

# Prova finale di algoritmi e strutture dati 2024-2025

**Movhex** è una compagnia di autotrasporti che dispone di una flotta di veicoli dispersi su un'ampia area geografica. Al fine di minimizzare i costi, **Movhex** ti ha commissionato l'implementazione di un programma che aiuti nel calcolo delle rotte ottimali per i suoi mezzi.

Il programma da realizzare modella la superficie del pianeta con una **mappa** formata da piastrelle esagonali di uguali dimensioni. La **mappa** è piastrellata in modo *rettangolare*, e quindi composta da un numero fissato di righe e colonne, specificate all'inizio dell'esecuzione del programma.

Ogni **piastrella** esagonale della mappa è connessa a esattamente sei altre piastrelle, fatte salvo quelle che costituiscono i bordi della mappa. Figura 1 riporta una mappa d'esempio con 4 righe e 5 colonne. Ogni **esagono** è identificato univocamente dai suoi indici di colonna e riga, in quest'ordine. Gli indici di riga e colonna iniziano da zero e numerano gli **esagoni** da sinistra verso destra, dal basso verso l'alto. L'**esagono** (0, 1) è collocato sul lato in alto a destra dell'esagono (0, 0), come mostrato in Figura 1.

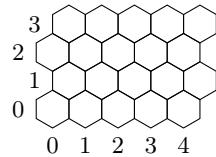


Figura 1: Una mappa con 4 righe e 5 colonne

Gli autoveicoli percorrono rotte spostandosi da un esagono a un altro ad esso **collegato**. Ogni esagono è collegato a tutti quelli ad esso adiacenti sulla mappa. Durante l'esecuzione, gli **esagoni** possono ottenere o perdere collegamenti tramite apertura e chiusura di **rotte aeree**. Una rotta aerea è identificata univocamente dalla coppia ordinata dei due esagoni che essa collega monodirezionalmente, rendendoli adiacenti tra loro, inoltre ogni rotta aerea è dotata di un **costo** di attraversata. Da ogni esagono partono al più 5 **rotte aeree**.

Ad ogni esagono è associato un numero naturale: se positivo, rappresenta la **costo** di uscita via terra dall'esagono. Il valore 0 (zero) indica che l'esagono non può essere abbandonato (ma può essere visitato). Altrimenti, il costo minimo è 1, e il massimo è 100. Spostarsi da un esagono ad un altro ad esso collegato ha un costo pari al numero associato all'esagono di partenza. Il **costo** di uscita via terra dagli esagoni e il **costo** di attraversata delle **rotte aeree** può variare durante l'esecuzione del programma.

Il programma da realizzare riceve una sequenza di comandi da standard input, a cui risponde stampando su standard output. Ogni risposta è terminata dal carattere di fine riga ('\n'). I comandi sono specificati nel seguito; le parole scritte tra parentesi angolate ((...)) rappresentano variabili la cui semantica è specificata nella descrizione del comando. È garantito che al programma vengano sottoposti soltanto comandi aderenti alle seguenti specifiche. Tutti i valori interi positivi o nulli sono codificabili in 32 bit.

- **init** <n. colonne> <n. righe>

Inizializza (o reinizializza se già inizializzata) la mappa di <n. righe> × <n. colonne>. Il programma risponde con il messaggio **OK**. Tutti gli esagoni hanno un costo iniziale pari a 1 e non sono presenti **rotte aeree**.

- **change\_cost** <x> <y> <v> <raggio>

<x> e <y> sono le coordinate di un esagono, <v> è un intero compreso tra -10 e 10 e <raggio> è un intero positivo. Si consideri la distanza DISTESAGONI((x<sub>a</sub>, y<sub>a</sub>), (x<sub>b</sub>, y<sub>b</sub>)) calcolata come il numero minimo di esagoni da percorrere, partendo da quello di coordinate (x<sub>a</sub>, y<sub>a</sub>), per giungere a quello di coordinate (x<sub>b</sub>, y<sub>b</sub>), includendo quello di destinazione nel conteggio e ignorando costi, intransitabilità e rotte aeree. Il comando **change\_cost** modifica il costo di un qualunque esagono in posizione (x<sub>e</sub>, y<sub>e</sub>) tale per cui DISTESAGONI((x<sub>e</sub>, y<sub>e</sub>), (<x>, <y>)) < <raggio>, e di tutte le sue **rotte aeree** uscenti, secondo la seguente formula:

$$\text{costo}_{(x_e, y_e)} = \text{costo}_{(x_e, y_e)} + \left\lfloor \langle v \rangle \times \max \left( 0, \left( \frac{\langle raggio \rangle - \text{DISTESAGONI}(x_e, y_e, \langle x \rangle, \langle y \rangle)}{\langle raggio \rangle} \right) \right) \right\rfloor$$

Il programma risponde **KO** se <x> e <y> non indicano un **esagono** valido, oppure se <raggio> = 0 altrimenti risponde **OK**.

- **toggle\_air\_route** <x1> <y1> <x2> <y2>

Aggiunge, se assente, o rimuove, se già presente, una **rotta aerea** tra due **esagoni**. Il **costo** della



nuova **connessione** è la media (approssimata per difetto) dei **costi** di *tutte* le **connessioni aeree** uscenti nell'esagono in  $(\langle x1 \rangle, \langle y1 \rangle)$  precedentemente esistenti, e del suo costo di uscita. In caso la **rotta aerea** venga aggiunta, il programma risponde OK se le coordinate  $(\langle x1 \rangle, \langle y1 \rangle)$  e  $(\langle x2 \rangle, \langle y2 \rangle)$  si riferiscono a **esagoni** validi, ed  $(\langle x1 \rangle, \langle y1 \rangle)$  non dispone già di 5 **rotte aeree** uscenti. Altrimenti risponde KO.

- **travel\_cost**  $\langle xp \rangle \langle yp \rangle \langle xd \rangle \langle yd \rangle$

Risponde con la più piccola somma dei **costi** delle **connessioni aeree** e/o i costi di uscita via terra degli **esagoni** da attraversare per raggiungere l'**esagono** di destinazione  $(\langle xd \rangle, \langle yd \rangle)$  partendo da  $(\langle xp \rangle, \langle yp \rangle)$ . Il costo di uscita dell'esagono di destinazione è ignorato. Se la destinazione coincide con la partenza, il costo è zero a prescindere da ogni altro fattore. Se si attraversa una connessione aerea il costo di uscita via terra dell'esagono sorgente di quella connessione aerea è ignorato. Risponde -1 se  $(\langle xp \rangle, \langle yp \rangle)$  o  $(\langle xd \rangle, \langle yd \rangle)$  non sono validi, o se non sono raggiungibili tra loro.

## Esempio

Di seguito un esempio che illustra il funzionamento atteso del programma.

| Comando                              | Risposta | Commento  |
|--------------------------------------|----------|---|
| <b>init</b> 100 100                  | OK       | Configurazione mappa  |
| <b>change_cost</b> 10 20 -10 5       | OK       | Rende intransitabile una regione della mappa  |
| <b>change_cost</b> 30 95 10 1        | OK       | Aumenta il costo delle connessioni in uscita di un singolo esagono (30, 95)                                 |
| <b>travel_cost</b> 0 0 20 0          | 20       | Somma dei costi delle connessioni tra i due esagoni   |
| <b>travel_cost</b> 30 95 30 97       | 12       | Costo di attraversare due connessioni, di cui una modificata da <b>change_cost</b>                          |
| <b>travel_cost</b> 10 20 11 20       | -1       | La destinazione non è raggiungibile dalla sorgente  |
| <b>toggle_air_route</b> 0 0 20 0     | OK       | Connette due esagoni  |
| <b>travel_cost</b> 0 0 20 0          | 1        | Ora il costo tra le due caselle è 1 grazie alla nuova connessione   |
| <b>toggle_air_route</b> 10 20 10 22  | OK       | Connette un esagono adiacente prima irraggiungibile, ma la media dei costi è 0, quindi resta intransitabile |
| <b>travel_cost</b> 10 20 10 22       | -1       | Sia la connessione per adiacenza sia quella addizionale sono intransitabili                                 |
| <b>toggle_air_route</b> 0 0 20 0     | OK       | Sconnette i due esagoni   |
| <b>travel_cost</b> 0 0 20 0          | 20       | Rimossa la connessione addizionale, il costo torna quello delle connessioni intermedie                      |
| <b>change_cost</b> 200 20 -10 5      | KO       | Un argomento indica un esagono inesistente  |
| <b>toggle_air_route</b> 200 20 -10 5 | KO       | Un argomento indica un esagono inesistente  |
| <b>travel_cost</b> 200 20 11 20      | -1       | Un argomento indica un esagono inesistente  |

**Suggerimento:** gli input del programma saranno simili a quelli che si riscontrano nella realtà: raramente vengono eseguiti i comandi **change\_cost** e **toggle\_air\_route**, mentre il comando **travel\_cost** è molto utilizzato. Inoltre, la maggior parte delle sorgenti e delle destinazioni del comando **travel\_cost** si concentra nelle stesse zone della mappa, mentre altre sono completamente ignorate. Questo offre opportunità di ottimizzazione.