Exercice 1

a. En utilisant les hypothèses quantiques de Planck, considérez un système composé de deux types d'oscillateurs électromagnétiques avec les fréquences ν_1 et ν_2, où $\nu_2 = 2\nu_1$. Supposons que le système absorbe l'énergie de manière à maximiser l'entropie. Écrivez l'équation d'état de ce système en termes de ν_1 et ν_2, et trouvez les fréquences optimales ν_1 et ν_2 pour lesquelles l'entropie est maximale.

b. En utilisant l'équation photoélectrique d'Einstein, calculez l'énergie cinétique maximale des photoélectrons émis lorsque la lumière incohérente de longueur d'onde 500 nm, polarisée perpendiculairement, est utilisée. Supposons que le travail de sortie varie linéairement avec la température du métal selon $W(T) = W_0 + \alpha T$, avec $W_0 = 4$ eV, $\alpha = 0.002$ eV/K, et la température du métal est $T = 300$ K.

c. En utilisant l'effet Compton, déterminez la différence de phase introduite entre les rayons X diffusés à un angle θ et $\theta + \pi/4$ sur un cristal d'aluminium ($m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg, $\lambda = 1.54$ Å).

d. Considérez les séries spectrales de l'hydrogène pour $m = 4$. En supposant que les niveaux d'énergie sont également espacés sur une échelle logarithmique, écrivez une relation entre les longueurs d'onde des photons émis dans ce cas. Calculez la probabilité que l'électron passe du niveau $m = 4$ au niveau $n = 2$, en utilisant les règles de sélection quantiques.

Exercice 2

a. Calculez l'énergie requise pour ioniser un atome d'hydrogène en $n^{\text{ème}}$ état en tenant compte des effets relativistes. Supposons que l'atome est initialement au repos et l'électron est dans une orbite circulaire.

b. Un système quantique a deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 tels que $E_2 = 2E_1$. Un photon de fréquence ν induit une transition entre ces niveaux. Si la probabilité de cette transition est P, calculez la longueur d'onde λ du photon pour une fraction maximale d'énergie absorbée.

Exercice 3

a. Utilisez l'effet Compton pour trouver la longueur d'onde du photon diffusé lorsqu'un photon de longueur d'onde λ_0 est diffusé à un angle de ϕ par rapport à sa direction initiale. Calculez les changements dans l'énergie du photon et de l'électron.

b. Un photon de longueur d'onde λ se propage et approche d'un électron dont l'énergie cinétique est nulle. Déterminez la longueur d'onde minimale λ' du photon après interaction en considérant des processus multiples de diffusion Compton.

Exercice 4

a. Déterminez l'expression de la vitesse de recul de l'atome d'hydrogène lors de l'émission d'un photon de fréquence ν. Supposons que l'atome est initialement au repos.

b. En considérant les orbitales de Bohr et utilisant la relation quantifiée de la vitesse $v_n = \frac{c\alpha}{n}$, vérifiez que l'énergie cinétique de l'atome d'hydrogène à l'état fondamental est calculée correctement en utilisant cette vitesse. Définitivement montrez que cette approche est cohérente avec les relations de Heisenberg.

Éléments de Réponse

1.a $\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$, $\nu_2 = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ et les fréquences optimales sont obtenues pour maximiser $\ln \nu_1 + \ln \nu_2$

1.b $E_k = h\nu - W(T)$

1.c $\Delta\phi = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$

1.d $\lambda_{mn} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$, les probabilités peuvent être déterminées par les coefficients d'Einstein et les règles de sélection $\Delta m = \pm 1$.

2.a $E = E_0\sqrt{1-(v/c)^2}$

2.b $\lambda = \frac{h}{P}$

3.a $\lambda' = \frac{h}{mc}(1-\cos(\phi))$

3.b $\lambda'' = \frac{h}{mc}(1+\cos(\phi))$

4.a $v_{recul} = \frac{(\hbar\nu)}{m_H}$

4.b $v_n = \frac{c\alpha}{n}, E_k = \frac{1}{2}mv^2$