DIM AFFERMAZIONE STABILITÀ ASINTOTICA

PERCHÉ $x(t)$ VADA A ZERO SE $u(t) = 0$, ALLORA

$$\lim_{t \to +\infty} e^{A(t-t_0)} x(t_0) = 0$$

MA PER LA DEF. DI e^{At}, QUEL LIMITE È SODDISFATTO SE GLI AUTOVALORI DI A HANNO PARTE REALE < 0.

QUINDI:

SISTEMA ASINT. STABILE $\Longleftrightarrow$ TUTTI GLI AUTOVALORI DELLA MATRICE DINAMICA DEVONO AVERE PARTE REALE MINORE DI ZERO

OSS.

TANTO PIÙ I λ_i SONO NEGATIVI, TANTO PIÙ LA CONVERGENZA A ZERO È RAPIDA. IN ALCUNI CASI IL TEMPO È IMPORTANTE

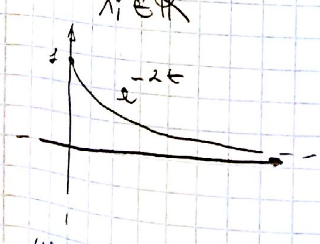
EX DOMANDA DI ESAME

VELOCITÀ DI ALMENO e^{-2t}. QUINDI GLI AUTOVALORI DEVONO AVERE PARTE REALE < -2

OSS.

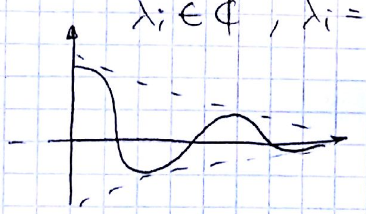
DAL MOMENTO CHE e^{At} È FORMATO DA UNA PRODUTTORIA DI $e^{\lambda_i t}$, QUELLO CHE CONTA ALLA FINE DELLA VELOCITÀ DI ESAURIMENTO DEL TRANSITORIO È QUELLO 'PIÙ LENTO'; QUINDI QUELLO A PARTE REALE PIÙ ALTA.

$\lambda_i \in \mathbb{R}$



CASO AUTOVALORI REALI

$\lambda_i \in \mathbb{C}$, $\lambda_i = \alpha_i \pm j\omega_i$



CASO AUTOVALORI COMPLESSI E CONIUGATI

TUTTI E DUE A PARTE REALE NEGATIVA

EX

$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ IL SISTEMA CARATTERIZZATO DA QUESTA MATRICE DINAMICA, È STABILE ASINTOTICAMENTE?

$n = 2$

$$|\lambda I - A| = 0 \iff \begin{vmatrix} \lambda+1 & -2 \\ -1 & \lambda-1 \end{vmatrix} = 0 \iff (\lambda+1)(\lambda-1) - 2 = 0$$

$$\iff \lambda^2 - 3 = 0 \iff \lambda = \pm\sqrt{3}$$

QUINDI IL SISTEMA NON È ASINTOTICAMENTE STABILE.

OSS

$$P(s) = C(sI-A)^{-1}B + D = \frac{C(sI-A)^{a}B}{|sI-A|} + D$$

SE NON CI SONO CANCELLAZIONI CON IL DENOMINATORE, IL DENOMINATORE DI $P(s)$ È IL POLINOMIO CARATTERISTICO DI A.

EX

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $C = (3 \quad 1)$ $D = 1$

ESSENDO A TRIANGOLARE, I SUOI AUTOVALORI SONO $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = -1$

$$(sI - A) = \begin{pmatrix} s - \cancel{A}1 & -2 \\ 0 & s+1 \end{pmatrix} \longrightarrow (sI-A)^{-1} = \begin{pmatrix} s+1 & 2 \\ 0 & s-1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{(s+1)(s-1)}$$

$$C(sI-A)^{-1}B + D = (3 \quad 1)\begin{pmatrix} s+1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{(s+1)(s-1)} + 1 = \frac{3\cancel{(s+1)}}{\cancel{(s+1)}(s-1)} = \frac{3}{s-1} + 1$$

OSS

UN AUTOVALORE SI PERDE, SI SEMPLIFICA CON LO ZERO

$$\boxed{\left\{\begin{matrix}\text{AUTOVALORI} \\ \text{DI} \\ \text{'A'}\end{matrix}\right\} \subseteq \left\{\begin{matrix}\text{POLI DI} \\ P(s)\end{matrix}\right\}}$$

$$\left\{\begin{matrix}\text{AUTOVALORI} \\ \text{NASCOSTI DEL} \\ \text{PROCESSO}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{AUTOVALORI} \\ \text{DI} \\ A\end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix}\text{POLI DI} \\ P(s)\end{matrix}\right\}$$

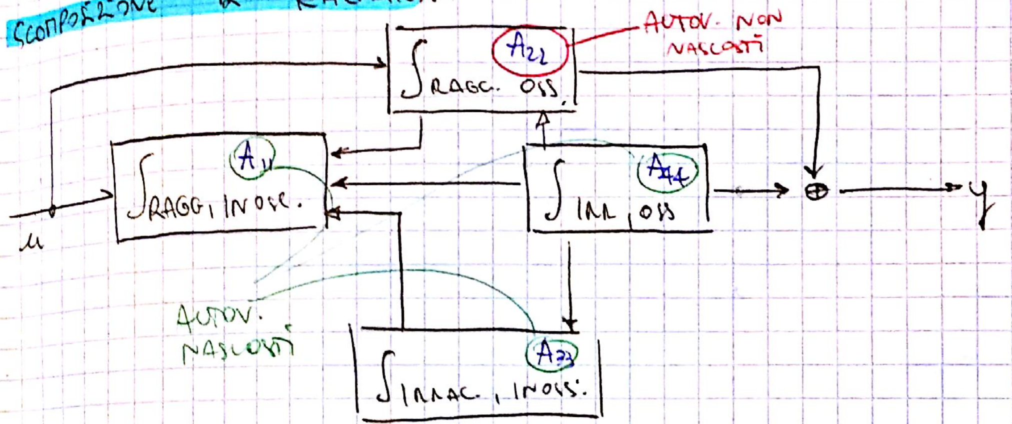
OSS: Gli autovalori nascosti non sono controllabili. Il controllore $G(s)$ non può controllarli.

Def: **STABILIZZABILITÀ**

Processo stabilizzabile $\Longleftrightarrow$ tutti gli autovalori nascosti del processo sono a parte reale negativa

OSS: Il processo dell'ultimo esercizio è stabilizzabile. Posso portare l'altro autovalore a un qualsiasi valore negativo, ma la velocità rimarrà sempre vincolata a quello nascosto che è -1.

COMPOSIZIONE DI KALMANN



$$
\begin{cases}
\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} \\ 0 & 0 & A_{33} & A_{34} \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \\
y = \begin{pmatrix} 0 & C_2 & 0 & C_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}
\end{cases}
$$

OSS: Essendo A triangolare, ~~tutto~~ gli autovalori che caratterizzano il sistema sono quelli che caratterizzano A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44} (cioè quelli dei singoli sistemi).

OSS.

HO INFLUENZA SUGLI AUTOVALORI RAGGIUNGIBILI E NON OSSERVABILI, MA NON POSSO VEDERNE GLI EFFETTI

EX

$$A = \left(\begin{array}{cc|c} -1 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ \hline 0 & 0 & -2 \end{array}\right) \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix}$$

TRIANGOLARE A BLOCCHI:

AUTOVALORI DI $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}$ + AUTOVALORI DI (-2)

$\lambda_1 = -1 \quad \lambda_2 = 0 \quad \lambda_3 = -2$

$R = (B \mid AB \mid A^2B \mid \dots \mid A^{n-1}B)$ $\quad n = \text{rango}(R)$

$\mathbb{O} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$ $\quad p = \text{rango}(\mathbb{O})$

rango R = n° AUTOVALORI RAGGIUNGIBILI

rango $\mathbb{O}$ = n° AUTOVALORI INOSSERVABILI

$$R = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rango } R = 2 \Rightarrow 2 \text{ AUTOVALORI RAGGIUNGIBILI}$$

$$\mathbb{O} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rango } I = 1 \Rightarrow 2 \text{ AUTOVALORI OSSERVABILI}$$

TEST DI HAUTUS (RAGGIUNGIBILITÀ)

$\bar\lambda$ È RAGGIUNGIBILE?

$$\text{rango}(A - \bar\lambda I \mid B) = \begin{cases} n \Rightarrow \bar\lambda \text{ è ragg.} \\ < n \Rightarrow \bar\lambda \text{ non è raggiungibile} \end{cases}$$

$$\text{rango}(A - \lambda_2 I \mid B) = \text{rango}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} = 3 \Rightarrow \bar{\lambda}_2 = 0 \text{ È RAGGIUNGIBILE}$$

$$\text{rango}(A - \lambda_1 I \mid B) = \text{rango}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1/2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} = 2 \Rightarrow \bar{\lambda}_1 = -1 \text{ NON È RAGG.}$$

TEST DI HAUTUS (OSSERVABILITÀ)

$\bar{\lambda}$ È OSSERVABILE?

$$\text{rango}\begin{pmatrix} A - \bar{\lambda} I \\ \hline C \end{pmatrix} = \begin{cases} M \Rightarrow \bar{\lambda} \text{ È OSSERVABILE} \\ < M \Rightarrow \bar{\lambda} \text{ È INOSSERVABILE} \end{cases}$$

$$\text{rango}\begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} = \text{rango}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & -2 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix} = 3 \Rightarrow \lambda_2 = 0 \text{ è OSSERVABILE}$$

$$\text{rango}\begin{pmatrix} A - \lambda_1 I \\ C \end{pmatrix} = \text{rango}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix} = 1 \Rightarrow \lambda_1 = -1 \text{ È INOSS.}$$

$\lambda_2 = 0$ ragg. e oss.

$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 = -1 \text{ irragg. e inoss.} \\ \lambda_3 = -2 \text{ ragg. e inoss.} \end{array}\right\}$ AUTOVALORI NASCOSTI

IL SISTEMA È STABILIZZABILE

MASSIMA VELOCITÀ DI CONVERGENZA DEL TRANSITORIO ANCHE DOPO AVER COLLEGATO IL CONTROLLORE?

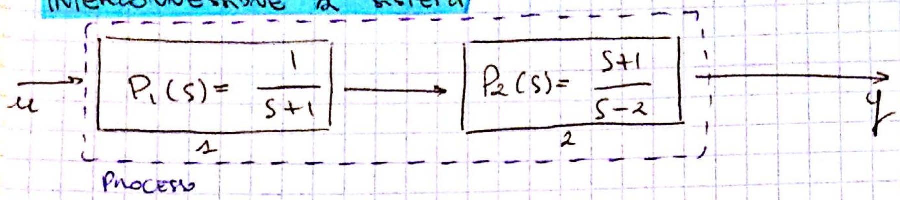
e^{-t}

OSS.

IL DENOMINATORE DI $P(s)$ È 's', INFATTI È CARATTERIZZATO DAGLI ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ AUTOVALORI RAGGIUNGIBILI E OSSERVABILI

Scanned by CamScanner

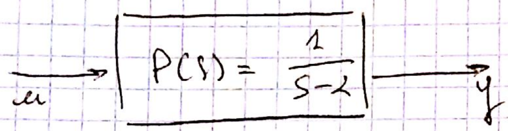
INTERCONNESSIONE DI SISTEMI



$$P(s) = P_2(s) \cdot P_1(s) = \frac{1}{s-2}$$

OSS

Non c'è stata una cancellazione, un autovalore diventa nascosto



Gli autovalori sono rimasti due! solo che uno è diventato nascosto.

PROCESSO 1

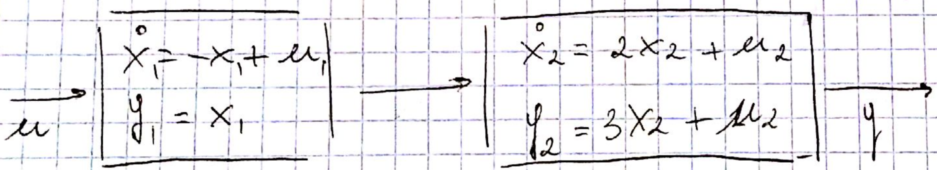
$A_1 = -1 \quad B_1 = 1$

$C_1 = 1$

PROCESSO 2

$A_2 = 2 \; ; \; B_2 = 1$

$C_2 = 3 \quad D_2 = 1$



$$\left.\begin{matrix} u_1 = u \\ u_2 = y_1 \\ y = y_2 \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 & u \\ \dot{x}_2 = x_1 + 2x_2 \\ y = x_1 + 3x_2 \end{cases}$$

MATRICE DINAMICA DELL'INTERCONNESSIONE DELLA CASCATA

$$A_c = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B_c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad C_c = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} \quad D_c = 0$$

$$R = \left(\begin{array}{c|c} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{array}\right) \rightarrow 2 \text{ stati raggiungibili}$$

$$O = \left(\begin{array}{c|c} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{array}\right) \rightarrow 1 \text{ stato osservabile}$$

OSS) l'autovalore '2' è simultaneamente osservabile e raggiungibile perché compare nella FdT complessiva, quindi

$\lambda_1 = -1$ ragg.

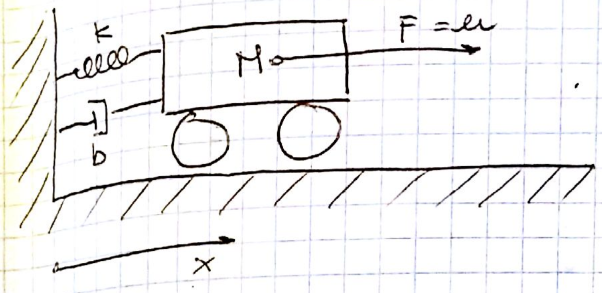
$\lambda_2 = 2$ ragg. e osservabile

Regola pratica

cancellazione polo — zero $\longrightarrow$ autovalore <u>ragg. e inoss.</u>

cancellazione zero - polo $\longrightarrow$ autovalore <u>oss e irrag.</u>

Tutor



$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = v = \dot{x}_1 \end{cases}$$

$$Ma = u - Kx - bv \longrightarrow \begin{cases} \dot{x}_2 = -\frac{K}{M}x_1 - \frac{b}{M}x_2 + \frac{1}{M}u \\ \dot{x}_1 = x_2 \\ y = x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -K/M & -b/M \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 1/M \\ 0 \end{pmatrix}}_{B} u \\ y = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}}_{C} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{cases} \qquad D = 0$$

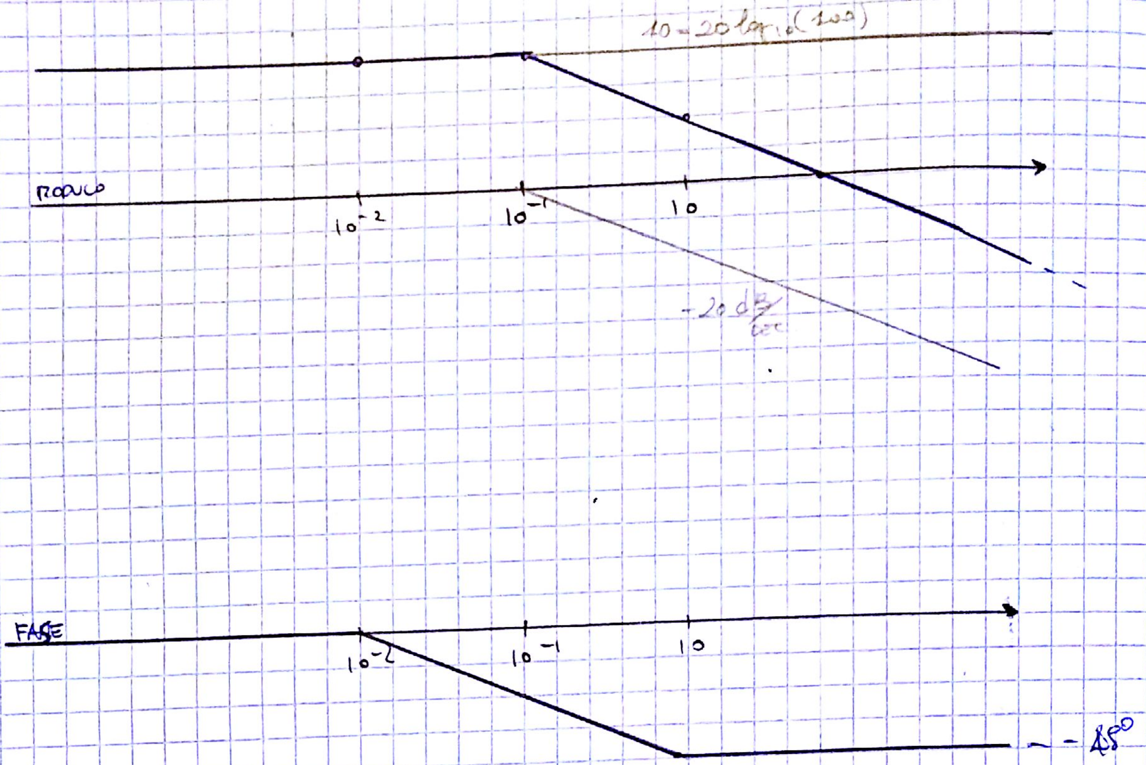
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -K/M & -b/M \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/M \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = 0$$

$$W(s) = C(sI-A)^{-1}B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{\begin{pmatrix} s + b/M & 1 \\ -K/M & s \end{pmatrix}}{s^2 + \frac{b}{M}s + \frac{K}{M}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1/M \end{pmatrix} = \frac{1}{Ms^2 + bs + K}$$

FdT del sistema

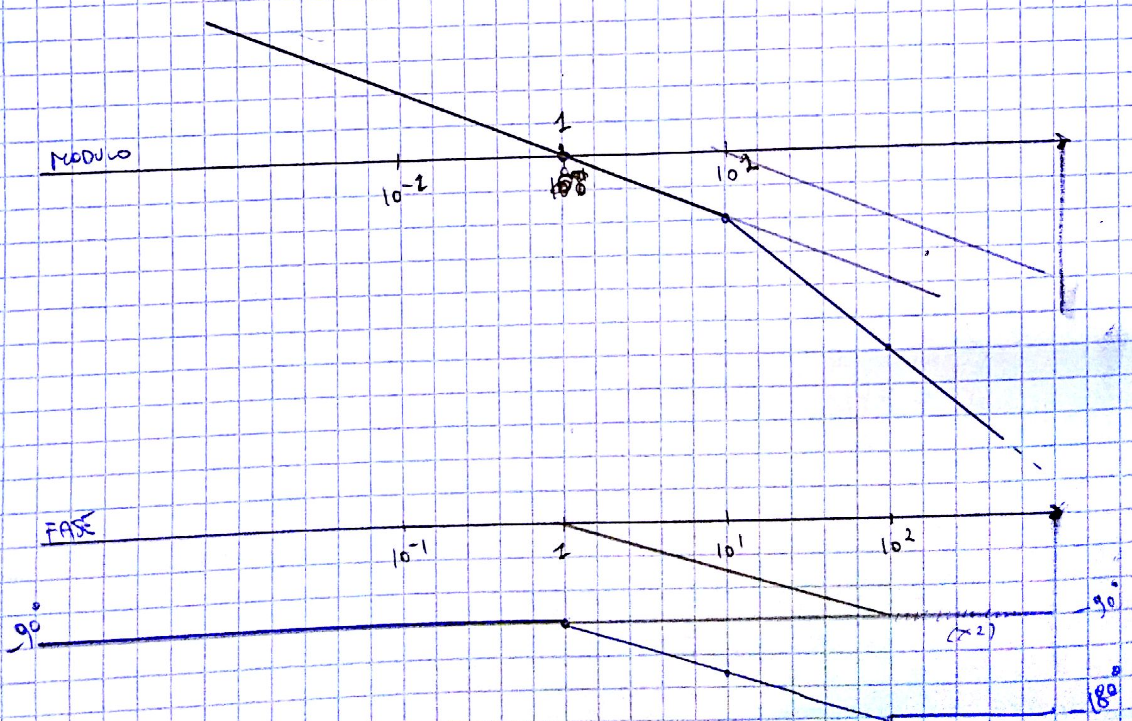
EX (DIAGRAMMI DI BODE)

$$W(s)=\frac{10}{\left(\frac{1}{10}+s\right)}=\frac{10}{\frac{1}{10}(1+10s)}=\frac{100}{1+10s}$$



EX DIAGRAMMI DI BODE

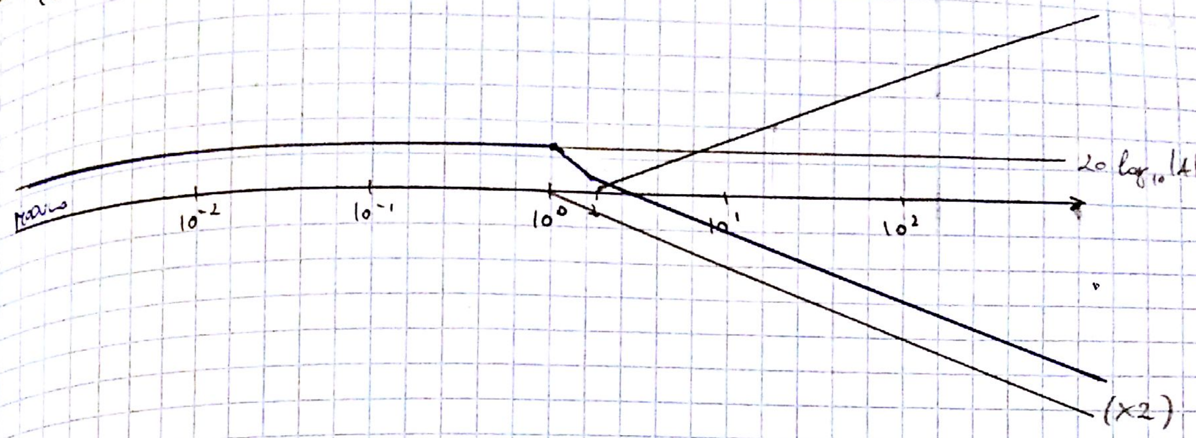
$$W(s)=\frac{10}{s(10+s)}=\frac{\cancel{10}}{\cancel{10}\,s\left(1+\frac{1}{10}s\right)}=\frac{1}{s\left(1+\frac{1}{10}s\right)}$$



Scanned by CamScanner

EX)

$$W(s) = \frac{2(s+2)}{(s^2-1)} = -4\,\frac{1+\frac{s}{2}}{(1+s)(1-s)}$$



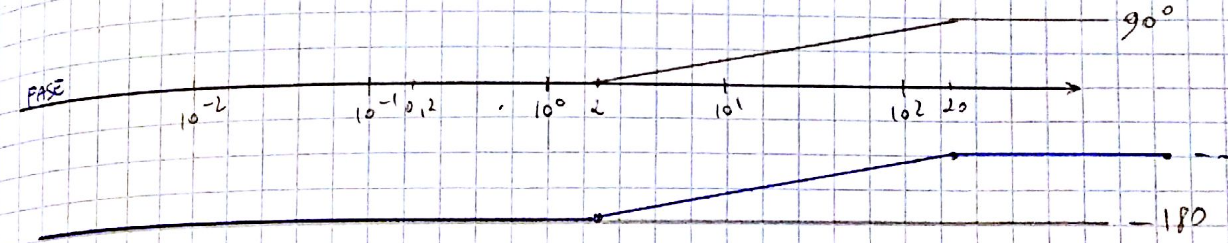
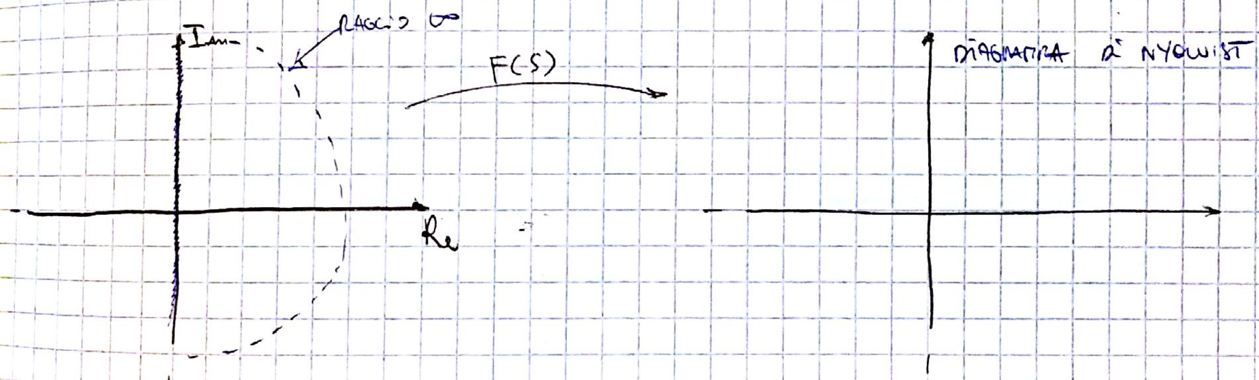


DIAGRAMMA DI NYQUIST

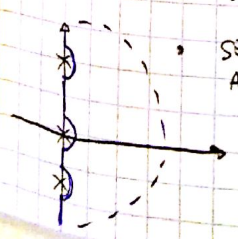
$s^* = a + jb \qquad |s^*| = \sqrt{a^2+b^2} \qquad \angle s^* = \arctan\frac{b}{a} \qquad s^* = \pi e^{j\phi}$

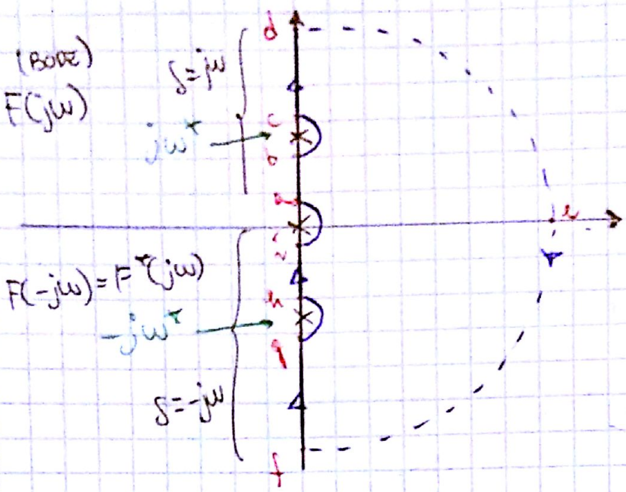


IL DIAGRAMMA DI NYQUIST MAPPA UNA FUNZIONE F(S), SULLA CURVA DI NYQUIST IN BW NEL PIANO COMPLESSO

CAMMINO DI NYQUIST:

COMPRENDE:
- L'ASSE IMMAGINARIO TRANNE I POLI DELLA F(S) A PARTE REALE NULLA
- SEMICIRCONFERENZA DESTRA DI RAGGIO INFINITO
- SEMICIRCONFERENZE DESTRE DI RAGGIO INFINITESIMO CHE LASCIA A SINISTRA GLI EVENTUALI POLI DELLA F(S)





$\overline{ab}: s=j\omega \qquad 0<\omega<\omega^*$

$\overline{cd}: s=j\omega \qquad \omega^*<\omega<+\infty$

$\overline{hi}: s=j\omega \qquad -\omega^*<\omega<0$

$\overline{fg}: s=j\omega \qquad -\infty<\omega<-\omega^*$

$c \to b$: $s=j\omega^*+\rho e^{j\phi} \qquad \rho\to 0,\ -\frac{\pi}{2}<\phi$

$a \to h$: $s=\rho e^{j\phi} \qquad \rho\to 0,\ -\frac{\pi}{2}<\phi$

$h \to g$: $s=-j\omega^*+\rho e^{j\phi} \qquad \rho\to 0,\ -\frac{\pi}{2}<\phi<$

$d \to f$: $s=Re^{j\phi} \qquad R\to +\infty,\ +\frac{\pi}{2}>\phi>$

GRAFICO

1) SEMIASSE POSITIVO IMMAGINE

$F(j\omega) \quad 0<\omega<+\infty$ ⟶ DAI DIAGRAMMI DI BODE

2) SEMIASSE NEGATIVO IMMAGINE.

$F(-j\omega) \quad 0<\omega<+\infty$ ⟶ LA OTTENGO RIBALTANDO QUELLA DI PRIMA

INFATTI PER LA PROPRIETÀ DEI NUMERI COMPLESSI: $F(j\omega)=|F(j\omega)|e^{-\phi(F(j\omega))}$

3) SEMICIRCONFERENZE INFINITESIME

POLO A PARTE REALE NULLA μ CON MOLTEPLICITÀ m, VIENE MAPPATO CON m SEMICIRCONFERENZE DI RAGGIO ∞ DA TRACCIARE IN SENSO ORARIO

4) SEMICIRCONFERENZA DI RAGGIO INFINITO

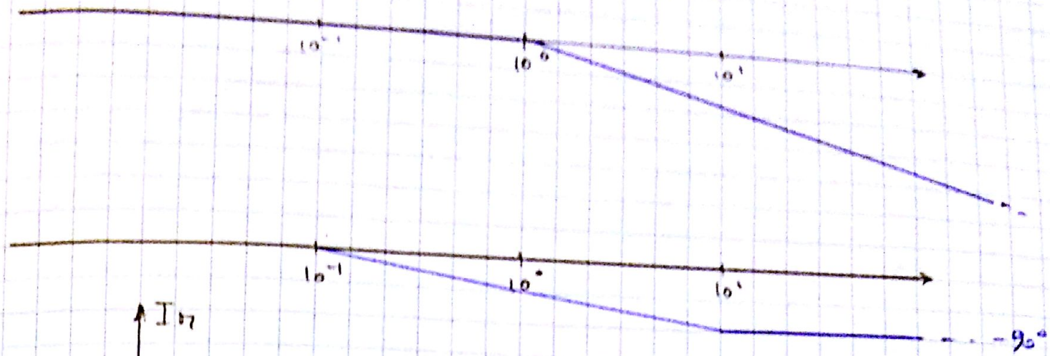
VIENE MAPPATA IN $(0,0)$. INFATTI SE SOSTITUIAMO A s $Re^{j\phi}$ E FACCIAMO TEN[DERE] R A $+\infty$, POICHÉ IL GRADO DEL DEN. DI F È > DEL GRADO DEL NUM. F VA A ZERO

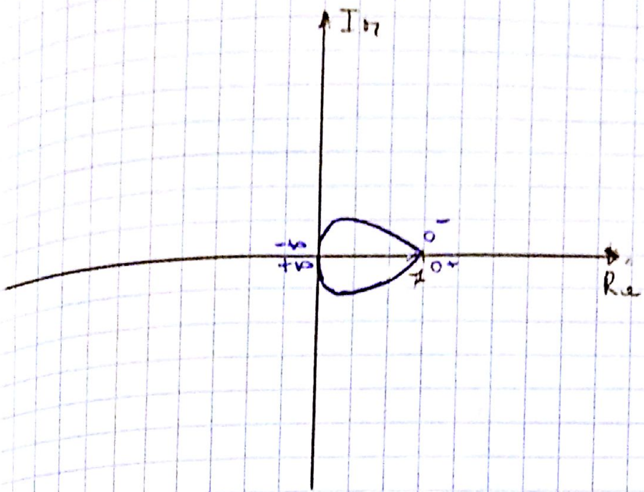
OSS.

POICHÉ PARLIAMO DI FUNZIONI RAZIONALI, $F^*(j\omega)=F(-j\omega)$; QUINDI PER TRACCIARE IL SEMIASSE NEGATIVO BASTA 'SPECCHIARE' L'ALTRA PARTE DEL DIAGRAMMA.

Ex

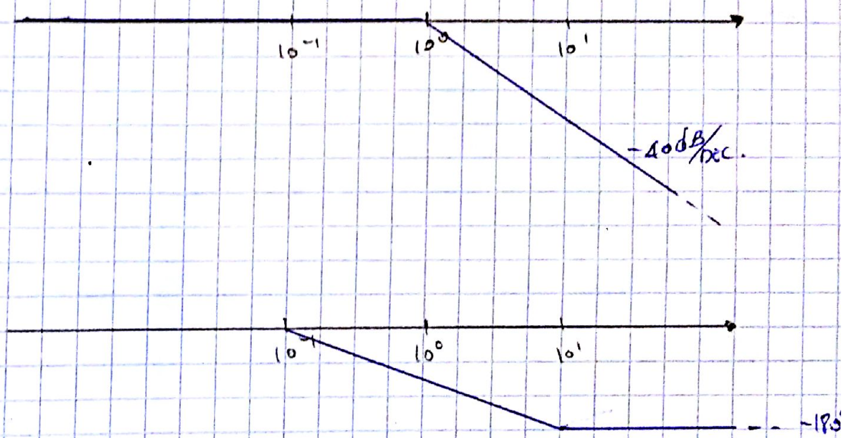
$F(s) = \frac{1}{s+1}$

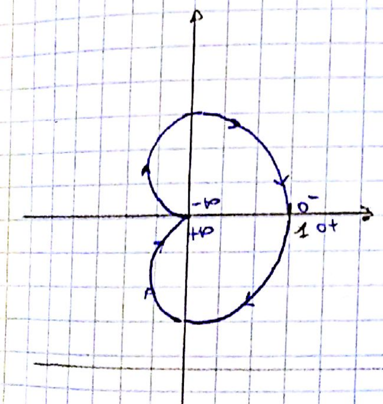




Ex

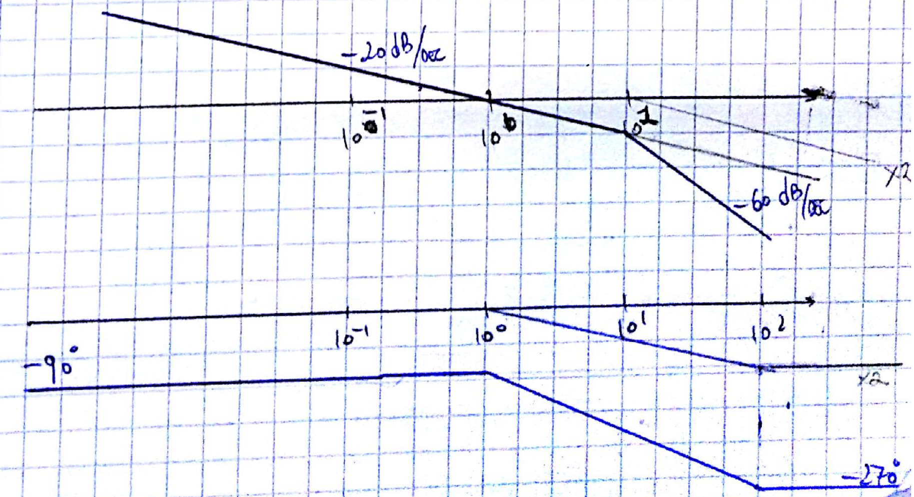
$F(s) = \frac{100}{(s+10)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{s}{10}\right)^2}$

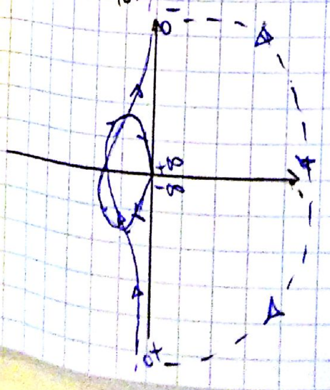




Ex

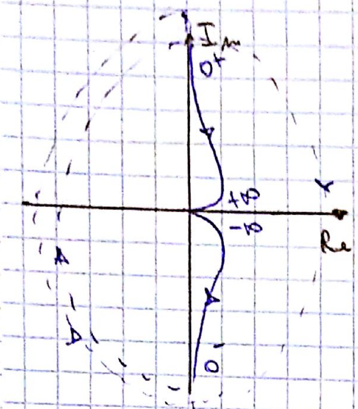
$F(s) = \frac{1}{s\left(1+\frac{s}{10}\right)^2}$

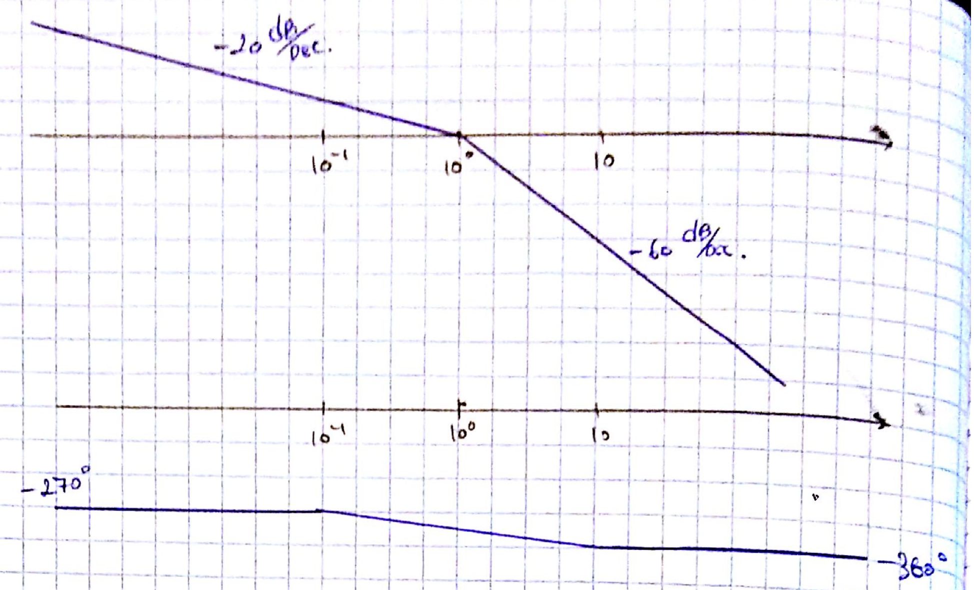




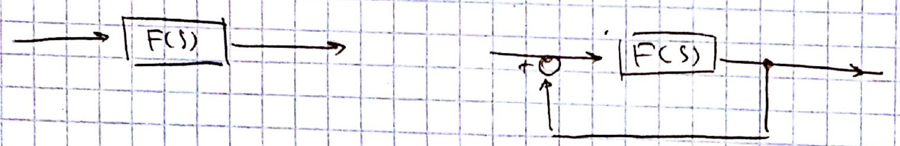
EX

$$F(s) = \frac{1}{s^3(s+1)}$$





TEOREMA DI NYQUIST



Il teorema di Nyquist dice se il sistema controreazionato con controreazione unitaria è stabile sulla base del grafico

NOTAZIONI:

P: n° poli a parte reale positiva di F(s)

N: n° di giri che il diagramma di Nyquist di F(s) compie intorno al punto (-1, 0)

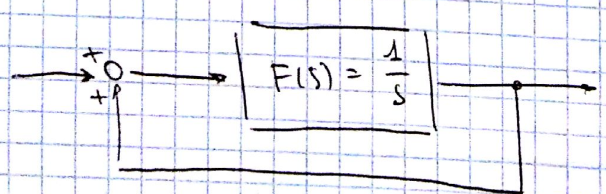
i giri sono positivi se in senso antiorario e negativi se in senso orario

N non è definito se il diagramma di Nyquist di F(s) passa su (-1, 0)

TEO

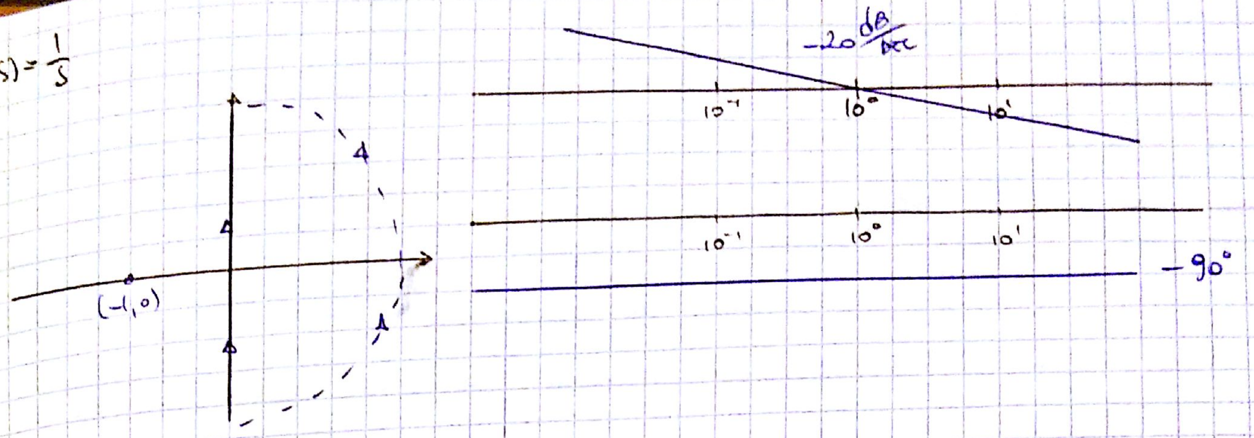
Condizione necessaria e sufficiente per stabilità asintotica della retroazione unitaria di F(s) è che sia N ben definito e che si abbia $N = P$

EX



È stabile asintoticamente!

$F(S) = \frac{1}{S}$



$N = P = 0 \Longrightarrow$ IL SISTEMA È ASINTOTICAMENTE STABILE

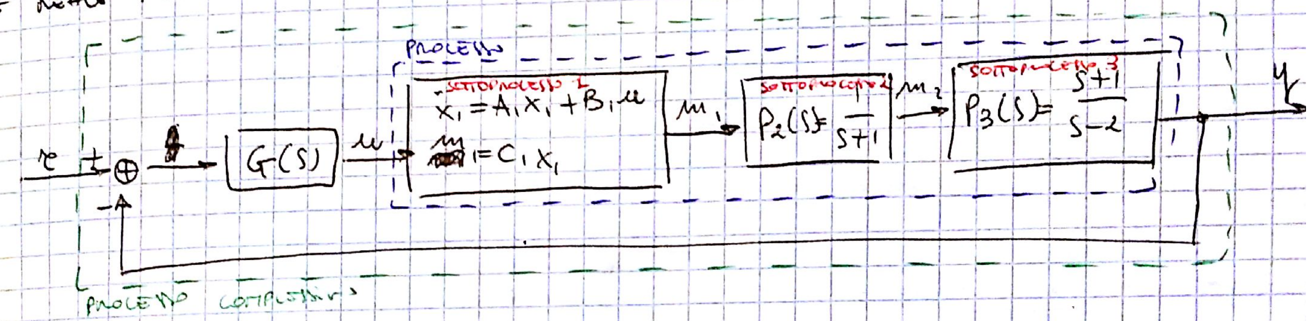
FINE TUTOR

{AUTOVALORI DEL SISTEMA COMPLESSIVO} = {AUTOVALORI NASCOSTI INTRINSECI} + {AUTOVALORI NASCOSTI GENERATI PER INTERCONNESSIONE} + {AUTOVALORI NON NASCOSTI}

POLI DI $W(S)$

OSS. PERCHÈ IL SISTEMA COMPLESSIVO SIA STABILE $\longrightarrow$ TUTTI GLI AUTOVALORI DEVONO AVERE PARTE REALE NEGATIVA

EX.



$$A_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

TRASFORMIAMO IL PRIMO PROCESSO NEL DOMINIO DI LAPLACE (STANDO ATTENTO A VEDERE SE PERDO INFORMAZIONI SU QUALCHE AUTOVALORE)

$rg\begin{pmatrix} B_1 & A_1B_1 \end{pmatrix} = rg\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = 1 \longrightarrow$ UN AUTOVALORE RAGGIUNGIBILE

$rg\begin{pmatrix} C_1 \\ C_1A_1 \end{pmatrix} = rg\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = 1 \longrightarrow$ UN AUTOVALORE OSSERVABILE

$\lambda_1 = \lambda_2 = -1$

VARI CASI POSSIBILI:

$\lambda_1 = -1$ RAGG e OSS o RAGG e ¬OSS

$\lambda_2 = -1$ ¬RAGG e ¬OSS o ¬RAGG e OSS

1 2

$$P_1(s) = C_1(sI - A_1)^{-1}B_1 = (1 \quad 0)\begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{s+1}$$

$$\boxed{P_1(s) = \frac{1}{s+1}}$$

- POICHÉ UN AUTOVALORE COMPARE COME POLO DI $P_1(s)$, POSSIAMO DIRE CHE L'AUTOVALORE È RAGGIUNGIBILE E OSSERVABILE (CASO 1)
- IL PROCESSO HA UN AUTOVALORE NASCOSTO MA A PARTE REALE NEGATIVO

⟹ NO PROBLEM

QUINDI:

IL PRIMO SOTTOPROCESSO HA UN AUTOVALORE INTRINSECO NASCOSTO $\lambda = -1$

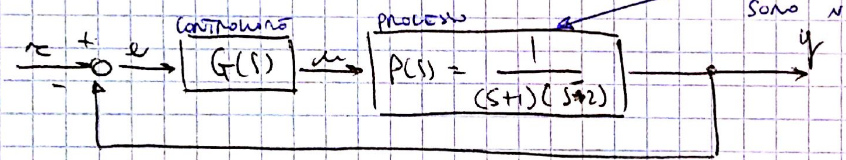
CALCOLO LA FdT DEL PROCESSO:

$$\boxed{P(s) = P_1(s) \cdot P_2(s) \cdot P_3(s) = \frac{1}{(s+1)(s-2)}}$$

OSS.

C'È STATA UNA CANCELLAZIONE POLO – ZERO ⟶ UN AUTOVALORE È DIVENTATO NASCOSTO, IN PARTICOLARE $\lambda = -1$ È DIVENTATO NASC. x 70 ... MA È A PARTE REALE < 0, ⟹ NO PROBLEM

IL SISTEMA POSSIAMO RISCRIVERLO:



$F = GP$ ⟶ AD ANELLO APERTO $\quad F = \frac{N_F}{D_F}$

AD ANELLO CHIUSO:

$$W = \frac{PG}{1+PG} = \frac{F}{1+F} = \frac{\frac{N_F}{D_F}}{1+\frac{N_F}{D_F}} = \frac{N_F}{D_F + N_F}$$

FdT DEL SISTEMA COMPLESSIVO

$$W = \frac{N_W}{D_W} \Rightarrow N_W = N_F, \quad D_W = D_F + N_F$$

STRUTTURA $G(s)$	a	$\frac{a}{s+b}$	$\frac{as+b}{s+c}$	$\frac{as+b}{s^2+cs+d}$	$\frac{as^2+bs+c}{s^2+ds+e}$	...
N° PARAMETRI	1	2	3	4	5	...
DIMENSIONE DEL CONTROLLORE	0	1	1	2	2	...

OSS.
a NEL PRIMO CASO È REALE! ALTRIMENTI IL CONTROLLORE NON È REALIZZABILE.

OSS
PERCHÉ NON METTO $G(s) = \frac{a}{s^2+bs+c}$? PERCHÉ HO GIÀ UNA $G(s)$ CON TRE GRADI DI LIBERTÀ MA DI DIMENSIONE PIÙ PICCOLA! IL MIO OBIETTIVO È CERCARE LA $G(s)$ CON LA DIMENSIONE PIÙ PICCOLA

ANDIAMO A TENTATIVI CON IL METODO DI ROUTH:

1) $G(s) = a$

$$F = G \cdot P = \frac{a}{(s+1)(s-2)} \qquad N_F = a \qquad D_F = (s+1)(s-2)$$

$$N_W = N_F = a$$

$$D_W = N_F + D_F = a + (s+1)(s-2) = a + s^2 - s - 2 = s^2 \underbrace{-s}_{\text{VARIAZIONE!}} - 2 + a$$

NON È STABILE PER QUALSIASI VALORE DI a.

OSS
CN PERCHÉ TUTTE LE SOL. SIANO A PARTE REALE NEGATIVA È CHE TUTTI I COEFF. ABBIANO LO STESSO SEGNO (LA CONDIZIONE NON È SUFF., BISOGNA USARE ROUTH SE HANNO TUTTI LO STESSO SEGNO). PER I POL. DI GRADO 1 e 2 LA CN È ANCHE SUFFICIENTE

2) $G(s) = \frac{a}{s+b}$

$$F = GP = \frac{a}{(s+b)(s+1)(s-2)}$$

$$D_W = N_F + D_F = a + (s+b)(s+1)(s-2) = s^3 + s^2(b-1) + s(-b-2) + a - 2b$$

VERIFICHIAMO LA C.N.:

$b - 1 > 0 \rightarrow b > 1$

$b < -2$ IN CONTRADDIZIONE!

$a - 2b > 0$

PER NESSUN VALORE DI a e b IL SISTEMA È STABILE