DICHIARAZIONI

Dec : D → nil | const $x : \tau = e$ | D; D |
D in D | $\rho \in$ Env

Sintassi ↗

Semantica Statica

$\Delta \in$ TEnv $\quad \Delta \vdash d_0 : \Delta_0$

Associa Δ_0 a $d_0 \in$ Dec
$\cap$
TEnv

$\vdash nil : \emptyset$

$\vdash \rho : V$ (V è l'insieme degli id a cui dà significato ρ)

Associa un tipo ad ogni espressione che non contiene errori di tipo nell'uso degli operatori

$$\frac{\Delta \vdash e : \tau}{\Delta \vdash \text{const } x : \tau = e : [x \mapsto \tau]}$$

$$\frac{\Delta \vdash d_1 : \Delta_1 \quad \Delta[\Delta_1] \vdash d_2 : \Delta_2}{\Delta \vdash d_1 ; d_2 : \Delta_1[\Delta_2]}$$

$$\frac{\Delta \vdash d_1 : \Delta_1 \quad \Delta[\Delta_1] \vdash d_2 : \Delta_2}{\Delta \vdash d_1 \text{ in } d_2 : \Delta_2}$$

Esempio

const x: bool = true; d_1
const x: int = 5; d_2
const y: int = 6 * x d_3

$\Delta = \emptyset$
(non abbiamo un ambiente contestuale)

$d_1 ; \underbrace{d_2 ; d_3}_{d}$

$d_1 ; d$

- $d_1 ; d$

per costruire l'ambiente statico di $d_1 ; d$ dobbiamo costruire l'ambiente di d_1

$$\rightarrow \frac{\vdash d_1 : ?^{(1)} \rightarrow \cdots}{\vdash d_1 ; d :}$$

DICHIARAZIONI

$$Dec: D \to nil \mid const\ x:\tau = e \mid D; D \mid D\ in\ D \mid p \in Env$$

Sintassi

Semantica Statica

$\Delta \in TEnv$ $\quad \Delta \vdash d_0 : \Delta_0$

Associa Δ_0 a $d_0 \in Dec$
$\cap$
$TEnv$

$\vdash nil : \emptyset$

$\vdash p : V$ (V è l'insieme degli id a cui da significato p)

Associa un tipo ad ogni espressione che non contiene errori di tipo nell'uso degli operatori

$$\frac{\Delta \vdash e : \tau}{\Delta \vdash const\ x:\tau = e : [x \mapsto \tau]}$$

$$\frac{\Delta \vdash d_1 : \Delta_1 \quad \Delta[\Delta_1] \vdash d_2 : \Delta_2}{\Delta \vdash d_1 ; d_2 : \Delta_1[\Delta_2]} \qquad \frac{\Delta \vdash d_1 : \Delta_1 \quad \Delta[\Delta_1] \vdash d_2 : \Delta_2}{\Delta \vdash d_1\ in\ d_2 : \Delta_2}$$

Esempio

$\Delta = \emptyset$
(non abbiamo un ambiente contestuale)

const x: bool = true; d_1
const x: int = 5; d_2
const y: int = 6 * x d_3

$d_1 ; \underbrace{d_2 ; d_3}_{d}$

$d_1 ; d$

- $d_1 ; d$

per costruire l'ambiente statico di $d_1 ; d$ dobbiamo costruire l'ambiente di d_1

$$\to \quad \frac{\vdash d_1 : ?^{(1)} \to \cdots}{\vdash d_1 ; d :}$$

① Elaboriamo d_1 staticamente

$$\frac{\vdash true : bool}{\vdash \text{const } x : bool = \underline{true} : [x \mapsto bool]}$$ per gli assiomi delle exp

$$\frac{\emptyset \vdash d_1 : [x \mapsto bool] \qquad \cancel{\emptyset}[x \mapsto bool] \vdash d : ?^{②}}{\vdash d_1 ; d : ?}$$ (*)

② Elaboriamo d staticamente

$$\frac{[x \mapsto bool] \vdash d_2 : ?^{(2a)} \longrightarrow \ldots}{[x \mapsto bool] \vdash d_2 ; d_3 : ?}$$

(2a) Elaboriamo d_2 staticamente

$$\frac{[x \mapsto bool] \vdash 5 : int}{[x \mapsto bool] \vdash \text{const } x : int = 5 : [x \mapsto int]}$$ per gli assiomi delle exp

per la def di aggiorn.

$$\frac{[x \mapsto bool] \vdash d_2 : [x \mapsto int] \qquad \underbrace{[x \mapsto bool][x \mapsto int]}_{[x \mapsto int]} \vdash d_3 : ?^{(2b)}}{[x \mapsto bool] \vdash d_2 ; d_3 : ?}$$

(2b) Elaboriamo d_3 staticamente

$$\frac{[x \mapsto int] \vdash 6 * x : ?^{(2c)}}{[x \mapsto int] \vdash \text{const } y : int = 6 * x :}$$

(2c) Valutiamo $6 * x$ staticamente

$$\dfrac{\overset{\text{per gli assiomi delle exp}}{[x \mapsto int] \vdash 6 : int} \qquad \overset{\text{per gli assiomi delle exp}}{\overbrace{[x \mapsto int] \vdash x : int}^{\Delta}}}{[x \mapsto int] \vdash 6 * x : int}$$

perché $\Delta(x) = int$

$$\dfrac{[x \mapsto int] \vdash 6 * x : int}{[x \mapsto int] \vdash \text{const } y : int = 6 * x \ : [y \mapsto int]}$$

chiude il passo 2b

$$\dfrac{[x \mapsto bool] \vdash d_2 : [x \mapsto int] \qquad [x \mapsto int] \vdash d_3 : [y \mapsto int]}{[x \mapsto bool] \vdash \underbrace{d_2 ; d_3}_{d} : [x \mapsto int][y \mapsto int]}$$

$= [x \mapsto int, y \mapsto int]$

chiude il passo 2a
e quindi il passo 2

Di conseguenza il passo (1)

(*)
$$\dfrac{\vdash d_1 : [x \mapsto bool] \qquad [x \mapsto bool] \vdash d : [x \mapsto int, y \mapsto int]}{\vdash d_1 ; d : \underbrace{[x \mapsto bool][x \mapsto int, y \mapsto int]}_{[x \mapsto int,\ y \mapsto int]}}$$

Semantica dinamica

$\rho \in Env$
$d, d' \in Dec$

$\rho \vdash_{\Delta} d \rightarrow_{d} d'$

$\vdash nil \rightarrow \emptyset$

$\rho \in$ Conf. terminali

$$\frac{\rho \vdash e \rightarrow^{*} k}{\rho \vdash \text{const } x:\tau = e \rightarrow [x \mapsto k]}$$

$$\frac{\rho \vdash d_1 \rightarrow d_1'}{\rho \vdash d_1 ; d_2 \rightarrow d_1' ; d_2} \qquad \frac{\rho[\rho_1] \vdash d_2 \rightarrow d_2'}{\rho \vdash \rho_1 ; d_2 \rightarrow \rho_1 ; d_2'}$$

$$\rho \vdash \rho_1 ; \rho_2 \rightarrow \rho_1[\rho_2]$$

$$\frac{\rho \vdash d_1 \rightarrow d_1'}{\rho \vdash d_1 \text{ in } d_2 \rightarrow d_1' \text{ in } d_2} \qquad \frac{\rho[\rho_1] \vdash d_2 \rightarrow d_2'}{\rho \vdash \rho_1 \text{ in } d_2 \rightarrow \rho_1 \text{ in } d_2'}$$

$$\rho \vdash \rho_1 \text{ in } \rho_2 \rightarrow \rho_2$$

Elaborare (dinamicamente) una dichiarazione

$Elab : Dec \rightarrow Env$

$\forall d \in Dec.\quad Elab(d) = \rho \in Env$ sse

$$\vdash d \rightarrow^{*} \rho$$

$Elab(d_1; d) =$ ambiente generato dall'applicazione delle regole della semantica dinamica

Equivalenza : $\equiv \subseteq Dec \times Dec$

$$d_1 \equiv d_2 \quad \text{sse} \quad Elab(d_1) = Elab(d_2)$$

Esempio

$$\overbrace{\text{const } x : int = 2}^{d_1} \text{ in}$$
$$\underbrace{(\underbrace{\text{const } y : int = x+1}_{d_2} ; \overbrace{\text{const } z : int = y + x}^{d_3})}_{d = d_2 ; d_3}$$

$$\boxed{d_1 \text{ in } d}$$

Primo passo:

$$\frac{\vdash d_1 \longrightarrow^* ? \quad (1)}{\vdash d_1 \text{ in } d \longrightarrow ? \text{ in } d}$$

(1) $\vdash \text{Const } x : int = 2 \longrightarrow [x \mapsto 2]$ completa il passo 1

$$\frac{\vdash d_1 \longrightarrow [x \mapsto 2]}{\vdash d_1 \text{ in } d \xrightarrow[(1)]{} [x \mapsto 2] \text{ in } d}$$

Primo passo di elaborazione

Secondo passo (*)

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash d \longrightarrow^* ?}{\vdash [x \mapsto 2] \text{ in } d \longrightarrow [x \mapsto 2] \text{ in } ?}$$

Elaboriamo d : primo passo $\qquad d_2 ; d_3 = d$

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash d_2 \longrightarrow \quad (2)}{[x \mapsto 2] \vdash d_2 ; d_3 \longrightarrow}$$

Elaboriamo d_2

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash x+1 \longrightarrow^* \text{(2a)}}{[x \mapsto 2]\ \text{const } y : \text{int} = x+1 \longrightarrow}$$

(2a) Valutazione di $x+1$

$$\frac{\overbrace{[x \mapsto 2]}^{\rho} \vdash x \longrightarrow 2}{[x \mapsto 2] \vdash x+1 \longrightarrow 2+1}$$ perché $\rho(x) = 2$

- $[x \mapsto 2] \vdash 2+1 \longrightarrow 3$ perché $2+1=3$

$\Longrightarrow [x \mapsto 2] \vdash x+1 \longrightarrow^* 3$ completa la valutazione (2a)

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash x+1 \longrightarrow^* 3}{[x \mapsto 2] \vdash \text{const } y : \text{int} = x+1 \longrightarrow [y \mapsto 3]}$$

completa (2)

$$\frac{[x \mapsto 2] \vdash d_2 \longrightarrow [y \mapsto 3]}{[x \mapsto 2] \vdash d_2 ; d_3 \longrightarrow [y \mapsto 3] ; d_3}$$

Secondo passo di elaborazione di $d = d_2 ; d_3$

$$\dfrac{\overset{[x\mapsto 2,\, y\mapsto 3]}{\overset{|||}{[x\mapsto 2][y\mapsto 3]}} \vdash d_3 \to \quad (3)}{[x\mapsto 2] \vdash [y\mapsto 3]; d_3 \to} \; (*)$$

(3) Elaborazione di d_3

$$\dfrac{[x\mapsto 2, y\mapsto 3] \vdash y+x \to^{*} \quad (3a)}{[x\mapsto 2, y\mapsto 3] \vdash \mathrm{const}\ \underline{z} : \mathrm{int} = y+x \to} \; (*)$$

(3a) Valutazione di $y+x$

$$\dfrac{\overbrace{[x\mapsto 2, y\mapsto 3]}^{\rho} \vdash y \to 3}{[x\mapsto 2, y\mapsto 3] \vdash y+x \to 3+x} \quad \text{perché } \rho(y)=3$$

$$\dfrac{\overbrace{[x\mapsto 2, y\mapsto 3]}^{\rho} \vdash x \to 2}{[x\mapsto 2, y\mapsto 3] \vdash 3+x \to 3+2} \quad \text{perché } \rho(x)=2$$

$$[x\mapsto 2, y\mapsto 3] \vdash 3+2 \to 5 \quad \text{perché } 3+2=5$$

$$[x\mapsto 2, y\mapsto 3] \vdash y+x \to^{*} 5$$

completato il passo (3a)

$$\dfrac{[x\mapsto 2, y\mapsto 3] \vdash y+x \to^{*} 5}{[x\mapsto 2, y\mapsto 3] \vdash d_3 \to [z\mapsto 5]} \; (*)$$

completato il passo (3)

$$(*)\quad \frac{[x\mapsto 2, y\mapsto 3] \vdash d_3 \longrightarrow [z\mapsto 5]}{[x\mapsto 2] \vdash [y\mapsto 3]; d_3 \longrightarrow [y\mapsto 3]; [z\mapsto 5]}$$

passo successivo:

$$[x\mapsto 2] \vdash [y\mapsto 3]; [z\mapsto 5] \longrightarrow [y\mapsto 3, z\mapsto 5]$$

||| questo completa l'elaborazione di $d_2; d_3$

$$[x\mapsto 2] \vdash d \longrightarrow^* [y\mapsto 3, z\mapsto 5]$$

completa (*)

$$\frac{[x\mapsto 2] \vdash d \longrightarrow^* [y\mapsto 3, z\mapsto 5]}{\vdash [x\mapsto 2] \text{ in } d \longrightarrow [x\mapsto 2] \text{ in } [y\mapsto 3, z\mapsto 5]}$$

Ultimo passo

$$\vdash [x\mapsto 2] \text{ in } [y\mapsto 3, z\mapsto 5] \longrightarrow \underline{\underline{[y\mapsto 3, z\mapsto 5]}}$$

$$\Longrightarrow \quad \vdash d_1; d \longrightarrow^* [y\mapsto 3, z\mapsto 5]$$

$$\equiv \mathrm{Elab}(d_1; d) = [y\mapsto 3, z\mapsto 5]$$