

Exercises Rosen p. 494

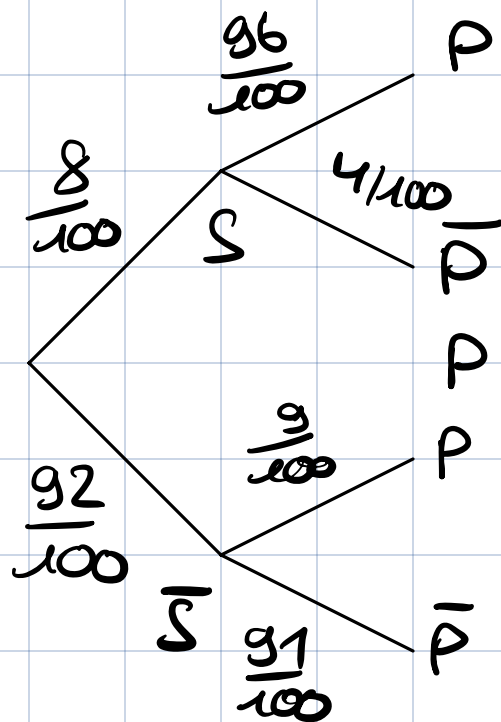
Bayes' Theorem

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad P(F/E) &= \frac{P(E/F) \cdot P(F)}{P(E)} \\
 &= \frac{(2/5) \cdot (1/2)}{1/3} \\
 &= \frac{3}{5}
 \end{aligned}$$

$\textcircled{3}$ E : "pick a blue ball"
 F : "pick the first box"

$$\begin{aligned}
 P(F/E) &= \frac{P(E/F) \cdot P(F)}{P(E/F) \cdot P(F) + P(E/\bar{F}) \cdot P(\bar{F})} \\
 &= \frac{(3/5) \cdot (1/2)}{(3/5) \cdot (1/2) + (1/5) \cdot (1/2)} \\
 &= \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

5

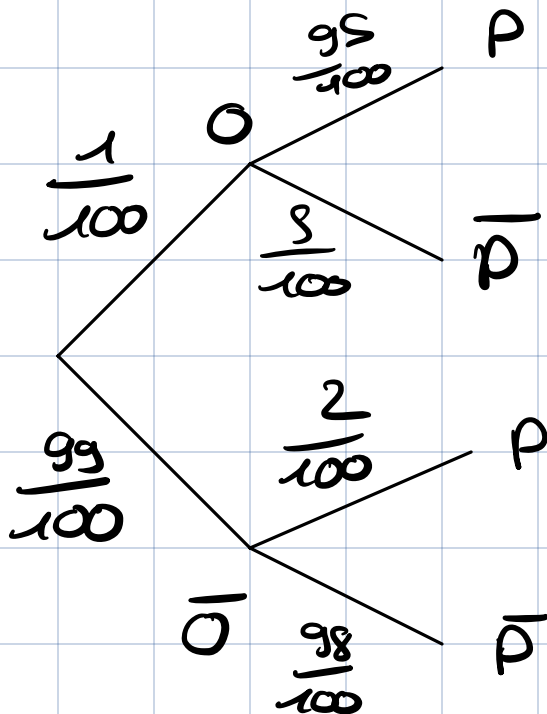


$$P(S|P) = \frac{P(P|S) \cdot P(S)}{P(P)} = \frac{\frac{96}{100} \cdot \frac{8}{100}}{P(P)}$$

$$P(P) = \frac{92}{100} \cdot \frac{9}{100} + \frac{8}{100} \cdot \frac{96}{100}$$

$$= \frac{64}{133}$$

7



$$\begin{aligned} \textcircled{a} \quad P(\bar{O} / \bar{P}) &= \frac{P(\bar{P} / \bar{O}) \cdot P(\bar{O})}{P(\bar{P})} \\ &= \frac{(98/100) \cdot \left(\frac{99}{100}\right)}{P(\bar{P})} \end{aligned}$$

$$\approx 0,99$$

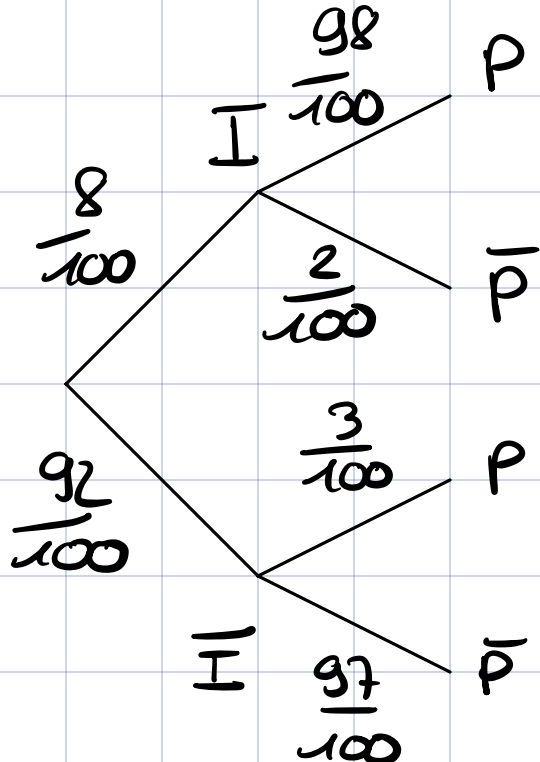
$$P(\bar{P}) = \frac{99}{100} \cdot \frac{98}{100} + \frac{1}{100} \cdot \frac{2}{100}$$

$$\textcircled{b} \quad P(O / P) = \frac{P(P / O) \cdot P(O)}{P(P)}$$

$$P(P) = 1 - P(\bar{P}) = \frac{(1/100) \cdot (99/100)}{P(P)}$$

$$\approx 0,324$$

9



$$\textcircled{a} \quad p(I/P) = \frac{p(P/I) \cdot p(I)}{p(P)} = \frac{\frac{98}{100} \cdot \frac{8}{100}}{p(P)} = 0,740$$

$$p(P) = \frac{92}{100} \cdot \frac{3}{100} + \frac{8}{100} \cdot \frac{98}{100}$$

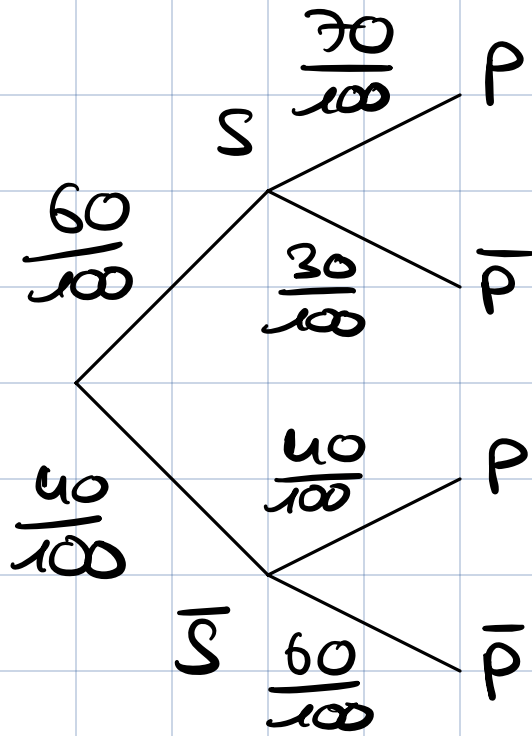
$$\textcircled{b} \quad p(\bar{I}/P) = 1 - \textcircled{a} = 0,26$$

$$\textcircled{c} \quad p(I/\bar{P}) = \frac{p(\bar{P}/I) \cdot p(I)}{p(\bar{P})}$$

$$p(\bar{P}) = 1 - p(P) = \frac{\frac{2}{100} \cdot \frac{8}{100}}{p(\bar{P})} \approx 0,2\%$$

$$\textcircled{d} \quad p(\bar{I}/\bar{P}) = 1 - \textcircled{c} \approx 99,8\%$$

11



$$P(S/P) = \frac{P(P/S) \cdot P(S)}{P(P)} = \frac{\frac{70}{100} \cdot \frac{60}{100}}{P(P)}$$

$$\approx 72,4\%$$

$$P(P) = \frac{60}{100} \cdot \frac{70}{100} + \frac{40}{100} \cdot \frac{40}{100}$$

$$\textcircled{13} \quad P(F_1|E) = \frac{P(E|F_1) \cdot P(F_1)}{P(E)}$$

$$= \frac{3}{17}$$

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E|F_1) \cdot P(F_1) \\ &+ P(E|F_2) \cdot P(F_2) \\ &+ P(E|F_3) \cdot P(F_3) \end{aligned}$$

$$\textcircled{15} \quad \textcircled{a} \quad P(A) = \frac{1}{3}.$$

\textcircled{b}

$$\begin{aligned} P(M=j | W=k) &= \frac{1}{2} && \text{if } k \neq j \text{ and } j \neq i \\ P(M=j | W=k) &= 0 && \text{if } j=i \text{ or } j=k \\ P(M=j | W=k) &= 1 && \text{if } k \neq j, k \neq i, j \neq i \end{aligned}$$

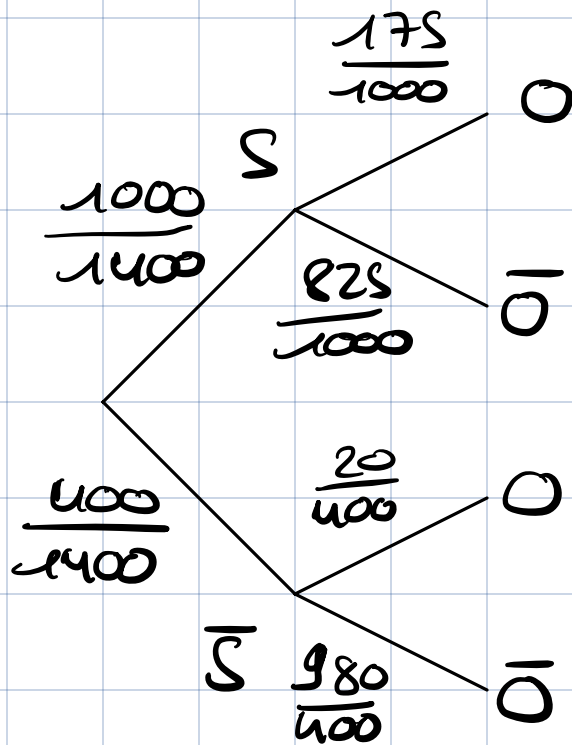
$$\begin{aligned}
 & P(W=j | \Pi=k) \\
 &= \frac{P(\Pi=k | W=j) \cdot P(W=j)}{P(\Pi=k)} \\
 &= \frac{1 \cdot (1/3)}{\frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 0} =
 \end{aligned}$$

④ The probability that the prize is behind door $j \neq i$ is $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$.

\uparrow
initial choice

17) probably " useless for the exam
hopefully

19



$$P(S|O) = \frac{P(O|S) \cdot P(S)}{P(O)} = \frac{\frac{175}{1000} \cdot \frac{1000}{1400}}{P(O)} \approx 89,7\% \text{ (no)}$$

$$P(O) = \frac{1000}{1400} \cdot \frac{175}{1000} + \frac{400}{1400} \cdot \frac{20}{400}$$

21 We want $P(S|(E \cap H))$

$$P(S) = \frac{2}{3}, \quad P(\bar{S}) = \frac{1}{3}$$

$$P(E|S) = \frac{1500}{\dots}$$

Let's assume E and H are independent.

$$P(H/S) = \frac{800}{10000}$$

$$P(E/\bar{S}) = \frac{20}{5000}$$

$$P(H/\bar{S}) = \frac{200}{5000}$$

* (only if E, H indep)

$$P(E \cap H/S) = P(E/S) \cdot P(H/S)$$

$$P(E \cap H/\bar{S}) = P(E/\bar{S}) \cdot P(H/\bar{S})$$

$$P(E \cap H) = P(E \cap H/S) \cdot P(S) + P(E \cap H/\bar{S}) \cdot P(\bar{S})$$

$$P((E \cap H)/S) = \frac{P(E \cap H \cap S)}{P(S)}$$

$$= P(E/S) \cdot P(H/S)$$

$$P(E \cap H \cap S) = P(E/S) \cdot P(H/S) \cdot P(S)$$

$$\Rightarrow P((E \cap S)/S) = P(E/S) \cdot P(H/S)$$

$$P(S/(E \cap H)) = \frac{P((E \cap H)/S) \cdot P(S)}{P(E \cap H)}$$

$$= \frac{P(E/S) \cdot P(H/S) \cdot P(S)}{P(E \cap H/S) \cdot P(S) + P(E \cap H/\bar{S}) \cdot P(\bar{S})}$$

$$= \frac{p(E|S) \cdot P(H|S) \cdot p(S)}{p(E|S) \cdot P(H|S) \cdot p(S) + p(E|\bar{S}) \cdot p(H|\bar{S}) \cdot p(\bar{S})}$$

$$\approx 99,34\%$$

⚠ in this exercise, we have to consider that $P(S) = \frac{2}{3}$ and $P(\bar{S}) = \frac{1}{3}$ even though this is not "realistic" (it means that we are saying "ok, we trained the algorithm with unmodified samples from the real world").

Rafael

Simon a.k.a Androz2091
Salut Rafael Ne réponds pas si tu n'as pas le t...

hola,
Oui, tu peux utiliser les 2/3 pour $P(S)$. Et t'as bien raison de se douter de ce chiffre car on sait pas si 2/3 représente la "vrai" proportion de spams sur toutes les messages...mais pour cette exo t'as pas de choix

14:53

Rafael

2 remarques:

- 1) ce que tu mentionne est un problème générale en machine learning: comment choisir les données pour l'entrainement pour ne pas créer des modèles biaisé
- 2) un détail presque plus important (que t'as mis en bleue) c'est: est-ce que E et H sont indépendents?
Et la réponse c'est probablement non mais il demande d'approximer un résultat du coup de nouveau on a aucun autre choix que de supposer qu'ils sont indépendents

14:58

Simon a.k.a Androz2091
ça marche merci beaucoup ! donc on peut pas me...

on pourrait imaginer qu'ils ont regardé les derniers 15000 messages et qu'ils y ont trouvé 10000 spams

15:02