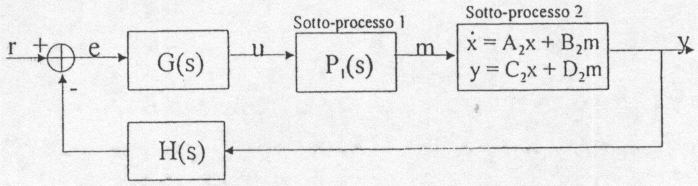
421

SISTEMI DI CONTROLLO AUTOMATICO per ing. delle telecomunicazioni (S.C.A.)
CONTROLLI AUTOMATICI per ing. informatica (C.A.)
Prova scritta del 20 settembre 2008 - Anno accademico 2007/08

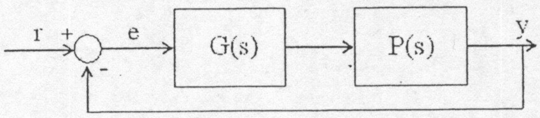
PROBLEMA 1. Si consideri il seguente processo:



dove $P_1(s) = \dfrac{s+5}{s+2}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$, $B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ a \end{bmatrix}$, $C_2 = [\ 1 \quad 1\ ]$, $D_2 = b$ $\qquad H(s) = \dfrac{1}{s}$

Si determinino i parametri "a" e "b", nonchè un controllore G(s), <u>a dimensione minima</u>, in modo tale che il sistema complessivo abbia tre autovalori nascosti e il polinomio caratteristico del sistema complessivo sia pari a (s+1)(s+2)(s+3)(s+4)(s+5). Si specifichino inoltre le caratteristiche di raggiungibilità ed osservabilità di tali autovalori.

PROBLEMA 2. Si consideri lo schema di controllo riportato in figura:



con $P(s) = \dfrac{1}{s(1-\tau s)}$ $\qquad \tau > 0$

A) Si dimostri, utilizzando il criterio di Nyquist, che non è possibile stabilizzare il sistema complessivo mediante un controllore del tipo G(s)= k con $k \in R$. Si analizzino separatamente i casi $k > 0$ e $k < 0$.

B) Si verifichi la coerenza di quanto stabilito al punto A) mediante il criterio di Routh.

C) Si traccino i diagrammi di Bode e di Nyquist della funzione di trasferimento ad anello aperto F(s) per entrambi i casi considerati.

TEMA.

Si descrivano i criteri per la scelta della struttura di un controllore.

Soluzione del problema 1

Conviene creare un primo autovalore nascosto nel sotto-processo 2 scegliendo opportunamente il valore del parametro "a". Aiutandosi con il test di Hautus, si constata che, scegliendo a=2, l'autovalore -1 del sotto-processo 2 risulta nascosto (irraggiungibile ed osservabile).

Per tale scelta risulta $P_2(s) = \dfrac{bs + 3 - b}{s - 1}$. Conviene creare un secondo autovalore nascosto generando una cancellazione polo-zero tra il primo e il secondo sotto-processo.

Scegliendo b=1 risulta $P_2(s) = \dfrac{s+2}{s-1} \Rightarrow P(s) = P_1(s)\, P_2(s) = \dfrac{s+5}{s-1}$

La suddetta cancellazione ha creato un autovalore nascosto (ragg. e inoss) in -2.

La funz. di trasf. ing.-uscita è pari a

$$W(s) = \frac{N_F D_H}{N_F N_H + D_F D_H} \qquad \text{con } F(s) = \frac{N_F}{D_F} = G(s)\, P_1(s)\, P_2(s), \quad H(s) = \frac{N_H}{D_H}$$

Conviene quindi scegliere una struttura che crei il terzo autovalore nascosto tramite una cancellazione polo-zero (autovalore ragg. ed inoss) in -5 ed inoltre consenta di assegnare gli ultimi due autovalori in -3 e -4 (i quali risultano non nascosti, ossia ragg. e oss.). tale struttura è la seguente:

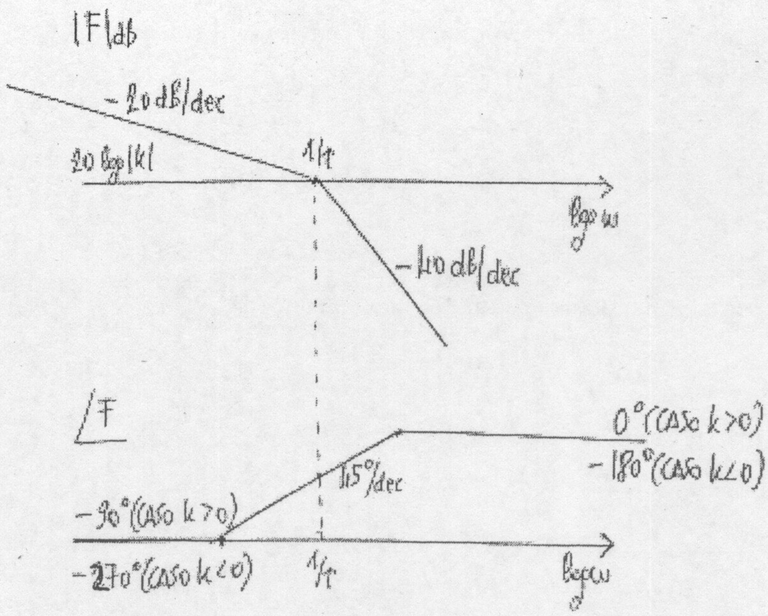
$$G(s) = \frac{cs + d}{s + 5} \quad \Rightarrow \quad F(s) = \frac{cs + d}{s - 1}$$

Procedendo all'assegnazione degli autovalori suddetti e risolvendo con il principio di identità dei polinomi si ottiene:

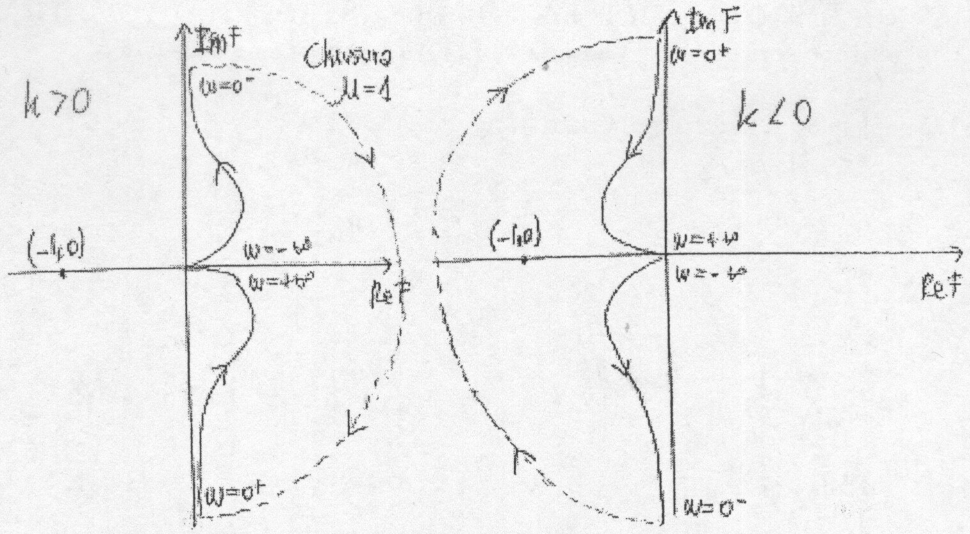
$$D_W = N_F N_H + D_F D_H = cs + d + (s-1)s = (s+3)(s+4) \Rightarrow c=8,\ d=12.$$

Soluzione del problema 2

A) C) I diagrammi di Bode del modulo per i due casi considerati sono lo stesso, mentre i diagrammi della fase sono traslati di 180 gradi l'uno rispetto all'altro.



I diagrammi di Nyquist sono quindi lo stesso a meno di una rotazione di 180 gradi.



Affinchè il sistema complessivo sia stabile si dovrebbe avere una rotazione antioraria del diagramma di Nyquist intorno al punto critico. Ciò non si verifica in nessuno dei due casi considerati.

B) Il polinomio caratteristico del sistema ad anello chiuso è $D_W = -\tau s^2 + s + k$, da cui si vede che non è possibile scegliere k in modo da non avere variazioni di segno.