Exercice 1

(i) $y' = 2x$

$\Rightarrow \int y' dx = \int 2x \, dx$

$\Rightarrow \quad y = x^2 + C$

(ii) $y'' = a$, où $a \in \mathbb{R}$

$\int y'' dx = \int a \, dx$

$\Rightarrow \quad y' = ax + c_1$

$\Rightarrow \int y' dx = \int (ax + c_1) dx$

$\Rightarrow \quad y = \frac{1}{2} a x^2 + c_1 x + c_2$

(iii) $y'' = 3\sin x$

$$\int y''\,dx = \int 3\sin x\,dx$$

$$\Rightarrow \quad y' = -3\cos x + C_1$$

$$\Rightarrow \quad \int y'\,dx = -\int \left(3\cos(x) - C_1\right) dx$$

$$\Rightarrow \quad y = -3\sin(x) + C_1 x + C_2$$

Exercice 2

(i) $y' = \lambda y$

$$\Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \lambda y$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{dy}{\lambda y} = dx$$

$y \neq 0$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{\lambda} \int \frac{dy}{y} = \int dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda}\log|y| = x + C_1$$

$$\Rightarrow |y| = e^{\lambda x} + \underbrace{e^{C_2}}_{>0}$$

$$\Rightarrow y = \pm C_3 e^{\lambda x}$$

(ii) $y' = 2y(S-y)$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = 2y(S-y)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{2y(S-y)} = dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{10y} + \frac{dy}{10(S-y)} = dx$$

$$\frac{A}{2y} + \frac{B}{S-y} = \frac{1}{2y(S-y)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{A(S-y) + B(2y)}{2y(S-y)}$$

$\Rightarrow A = 1/S$ donc $B = 1/10$

$$e^{a-b} = e^{a} \cdot e^{-b}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{10}\int \frac{dy}{y} + \int \frac{dy}{10(S-y)} = \int dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{10}\left(\log|y| - \log|S-y|\right) = x + C_1$$

$$\Leftrightarrow \frac{|y|}{|S-y|} = e^{10x} \cdot e^{10C_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y}{S-y} = \pm Ce^{10x}$$

$$\Leftrightarrow y = \pm (Ce^{10x})(S-y)$$

$$\Leftrightarrow y = \pm Ce^{10x} \cdot S - Ce^{10x} \cdot y$$

$$\Leftrightarrow y(1 + Ce^{10x}) = \pm SCe^{10x}$$

$$\Leftrightarrow y = \pm \frac{SCe^{10x}}{1 + Ce^{10x}}$$

$C \in \mathbb{R}$ et $C \neq 0$

(iii) $y' = \sqrt{y^2+1}$

$$\iff \frac{dy}{dx} = \sqrt{y^2+1}$$

$$\iff \frac{dy}{\sqrt{y^2+1}} = dx$$

⚠ $\neq y'$ donc pas $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$$\iff \int \frac{dy}{\sqrt{y^2+1}} = \int dx$$

$$\iff \operatorname{arcsinh}(y) = x + C_1$$

$$\iff y = \sinh(x + C_1)$$

(iv) $y' = y + 1$

$$\iff \frac{dy}{dx} = y + 1$$

$$\iff \frac{dy}{y+1} = dx$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{y+1}\,dy = \int dx$$

$$\Leftrightarrow \log|y+1| = x + C_1$$

$$\Rightarrow y+1 = Ce^{x}$$

$$\Leftrightarrow y = Ce^{x} - 1.$$

Solution générale $y(x) = Ce^{x} - 1,\ C \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
ou $C=0$ et $y(x) = -1$

(v) $$y' + \frac{y}{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$$

$$\Leftrightarrow x\,dy = -y\,dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{y}dy = -\frac{1}{x}dx$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{y}dy = -\int \frac{1}{x}dx$$

$$\Leftrightarrow \log|y| = -\log|x| + c_1$$

$$\Leftrightarrow |y| = \frac{1}{|x|} \cdot e^{c_1}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{x}$$

$$e^{\log(x)+c}$$

$$= x \cdot e^{c}$$

(vi) $xy' - y = y^3$

$$\Leftrightarrow xy' = y(y^2+1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}(y)(y^2+1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{y(y^2+1)} = \frac{1}{x}dx$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{dy}{y(y^2+1)} = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{y} - \int \frac{y}{y^2+1} = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{A}{y} + \dfrac{By+C}{y^2+1} = \dfrac{1}{y(y^2+1)} \\[2ex] \dfrac{A(y^2+1) + By^2 + Cy}{y(y^2+1)} = \dfrac{1}{y(y^2-1)} \\[2ex] \Rightarrow A = 1,\ B = -1,\ C = 0 \end{array}}$$

$$\Leftrightarrow \log|y| - \frac{1}{2}\log(y^2+1) = \log|x| + C_1$$

$1/2$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{|y|}{\sqrt{y^2+1}}\right) = \log(x) + C_1$$

$C_1 = \log(C_2)$

$C_2 \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{y}{\sqrt{y^2+1}} = Cx$$

$C \in \mathbb{R}$?

$$\Leftrightarrow \quad y = Cx\left(\sqrt{y^2+1}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad y^2 = C^2x^2\left(y^2+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad y^2\left(-C^2x^2+1\right) = C^2x^2$$

$$\Leftrightarrow \quad y = \frac{Cx}{\sqrt{1-C^2x^2}} \quad , \quad C \in \mathbb{R}$$

$$1 - C^2x^2 > 0$$

$$\Rightarrow \quad -C^2x^2 > -1$$

$$\Leftrightarrow \quad C^2x^2 < 1$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 < \frac{1}{C^2}$$

$$\Rightarrow \quad x \in \left] \frac{-1}{|C|} ; \frac{1}{|C|} \right[.$$

Exercice 3

(i) $$\frac{dy}{dx} = 2e^{x} - 4x + 1$$

$y(1) = 2e$

$$\Leftrightarrow \quad dy = (2e^{x} - 4x + 1)dx$$

$$\Leftrightarrow \quad \int 1\,dy = \int 2e^{x} - 4x + 1\,dx$$

$$\Leftrightarrow \quad y = 2e^{x} - 2x^2 + x + C$$

$y(1) = 2e$

$$y = 2e^{x} - 2x^2 + x + 1$$

$x \in \mathbb{R}$

ii a $y'' = \sin x \cos x$

$$\Rightarrow y' = \int \sin x \cos x \, dx$$

$$= \frac{1}{2}\sin^2(x) + C_1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}\int \sin^2(x)\,dx + \int C_1\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{2}\cdot\left(1-\cos(2x)\right) + C_1\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left(\int \frac{1}{2}dx - \int \frac{1}{2}\cos(2x)\right) + \int C_1\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin(2x)\right) + C_1$$

$$= \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}\sin(2x) + C_1 x + C_2$$

$$= -\frac{1}{8}\sin(2x) + C_3 x + C_2$$

$$C_3 = C_1 + 1/4$$

(b) $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow C_3 \frac{\pi}{2} + C_2 = 0$

$\left(y(0) = 1 \Rightarrow C_2 = 1 \right)$

$\Rightarrow C_1 \frac{\pi}{2} + 1 = 0$ $\qquad x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow C_1 = \frac{-2}{\pi}$

(iii) (a) —

(b) $y(0) = 1$

$\Rightarrow C_2 = 1$

$y'(0) = 0 = \frac{1}{2} \sin^2(x) + C_1$
$\Rightarrow C_1 = 0.$

$$y(x) = -\frac{1}{8}\sin(2x) + \frac{1}{4}x + 1$$

Exercice 4

(i) $\dfrac{y'}{y^2} = \sin(x)$

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{y^2} = \sin(x)$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{y^2}\, dy = \int \sin(x)\, dx$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{y} = -\cos(x) + C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{y} = \cos(x) + C$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{\cos(x) + C}$$

$y(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(x) + c = 2 \Leftrightarrow c = 1$

on veut $\cos(x) + c \neq 0$

$$\Leftrightarrow \cos(x) \neq -c$$
$$\Leftrightarrow x \neq \arccos(-c)$$

et ici $c = 1$ donc

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2k\pi\}$$

donc le plus grand intervalle est $]-\pi ; \pi[$.

ii $y\frac{dy}{dx} = 1$

$\Leftrightarrow y\,dy = dx$

$\Leftrightarrow \int y\,dy = \int dx$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}y^2 = x + C$

$\Leftrightarrow y^2 = 2x + 2C$

$\Leftrightarrow \boxed{y = \pm\sqrt{2(x+C)}}$

$x + C \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant -C$

On veut $y(0) = 0$

$\sqrt{2C} = 0$, $C = 0$

$\Rightarrow x \geqslant 0$

la solution générale n'est pas dérivable en 0, donc on ne peut pas trouver une solution particulière
$\Rightarrow$ pas de sol

iii) $\frac{dy}{dx} \cdot y = x$

$\Rightarrow dy \cdot y = x\,dx$

$\Leftrightarrow \int y\,dy = \int x\,dx$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}y^2 = \frac{1}{2}x^2 + C$

$\Leftrightarrow y^2 = x^2 + 2C$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{x^2+2C}$

$C' = 2C$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{x^2+C'}$

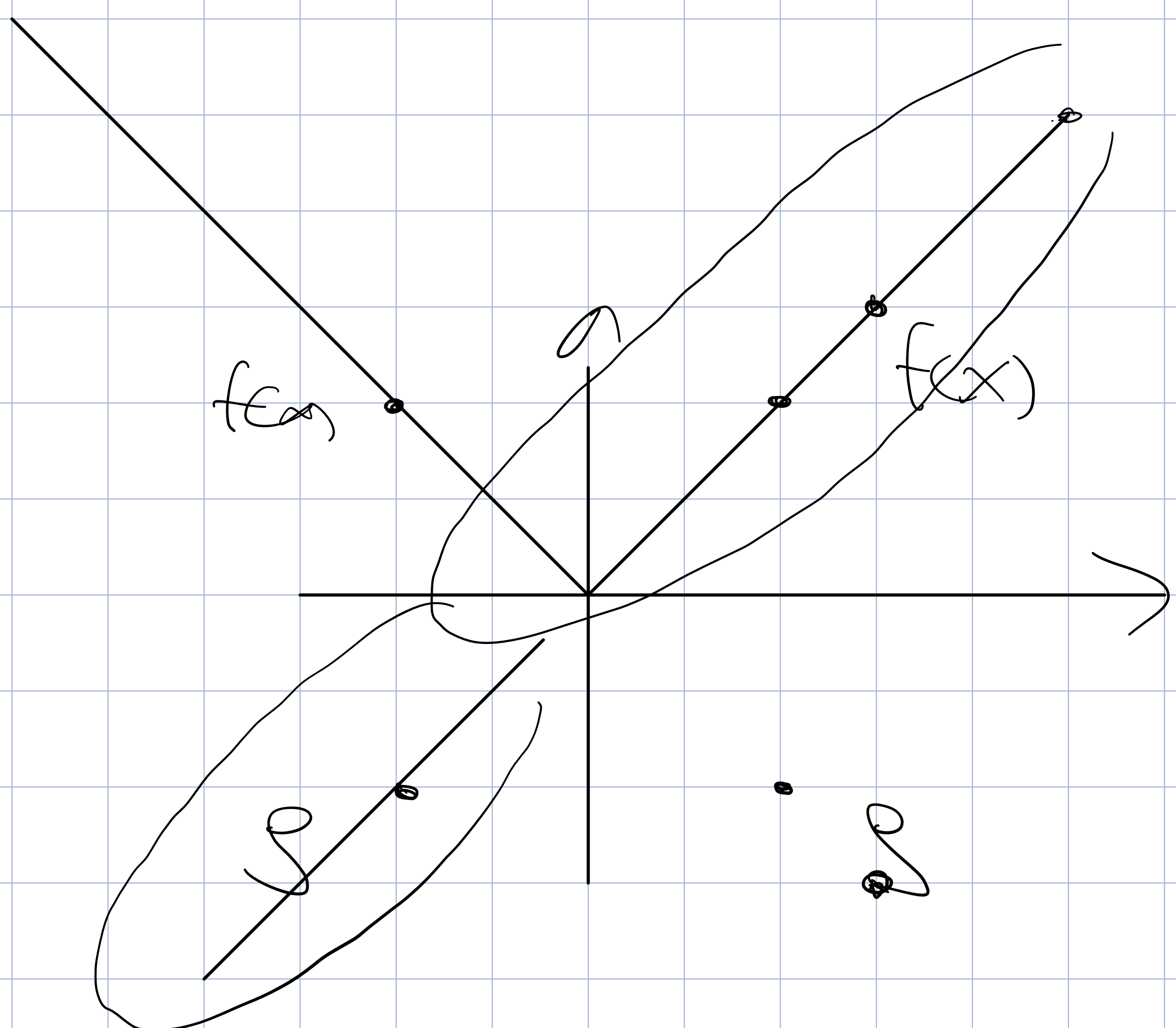
on veut $y(0) = 0$.

$y(0) = \sqrt{C'} \Rightarrow C' = 0$

$y = \pm|x|$ → on a deux fonctions différentes

⇒ on veut choisir l'intervalle intelligemment pour que y soit dérivable

$$y = \begin{cases} |x| & f(x) \\ -|x| & g(x) \end{cases}$$



$$y^2 = x^2$$

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= x \\ y_2 &= -x \end{aligned}\right\}$$ deux sol dérivables

Exercice 2

(i) $\dfrac{dy}{dx} = \lambda y \quad , \quad \lambda \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow \displaystyle\int \frac{dy}{y} = \int \lambda \, dx$

si $y \neq 0$ (1)
↳ en fait on rentre plutôt $C_2 = 0$

$\Rightarrow \ln|y| = \lambda x + C$

$\Rightarrow |y| = e^{\lambda x} \cdot e^{C}$

$\Rightarrow |y| = \underbrace{C_1}_{>0} e^{\lambda x}$

$\Rightarrow y = \pm C_1 e^{\lambda x} \quad , \quad C_1 \in \mathbb{R}_+^*$

$= C_2 e^{\lambda x} \quad , \quad C_2 \in \mathbb{R}$

(1)

on vérifie $C_2 \lambda e^{\lambda x} = (C_2 e^{\lambda x}) \cdot \lambda$

(ii) $$\frac{dy}{dx} = 2y(5-y)$$

$5-y \neq 0$
$2y \neq 0$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{2y(5-y)} = \int dx$$

dès qu'on perd une sol, on la teste
donc ici $y(x)=0$ et $y(x)=5$, $\boxed{\text{OK}}$ solutions

$$\Rightarrow \int \frac{1}{5(2y)} + \int \frac{1}{10(5-y)} = \int dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} \ln|y| - \frac{1}{10} \ln|5-y| = x + C_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} \ln\left|\frac{y}{5-y}\right| = x + C_1$$

$$\Rightarrow \ln\left|\frac{y}{5-y}\right| = 10x + C_2$$

$$\Rightarrow \left|\frac{y}{5-y}\right| = e^{10x} \cdot \underbrace{e^{C_2}}_{c'>0}$$

$C_3 \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \frac{y}{5-y} = C_3 e^{10x}$$

$\boxed{C_3 = \pm c'}$

$C_3 \neq 0$

$$\Leftrightarrow \quad y = \left(C_3 e^{10x}\right)(S-y)$$

$$\Leftrightarrow \quad y\left(1 + C_3 e^{10x}\right) = S\, C_3 e^{10x}$$

$$\Leftrightarrow \quad y = \frac{S\, C_3 e^{10x}}{1 + C_3 e^{10x}}$$

$$1 + C_3 e^{10x} \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad C_3 e^{10x} \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \quad C_3 \neq \frac{-1}{e^{10x}}$$

$$\Leftrightarrow \quad e^{10x} \neq \frac{-1}{C_3} \qquad \text{donc } C_3 < 0$$

$$\Rightarrow \quad 10x \neq \ln\left(\frac{1}{|C_3|}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad x \neq \qquad \frac{\ln\left(\frac{1}{|C_3|}\right)}{10}$$

On vérifie si, quand $C_3 = 0$, $y' = 2y(S-y)$

$y'(x) = 0$ quand $C_3 = 0$ et $y = 0$ donc $C_3 = 0$ fonctionne.

$\boxed{C<0}$ $y = \frac{5Ce^{10x}}{1+Ce^{10x}}$

$$x \in \left]-\infty ; \frac{\ln\left(\frac{1}{|C_3|}\right)}{10}\right[\cup \left]\frac{\ln\left(\frac{1}{|C_3|}\right)}{10} ; +\infty\right[$$

$$y = \frac{5Ce^{10x}}{1+Ce^{10x}} \quad \boxed{C>0} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$y(x) = 0 \quad \boxed{C=0} \quad x \in \mathbb{R}$$

(iii) $$\frac{dy}{dx} = \sqrt{y^2+1}$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{\sqrt{y^2+1}} = \int dx \qquad \sqrt{y^2+1} \neq 0$$

$$\Rightarrow \quad \operatorname{arcsinh}(y) = x + C$$

$$\Rightarrow \quad y = \sinh(x+C)$$

(iv) $\dfrac{dy}{dx} = y+1$ $\qquad y+1 \neq 0$

$y=-1$

Solution

$\Leftrightarrow \displaystyle\int \frac{dy}{y+1} = \int dx$

$\Rightarrow \ln|y+1| = x + C_1$

$\Rightarrow |y+1| = e^{x} \cdot \underbrace{e^{C_1}}_{C_2>0}$ $\qquad C_3 = \pm C_2$

$\Rightarrow y+1 = C_3 e^{x} \quad , C_3 \in \mathbb{R}^*$

$\Leftrightarrow y = C_3 e^{x} - 1 \quad , C_3 \in \mathbb{R}^*$

$C_3 = 0$? $\quad y = -1$

$\Rightarrow$ donc $C \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}, y = C_3 e^{x} - 1$

(v) $$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 0$$ $\boxed{x \neq 0}$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$$

$y \neq 0$
$\Rightarrow y$ est solution

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \frac{-dx}{x}$$

$$\Rightarrow \ln|y| = -\ln|x| + C$$

$$\Rightarrow y = e^{-\ln|x|} \cdot \underbrace{e^{c}}_{>0}$$

$C_1 = \pm C$

$$= \frac{C_1}{x}$$

$$\left.\begin{array}{l} C_1 = 0 \Rightarrow y = 0 \\ C_1 \in \mathbb{R}^* \Rightarrow y = \dfrac{C_1}{x} \end{array}\right] \forall x \in \mathbb{R}^*$$

(vi) $x\dfrac{dy}{dx} - y = y^3$

$$\Rightarrow x\frac{dy}{dx} = y^3 + y$$

$$\Rightarrow \int y(y^2+1)\frac{1}{dy} = \int \frac{x}{dx}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{y} - \int \frac{y}{y^2+1} = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\frac{A}{y} + \frac{By+C}{y^2+1} = \frac{1}{y(y^2+1)}$$

$$\frac{A(y^2+1) + By^2 + Cy}{y(y^2+1)} = \frac{1}{y(y^2+1)}$$

$$\Rightarrow A = 1,\ B = -1,\ C = 0$$

$$\Rightarrow \ln(y) - \frac{1}{2}\ln|y^2+1| = \ln|x| + c$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\ln\left|\frac{y^2}{y^2+1}\right| = \ln|x| + c$$

$$\Rightarrow \frac{y^2}{y^2+1} = x^2 \cdot \underbrace{e^c}_{>0}$$

$c_1 > 0$

$$\Rightarrow \frac{y^2+1-1}{y^2+1} = x^2 \cdot c_1$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{y^2+1} = x^2 \cdot c_1$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{y^2+1} = x^2 \cdot c_1 - 1$$

$$\Rightarrow y^2+1 = \frac{-1}{x^2 \cdot c_1} - 1$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{\frac{-1}{x^2 \cdot c_1 - 1} - 1}$$

$$= -\sqrt{\frac{1}{c_2 \cdot x^2 + 1} - 1}$$

$$\boxed{c_2 < 0}$$

$$\frac{1}{1 + x^2 \cdot c_2} - 1 \geq 0$$

$$\frac{1}{1 + x^2 \cdot c_2} \geq 1$$

① si $1 + x^2 \cdot c_2 \geq 0$ $\Rightarrow x^2 \cdot c_2 \geq -1$

$\Rightarrow -x^2 \cdot c_2 \leq 1$

$\Rightarrow 1 + x^2 \cdot c_2 \leq 1$

$\Rightarrow x^2 \cdot c_2 \leq 0$ ✓

~~si $1 + x^2 \cdot c_1 < 0$ $\Rightarrow x^2 \cdot c_1 \geq 1$~~

~~$\Rightarrow 1 + x^2 \cdot c_1 > 1$~~

~~$\Rightarrow x^2 \cdot c_1 > 0$~~

$$-x^2 \cdot c_2 \leqslant 1$$

$$\Rightarrow -x^2 \geqslant \frac{1}{c_2} \quad , \quad c_2 < 0$$

$$\Rightarrow x^2 \leqslant \frac{1}{c_3} \qquad c_3 = -c_2$$

$$x \in \left]-\sqrt{\frac{1}{c_3}} \,;\, \sqrt{\frac{1}{c_3}}\right[$$

$[$??

Exercice 5

① $y'(x)$

$= -C_1 \omega \sin(\omega x) + C_2 \omega \cos(\omega x)$

$y''(x)$

$= -C_1 \omega^2 \cos(\omega x) - C_2 \omega^2 \sin(\omega x)$

$= -\omega^2 (y)$

② $y'' = 0$

$y = C_1 x + C_2$

③ $y(1) = C_1 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$= \underline{C_2 = 3}$

$$y'(1) = -C_1 \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -C_1 \frac{\pi}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \quad C_1 = \frac{-4}{\pi}$$

Exercice 6

① $y'(0) = 0$ ✓

$\log(1) = 0$

② $$\frac{\frac{-c}{(x-1)^{\cancel{2}}} \, \cancel{e^{\frac{c}{x-1}}}}{2\sqrt{\cancel{e^{\frac{c}{x-1}}} - 1}} = y'$$

$$\log\left(e^{\frac{c}{x-1}} - 1 + 1\right) = \frac{c}{x-1}$$

$$\frac{2\cancel{\sqrt{e^{\frac{c}{x-1}}-1}}\,\cancel{(x-1)}}{\cancel{e^{\frac{c}{x-1}}}}$$

$$\frac{-c}{x-1}+\frac{c}{x-1}=0 \quad \checkmark$$

<u>$x>1$ et $c>0$:</u>

$$y(2) = -\sqrt{e^{c}-1}$$

$$= -3$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{e^{c}-1} = 3$$

$$\Rightarrow \quad e^{c}-1 = 9$$

$$\Rightarrow \quad e^{c} = 10$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{c = \ln(10)}$$

$x < 1$ et $C < 0$:

$$\sqrt{e^{-\frac{2C}{S}} - 1} = 2$$

$$\Rightarrow \quad e^{-\frac{2C}{S}} - 1 = 4$$

$$\Rightarrow \quad e^{-\frac{2C}{S}} = 5$$

$$\Rightarrow \quad \frac{-2C}{S} = \ln(5)$$

$$\Rightarrow \quad -2C = S\ln(5)$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{-S\ln(5)}{2}$$

Exercice 7

① Soit $f(x) = -x^3 + 4x + 1$

$$f'(x) = -3x^2 + 4$$

On cherche $f'(x) = 0$.

$$\Delta = -4 \cdot (-3) \cdot 4 = 48$$

$$x = \frac{\pm 4\sqrt{3}}{6} = \frac{\pm 2\sqrt{3}}{3}$$

		$\frac{-2\sqrt{3}}{3}$		$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

$f(0) = 1$

$f(2) = 1$

Ainsi, on sait que pour $x \in [0; \frac{2-\sqrt{3}}{3}]$, f est croissante et $f(0) > 0$ donc
$f(x) > 0 \ \forall x \in [0; \frac{2-\sqrt{3}}{3}]$

De plus entre $x \in [\frac{2-\sqrt{3}}{2}; 1]$, f est décroissante mais $f(2)$, le minimum de $f(x)$ sur cet intervalle $f(2) > 0$ donc
$\forall x \in [\frac{2-\sqrt{3}}{3}, 2]$, $f(x) > 0$.

$\Rightarrow \forall x \in [0,2]$, $f(x) > 0$.

ii) $n = p_1^{e_1} \cdot p_2^{e_2} \cdot \ldots \cdot p_n^{e_n}$

p_i nombre premier
e_i entier supérieur à 0

$\log_7(n)$

$= \log_7(p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_n^{e_n})$

$= e_1 \log_7(p_1) + \ldots + e_n \log_7(p_n)$

on veut que $\log_7(n)$ soit un entier, alors soit $\forall i, p_i = 7$, donc $n = e_1 \cdot 7$ entier.

soit $\exists i$ t.q $p_i \neq 7$ et cela rend n irrationel (une somme qui contient un irrationel est irrationelle si tous les termes >0).

Exercice 8

(i) Pour qu'une suite converge vers $l \in \mathbb{R}$ toutes ses sous-suites doivent converger vers l.

ici, deux sous-suites $\begin{cases} s_1 \to 1 \\ s_2 \to -1 \end{cases}$

(ii) division par 0 $(a = b \Rightarrow a - b = 0)$

(iii) Non, $a \Rightarrow b$ vraie n'implique pas que a est vrai.

? par l'exemple