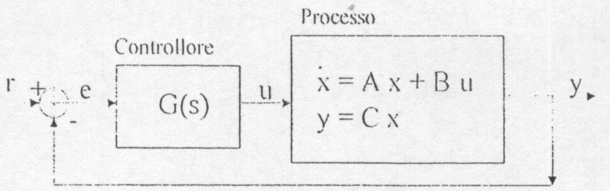
CONTROLLI AUTOMATICI - SISTEMI DI CONTROLLO AUTOMATICO 415

**Prova scritta del 12 aprile 2008 - Anno accademico 2007/08**

**PROBLEMA 1** Si consideri lo schema di controllo riportato in figura:



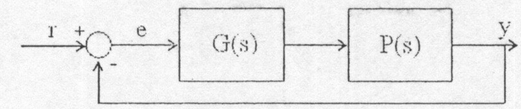

con $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [\ b \quad 1\ ]$

A) Si determinino i due parametri "a" e "b" nonchè un controllore G(s) a <u>dimensione minima</u> in modo che:
   ($\alpha$) il processo abbia tutti gli autovalori raggiungibili ed osservabili;
   ($\beta$) il sistema complessivo abbia due autovalori nascosti;
   ($\gamma$) il polinomio caratteristico del sistema complessivo sia pari a (s+5)(s+3)(s+1);
   ($\delta$) l'errore "e" a regime permanente corrispondente ad un riferimento r(t) = t sia minore di 0,25.

B) Si specifichino le caratteristiche di raggiungibiltà ed osservabilità degli autovalori del sistema complessivo individuato nella domanda A).

C) Con riferimento al sistema complessivo individuato nella domanda A), si determini la risposta y a regime permanente al riferimento r(t) = t.

**PROBLEMA 2.** Si consideri lo schema di controllo riportato in figura:

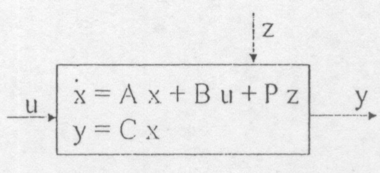



con $P(s) = -\dfrac{10}{(1+\tau s)^2}$ con $\tau = 0.05\,\text{sec}$

A) Si determini un controllore G(s) a <u>dimensione minima</u> in modo che:
   1) l'errore "e" a regime permanente corrispondente ad un ingresso r(t)=t sia una costante non nulla;
   2) il sistema complessivo sia asintoticamente stabile;
   3) il margine di guadagno sia $m_g = 12dB$.

B) Si traccino i diagrammi di Bode e di Nyquist della funzione di trasferimento a ciclo aperto F(s) e, utilizzando il criterio di Nyquist, si verifichi la stabilità asintotica del sistema complessivo.

**PROBLEMA 3** Si consideri il processo riportato in figura:




dove $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [\ -1 \quad 1\ ]$

<u>Il disturbo z è misurabile</u>.

A) Si progetti uno schema di controllo a dimensione minima e si scelga il parametro "a" in maniera da verificare le seguenti specifiche:
   $\alpha$) $|a| = 1$;
   $\beta$) il sistema complessivo sia asintoticamente stabile;
   $\gamma$) la risposta "y" corrispondente a qualsiasi disturbo "z" sia nulla.

B) Si discuta il vantaggio dello schema di controllo a doppia controreazione, rispetto a quello a controreazione semplice.

**Soluzione del problema 1**

416

A+B) Il processo ha funzione di trasferimento $P(s) = \frac{s+b}{s\,(s+a)}$.

Dato che il processo deve avere tutti gli autovalori raggiungibili ed osservabili deve essere $a \neq b$ e $b \neq 0$.
Per avere due autovalori nascosti nel sistema complessivo, è necessario procedere alla cancellazione del polo in -a e dello zero in -b, creando un autovalore nascosto irrag. ed oss. in -a ed un autovalore nascosto ragg. e inos. in -b.
Si può allora scegliere un controllore della forma

$$G(s) = K\frac{s+a}{s+b} \quad \Rightarrow \quad F(s) = \frac{K}{s} \quad \Rightarrow \quad W(s) = \frac{K}{s+K}, \; W_e(s) = \frac{s}{s+K}$$

La specifica δ) impone K > 4.
Gli autovalori del sistema complessivo sono quindi -K (non nascosto, quindi rag. e oss), -a e -b. Deve quindi risultare K=5; inoltre, si deve scegliere a = 3 e b = 1, oppure a = 1 e b = 3.

C) La risposta richiesta è pari a $W(0)\,t + \left.\frac{dW}{ds}\right|_{s=0} = t - 1/5$

**Soluzione del problema 2**

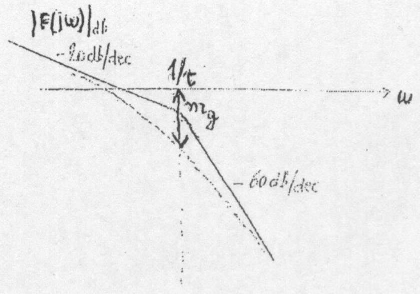
A) Per sodddisfare la specifica 1 la funzione di trasferimento ad anello aperto F(s) deve avere un polo in s=0.
Dunque il controllore sarà della forma $G(s) = \frac{k}{s}$.

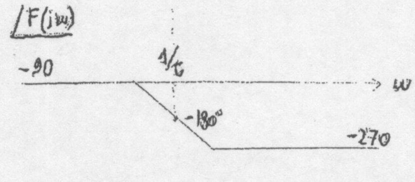
Il polinomio caratteristico del sistema ad anello chiuso W(s) è $D_W(s) = s(1+\tau s)^2 - 10k$ da cui si ottiene come condizione necessaria ma non sufficiente di stabilità $k < 0$.
Per quanto riguarda la specifica 3), dall'osservazione del diagramma di Bode della fase di F(s) si trova che la pulsazione $\tilde{\omega}$ in corrispondenza alla quale $\angle F(i\tilde{\omega}) = -\pi$ vale $\tilde{\omega} = \frac{1}{\tau} = 20 rad/s$.

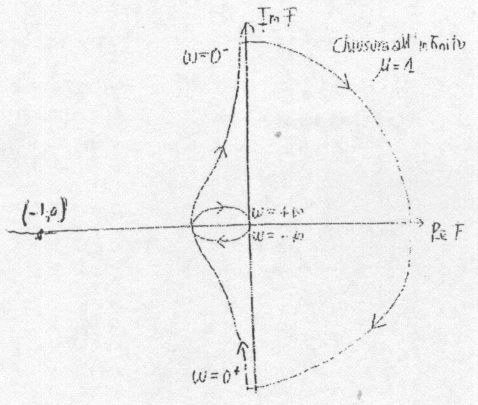
Imponendo $m_{g(dB)} = 20\log m_g = 20\log\frac{1}{|F(i\tilde{\omega})|} = 20\log\frac{1}{5\tau|k|} = 12dB$ si ottiene $|k| \approx 1$.

Il controllore cercato è dunque $G(s) = \frac{k}{s}$ con $k = -1$.

B)



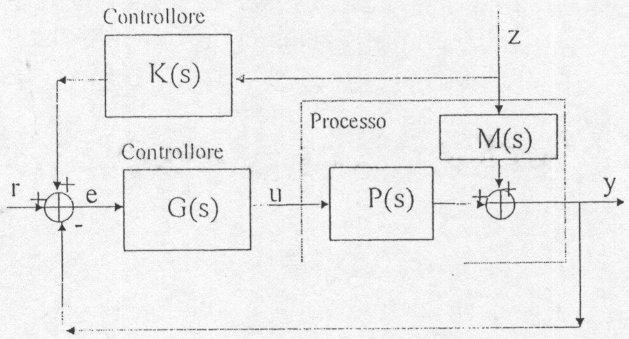






Il cammino di Nyquist di $F(i\omega)$ non compie rotazioni intorno al punto critico. La f.d.t. ad anello aperto F(s) non ha poli a parte reale positiva, quindi il criterio di Nyquist è verificato.

**Soluzione del problema 3**

A) Dato che il disturbo è misurabile, è possibile progettare uno schema di controllo a doppia controreazione del tipo:




dove $P(s) = M(s) = \dfrac{s - 1}{s\,(s - a)}$

Se "a" fosse pari a +1, il sistema avrebbe un autovalore nascosto in -1 e quindi la specifica β) non potrebbe essere verificata: si deve quindi scegliere necessariamente a = -1.
Si può tentare allora di stabilizzare il sistema complessivo con un controllore G(s) a dim. zero del tipo

$$G(s) = K \quad \Rightarrow F(s) = K\,\frac{s - 1}{s\,(s + 1)}$$

Applicando il criterio di Routh al polinomio

$$D_W = N_F + D_F = K\,(s - 1) + s\,(s + 1) = s^2 + s\,(1 + K) - K$$

si deduce che deve essere $0 > K > -1$.

Si deve infine scegliere il controllore K(s) in modo da imporre $W_z(s)=0$ ottenendo la reiezione completa del disturbo. Svolgendo i conti si ottiene:

$$K(s) = -\,\frac{M(s)}{G(s)\,P(s)} = -\,\frac{1}{K}$$