



- | | |
|---|---|
| 1. $(AB)^T$ | $B^T A^T$ |
| 2. $(A+B)^T$ | $A^T + B^T$ |
| 3. $(AB)^{-1}$ | $B^{-1} A^{-1}$ |
| 4. $(A^T)^{-1}$ | $(A^{-1})^T$ |
| 5. A inversible \Leftrightarrow | A^{-1} inversible \Leftrightarrow |
| 6. $\det(A) = \dots$ | $\det(A^T)$ |
| 7. $\det(A^{-1})$ | $1/\det(A)$ |
| 8. $\det(AB)$ | $\det(A)\det(B)$ |
| 9. $\text{Im}(A) =$ | $\text{Im}(AB)$ si B inversible |
| 10. complément orthogonal de $\text{Ker}(A)$ | $\text{Im}(A^T)$ |
| 11. A semblable à B | $A = PBP^{-1}$ + A a le même polynôme caractéristique que B (mais pas forcément les mêmes vecteurs propres) |
| 12. A est diagonalisable ssi... | elle a n vecteurs propres indépendants |
| 13. les vecteurs propres issus de valeurs propres différentes sont linéairement... | indépendants |
| 14. toute matrice symétrique est... | diagonalisable + les vecteurs propres issus de valeurs propres distinctes sont orthogonaux |
| 15. qu'est-ce que la factorisation QR ? | on décompose $A_{m \times n}$ en produit de deux matrices Q et R
* Q est orthogonale |



* R est une matrice triangulaire supérieure

Etape 1 : orthonormaliser les p vecteurs " a " indépendants de la matrice A avec Gram-Schmidt

Etape 2 : trouver des vecteurs pour compléter la base de \mathbb{R}^n et mettre le tout dans Q

Etape 3 : compléter r

R_{ij} = produit scalaire entre r_i et a_j

16. **A diagonalisable** \Leftrightarrow il existe P inversible, D diagonale telles que : $A = PDP^{-1}$

17. **A symétrique donc diagonalisable** \Leftrightarrow théorème spectral
 A s'écrit comme QDQ^{-1} avec Q orthogonale de plus :
 $A = \lambda_1 * u_1 * u_1^T + \lambda_2 * u_2 * u_2^T$

18. **théorème du rang** Soit A $m \times n$
 $\dim(\text{Im}(A)) + \dim(\text{Ker}(A)) = n$

19. **rang(A) = ...** $\text{rang}(A^T)$

20. **théorème du rang nul** $\text{rang}(A^T) + \dim(\text{Ker}(A^T)) = m$
 \Leftrightarrow
 $\text{rang}(A) + \dim(\text{Ker}(A^T)) = m$

21. **comment "ajouter le multiple d'une ligne à une autre" affecte le det ?** il ne le change pas

22. **comment "échanger deux** il le multiplie par -1



**lignes" affecte le
det ?**

23. **comment "multi-plier une ligne de A par k" affecte le det ?**

il le multiplie par k

24. **reformulation des moindres carrés**

Soit $A = QR$ la factorisation QR de A

soit x' la solution de $Ax = b$ aux moindres carrés

alors $Rx' = Q^T b$

25. **moindres carrés** $A^T A x' = A^T b$

26. **trace(A) = ...**

somme des entrées diagonales
= somme des valeurs propres

27. **$P_b[x]_b$**

x en base canonique

28. **$[x]_c = [[b_1]_c \dots [b_n]_c]^* [x]_b$**

matrice de changement de base de B vers C

29. **$\det(A) = \text{produit} \dots$**

des valeurs propres

30. **comment obtenir la SVD de A ?**

$A = USV$

* calculer $A^T A$

* trouver ses vecteurs propres

* ils forment la matrice V

* calculer $u_i = 1/(\text{racine carrée de la valeur propre corres.})$

* A_{vi}

* ils forment la matrice U

* s'ils manquent des U, compléter la base

$A = m \times n$

$U = m \times m$



$$S = m \times n$$

$$V = n \times n$$

31. $U^T U = I$ ssi... U est orthogonale (donc base orthornormée)

32. $\text{proj}_U(y) = \dots$ $U U^T$ si U est orthogonale (donc base orthornormée)
