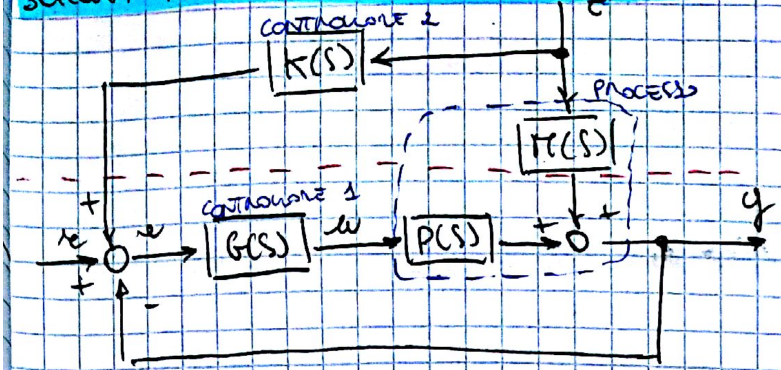
SCHEMA A DOPPIA CONTROREAZIONE



OSS

SE NEL COMPITO È SCRITTO 'IL DISTURBO z È MISURABILE' BISOGNA USARE QUESTO SCHEMA. ALTRIMENTI NO

SAPPIAMO CHE:

$$\frac{y}{r} = W = \frac{GP}{1+GP} \quad e \text{ CHE } \quad \frac{y}{z} = W_z = \frac{M+GPK}{1+PG}$$

OSS

IL PROBLEMA VA DIVISO IN DUE SOTTOPROBLEMI: UNO CHE RIGUARDA IL CONTROLLORE G(S) e UNO CHE RIGUARDA IL CONTROLLORE K(S).

IL PRIMO RIGUARDA LE SPECIFICHE IN CUI NON È PRESENTE IL DISTURBO

IL SECONDO IN CUI È PRESENTE IL DISTURBO

K(S) } SOLO SPECIFICHE DEL DISTURBO

G(S) } TUTTE LE ALTRE

OSS

CON IL SECONDO CONTROLLORE SI RIESCE AD OTTENERE LA REIEZIONE (QUASI) (*) TOTALE DI TUTTI I DISTURBI. (NON AD EX SOLO QUELLI COSTANTI O DI TIPO $r = t$ ...)

SE PONGO INFATTI $W_z = 0$ (FDT DISTURBO - USCITA), PER OGNI z LA y SARÀ NULLA.

PER FARE CIÒ: $W_z = \dfrac{M+GPK}{1+PG} = 0 \iff K = -\dfrac{M}{GP}$

C'È PERÒ UN PROBLEMA (*):

POTREBBE VENIRE UNA K(S) IMPROPRIA (NON REALIZZABILE FISICAMENTE)

PER OVVIARE A QUESTO PROBLEMA VANNO AGGIUNTI DEI 'POLI LONTANI'

Def: **Polo lontano**

$\dfrac{1}{1+TS}$ CON $T > 0$ SUFF. PICCOLO, $T \in \mathbb{R}$

TEOREMA

SE AGGIUNGO UN 'POLO LONTANO' ALLA K(S) PER RENDERLA PROPRIA, OTTENGO UN'INFLUENZA LIMITATA DEL DISTURBO SULL'USCITA. MINORE È T, MINORE È L'INFLUENZA CHE IL DISTURBO PRODUCE (MA PER T ECCESSIVAMENTE PICCOLO HO PROBLEMI DI REALIZZABILITÀ).

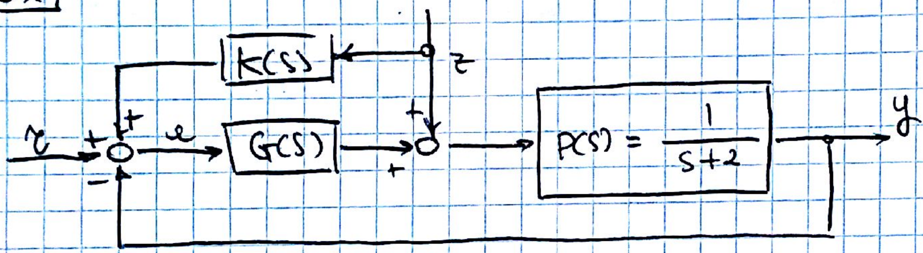
EX

$$K(S) = -\frac{\Pi}{GP} = \frac{S(S+2)}{S+1} \longrightarrow K(S) = \frac{S(S+2)}{(S+1)(1+0.01S)}$$

EX

$$K(S) = -\frac{\Pi}{GP} = \frac{(S+1)^2(S+2)}{S+3} \longrightarrow K(S) = \frac{(S+1)^2(S+2)}{(S+3)(1+0.01S)^3}$$

EX



IL DISTURBO z È MISURABILE

2') LA RISPOSTA y CORRISPONDENTE AD UN QUALSIASI DISTURBO z SIA NULLA

// TUTTE LE ALTRE SPECIFICHE (2 ESCLUSA) SONO LE STESSE DELL'ULTIMO ESERCIZIO

TROVO $\frac{y}{z} = W_z$ (PONGO $r = 0$)

$$\begin{cases} y = P\cdot(z + Ge) \\ e = Kz - y \end{cases} \longrightarrow y = P(z + GKz - Gy) \longrightarrow y = \frac{P + PGK}{1+PG} z$$

OSS.

TUTTE LE SPECIFICHE AD ECCEZIONE DELLA 2 NON FANNO RIFERIMENTO AL DISTURBO. CALCOLO G(S) COSÌ COME È STATO FATTO NELL'ES. DELL'ALTRA VOLTA.

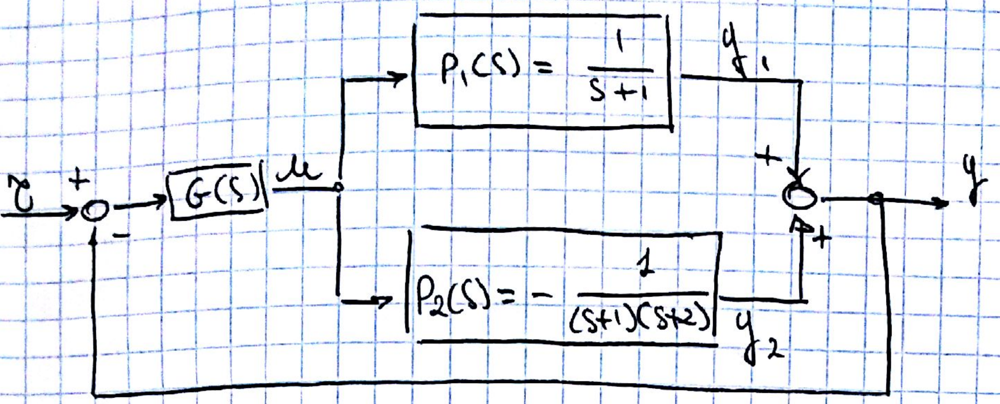
OTTENGO: $G(S) = 2 \cdot \frac{S^2+4}{S(S+1)}$

PER SODDISFARE LA SECONDA SPECIFICA PONGO $W_z = 0$

$$\longrightarrow P + PGK = 0 \longrightarrow K(S) = -\frac{1}{G} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{S(S+1)}{S^2+4}$$

NON DEVO METTERE POLI LONTANI

EX



Si determini un controllore G(s) a dimensione minima in modo tale che:

1) il sistema complessivo sia asintotic. stabile

2) il sistema complessivo abbia 3 autov. nascosti

3) l'errore a reg. perm. corrispondente al riferimento $r(t) = \sin(t)$ sia nullo

4) la risposta y a reg. perm. corrispondente al riferimento $r(t) = 1$ sia uguale a 0.5

Trovo P(s):

$$\frac{y}{u} = P \qquad \begin{cases} y = y_1 + y_2 \\ y_1 = P_1 u \\ y_2 = P_2 u \end{cases} \longrightarrow y = (P_1 + P_2)u \implies P = P_1 + P_2$$

parallelo: somma delle fdt

$$P = P_1 + P_2 = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)(s+2)} = \frac{\cancel{s+1}}{\cancel{(s+1)}(s+2)} = \frac{1}{s+2}$$

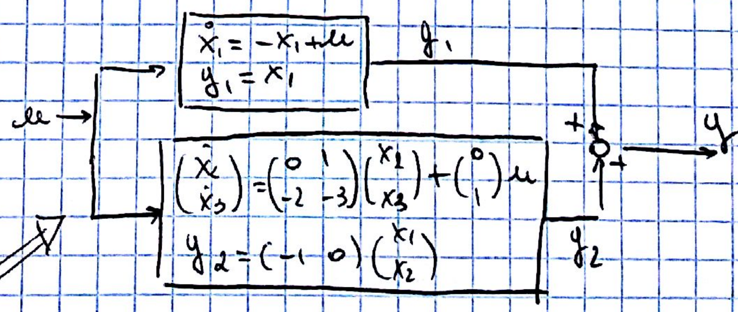
un autovalore è diventato nascosto

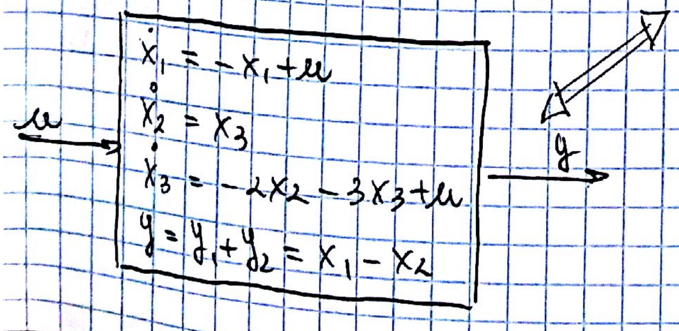
C'è stata una perdita di raggiungibilità o osservabilità?

Ritorniamo nel dominio del tempo:

$A_1 = -1 \quad B_1 = 1 \quad C_1 = 1$

$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix}$





$$A_P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad B_P = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C_P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda_1 = -1 \quad \lambda_2 = -1 \quad \lambda_3 = -2$

$$\mathrm{ran}\begin{pmatrix} B_P & A_P B_P & A_P^2 B_P \end{pmatrix} = \mathrm{ran}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix} = 2 \quad \text{\# AUTOV. RAGG.}$$

$$\mathrm{ran}\begin{pmatrix} C_P \\ C_P A_P \\ C_P A_P^2 \end{pmatrix} = \mathrm{ran}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = 2 \quad \text{\# AUTOV. OSS.}$$

ADESSO, VISTO CHE SAPPIAMO CHE $\lambda_3 = -2$ È RAGG. E OSS.

POSSIAMO DEDURRE CHE $\begin{cases} \lambda_1 = -1 & \text{RAGG e } \neg\text{OSS} \\ \lambda_2 = -1 & \neg\text{RAGG. e OSS} \end{cases}$

QUINDI ABBIAMO ~~...~~ DUE AUTOVALORI NASCOSTI SOLO PER IL PARALLELO, DOBBIAMO FARNE UN TERZO.

POICHÉ IL POLO DI $P(s)$ È A PARTE REALE < 0, POSSIAMO RENDERLO NASCOSTO CON $G(s)$

$$G(s) = \frac{(s+2)\ \cdots}{\cdots}$$

~~OSS~~ CANCELLAZIONE ZERO-POLO, $\lambda = -2$ PERDE DI RAGGIUNGIBILITÀ

PASSIAMO A TRATTARE LA TERZA SPECIFICA:

$$W_e = \frac{e}{r} = \frac{D_F}{N_F + D_F} \quad \text{OVE } F = GP$$

QUINDI $\tilde{e}(t) = |W_e(j1)| \sin(t + \angle W_e(j1)) = 0$

$$|W_e(j1)| = 0 \iff \left| \frac{D_F(j1)}{N_F(j1) + D_F(j1)} \right| = 0 \Leftarrow |D_F(j1)| = 0$$

$$\iff |D_G(j1) D_P(j1)| = 0 \Leftarrow |D_G(j1)| \cdot |D_P(j1)| = 0$$

POICHÉ $|D_P(j1)| \neq 0 \longrightarrow$ DEVO IMPORRE $|D_G(j1)| = 0$

QUINDI $G(s)$ DEVE AVERE UN POLO ~~...~~ IN j. PER PROBLEMI DI REALIZZABILITÀ NE DEVE AVERE UN ALTRO IN $-j$.

QUINDI:

$$G(s) = \frac{(s+2)\ \cdots}{(s^2+1)\ \cdots}$$

PASSIAMO A TRATTARE LA ~~QUARTA SPECIFICA~~

$$W = \frac{y}{r} = \frac{N_F}{N_F + D_F}$$ DEVO IMPORRE $W(0) = 0{,}5$ (QUANDO LE TABELLE DI USCITE A INGRESSI CANONICI)

È ARRIVATO IL MOMENTO DI IPOTIZZARE LA STRUTTURA DI $G(s)$.

TENENDO CONTO CHE DEVE ESSERE A DIMENSIONE MINIMA DEVO PARTIRE DA UNA STRUTTURA A DIM 2 (DIMENSIONE ATTUALE DI $G(s)$)

IPOTIZZO LA SEGUENTE STRUTTURA:

$$G(s) = \frac{(s+2)(as+b)}{(s^2+1)} \longrightarrow F = GP = \frac{as+b}{s^2+1}$$

$$W(0) = \frac{N_F(0)}{N_F(0)+D_F(0)} = \frac{b}{b+1} = 0{,}5 \Longrightarrow b = 1$$

~~PRIMA SPECIFICA~~ ~~(STABILITÀ)~~

DEVO IMPORRE CHE $D_W = N_F + D_F$ (DENOMINATORE DI $W(s)$) ABBIA TUTTI GLI ZERI < 0

$$D_W = as + 1 + s^2 + 1 = s^2 + as + 2$$

PER IL CRITERIO DI ROUTH, BASTA CHE $a > 0$

PER POLINOMI DI GRADO 2 LA C.N. È ANCHE S.

ALTRA DOMANDA:

QUAL È IL POLINOMIO CARATTERISTICO DEL SISTEMA COMPLESSIVO?

$$P(\lambda) = \underbrace{(\lambda^2 + a\lambda + 1)}_{\text{RAGG. \& OSS}}\underbrace{(\lambda+1)}_{\text{RAG. \& } \overline{\text{OSS}}}\underbrace{(\lambda+1)}_{\overline{\text{RAG}} \text{ \& OSS}}\underbrace{(\lambda+2)}_{\overline{\text{RAG}} \text{ \& OSS}} \qquad a > 0$$

QUINDI: $G(s) = \dfrac{(s+2)(as+1)}{(s^2+1)}$ CON $a > 0$

EX VARIANTE DELL'EX PRECEDENTE

LA SPECIFICA 1) DIVENTA:

1) IL POLINOMIO CARATTERISTICO DEL SISTEMA COMPLESSIVO È $(\lambda+1)^2(\lambda+2)^N$
$N \in \mathbb{N}$

OSS

SE LA SPECIFICA NON IMPONEVA $(\lambda+1)^2 \ldots$ MA AD EX $(\lambda+1)(\lambda+2)^N$ IL PROBLEMA NON AVREBBE AVUTO SOLUZIONE. GLI AUTOVALORI NASCOSTI IN -1 NON LI POSSO CONTROLLARE!

LA PRIMA PARTE È IDENTICA:

OTTENGO $G(s) = \dfrac{(s+2)\cdots}{(s^2+1)}$

ORA DEVO SCEGLIERE LA STRUTTURA DI $G(s)$.

$G(s) = \dfrac{(s+2)(as+b)}{(s^2+1)}$ NON VA BENE! PERCHÉ SAREBBE VERO

CHE ($N°$ PARAMETRI: a e b) $= 2 = d_F = 2$ (GRADO DEL DEN. di F) e QUINDI POSSO APPLICARE

IL METODO DI ASSEGNAZIONE DEGLI AUTOVALORI MA HO

BISOGNO DI UN ALTRO GRADO DI LIBERTÀ PER SODDISFARE LA

QUANTA SPECIFICA (QUINDI AVERE ($N°$ PAR.) $= (d_F+1)$)

NEANCHE $G(s) = \dfrac{(s+2)(as+b)}{(s^2+1)(s+c)}$ VA BENE, PERCHÉ

AVREI ($N°$ PARAMETRI) $= 3 = d_F = 3$

QUINDI DEVO SCEGLIERE:

$$G(s) = \frac{(s+2)(as+b)}{(s^2+1)(s^2+cs+d)}$$

~~QUARTA SPECIFICA~~:

$$W(0) = \frac{N_F(0)}{D_F(0)+N_F(0)} = \frac{c}{c+d} = 0{,}5 \longrightarrow c = 0{,}5c + 0{,}5d \rightarrow c = d$$

~~PRIMA SPECIFICA~~:

$$D_W = N_F + D_F = as^2 + bs + c + (s^2+1)(s+d) = (s+2)^3$$

$$\Updownarrow$$

$$s^3 + s^2(a+d) + s(b+1) + c + d = s^3 + 6s^2 + 12s + 8$$

$$\begin{cases} a+d = 6 \\ b+1 = 12 \\ c+d = 8 \\ c = d \end{cases}$$

DERIVANTE DALLA QUARTA SPECIFICA

ALLA FINE:

$\underline{a=2}$, $\underline{b=11}$, $\underline{c=d=4}$

QUINDI:

$$G(s) = \frac{(s+2)(2s+11)}{(s^2+1)(s^2+4s+4)}$$

e IL POLINOMIO CARATTERISTICO:

$$P(s) = \underbrace{(s+1)}_{\text{RAG. e OSS}}\underbrace{(s+1)}_{\text{7 RAGG. e OSS}}\underbrace{(s+2)}_{\text{7 RAGG. e OSS}}\underbrace{(s+2)^3}_{\text{RAGG. e OSS.}}$$

QUINDI È VENUTO $N = 4$