLIATO)

⋮

$$(\lambda + 1)(\lambda - k_1 - k_2 - 1) = (\lambda - \lambda_{ANB_1})(\lambda + 1)$$

$$-k_1 - k_2 - 1 = -\lambda_{ANB}$$

$$G: \left| \lambda I - (A - GC) \right| = (\lambda - \lambda_{ANB_2})(\lambda - \lambda_{ANB_3})$$

$$\left| \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix} \right] \right| = (\lambda - \lambda_{ANB_2})(\lambda - \lambda_{ANB_3}) = \lambda^2 + \alpha_1 \lambda + \alpha_0$$

⋮

$$\lambda^2 + 2G_2\lambda + 4G_1 - 1 - 2G_2 = \lambda^2 + \alpha_1\lambda + \alpha_0$$

$$\begin{cases} 2G_2 = \alpha_1 \\ 4G_1 - 1 - 2G_2 = \alpha_2 \end{cases}$$

(SETTEMBRE $a = 2$)

4e) SI DETERMINI UN CONTROLLORE CON REAZIONE DALL'USCITA IN CUI SI STABILIZZI IL SISTEMA COMPLESSIVO E CON DUE AUTOVAL. NASCOSTI

PER RISPONDERE A QUESTA DOMANDA DEVO PASSARE NEL DOMINIO DI LAPLACE

$$P(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = \frac{s+1}{s-1}$$

ABBIAMO GIÀ UN AUTOVALORE NASCOSTO IN -1, COME FACCIAMO A OTTENERE L'ALTRO? PRENDIAMO $G(s) = \frac{---}{(s+1)---}$ IN MODO DA CANCELLARE LO ZERO DI $P(s)$.

CANCELLAZIONE POLO-ZERO

IN QUESTO MODO: $\{\text{AUTOVAL NASCOSTI}\} = \{\underset{\text{IRRAGG OSS}}{-1}, \underset{\text{RAGG IOSS}}{-1}\}$

SCELGO $G(s) = \frac{a}{s+1} \longrightarrow F = GP = \frac{a}{s-1} \longrightarrow P_W = s - 1 + a$

IL SIST. È STABILE PER $a - 1 > 0 \longrightarrow \boxed{a > 1}$

EX

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \quad C = (1 \ \ b) \qquad \lambda_1 = 1 \quad \lambda_2 = a$$

A) SI DETERMINI PER QUALI VALORI DI a e b NON È POSSIBILE COSTRUIRE UN OSSERVATORE ASINTOTICO DELLO STATO

B) SI DETERMINI PER QUALI VALORI DI a e b È POSSIBILE COSTRUIRE L'OSSERVATORE ASINTOTICO MA NON È POSSIBILE ASSEGNARE ARBITRARIAMENTE TUTTI GLI AUTOVALORI

A

$$\text{ran}\begin{pmatrix} C \\ \hline CA \end{pmatrix} = \text{ran}\left(\begin{array}{c|c} 1 & b \\ 1 & ab \end{array}\right) = \begin{cases} 1 & \text{se } b = 0 \text{ OR } a = 1 \\ 2 & \text{ALTRIMENTI} \end{cases}$$

$\lambda_1 = 1$

$$\text{ran}\begin{pmatrix} A - I \\ C \end{pmatrix} = \text{ran}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a-1 \\ 1 & b \end{pmatrix} = \begin{cases} 2 & \text{se } a \neq 1 \longrightarrow \lambda_1 = 1 \text{ è oss.} \\ 1 & \text{se } a = 1 \longrightarrow \lambda_1 = 1 \text{ è inoss.} \end{cases}$$

$\lambda_2 = a$

$$\text{ran}\begin{pmatrix} A - aI \\ C \end{pmatrix} = \text{ran}\begin{pmatrix} 1-a & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix} = \begin{cases} 2 & \text{ALTRIMENTI} \rightarrow \lambda_2 = a \text{ è oss} \\ 1 & \text{se } a = 1 \text{ o } b = 0 \rightarrow \lambda_2 = a \text{ è } \not\text{oss} \end{cases}$$

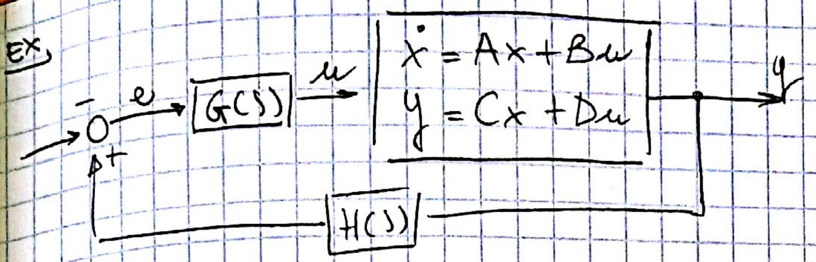
$$\nexists \text{ oss. asint.} \iff \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \text{ e } a \geq 0 \end{cases}$$

B

se $\begin{cases} b = 0 \\ a < 0 \end{cases}$ INFATTI IN QUESTO CASO $\lambda_2 = a$ è inoss.(*) MA È A PARTE REALE NEGATIVA (QUINDI L'OSS. ASINT. ESISTE)

(*) QUINDI NON POSSO SCEGLIERE LA VEL. DI CONV.)

EX.



$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad H(s) = \frac{H}{s}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = d$$

DETERMINARE $G(s)$ A DIMENSIONE FINITA e i PARAMETRI "d" e "H" IN MODO DA SODDISFARE LE SEGUENTI SPECIFICHE:

α) IL SISTEMA COMPLESSIVO ABBIA DUE AUTOVALORI NASCOSTI.

β) LA RISPOSTA y A REGIME PERMANENTE PER L'INGRESSO $r(t) = t$ SIA UGUALE A $1/3$.

γ) IL SISTEMA COMPLESSIVO SIA ASINTOTICAMENTE STABILE CON TUTTI GLI AUTOVALORI COINCIDENTI.

DUE AUTOVALORI: $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = -2$, VERIFICHIAMO R. e O.

$$m = \mathrm{ran}\left(B \mid AB\right) = \mathrm{ran}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 \Rightarrow \text{UNO R. e UNO } \neg R.$$

$$n = \mathrm{ran}\begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \mathrm{ran}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = 2 \Rightarrow \text{TUTTI e DUE O.}$$

VERIFICO CHE SIA $\lambda_2 = -2$ QUELLO NON RAGG. (SE COSÌ NON FOSSE IL PROBLEMA NON AVREBBE SOLUZIONE!)

$$\mathrm{ran}\left(A + 2I \mid B\right) = \mathrm{ran}\left(\begin{array}{cc|c} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right) = 1 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_2 = -2 & \neg R. \text{ e } O. \\ \lambda_1 = 1 & R. \text{ e } O. \end{cases}$$

CALCOLO $P(s)$:

$$P(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = \frac{d\left(s - 1 + \frac{1}{d}\right)}{s - 1}$$

OSS.
IL FATTO CHE ABBIAMO UN AUTOVALORE NASCOSTO IN -2 IMPLICA CHE DEVO METTERLI TUTTI IN '-2' PER SODDISFARE LA SPECIFICA (γ)

OSS.
VISTO CHE DEVO AVERE DUE AUTOV. NASCOSTI, METTO LO ZERO DI $P(s)$ IN -2 IN MODO DA POTERLO CANCELLARE CON UN POLO IN $G(s)$ →

$s-1+\frac{1}{d} = s+2 \longrightarrow d = \frac{1}{3} \Rightarrow P(s) = \frac{1}{3}\frac{s+2}{s-1}$

$G(s) = \frac{(\dots)}{(s+2)(\dots)}$

ABBIAMO OTTENUTO COSÌ DUE AUTOVALORI NASCOSTI IN '-2'
UNO TRAG. e OSS. e UNO RAG. e TOSS.

TROVO LA FdT RIFERIMENTO–USCITA

$W = \frac{y}{r} = \dots = \frac{N_F D_H}{N_F N_H + D_F D_H}$ OVE $F = G \cdot P = \frac{N_F}{D_F}$ $H = \frac{N_H}{D_H}$

CONSULTO LA TABELLA DELLE RISPOSTE A REGIME A INGRESSI CANONICI
DA LÌ $\longrightarrow$ DEVO METTERE UNO ZERO IN $W(s)$ e DEVO RENDERLA
t.c. $\left.\frac{W(s)}{s}\right|_{s=0} = \frac{1}{3}$

$W(s)$ HA GIÀ UNO ZERO IN $s=0$! INFATTI $N_W = N_F \cdot D_H$ e
$D_H = s$. NON DEVO FARE NULLA.
DEVO PERÒ IMPORRE CHE $\left.\frac{W(s)}{s}\right|_{s=0} = \frac{1}{3}$

OSS.
IL FATTO CHE HO $\left.\frac{W(s)}{s}\right|_{s=0}$ AGGIUNGE LA NECESSITÀ DI AGGIUNGERE
UN NUOVO PARAMETRO! (ASSEGNAZIONE AUTOV. FINALE + VINCOLO CHE $\left.\frac{W(s)}{s}\right|_{s=0} = \frac{1}{3}$)
IN QUESTO CASO: N° PARAMETRI $= d_W + 1$

$d_W = \underbrace{d_F + d_H}_{} = d_F + 1 \longrightarrow d_F + 2$

INFATTI I GRADI DEI
DEN. SONO SEMPRE $\geq$ DI
QUELLI DEI NUM.
$d_F + d_H \geq m_F + m_H$

POSSO ASSEGNARE LA STRUTTURA DI $G(s)$:

$G(s) = \frac{a}{s+2} \longrightarrow F = \frac{\frac{1}{3}a}{s-1}$ NO! N° PAR. $= 2$ (H e a) $\neq d_F + 2 = 3$

$G(s) = \frac{as+b}{s+2} \longrightarrow F = GP = \frac{1}{3}\frac{as+b}{s-1}$ OK! N° PAR $= 3 = d_F + 2 = 3$

$\left.\frac{W(s)}{s}\right|_{s=0} = \left.\frac{1}{\cancel{s}} \cdot \frac{\frac{1}{3}(as+b)\cdot\cancel{s}}{\frac{1}{3}(as+b)H + (s-1)s}\right|_{s=0} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{H} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow H = 3$

ORA ASSEGNO GLI AUTOV. DI W IN MODO DA RENDERLI TUTTI −2 (PER SODDISFARE LA SPECIFICA γ)

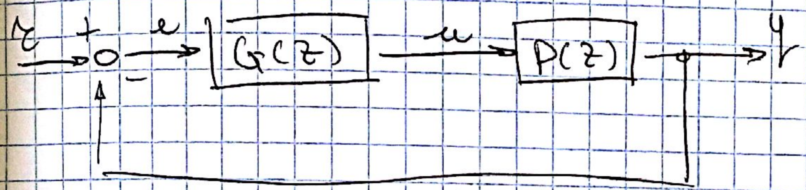
$$D_W = N_F N_H + D_F D_H = (s+2)^2$$

$$\frac{1}{3}(as+b)\cancel{3} + (s-1)s = (s+2)^2 \longrightarrow s^2 + s(a-1) + b = s^2 + 4s + 4 \quad \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases}$$

ABBIAMO OTTENUTO COSÌ: $\begin{cases} \alpha = 1/3 \\ \mu = 3 \\ G(s) = \dfrac{5s+4}{s+2} \end{cases}$

$$\left\{\begin{matrix}\text{AUTOV.} \\ \text{SISTEMA} \\ \text{COMPL.}\end{matrix}\right\} = \{\underbrace{-2}_{\text{NASC. OSS}};\ \underbrace{-2}_{\text{OSS NASC.}};\ \underbrace{-2;\ -2}_{\text{NON NASCOSTI}}\}$$

EX



$$G(z) = k\,\frac{z+a}{z+b} \qquad P(z) = \frac{z-2}{(z-1)(z+0{,}5)}$$

DETERMINARE k, a, b t.c.

α) ERRORE $e(k)$ CORRISPONDENTE ALL'INGRESSO $r(k) = 1(k)$ SI ANNULLI NEL PIÙ BREVE TEMPO POSSIBILE 'ℓ'

β) IL SIST. COMPLESSIVO SIA ASINT. STABILE

$$e(z) = W_e(z) \cdot r(z)$$

$\downarrow$

$$\frac{S(z)}{z^{\ell-1}} = \frac{D_F}{N_F + D_F} \cdot \frac{z}{z-1}$$

MOLTIPLICO AMBO I MEMBRI PER $\frac{z-1}{z}$

$$\frac{S(z)(z-1)}{z^{\ell}} = \frac{D_F}{N_F + D_F} \longrightarrow \begin{cases} S(z)\cdot(z-1) = D_F \\ z^{\ell} = N_F + D_F \end{cases}$$

$$G(z) = k\,\frac{z+0{,}5}{z+b} \Rightarrow F(z) = G(z)\cdot P(z) = k \cdot \frac{\overbrace{z-2}^{N_F}}{\underbrace{(z+b)(z-1)}_{D_F}}$$

$$N_F + D_F = k(z-2) + (z+b)(z-1) = z^2$$

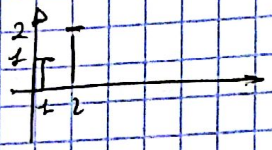
$$z^2 + (k+b-1)z - 2k - b = z^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k+b-1 = 0 \\ -2k-b = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

CALCOLIAMO IL TRANSITORIO:

$$e(z) = W_e(z) \cdot r(z) = \frac{D_F}{N_F + D_F} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{(z+2)\cancel{(z-1)}}{z^{\cancel{2}}} \cdot \frac{\cancel{z}}{\cancel{z-1}} = \frac{z+2}{z} = 1 + \frac{2}{z}$$

$$e(k) = \delta(k) + 2\,\delta(k-1)$$

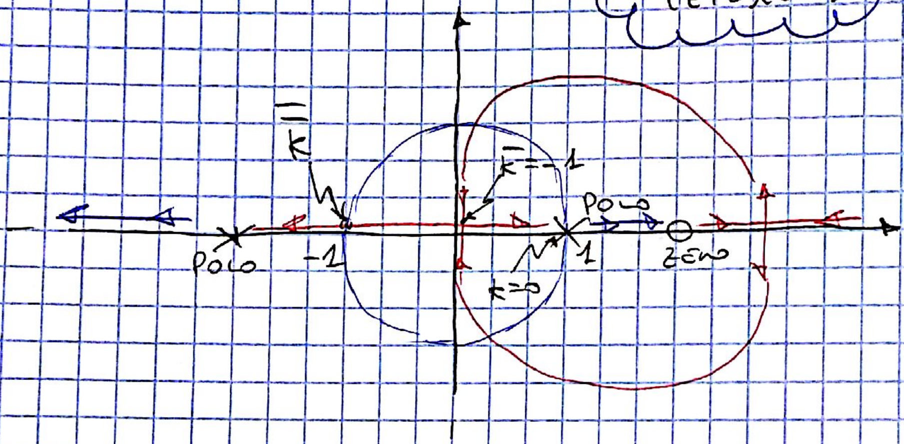


SCELTI I PARAMETRI a e b, TRACCIAMO IL LUOGO DELLE RADICI E DALL'ISPEZIONE DEL LUOGO DETERMINIAMO PER QUALI VALORI DI k IL SIST. È ASINTOTICAMENTE STABILE e TUTTI GLI AUTOV. ~~...~~ REALI

TRACCIO IL LUOGO DI $\boxed{F = k\frac{z-2}{(z+2)(z-1)}}$

$n = 2$

$z = 1$



IL SIST. è AS. STABILE e TUTTI GLI AUTOV. ~~...~~ REALI

Se $\underline{k} < k < \overline{k}$

$(N_F + D_F = 0)$

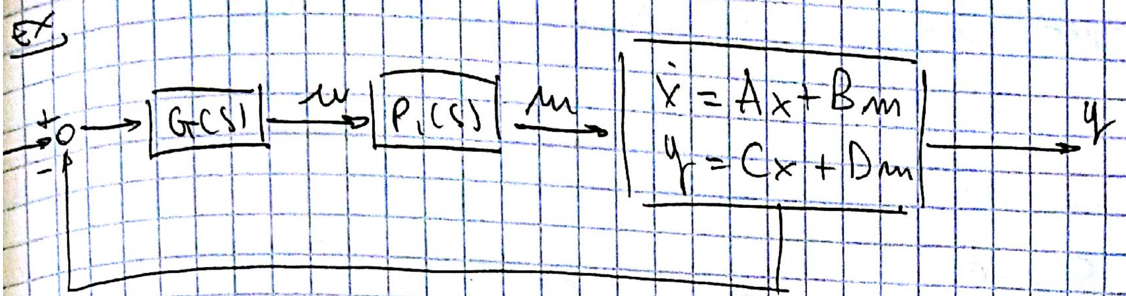
COME TROVO $\overline{k}$? SOSTITUISCO $z = -1$ IN $k(z-2) + (z+2)(z-1) = 0$

$\longrightarrow \overline{k} = -2/3$

OK,

L'ALTRO RAMO SAREBBE VERO TRA $k=0$ e $k=-1$, QUINDI PIÙ GRANDE

Ex.



Si determinino "a" e "b" e un controllore $G(s)$ a dim. minima t.c.:

1) il processo abbia 2 autovalori nascosti
2) il pol. caratteristico del sistema complessivo sia:

$(\lambda+1)^2(\lambda+2)(\lambda+4)(\lambda+6)$.

$A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = 1$

$P_1(s) = \dfrac{s-2}{s(s+b)}$.

(pezzo non svolto in aula)

$\lambda = a \begin{cases} \neg \text{ragg. se } a = -2 \\ \text{ragg. se } a \neq -2 \end{cases}$

sempre oss.

$\lambda = 1$ sempre ragg.

$\begin{cases} \text{inoss. se } a = 3 \\ \text{oss se } a \neq 3 \end{cases}$

Scelgo $a = -2$ in modo da creare un autoval. nascosto (uno dei due richiesti) nel processo.

$P_2(s) = C(sI-A)^{-1}B + D = \dfrac{s+4}{s-1}$

A questo punto scelgo $b = 4$ in modo da creare il secondo autov. nascosto richiesto.

$P = P_1 P_2 = \dfrac{s-2}{s(\cancel{s+4})} \cdot \dfrac{\cancel{s+4}}{s-1} = \dfrac{s-2}{s(s-1)}$

ORA DEVO SCEGLIERE UNA STRUTTURA DI $G(s)$ IN MODO DA FARE L'ASS. DEGLI AUTOVALORI

N^o PARAMETRI $= \partial W = \partial F$

SCELGO $G(s) = \dfrac{cs+d}{s+e}$, IN QUESTO MODO $F = \dfrac{(cs+d)(s-2)}{s(s-1)(s+e)}$

$\partial F = 3 = N^o$ PARAMETRI $\longrightarrow$ ok!

$W(s) = \dfrac{N_F}{N_F + D_F}$ $\quad D_W = N_F + D_F = (cs+d)(s-2) + s(s-1)(s+e) =$

$= (s+1)^2 (s+6)$

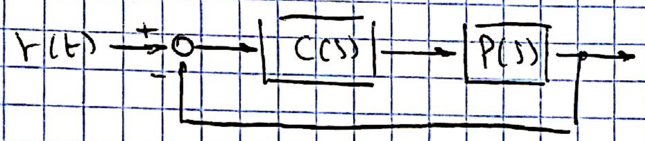
$\vdots$ CALCOLI

$c = -25$

$d = -3$

$e = 34$

EX.



$C(s) = k \qquad P(s) = \dfrac{10(s+1)}{s(s-1)(s+10)}$

TROVARE k t.c.:

1) ERRORE A REGIME PERMANENTE CORRISPONDENTE A INGRESSI A GRADINO SIA NULLO

2) ASINTOTICAMENTE STABILE

3) MARGINE DI FASE φ_m MASSIMO

4) ω_t PULSAZIONE DI ATTRAVERSAMENTO $= 2 \frac{rad}{s}$ o $5 \frac{rad}{s}$ o $20 \frac{rad}{s}$

5) VERIFICARE IL PUNTO 2 TRAMITE NYQUIST

OSS. GUARDANDO SISTEMI DI TIPO K

LA 1) È AUTOMATICAMENTE VERIFICATA GRAZIE AL POLO IN ZERO IN $P(s)$.

2) CALCOLO $D_W = N_F + D_F$

$$D_W = s(s-1)(s+10) + 10k(s+1) = s^3 + 9s^2 + s(k10-10) + 10k$$

APPLICHIAMO ROUTH

$$\begin{array}{c|cc}
3 & 1 & 10k-10 \\
2 & 9 & 10k \\
1 & \frac{10k-9(10k-10)}{-9} & 0 \\
0 & 10k &
\end{array}$$

$$\begin{cases} 10k>0 \longrightarrow k>0 \\ \frac{10k-9(10k-10)}{-9} > 0 \longrightarrow 10k-9(10k-10)<0 \end{cases}$$

$k > 9/8$

3) $\varphi_m = 180° + \angle F(j\omega_t)$

DEVO ~~CALCOLARE~~ SCEGLIERE ω_t t.c. φ_m è MASSIMO

~~[illegible]~~

RISCRIVO P(s) IN FORMA DI BODE (K è POSITIVO E COMUNQUE NON INFLUISCE NEL CALCOLO DELLA FASE)

$$P(s) = -\frac{(1+s)}{s(1-s)(1+\frac{s}{10})}$$

$$\angle F(j\omega_t) = -180° + \arctan(\omega_t) - 90° + \arctan(\omega_t) + $$
$$- \arctan(0{,}1 \cdot \omega_t) =$$
$$= -270° + 2 \cdot \arctan\omega_t - \arctan(0{,}1\omega_t) =$$
$$= \begin{cases} -156{,}4° & \text{per } \omega_t = 2 \ \frac{rad}{s} \\ -139{,}2° & \text{per } \omega_t = 5 \ \frac{rad}{s} \\ -159{,}2° & \text{per } \omega_t = 20 \ \frac{rad}{s} \end{cases}$$

PER $\omega_t = 5$ rad/s

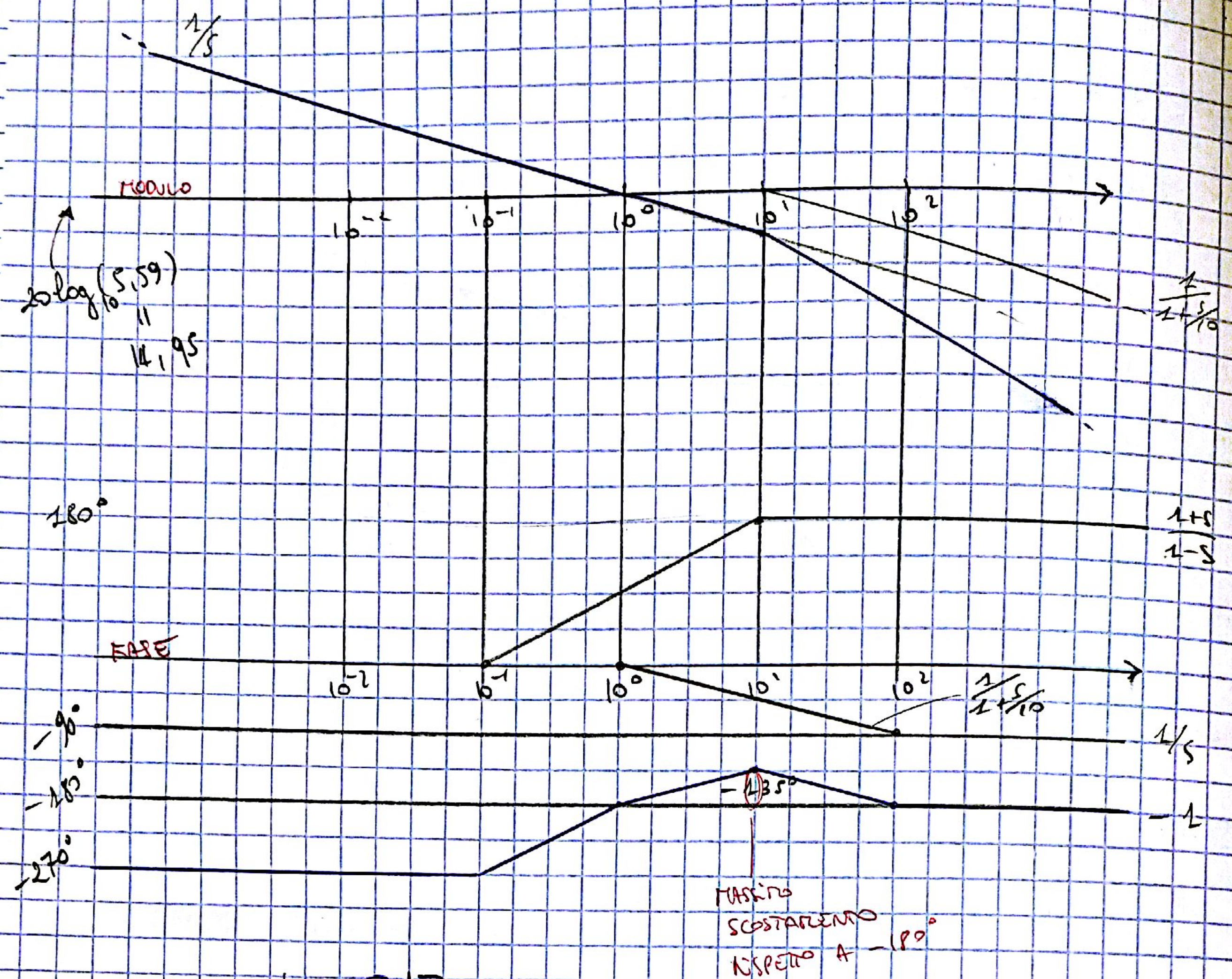
φ_m è MASSIMA

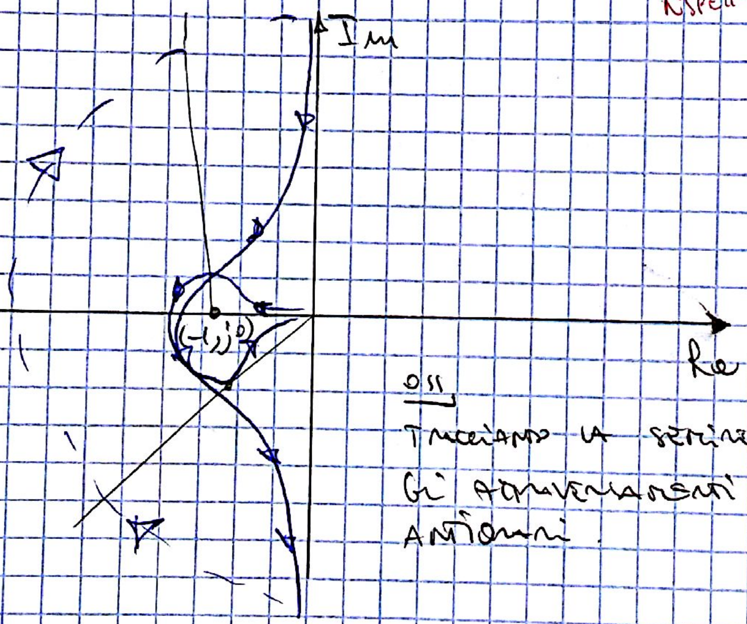
RICAVIAMO K APPLICANDO LA DEF. DI ω_t

$\omega_t : |F(j\omega_t)| = 1$

$$\frac{k\sqrt{26}}{5\sqrt{26}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{4}}} = 1 \longleftrightarrow k \cong 5{,}59$$

$$\varphi_m = 40{,}8° = -139{,}2° - 180°$$





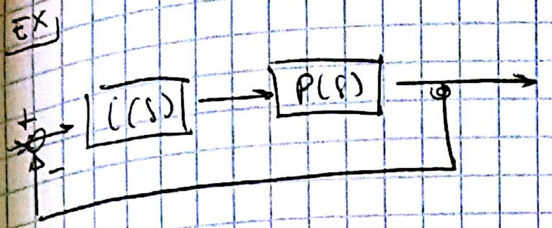
OSS

TRACCIANDO LA SEMIRETTA CONTIAMO NEGATIVI GLI ATTRAVERSAMENTI ORARI E POSITIVI QUELLI ANTIORARI

OSS.

PER CAPIRE DOV'È (-1, j0) VEDIAMO IL DIAGRAMMA DI BODE: SE QUANDO IL DIAGRAMMA DELLE FASI ATTRAVERSA -180° IL MODULO È >1 ⇒ (-1, j0) È ALL'INTERNO DELLA 'PALLINA'

EX



$$C(s) = -\frac{1}{a} \cdot \frac{s-a}{s-b}$$

$$P(s) = \frac{1}{s-1}$$

TROVARE a e b t.c.

1) MODULO ERRORE A REGIME PERMANENTE RAMPA $r(t) = t$ SIA ≤ 2

2) AS. STABILE

3) $|a| = \{0{,}1 \,,\, 1 \,,\, 10\}$

4) VERIFICARE LA STABILITÀ CON LA DIAG. DI N.

1) $$W_e(s) = \frac{1}{1+C \cdot P} = \frac{1}{1 - \frac{1}{a} \cdot \frac{s-a}{s-b} \cdot \frac{1}{s-1}} = \frac{a(s-b)(s-1)}{a(s-b)(s-1) - (s-a)}$$

$$e_\infty = \lim_{s \to 0} e(s) \cdot s = \lim_{s \to 0} W_e(s) \cdot \frac{1}{s^2} \cdot s = \lim_{s \to 0} \frac{a(s-b)(s-1)}{a\, s[(s-b)(s-1) - s(s-a)]}$$

VEDIAMO SUBITO CHE $b=0$ (INFATTI ALTRIMENTI L'$1/s$ RENDE IL LIMITE NON FINITO)

... CONTI ... $= -1$

$|e_\infty| = 1 \leq 2$ ok! SIAMO STATI SEMPLICEMENTE FORTUNATI

2)

CALCOLIAMO $D_W = N_F + D_F = -(s-a) + as(s-1) = as^2 - (a+1)s + a$

$$\begin{cases} a < 0 \\ a+1 > 0 \\ a < 0 \end{cases} \quad \text{OR} \quad \begin{cases} a > 0 \\ a+1 < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

IMP!

$-1 < a < 0$

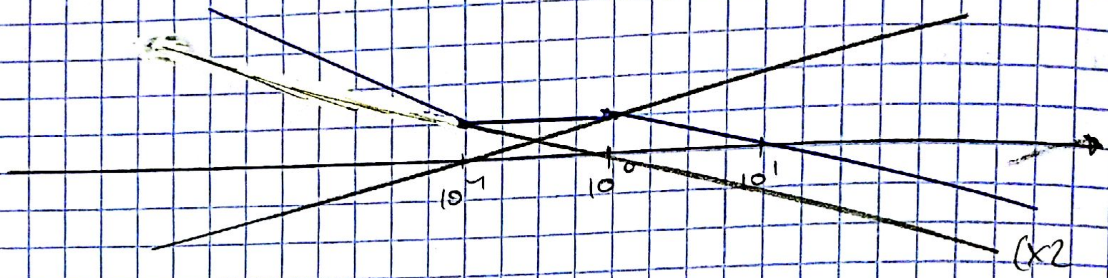
→ PER RISPETTARE LA TERZA SPECIFICA SCELGO $a = -0{,}1$

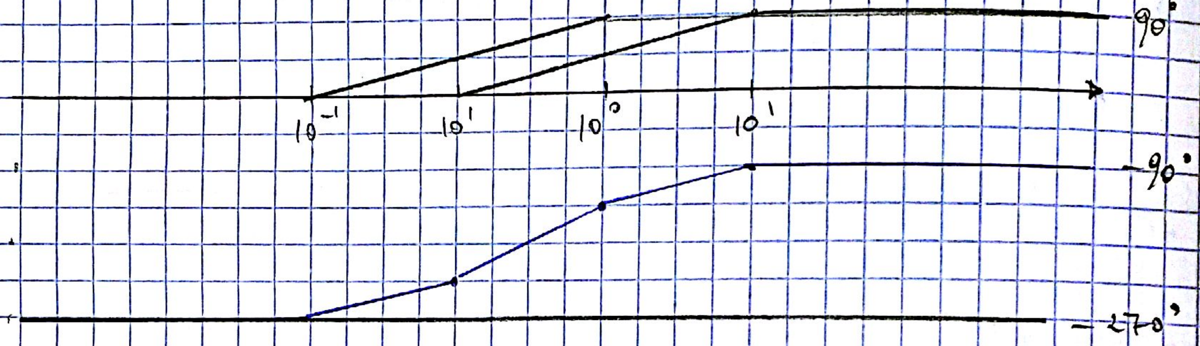
QUINDI:

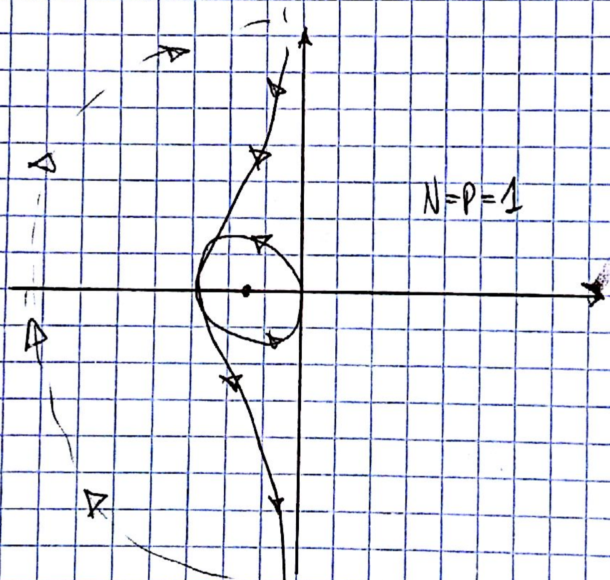
$$C(s) = 10\, \frac{s+0{,}1}{s} = 10 + 1/s$$

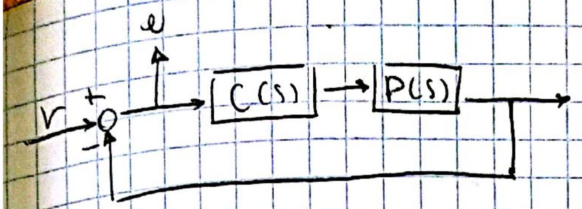
SCRIVIAMO F(S) IN FORMA DI BODE:

$$F(s) = \frac{1+10s}{s(1+s)}$$









$C(S) = K$

$P(S) = \dfrac{(S+1)^2}{S^3}$

a. TROVARE K T.C.:

1) $\omega_t \leq 10$
2) m_φ PIÙ GRANDE POSSIBILE E CALCOLARE IL VALORE
3) STABILITÀ ARMONICA

b. TROVARE K T.C.

1) ω_t MINORE POSSIBILE
2) IL SISTEMA SIA STABILE ASINT.

c. TRACCIARE BODE E N. SULLA DOMANDA a.

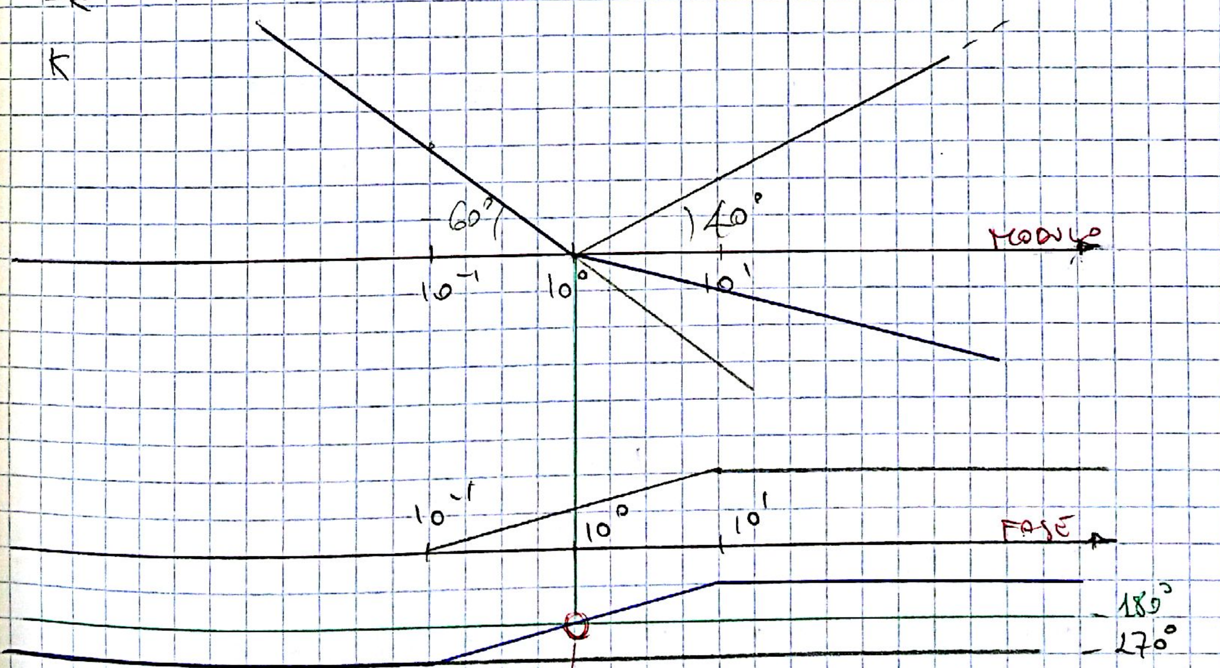
STABILITÀ

$$W = \frac{KP}{1+KP} = \frac{F}{1+F} = \frac{N_F}{N_F+D_F} \longrightarrow D_W = S^3 + K(S+1)^2 = S^3 + KS^2 + 2SK + K$$

CRITERIO DI ROUTH

3	1	$2K$
2	K	K
1	$\dfrac{K-2K^2}{-K}$	0
0	K	

$$\begin{cases} K > 0 \\ \dfrac{K(1-2K)}{-K} > 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} K > 0 \\ 2K - 1 > 0 \end{cases} \qquad K > \tfrac{1}{2}$$



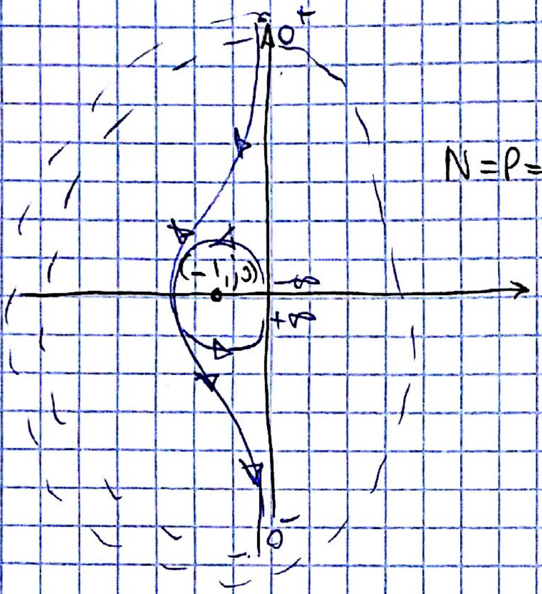
→ IL MARGINE DI FASE È CIRCA ZERO!
IL SIST. NON È ASINT. STABILE

$\omega_t : |F(j\omega_t)| = 1$

$$\frac{k(1+100)}{1000} = \frac{101\,k}{1000} = 1 \longrightarrow \boxed{k = \frac{1000}{101} = 9,9}$$

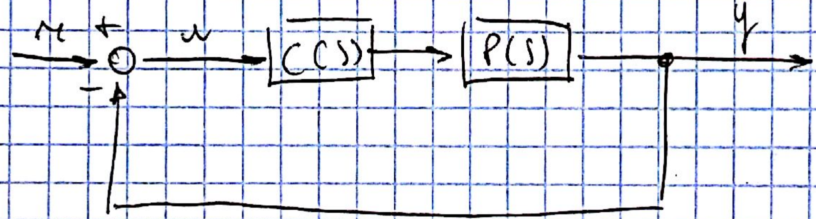
QUINDI $\omega_t = 10$ SE $k = 9,9$

$M_\varphi = 180° + \angle F(j10) = \dots = 78,57°$



$N = P = 0$ OK!

EX



$P(s) = \frac{1}{s(s-1)}$

TROVARE C(S) A DIMENSIONE FINITA t.c.:

1) S AS. STABILE CON POLINOMIO CARATTERISTICO $s^4 + 9s^3 + 10s^2 + 40s + 20$

2) ERRORE "e" A REGIME PERMANENTE NULLO PER $r(t) = t$

3) BODE + N.

$C(s) = \frac{k}{s^m} C'(s)$

PER LA 2) → METTO UN POLO IN C(S) IN ZERO

ASSEGNAZIONE DEGLI AUTOVALORI

$D_W = N_F + D_F = N_C + s^2 D_C (s-1) = s^4 + 9s^3 + 10s^2 + 40s + 20$

PER RISOLVERE LA DIOFANTINA IN Nc e IN Dc DEVO AVERE COMPLESSIVAMENTE 5 PARAMETRI

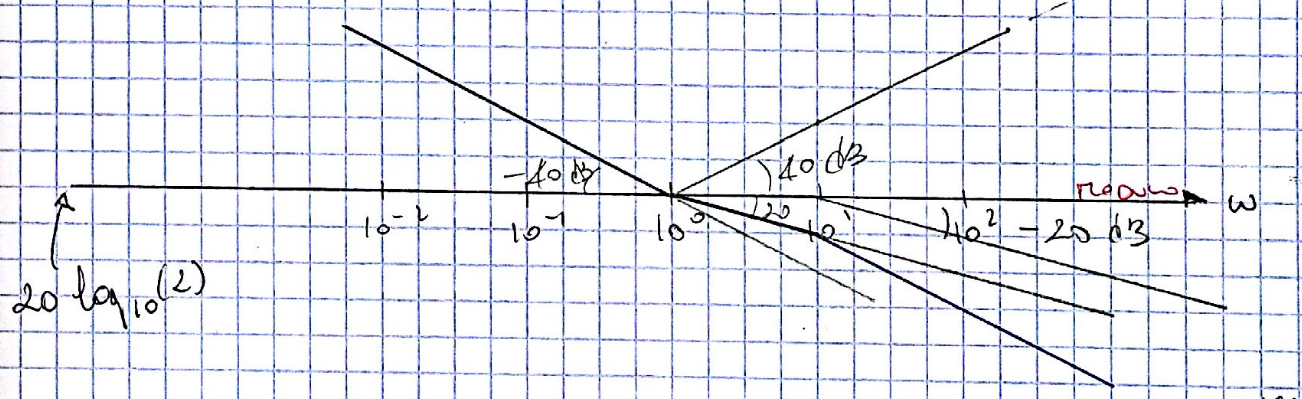
$N_c : a s^2 + d s + e$

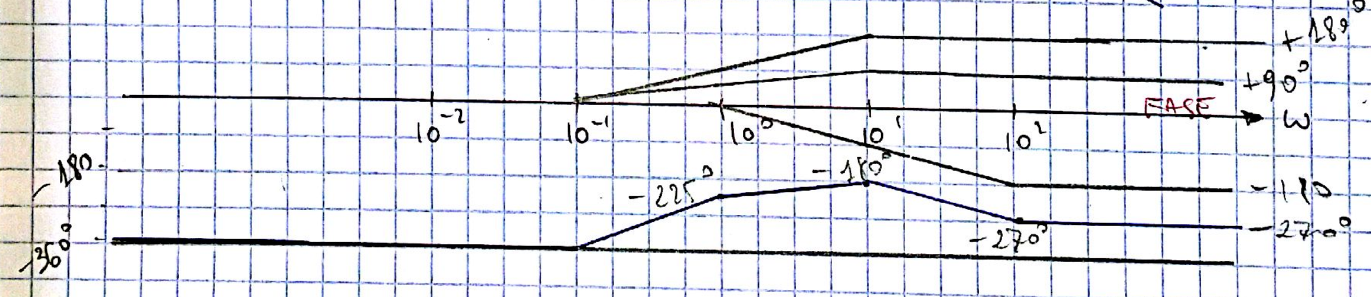
$D_c : s(a s + b)$

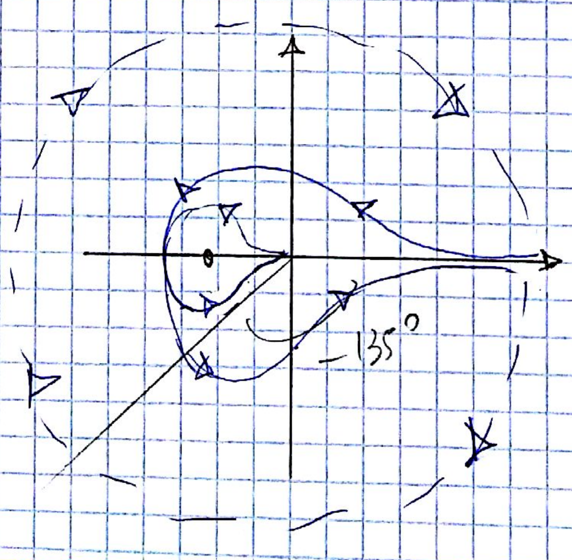
$$s^2(as+b)(s-1) + cs^2 + ds + e = s^4 + 9s^3 + 10s^2 + 40s + 20$$

: calcoli

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 10 \\ c = 20 \\ d = 40 \\ e = 20 \end{cases} \Longrightarrow F(s) = \frac{20(s+1)^2}{s^2(s+10)(s-1)} = -2\frac{(1+s)^2}{s^2(1+0.1s)(1-s)}$$







OSS.

PER CAPIRE DOV'È IL PUNTO (-1, j0) GUARDO SEMPRE I DIAGRAMMI DI BODE

$N = P = 1$