Exercise 1. Determine the truth values (i.e., T or F) of the following propositions:

F $19 - 4 = 12$ if and only if 3 is a prime number.

T If $1 + 1 = 5$, then $1 + 1 = 3$.

T If the moon is a star, then so is the sun.

F If 5 is a prime number, then the earth is flat.

F $0 > 1$ if and only if $2 > 1$.

F Either Toronto is the capital of Canada or Hamburg is the capital of Germany.

(1) 3 prime nb $\hookrightarrow$ $19-4=12$
T $\hookrightarrow$ F

(2) $1+1=5 \rightarrow 1+1=3$
F $\rightarrow$ F

(3) moon star $\rightarrow$ sun star
F $\rightarrow$ T

(4) 5 prime $\rightarrow$ earth flat
T $\rightarrow$ F

(5) $0>1 \hookrightarrow 2>1$
F $\hookrightarrow$ T

⑥ Torcido cap Can. V Hamburg. cap. Ge.

Exercise 2

(a) $p \oplus (p \vee q)$

p	q	$p \vee q$	$p \oplus (p \vee q)$
T	T	T	F
T	F	T	F
F	T	T	T
F	F	F	F

② $p \wedge (q \oplus v)$

p	q	v	$q \oplus v$	$p \wedge (q \oplus v)$
T	T	T	F	F
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	F
F	T	F	T	F
F	F	T	T	F
F	F	F	F	F

③ $(p \wedge q) \oplus (p \wedge v)$

p	q	v	$p \wedge q$	$p \wedge v$	$(p \wedge q) \oplus (p \wedge v)$
T	T	T	T	T	F
T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	F	F
F	T	T	F	F	F
F	T	F	F	F	F
F	F	T	F	F	F
F	F	F	F	F	F

(4) $(p \leftrightarrow q) \oplus (p \rightarrow q)$

p	q		$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \oplus (p \rightarrow q)$
F	F		T	T	F
F	T		T	F	T
T	F		F	F	F
T	T		T	T	F

Exercice 3

① • $(\neg p \to q) \wedge (q \to \neg p)$

$\equiv (p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p)$

$\equiv$

• $(p \leftrightarrow \neg q)$

$\equiv (p \to \neg q) \wedge (\neg q \to p)$

$\equiv (\neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee p)$

---

② • $p \oplus (q \wedge \upsilon)$

$A \oplus B$
$= (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg(q \wedge \upsilon)) \vee (\neg p \wedge (q \wedge \upsilon))$

$\Leftrightarrow (p \wedge (\neg q \vee \neg r)) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$

- $(p \oplus q) \wedge (p \oplus r)$

$\Leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)) \wedge ((p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge r))$

$\Leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \wedge (p \wedge \neg r))$
$\vee ((p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge r))$
$\vee ((\neg p \wedge q) \wedge (p \wedge \neg r))$
$\vee ((\neg p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge r))$

$\Leftrightarrow (\neg q \wedge \neg r \wedge p)$
$\vee (\neg q \wedge r \wedge p \wedge p)$
$\vee (\neg p \wedge q \wedge p \wedge \neg r)$
$\vee (\neg p \wedge q \wedge r)$

③ - $p \oplus q$

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg q)$

$\Leftrightarrow (q \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q)$

(4) $\neg(p \oplus q)$

$\Leftrightarrow \neg((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q))$

$\Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(\neg p \wedge q)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge p) \vee (q \wedge \neg q)$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge p)$

$(\neg p) \oplus q$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$

(5) $\neg(p \oplus q)$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge p)$

$p \leftrightarrow q$

$\Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge p) \vee (q \wedge \neg q)$

$\vee (q \wedge p)$

Exercice 4

① $(p \wedge \neg q \wedge \neg v)$

② $(p \oplus v \oplus q)$

③ $(p \wedge q) \vee (p \wedge v) \vee (q \wedge v)$

E&S

- $(k \vee H)$
- $(V \Leftrightarrow k)$
- $(R \oplus V)$
- $(H \rightarrow A)$
- $(A \rightarrow R)$
- $(H \rightarrow k)$

V parle

- R NON
- K parle
- H et A ne parlent pas

Ex 6

W : S, J, C together

S : ~~J~~

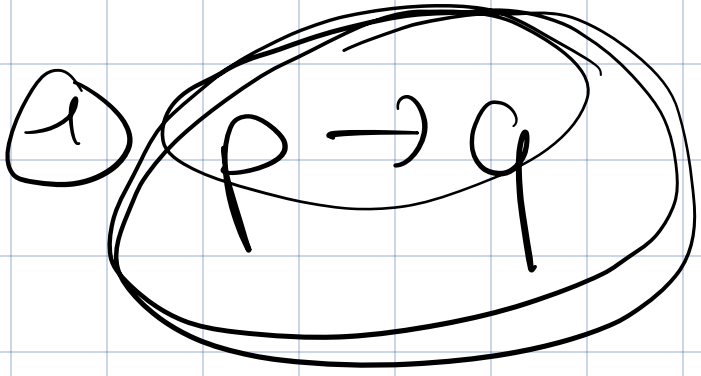
S : C, J together

(1) J

(2) Quel changement

quelqu'un d'autre que Smith ou Jones

Ex 7



$\neg q \rightarrow \neg p$ contrapositive

$$\neg(p \rightarrow q)$$

$$\equiv \neg(\neg p \vee q)$$

$$\equiv p \wedge \neg q$$

Ex 8

$$((q \to p) \wedge \neg q) \to \neg p$$

$$((\neg q \vee p) \wedge \neg q) \to \neg p$$

$$\equiv \neg q \vee (p \wedge \neg q) \to \neg p$$

$$\equiv \neg q \to \neg p$$

$$\equiv (q \vee \neg p)$$ Contingency

$$[((\neg q) \rightarrow (\neg p)) \wedge p) \rightarrow q$$

$$\equiv ((q \vee \neg p) \wedge p) \rightarrow q$$

$$\equiv ((q \wedge p) \vee (\neg p \wedge p)) \rightarrow q$$

$$\equiv (q \wedge p) \rightarrow q$$

$$\equiv \neg(q \wedge p) \vee q$$

$$\equiv \neg q \vee \neg p \vee q$$

$\Rightarrow$ Tautology

Ex 9

$$((\neg p \cup q) \to (r \oplus q)) \vee (\neg s \leftrightarrow p)$$

$$\equiv (\neg(\neg p \cup q) \vee (r \oplus q)) \vee (\neg s \leftrightarrow p)$$

$$\equiv (p \vee \neg q) \vee ((r \wedge \neg q) \vee (\neg r \cup q)) \vee (\neg s \leftrightarrow p)$$

$$\equiv (p \vee \neg q) \vee (q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee r) \vee (\neg s \leftrightarrow p)$$

$$\equiv (p \vee \neg q) \vee (r \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge q) \wedge (\neg q \vee r) \vee (\neg s \leftrightarrow p)$$

$$\equiv p \vee \neg q \vee (r \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge q) \wedge (\neg q \vee r) \vee ((s \wedge p) \cup (\neg s \cup \neg p))$$

$$\equiv \underline{\qquad\qquad} \vee (s \cup \neg p) \vee (\neg q \cup s) \wedge (\neg s \cup s) \wedge (\neg q \cup \neg q)$$

$$\vee (s \cup d) \wedge$$

$$p \vee \neg q \vee (r \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg s \cup s) \vee (p \cup \neg s) \vee (s \cup d)$$

(1) tautology

p	q	r	s	$p \vee \neg q$	$\neg q \wedge q$	$q \wedge r$	$\neg p \wedge s$	$s \wedge p$
F	F	F	F	T	F	F	F	F
F	F	F	T	T	F	F	T	F
F	F	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	T	F	T	T	T
F	T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	F	T	F	F	F	F	F
F	T	T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	F	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	F	F	F	F
T	F	T	T	T	F	T	F	T
T	T	F	F	T	F	F	F	F
T	T	F	T	T	F	F	F	F
T	T	T	F	T	F	T	F	F
T	T	T	T	T	F	T	F	T

CONTINGENCY

Ex 10

1. DNF (full)
2. CNF
3. ——————
4. ——————→
5. DNF
6. CNF

Ex 11

1.

p	q	r	q ∩ r	p → (q ∩ r)
F	F	F	F	T
F	F	T	F	T
F	T	F	F	T
F	T	T	T	T
T	F	F	F	F
T	F	T	F	F
T	T	F	F	F
T	T	T	T	T

$$(\neg p \cap \neg q \cap \neg r) \vee (\neg p \cap \neg q \cap r) \vee (\neg p \cap q \cap r)$$

DNF

$\vee(\neg p \wedge q \wedge r)$

$\vee(p \wedge q \wedge r)$

$(\neg p \vee q \vee r)$

$\wedge(\neg p \vee q \vee \neg r)$

$\wedge(\neg q \vee \neg q \vee r)$

} CNF