

## ESERCIZIO SUI B<sup>+</sup>-tree

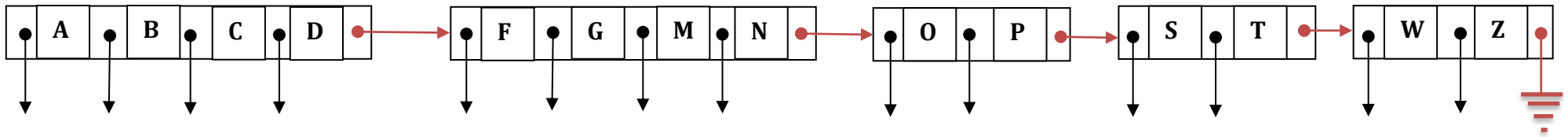
1) Costruire un B<sup>+</sup>-tree di fan-out=5 con i seguenti nodi foglia: (A,B,C,D), (F,G,M,N), (O,P), (S,T), (W,Z)

Vincoli di riempimento:

$$2 \leq \# \text{chiavi} \leq 4$$

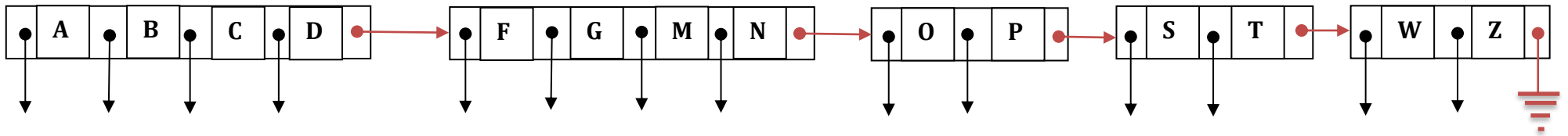
$$3 \leq \# \text{puntatori} \leq 5$$

Costruiamo il livello dei nodi foglia

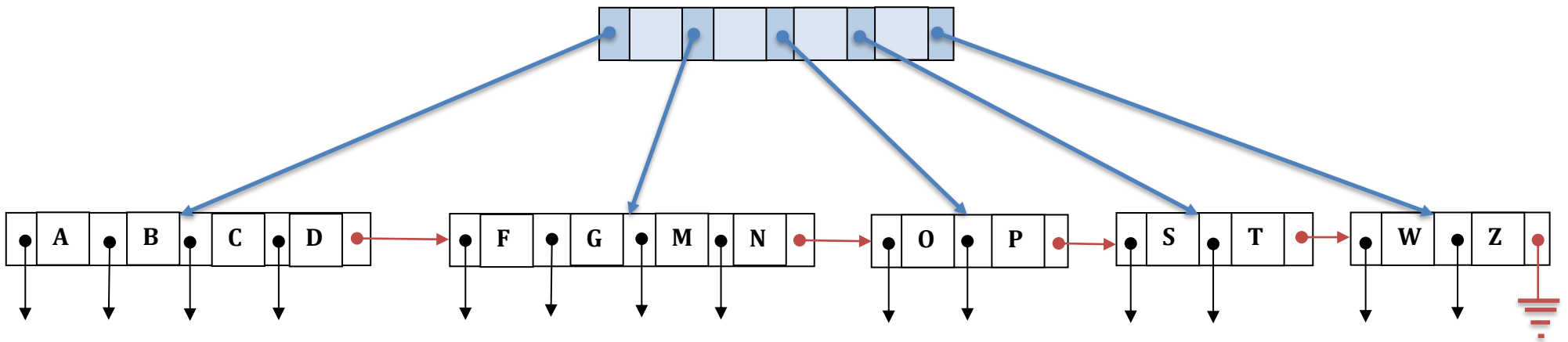


### Costruiamo il livello dei nodi intermedi

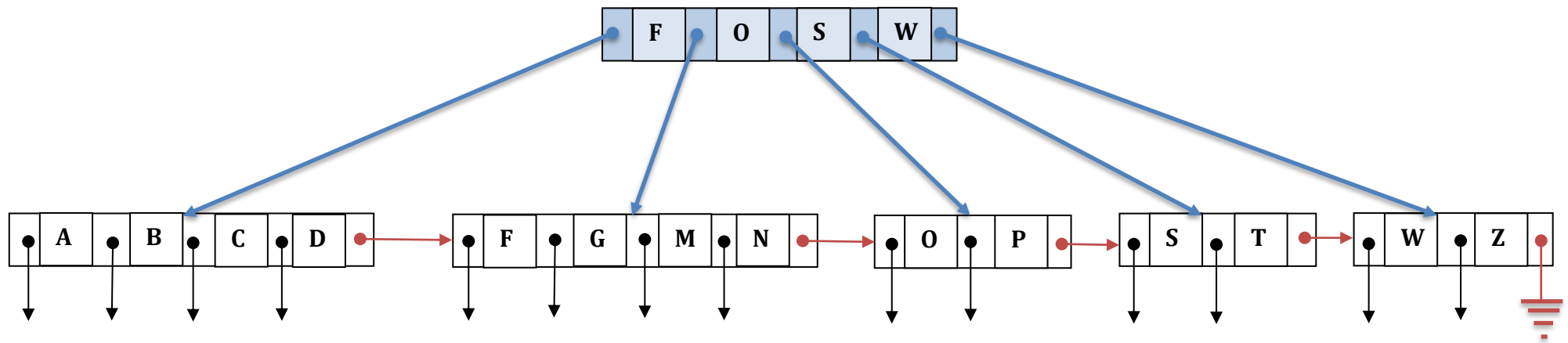
Abbiamo 5 nodi foglia quindi **dobbiamo trovare il posto per 5 puntatori**. Poiché il riempimento massimo possibile per un nodo intermedio è di 5 puntatori possiamo istanziare un solo nodo intermedio (nodo radice).



A questo punto inseriamo i puntatori, ottenendo:

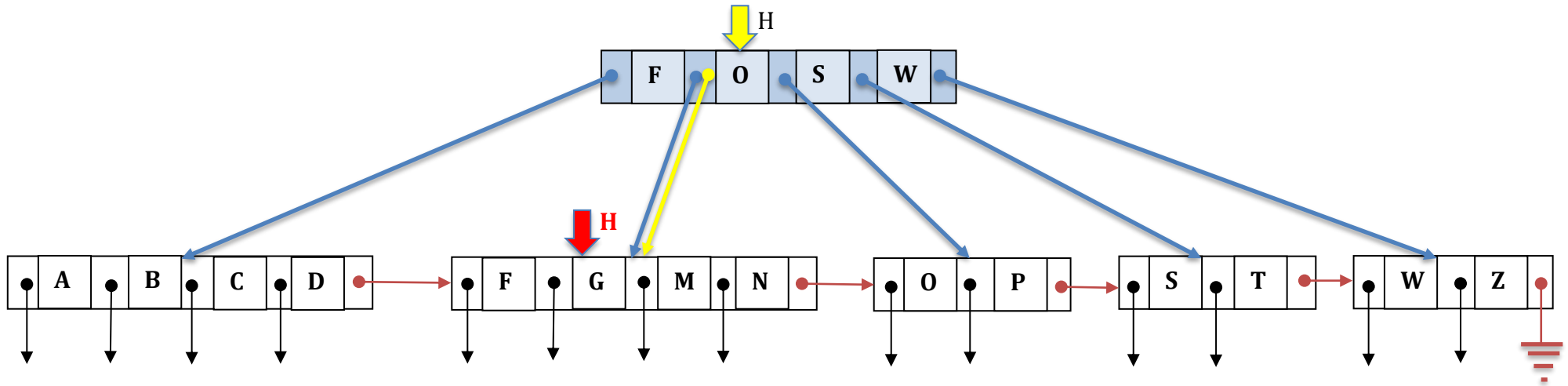


Infine, inseriamo i valori nel nodo intermedio per indirizzare la ricerca:



Abbiamo a questo punto ottenuto un albero B<sup>+</sup>-tree corretto.

2) Inserire il valore chiave H nel B<sup>+</sup>-tree ottenuto al punto 1.



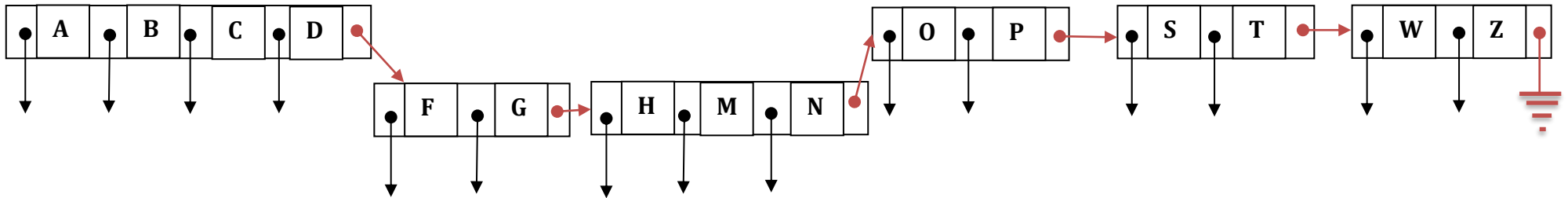
Poiché il nodo foglia raggiunto contiene già il numero massimo di valori chiave è necessario **applicare uno SPLIT**.  
ATTENZIONE: non si esegue alcuna analisi dei nodi adiacenti per adottare soluzioni diverse!

SPLIT: metto i primi 2 valori nel primo nodo e

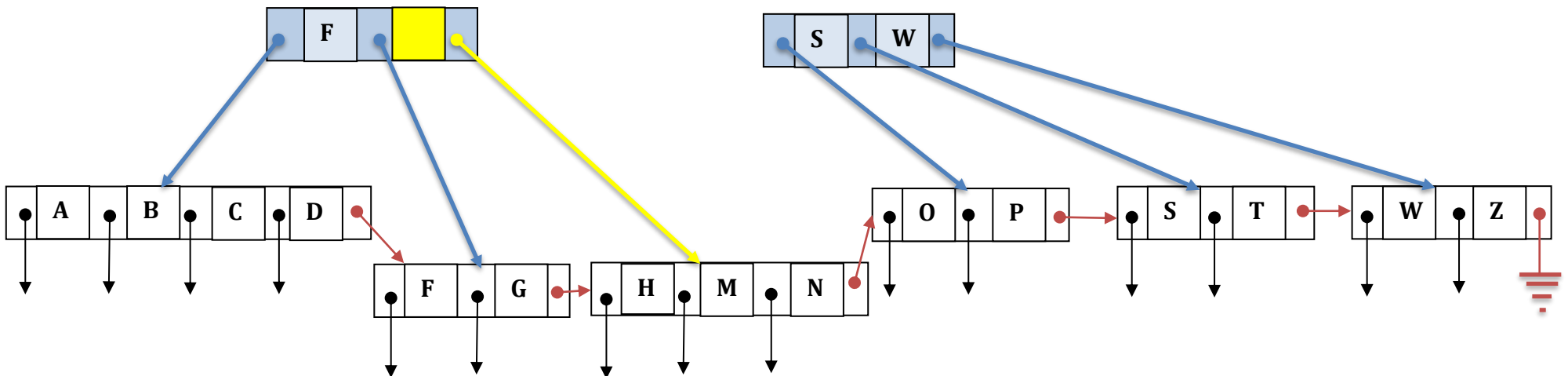
i rimanenti nel secondo



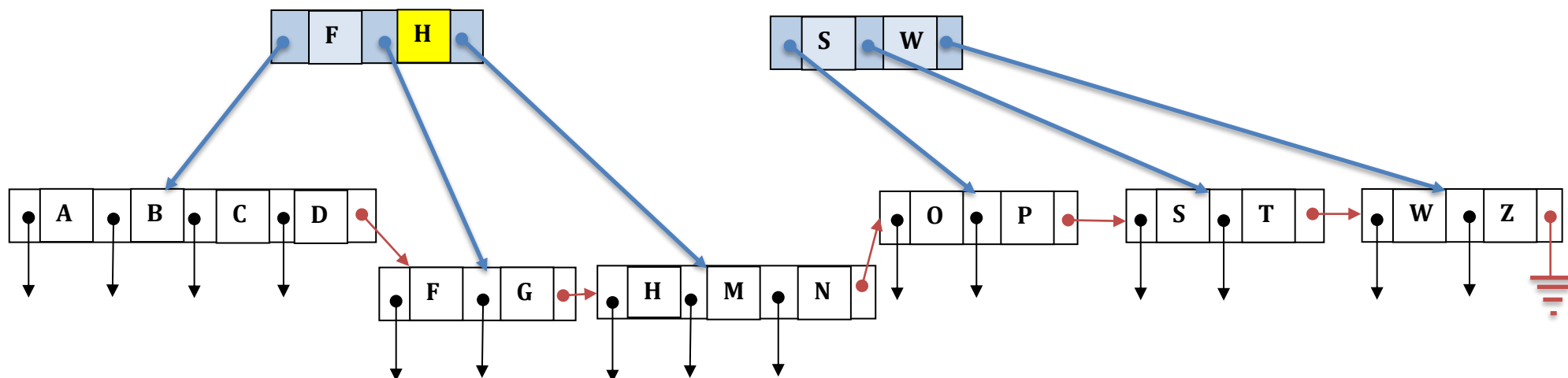
Situazione dei nodi foglia dopo lo SPLIT:



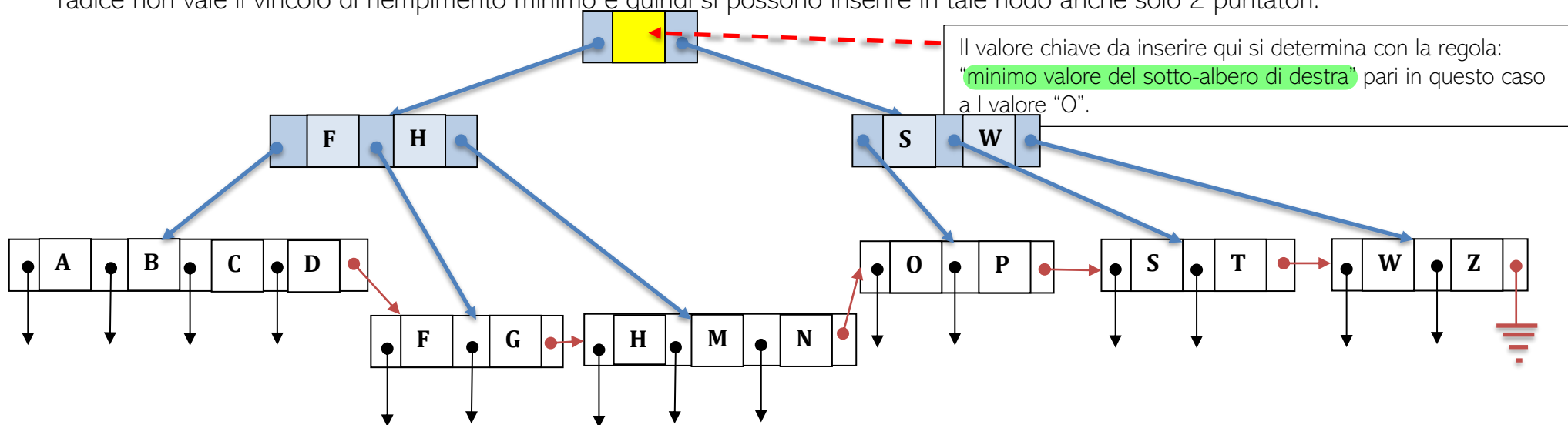
Ci sono a questo punto 6 nodi foglia e il nodo intermedio preesistente conteneva 5 puntatori (il massimo consentito dai vincoli di riempimento) pertanto **devo propagare lo split anche sul nodo intermedio** generando due nodi intermedi: il primo con 3 puntatori il secondo con i restanti 3 puntatori.



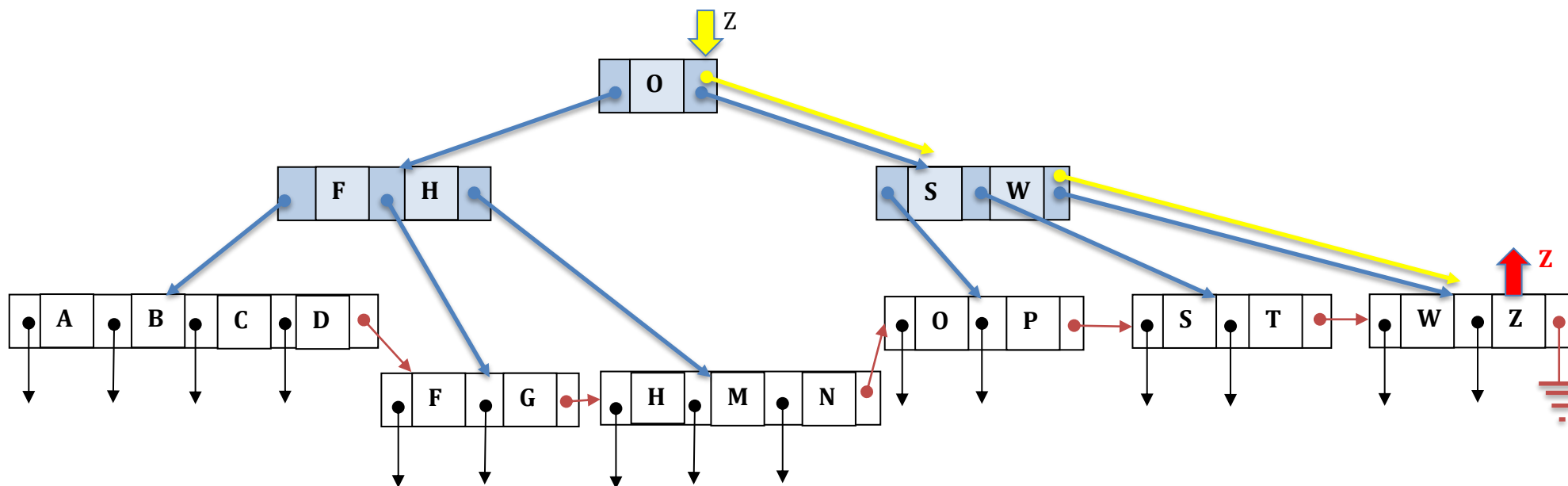
Occorre quindi controllare i valori chiave presenti nei nuovi nodi intermedi generati per verificarne la correttezza a aggiungere un valore per il nuovo puntatore.



A questo punto occorre completare l'albero aggiungendo un **nuovo nodo radice** e quindi un nuovo livello. Si noti che per il nodo radice non vale il vincolo di riempimento minimo e quindi si possono inserire in tale nodo anche solo 2 puntatori.



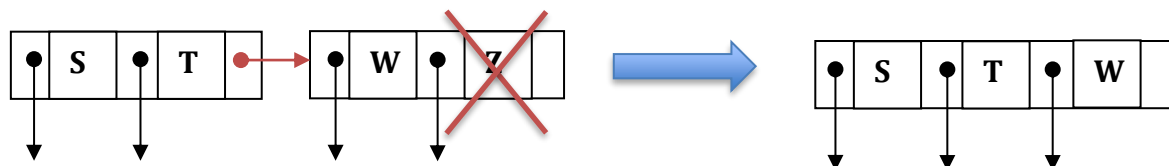
3) Cancellare il valore chiave Z dal B<sup>+</sup>-tree ottenuto al punto 2.



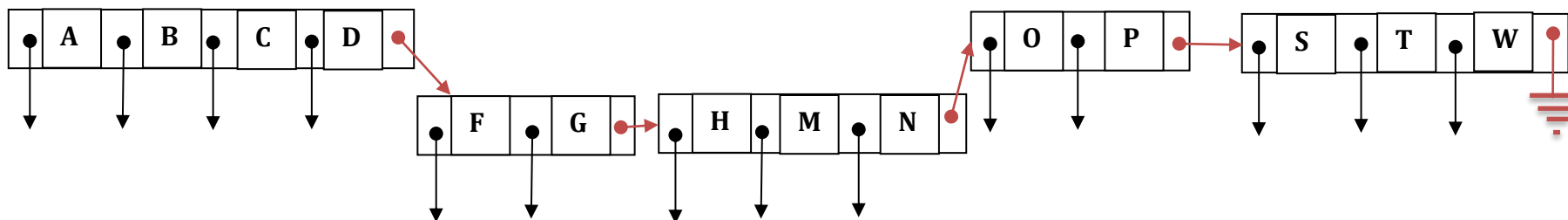
Poiché il nodo foglia raggiunto contiene il numero minimi di valori chiave (2) è necessario **applicare un MERGE**.

ATTENZIONE: non si esegue alcuna analisi dei nodi adiacenti per adottare soluzioni diverse!

MERGE: l'unico nodo fratello che possiamo considerare è il nodo di sinistra (S,T). In tale nodo abbiamo 2 valori della chiave quindi in totale dobbiamo memorizzare 3 valori della chiave, quindi un nodo è sufficiente. Pertanto, ottengo un vero merge.



Situazione dei nodi foglia dopo il MERGE:



Ci sono a questo punto 5 nodi foglia e il nodo intermedio preesistente (S,W) ora dovrebbe ospitare solo due puntatori, ma questo viola il vincolo di riempimento dei nodi intermedi e quindi dobbiamo propagare il MERGE anche al nodo intermedio. Si ottiene quindi di nuovo un albero con un solo nodo intermedio radice come segue. Si noti che i valori chiave nel nodo intermedio sono stati ricalcolati per la parte che è stata influenzata dal merge.

