TD1
Physique quantique
Année universitaire 2023/2024

Rappels et compléments de cours :

Hypothèses quantiques de Planck :

La physique quantique est née de l'explication de Max Planck sur les courbes de rayonnement du corps noir. Planck supposait que les atomes des parois du corps noir se comportaient comme de minuscules oscillateurs électromagnétiques, chacun avec une fréquence d'oscillation caractéristique. Il a ensuite avancé les suggestions suivantes :

- Un oscillateur peut avoir des énergies données par :
  $$E_n = nh\nu, \qquad n = 0,1,2, \ldots$$
  Où ν est la fréquence de l'oscillateur et h la constante de Planck qui vaut $6.626 \times 10^{-34}\ J.s$
- Les oscillateurs peuvent absorber l'énergie ou émettre de l'énergie uniquement en unités discrètes appelées quanta, c'est-à-dire :
  $$\Delta E_n = \Delta n h\nu = h\nu$$

Effet photoélectrique :

Sur la base des idées quantiques, Einstein a réussi à expliquer l'effet photoélectrique. Il a étendu l'idée de Planck et a suggéré que la lumière n'est pas seulement absorbée ou émise en quanta, mais se propage également en tant que quanta d'énergie $h\nu$. Les quantas individuels de lumière sont appelés photons. L'équation photoélectrique d'Einstein :

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

expliqué tous les aspects de l'effet photoélectrique. Dans cette équation, $h\nu$ est l'énergie du photon incident, $h\nu_0$ est le travail de sortie et ν_0 est la fréquence seuil. Puisque la masse au repos du photon est nulle :

$$E = cp \implies p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Effet Compton :

Compton a fait envoyer des rayons X de longueur d'onde monochromatique λ sur un bloc de graphite et a mesuré l'intensité des rayons X diffusés. Pour les rayons X diffusés, il a trouvé deux longueurs d'onde - la longueur d'onde originale λ et une autre longueur d'onde λ' qui est supérieure à λ. Compton a montré que :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - cos\theta)$$

Où m_e est la masse de l'électron au repos et θ est l'angle de diffusion. Le facteur $h/m_e c$ est appelé longueur d'onde Compton.

Théorie de Bohr pour l'atome d'hydrogène:

Bohr a réussi à expliquer le spectre de l'hydrogène observé sur la base des deux postulats suivants :

- Un électron ne se déplace que sur certaines orbites circulaires autorisées qui sont des états stationnaires dans le sens où aucun rayonnement n'est émis. La condition pour de tels états est que le moment cinétique orbital de l'électron est donné par :

$$mvr = n\hbar, \qquad n = 1,2,3, \ldots$$

Où $\hbar = h/2\pi$ est appelée constante de Planck modifiée, v est la vitesse de l'électron sur l'orbite de rayon r est m est la masse de l'électron.

- L'émission ou l'absorption de rayonnement ne se produit que lorsque l'électron passe d'un état stationnaire à un autre. Le rayonnement a une fréquence définie ν_{mn} donnée par la condition :

$$h\nu_{mn} = E_m - E_n$$

Où E_m et E_n sont les énergies des états m et n, respectivement.

Selon la théorie de Bohr, le rayon de la n^{ème} orbite est donnée par :

$$r_n = \frac{n^2\hbar^2}{km_e e^2}, \qquad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Où ε_0 est la permittivité du vide avec une valeur expérimentale de $8.854 \times 10^{-12}\ C^2N^{-1}m^{-2}$.

Le rayon de la première orbite qui est appelé le rayon de Bohr est donné comme suit :

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$$

Ce qui permet d'écrire : $r_n = n^2 a_0$.

L'énergie totale de l'atome d'hydrogène dans le n^{ème} état s'écrit comme suit :

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2}eV, \qquad n = 1,2,3, \ldots$$

Lorsqu'un électron passe du niveau d'énergie m au niveau n, la fréquence ν_{mn} de la lumière émise est donnée par :

$$h\nu_{mn} = \frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad m > n \geq 1 \quad (*)$$

Pour des systèmes hydrogénoïdes :

$$E_n = -\frac{Z^2me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2}, \quad n = 1,2,3, \ldots$$

Les paramètres souvent utilisés dans les calculs numériques comprennent la constante de structure fine α et la constante de Rydberg R :

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 c\hbar} = \frac{1}{137}$$

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} = 10967757.6\, m^{-1}$$

Avec la constante de Rydberg, différentes séries spectrales d'atomes d'hydrogène peuvent être obtenues en substituant différentes valeurs pour m et n dans l'équation $(*)$:

- Les séries de Lyman : $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad m = 2,3,4, \ldots$
- Les séries de Balmer : $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad m = 3,4,5, \ldots$
- Les séries de Paschen : $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad m = 4,5,6, \ldots$
- Les séries de Brackett : $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad m = 5,6,7, \ldots$
- Les séries de Pfund : $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad m = 6,7,8, \ldots$

Exercice 1 :

1. Le travail de sortie du baryum et du tungstène est respectivement de $2.5\ eV$ et $4.2\ eV$. Vérifiez si ces matériaux sont utiles dans une cellule photoélectrique, qui doit être utilisée pour détecter la lumière visible.
2. La lumière d'une longueur d'onde de 2000 Å tombe sur une surface métallique. Si le travail de sortie de la surface est de $4.2\ eV$, quelle est l'énergie cinétique des photoélectrons les plus rapides émis ? Calculez également le potentiel d'arrêt et la longueur d'onde seuil pour le métal.
3. Quelle est la différence de potentiel qu'il faut appliquer pour arrêter les photoélectrons les plus rapides émis par une surface lorsqu'on laisse tomber sur elle un rayonnement électromagnétique de fréquence $1.5 \times 10^{15}\ Hz$? Le travail de sortie de la surface est de $5\ eV$.
4. Sur une surface de sodium, la lumière de longueur d'onde 3125 et 3650 Å provoque l'émission d'électrons dont l'énergie cinétique maximale est respectivement de $2{,}128$ et $1{,}595\ eV$. Estimer la constante de Planck et le travail de sortie du sodium.

Exercice 2 :

1. Quelle quantité d'énergie est nécessaire pour retirer un électron de l'état $n = 8$ d'un atome d'hydrogène ?
2. Un atome d'hydrogène dans un état ayant une énergie de liaison de $0.85\ eV$ effectue une transition vers un autre état avec une énergie d'excitation de $10.2\ eV$. Calculer l'énergie du photon émis.

Exercice 3 :

1. Un photon de longueur d'onde 4 Å frappe un électron au repos et est diffusé à un angle de $150°$ par rapport à sa direction d'origine. Trouver la longueur d'onde du photon après collision.
2. Si un photon a une longueur d'onde égale à la longueur d'onde Compton de la particule, montrer que l'énergie du photon est égale à l'énergie au repos de la particule.
3. Des rayons X de longueur d'onde 1.4 Å sont diffusés à partir d'un bloc de carbone. Quelle sera la longueur d'onde de rayons X diffusés à (i) $180°$, (ii) $90°$ et (iii) $0°$?

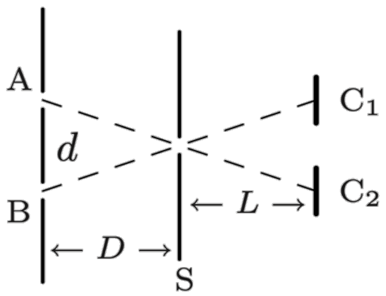
Exercice 4 :

1. Calculer la quantité de mouvement du photon de plus grande énergie dans le spectre de l'hydrogène. Évaluer également la vitesse de recul de l'atome lorsqu'il émet ce photon. La masse de l'atome $= 1.67 \times 10^{-27}\ kg$.

2. Montrer qu'un électron sur les orbitales de Bohr de l'atome d'hydrogène a des vitesses quantifiées $v_n = c\alpha/n$, où α est la constante de structure fine. Utiliser ce résultat pour évaluer l'énergie cinétique de l'atome d'hydrogène à l'état fondamental en eV.

Exercice 5 :

Considérons l'expérience d'interférence à double fente de Young effectuée en envoyant un photon à la fois. Un système a été mis en place pour établir par quelle fente un photon, arrivant dans la frange d'interférence centrale, vienne : un trou est mis dans l'écran S, en correspondance avec la frange centrale et est de même dimension, de sorte que les photons provenant de la fente A déclenchent le compteur C2, tandis que ceux provenant de la fente B déclenchent C1. De cette façon la figure d'interférence n'est pas détruite, car tous les photons qui déclenchent les compteurs appartiennent à la frange centrale.
La distance D entre S et les fentes, et la distance L de S aux compteurs sont bien supérieures à la distance d entre les fentes et la largeur a de la frange centrale. On Supposera aussi que la dimension des fentes est petite devant d.

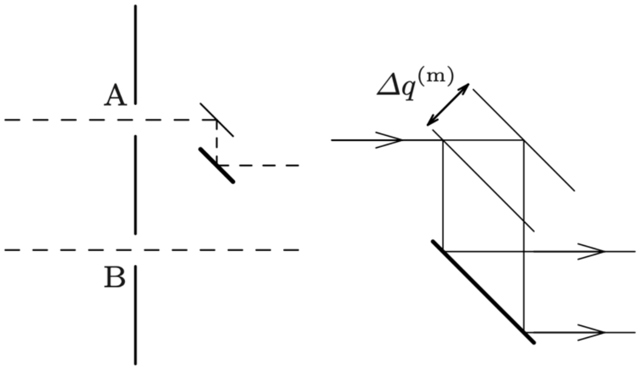


1. Calculer la largeur a de la frange centrale (c'est-à-dire la distance entre deux points adjacents où l'intensité s'annule).

2. En raisonnant en terme de diffraction, montrer que le dispositif proposé ne permet pas d'établir de quelle fente provient un photon incident.

Exercice 6 :

Considérons l'expérience d'interférence à double fente de Young avec la variante suivante : juste après une fente, il y a deux miroirs parallèles avec une inclinaison de 45° par rapport aux photons incidents. Celui du haut peut se déplacer dans la direction orthogonale à lui-même, de sorte que lorsqu'il est touché par un photon, il recule. Les photons sont ensuite récupérés sur une plaque photographique. Pour chaque photon arrivant sur la plaque photographique, il est possible de décider quelle fente a été franchie en révélant si le miroir a reculé ou non.



1. Si $\Delta q^{(m)}$ est l'incertitude sur la position du miroir, dire quelle est l'incertitude ΔL sur la longueur du chemin optique de la fente supérieure à l'écran où l'arrivée des photons est enregistrée.

2. Quelle condition doit satisfaire $\Delta q^{(m)}$ pour que la figure d'interférence ne soit pas détruite ?

3. Si $\Delta p^{(m)}$ est l'incertitude sur la quantité de mouvement du miroir et p la quantité de mouvement des photons incidents, quelle condition doit satisfaire $\Delta p^{(m)}$ pour que le recul du miroir puisse être détecté ?

4. Les conditions sur $\Delta q^{(m)}$ et $\Delta p^{(m)}$ déterminées ci-dessus sont-elles cohérentes avec les relations d'incertitude de Heisenberg ?