

Dichiarazioni: $\text{DEC}: D \rightarrow \text{Nil} \mid \text{const } x:\tau = e \mid D; D \mid D \text{ IN } D \mid p \in \text{Env}$
(Sintassi)

SEMANTICA SINTATTICA $\Rightarrow \Delta \in \text{TENV}$ $\Delta \vdash d_0 : \Delta_0$
associa Δ_0 a $d_0 \in \text{Dec}$ Sapendo che $\Delta_0 \in \text{TENV}$

$\vdash \text{nil} : \emptyset$ $\vdash p : V$ (con V insieme degli ID a cui da il Significato ρ)

$\frac{\Delta \vdash e : \tau}{\Delta \vdash \text{const } x:\tau = e : [\tau \mapsto \tau]}$

Associa un TIPO ad Ogni Espressione
che non Contiene Errori di TIPO
dell'uso degli OPERATORI

$\frac{\Delta \vdash d_1 : \Delta_1 \quad \Delta[\Delta_1] \vdash d_2 : \Delta_2}{\Delta \vdash d_1, d_2 : \Delta_1[\Delta_2]}$

$\frac{\Delta \vdash d_1 : \Delta_1 \quad \Delta[\Delta_1] \vdash d_2 : \Delta_2}{\Delta \vdash d_1 \text{ IN } d_2 : \Delta_2}$

cambia solo ciò che mostro all'esterno

ESEMPIO:

Const $x:\text{Bool} = \text{true}; d_1$

Const $x:\text{int} = 5; d_2$

Const $y:\text{int} = 6 * x; d_3$

$d_1; d_2; d_3$
d

Per Poi fare $d_1; d$

$\Delta = \emptyset$, quindi non Abbiamo un Ambiente Contestuale

1/1 $d1; d \Rightarrow$ Per Costuire Ambiente Statico di $d1, d$ dobbiamo Costuire l'Ambiente Statico di $d1$:

$$\frac{\vdash d1 : (?)^1 \rightarrow \dots}{\vdash d1; d :}$$

① Elaborazione di $d1$ Staticamente:

$$\frac{\vdash \text{True} : \text{Bool}}{\vdash \text{Const } x : \text{Bool} = \text{True} : [x \mapsto \text{Bool}]}$$

$\Downarrow *$

$$\frac{\emptyset \vdash d1 : [x \mapsto \text{Bool}] \quad \emptyset [x \mapsto \text{Bool}] \mapsto d : (?)^2}{\vdash d1; d : ?}$$

② Elaboriamo d Staticamente

$$\frac{[x \mapsto \text{Bool}] \vdash d2 : (?)^{2a} \rightarrow \dots}{[x \mapsto \text{Bool}] \mapsto d2; d3 : ?}$$

②a Elaboriamo $d2$ Staticamente

Per gli Assiomi delle Expr.

$$\frac{[x \mapsto \text{Bool}] \mapsto 5 : \text{int}}{[x \mapsto \text{Bool}] \vdash \text{const } x : \text{int} = 5 : [x \mapsto \text{int}]}$$

$$\frac{[x \mapsto \text{Bool}] \vdash d2 : [x \mapsto \text{int}]}$$

$$\frac{[x \mapsto \text{Bool}, x \mapsto \text{int}] \vdash d3 : ?}{?} \quad 2b$$

$$[x \mapsto \text{Bool}] \vdash d2; d3 : ?$$

$[x \mapsto \text{int}]$ Per la DEF di Aggiornamento

2b) Elaboriamo d3 Staticamente

$$\frac{[x \mapsto \text{int}] \vdash 6 * x : ?}{?} \quad 2c$$

$$[x \mapsto \text{int}] \vdash \text{const } y : \text{int} = 6 * x :$$

2c) Valutiamo $6 * x$ Staticamente

Per Assiomi Expr.

$$\frac{[x \mapsto \text{int}] \vdash 6 : \text{int} \quad [x \mapsto \text{int}] \vdash x : \text{int} \text{ perché } \Delta(x) = \text{int}}{[x \mapsto \text{int}] \vdash 6 * x : \text{int}}$$

$$\frac{[x \mapsto \text{int}] \vdash 6 * \text{int}}$$

Chiude il Passo 2b

$$[x \mapsto \text{int}] \vdash \text{const } y : \text{int} = 6 * x : [y \mapsto \text{int}]$$

$$\frac{[x \mapsto \text{Bool}] \vdash d2 : [x \mapsto \text{int}] \quad [x \mapsto \text{int}] \vdash d3 : [y \mapsto \text{int}]}{[x \mapsto \text{Bool}] \vdash d2; d3 : [x \mapsto \text{int}] [y \mapsto \text{int}] = [x \mapsto \text{int}, y \mapsto \text{int}]}$$

$$[x \mapsto \text{Bool}] \vdash d2; d3 : [x \mapsto \text{int}] [y \mapsto \text{int}] = [x \mapsto \text{int}, y \mapsto \text{int}]$$

Chiude Così il Passo 2a) e quindi anche il 2)

Di conseguenza il passo ① Sarà

$$\frac{\vdash d_1 : [x \mapsto \text{Bool}] \quad [x \mapsto \text{Bool}] \vdash d : [x \mapsto \text{int}, y \mapsto \text{int}]}{\vdash d_1, d : [x \mapsto \text{Bool}] [x \mapsto \text{int}, y \mapsto \text{int}]}$$

SEMANTICA EMERGENTE:

$$\rho \in \text{Env} \quad d, d' \in \text{Dec} \quad \rho \vdash_{\Delta} d \rightarrow_{\Delta} d'$$

$$\vdash \text{nil} \rightarrow \emptyset \quad \rho \in \text{Configurazioni Terminali}$$

$$\frac{\rho \vdash e \rightarrow^* \kappa}{\rho \vdash \text{const } x : z = e \rightarrow [x \mapsto \kappa]}$$

$$\frac{\rho \vdash d_1 \rightarrow d'_1}{\rho \vdash d_1, d_2 \rightarrow d'_1, d_2}$$

$$\frac{\rho[\rho_1] \vdash d_2 \rightarrow d'_2}{\rho \vdash \rho_1, d_2 \rightarrow \rho_1, d'_2}$$

$$\rho \vdash \rho_1, \rho_2 \rightarrow \rho_1[\rho_2]$$

$$\frac{\rho \vdash d_1 \rightarrow d'_1}{\rho \vdash d_1 \text{ IN } d_2 \rightarrow d'_1 \text{ IN } d_2}$$

$$\frac{\rho[\rho_1] \vdash d_2 \rightarrow d'_2}{\rho \vdash d_1 \text{ IN } d_2 \rightarrow \rho_1 \text{ IN } d'_2}$$

$$\rho \vdash \rho_1 \text{ IN } \rho_2 \rightarrow \rho_2$$

ELABORARE (dinamicamente) UNA DICHIARAZIONE:

$\forall d \in \text{Dec.} \quad \text{Elab}(d) = p \in \text{Env} \quad \text{sse} \quad \vdash d \rightarrow^* p$

$\text{Elab}(d_1; d) = \text{Ambiente Generato dall'Applicazione delle Regole della Semantica DINAMICA}$

EQUIVALENZA $\Rightarrow \quad \equiv \subseteq \text{Dec} \times \text{Dec}$

$d_1 \equiv d_2 \quad \text{sse} \quad \text{Elab}(d_1) = \text{Elab}(d_2)$

ESEMPIO:

$\underbrace{\text{Const } x:\text{int} = 2}_{d_1} \text{ IN } \left(\underbrace{\text{Const } y:\text{int} = x+1}_{d_2}; \underbrace{\text{const } z:\text{int} = y+x}_{d_3} \right)$
 d

PRIMO PASSO:

$\vdash d_1 \rightarrow^* (?)^1$
 $\vdash d_1 \text{ IN } d \rightarrow ? \text{ in } d$

① $\text{Const } x:\text{int} = 2 \rightarrow [x \mapsto 2]$ completa il Passo 1

$\vdash d_1 \rightarrow [x \mapsto 2]$
 $\vdash d_1 \text{ IN } d \rightarrow [x \mapsto 2] \text{ IN } d$

Primo Passo di Elaborazione

Secondo Passo:

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash d \rightarrow^* ?}{\vdash [x \mapsto 2] \text{ IN } d \rightarrow [x \mapsto 2] \text{ IN } ?}$$

ELABORIAMO d : Primo Passo $d2; d3 = d$

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash d2 \rightarrow}{[x \mapsto 2] \vdash d2; d3 \rightarrow}$$

ELABORIAMO $d2$

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash x+1 \rightarrow^* \textcircled{2a}}{[x \mapsto 2] \text{ const } y: \text{int} = x+1 \rightarrow}$$

$$[x \mapsto 2] \text{ const } y: \text{int} = x+1 \rightarrow$$

$\textcircled{2a}$ Valutazione di $x+1$

ρ

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash x \rightarrow 2}{[x \mapsto 2] \vdash x+1 \rightarrow 2+1}$$

Perche $\rho(x) = 2$

$$[x \mapsto 2] \vdash x+1 \rightarrow 2+1$$

$[x \mapsto 2] \vdash 2+1 \rightarrow 3$ perchè $2+3$

$\Rightarrow [x \mapsto 2] \vdash x+1 \rightarrow^* 3$ Completa la Valutazione $\textcircled{2a}$

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash x+1 \rightarrow 3}{[x \mapsto 2] \vdash \text{const } y: \text{int} = x+1 \rightarrow [y \rightarrow 3] \text{ completa } \textcircled{2}}$$

$$[x \mapsto 2] \vdash \text{const } y: \text{int} = x+1 \rightarrow [y \rightarrow 3] \text{ completa } \textcircled{2}$$

PROSEGUIAMO

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash d2 \rightarrow [y \mapsto 3]}{\quad}$$

$$[x \mapsto 2] \vdash d2, d3 \rightarrow [y \mapsto 3]; d3$$

Secondo Passo di Elaborazione di $d = d2; d3$

$$[x \mapsto 2, y \mapsto 3]$$

$$\frac{[x \mapsto 2] [y \mapsto 3] \vdash d3 \rightarrow \textcircled{3}}{\quad}$$

$$[x \mapsto 2] [y \mapsto 3]; d3 \rightarrow$$

③ Elaborazione di $d3$

$$\frac{[x \mapsto 2, y \mapsto 3] \vdash y + x \rightarrow * \textcircled{3a}}{\quad}$$

$$[x \mapsto 2, y \mapsto 3] \vdash \text{Const } z: \text{int} = y + x$$

③a Valutazione di $y + x$:

$$\frac{[x \mapsto 2, y \mapsto 3] \mapsto 3 \rightarrow 3}{\quad}$$

Perché $\rho(y) = 3$

$$[x \mapsto 2, y \mapsto 3] \vdash y + x \rightarrow 3 + x$$

$$\frac{[x \mapsto 2, y \mapsto 3] \vdash x \rightarrow 2}{\quad}$$

$$[x \mapsto 2, y \mapsto 3] \vdash 3 + x \rightarrow 3 + 2$$

Perché $\rho(x) = 2$

$$[x \mapsto 2, y \mapsto 3] \vdash 3 + 2 \rightarrow 5 \quad \text{Perché } 3 + 2 = 5$$

*



* $[x \mapsto z, y \mapsto 3] \vdash y + x \rightarrow^* 5$ Mi Completa il Passo (3a)

Tornando al (3)

$$\frac{[x \mapsto z, y \mapsto 3] \mapsto y + x \rightarrow^* 5}{[x \mapsto z, y \mapsto 3] \vdash d3 \rightarrow [z \mapsto 5]}$$

Completa il Passo (3) che Inserisco Nel (2)

$$\frac{[x \mapsto z, y \mapsto 3] \vdash d3 \rightarrow [z \mapsto 5]}{[x \mapsto z, y \mapsto 3]; d3 \rightarrow [y \mapsto 3]; [z \mapsto 5]}$$

Ed il Passo Successivo:

$$[x \mapsto z] \mapsto [y \mapsto 3]; [z \mapsto 5] \rightarrow [y \mapsto 3, z \mapsto 5]$$

||| (Questo Completa Elab. di $d2; d3$)

$$[x \mapsto z] \vdash d \rightarrow^* [y \mapsto 3, z \mapsto 5]$$

Che Completa:

$$\frac{[x \mapsto z] \vdash d \rightarrow^* [y \mapsto 3, z \mapsto 5]}{\vdash [x \mapsto z] \text{ IN } d \rightarrow [x \mapsto z] \text{ IN } [y \mapsto 3, z \mapsto 5]}$$

e Come ultimo Passo:

$$\vdash [x \mapsto z] \text{ IN } [y \mapsto 3, z \mapsto 5] \rightarrow [y \mapsto 3, z \mapsto 5]$$

$$\Rightarrow \vdash d_1, d \rightarrow^* [y \mapsto 3, z \mapsto 5] \equiv \text{Elab}(d_1, d) = [y \mapsto 3, z \mapsto 5]$$