Exercice

1) $\frac{1}{3n} \leqslant \frac{1}{2n+1}$

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3n}$ diverge

donc $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$

diverge

2

$$\frac{1}{24n} \leq \frac{1}{6n+18}$$

$$\frac{1}{n} \times \frac{1}{24} \leq \frac{1}{6n+18}$$

donc $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k} \times \frac{1}{24}$ diverge

donc $\frac{1}{6n+18}$ diverge.

Exercice 5

① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}$

$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n$

$$\frac{1}{1-q}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} =$$

$$\lim_{n \to +\infty} 1 \times \frac{1-q^{(n+1)}}{1-q} - 1$$

$$= \frac{1}{1-q} - 1$$

$$= \frac{1}{1-1/5} - 1$$

$$= \frac{1}{4/5} - 1$$

$$= \frac{5}{4} - 1$$

$$= \frac{1}{4}$$

② $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5^n}$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

$$= \frac{1}{1-q} - 1$$

$$= \frac{1}{1-3/5} - 1$$

$$= \frac{5}{2} - 1$$

$$= \frac{3}{2}$$

---

3 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^{n-1}}{7^{n+1}} \right)$

$$\frac{2^n \times 2^{-1}}{7^n \times 7} \quad \left(\frac{1}{14} \times \left(\frac{2}{7} \right)^n \right)$$

$$\left(\frac{2}{7} \right)^n \times \frac{1}{14}$$

$$= \frac{1}{14} \times \frac{1}{1-q} - \frac{1}{14}$$

$$= \frac{1}{14} \times \left(\frac{1}{1-\frac{2}{7}} - 1 \right)$$

$$= \;'' \times \left(\frac{1}{5/7} - 1 \right)$$

$$= \frac{1}{14} \times \left(\frac{2}{5} \right)$$

$$= \frac{2}{70}$$

$$= \frac{1}{35}$$

$$V_0 \times \frac{1-q^n}{1-q}$$

Exercice 6

1. $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$$

$$\frac{1}{n^2} \geqslant \frac{1}{n^2+1}$$

et par def $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ converge

Rieman donc $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ converge

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2}}$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{1}{n+2} < \frac{1}{(n+2)^{\frac{1}{2}}}$$

et Rieman $\frac{1}{n+2}$ diverge

donc l'autre aussi

Exercice 7

① $\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} + 1 = 1$

or $\sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{k} + 1 - 1 \right)$ diverge

2 avec $a_n > 0$