



Ens. : Analyse I
Analyse I - MA
Automne 2022
Durée : 1 heures













1

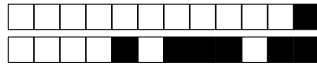
Student One

SCIPER: 111111

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 4 pages, les dernières pouvant être vides. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
 - +3 points si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Pour les questions de type **vrai-faux**, on comptera :
 - +1 point si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 1 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.

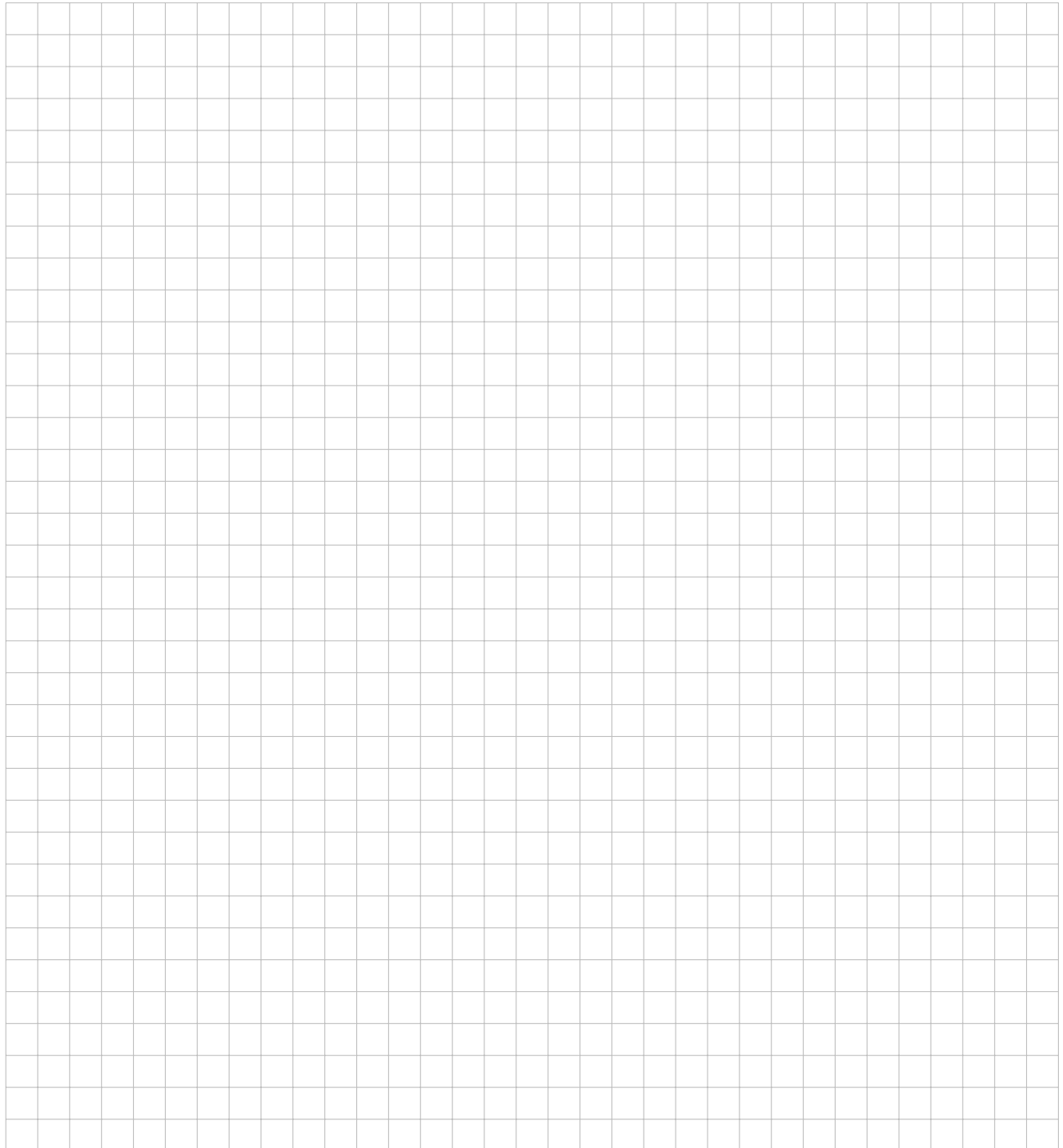
Respectez les consignes suivantes Observe this guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren
  		 
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte		
     		



Nom, Prénom, section :

Question 1:

Soit $f: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, définie par $f(x) := x e^{-x/5}$. Montrer qu'il existe $x_* > 0$ tel que $f(x_*) = 1$. On donnera une justification complète. Si des résultats du cours sont utilisés, on les énoncera.



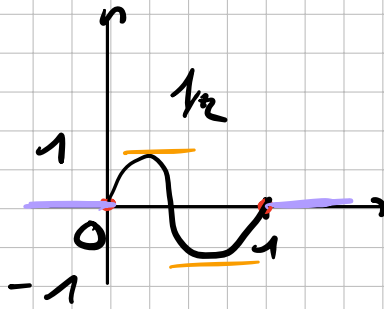


Question 2:

Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction C^∞ telle que $f(0) = f(1) = f'(0) = f'(1) = 0$.

- (a) Montrez, en utilisant un ou des résultats du cours, que l'équation $f''(x) = 0$ a au moins deux solutions sur $]0, 1[$.
- (b) Donnez un exemple explicite d'une fonction f satisfaisant les propriétés ci-dessus où l'équation $f''(x) = 0$ a exactement deux solutions sur $]0, 1[$.

(a)(b)



Je cherche une
fonction comme ça

$$x = \frac{1}{4} \text{ et } x = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = \sin(2\pi x) \quad \sin\left(2\pi \cdot \frac{1}{4}\right)$$

$$f'(x) = 2\pi \cos(2\pi x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$f''(x) = -4\pi^2 \sin(2\pi x) = 1$$

$$\sin\left(2\pi \cdot \frac{3}{4}\right) = \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) = -1$$

f continue + dérivable
soit la fonc^o est croissante de dérivée
puis décroissante (ou l'inverse) \Rightarrow 2 points inflexion
donc 2 x s.t. $f''(x) = 0$

soit la fonction est constante nulle $\Rightarrow f'(x) = 0$.

c'est le théorème de Rolle ?

$$\sin(x) = 0 \text{ si } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$



Question 3:

Soit $f:]0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. On dit que f a un maximum local strict en $x \in]0, 1[$ s'il existe un $\alpha > 0$ tel que $f(y) < f(x)$ pour tout $y \in]0, 1[$ avec $0 < |y - x| < \alpha$.

- (a) Donnez un exemple de fonction continue explicite $f:]0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ qui a un maximum local strict.
- (b) Donnez un exemple de fonction continue explicite $f:]0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ qui a un nombre infini de maximums locaux stricts.

