Exercice 1

(1) $\frac{dy}{dx} = y-2$

$\Rightarrow \frac{dy}{y-2} = dx$

$y=2$ est une solution !

$\Rightarrow \int \frac{1}{y-2} = \int dx$

$\Rightarrow \ln|y-2| = x + c$

$\Rightarrow |y-2| = e^x \cdot \underbrace{e^c}_{>0\, =\, c_1}$

$\Rightarrow y-2 = \pm c_1 e^x, \quad c_1 \in \mathbb{R}_+^*$

$\Rightarrow y = c_2 e^x + 2, \quad c_2 \in \mathbb{R}^*$

on vérifie

$(c_2 e^x + 2)' = c_2 e^x.$

Ok.

② $\dfrac{dy}{dx} = -xy$

$\Rightarrow \dfrac{dy}{y} = -x\,dx$

$y \neq 0$, $y = 0$
est une solution

$\Rightarrow \displaystyle\int \frac{dy}{y} = -\int x\,dx$

$\Rightarrow \ln|y| = -\frac{1}{2}x^2 + C$

$\Rightarrow |y| = e^{-1/2x^2} \cdot \underbrace{e^{C}}_{>0 = C_1}$

$\Rightarrow y = \dfrac{C_2}{e^{1/2x^2}}$, $C_2 \in \mathbb{R}$.

③ $$\frac{dy}{dx} + \frac{3}{x} y = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-3}{x} y$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{-3\,dx}{x}$$

$y \neq 0$, $y = 0$ solution

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = -3 \int \frac{dx}{x}$$

$$\Rightarrow \ln|y| = -3 \ln|x| + C$$

$$\Rightarrow |y| = e^{\ln|x| \cdot (-3)} \cdot e^{C}$$

$$\Rightarrow |y| = \frac{1}{|x|^3} \cdot C_1, \quad C_1 \in \mathbb{R}_+^*$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{|x|^3} \cdot C_2, \quad C_2 \in \mathbb{R}^*$$

$x \in \mathbb{R}^*$

Exercice 2

(i) $3x^2+4x-6(y^2-2y+1)y'=0$

$\Rightarrow 3x^2+4x-6(y^2-2y+1)\frac{dy}{dx}=0$

$\Rightarrow 3x^2dx+4x\,dx = 6(y^2-2y+1)dy$

$\Rightarrow \int(3x^2+4x)dx = 6\int y^2-2y+1\,dy$

$\Rightarrow \frac{1}{3}3x^3+\frac{1}{2}4x^2 = 6\left(\frac{1}{3}y^3-\frac{1}{2}2y^2+y\right)$

$\Rightarrow x^3+2x^2 = 2y^3-y^2+y$

(i) $(3x^2+4x)dx = 6(y-1)^2dy$

$\Rightarrow x^3+2x^2+C = 2(y-1)^3$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x^3+x^2+\frac{1}{2}C = (y-1)^3$

$\Rightarrow 1+\sqrt[3]{\frac{1}{2}x^3+x^2+\frac{1}{2}C} = y$ *

$= c_1$ $c_1 \in \mathbb{R}$

$y(0) = 0 \Rightarrow c_1 = -1$

* cette fonction n'est pas dérivable en $x_0 = 0$.

$\frac{1}{2}x^3 + x^2 - 1 = 0$

$\Rightarrow x^2\left(\frac{1}{2}x + 1\right) - 1 \; 0$

$\Rightarrow$ une seule solution (calculatrice ?)

donc on doit exclure cette solution x_0 de l'intervalle

$x \in \left]-\infty ; x_0\right[\cup \left]x_0 ; +\infty\right[$

$y(x) = 1 + \sqrt[3]{\frac{1}{2}x^3 + x^2 - 1}$

② $$y\frac{dy}{dx} - e^{y^2-4x} = 0$$

$$\Rightarrow \quad y\frac{dy}{dx} = e^{y^2-4x}$$

$$\Rightarrow \quad y\frac{dy}{dx} = e^{y^2}\cdot e^{-4x}$$

$$\Rightarrow \quad y\,dy\cdot e^{-y^2} = e^{-4x}\,dx$$

$$\Rightarrow \quad \int y e^{-y^2}\,dy = \int e^{-4x}\,dx$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2}e^{-y^2} = -\frac{1}{4}e^{-4x} + C$$

$$\Rightarrow \quad e^{-y^2} = \frac{1}{2}e^{-4x} \underbrace{-2C}_{C_1}$$

$$\Rightarrow \quad y^2 = -\ln\left(\frac{1}{2}e^{-4x} + C_1\right)$$

$$y(0) = -\ln\left(\frac{1}{2} + C_1\right) = \ln(2)$$

$$\Rightarrow \underline{C_1 = 0}$$

$$y(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{2}{e^{-4x}}\right)}$$

$$* \quad \int y e^{-y^2} dy = -y \frac{1}{2y} e^{-y^2}$$

Ex 2 (redo)

(i) $6(y-1)^2\, y' = 3x^2+4x$

$$\Rightarrow \int 6(y-1)^2\, dy = \int 3x^2+4x\, dx$$

$$\Rightarrow 6\left(\frac{1}{3}(y-1)^3\right) = x^3+2x^2+C$$

$$\Rightarrow (y-1)^3 = \frac{1}{2}x^3 + x^2 + C$$

on teste la condition initiale $\Rightarrow C = -1$

$$\Rightarrow y-1 = \sqrt[3]{x^2\left(\frac{1}{2}x+1\right)-1}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt[3]{x^2\left(\frac{1}{2}x+1\right)-1}+1$$

$$y'(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{3}{2}x^2+2x\right)\left(\frac{1}{3}x^3+x^2-1\right)^{-2/3}$$

$\Rightarrow$ y' est non dérivable en $x=0$ (avec le TVI on sait que $x_0 > 0$)

x_0 entre sol de $x^2(1/2x+1)-1$ donc $]-\infty ; x_0[$

(ii) $y\dfrac{dy}{dx} = e^{y^2-4x}$

$\Rightarrow \quad y\,dy = e^{y^2}\cdot e^{-4x}\,dx$

$\Rightarrow \int y e^{-y^2}\,dy = \int e^{-4x}\,dx$

$\Rightarrow \quad -\dfrac{1}{2}e^{-y^2} = -\dfrac{1}{4}e^{-4x} + C$

$\Rightarrow \quad e^{-y^2} = \dfrac{1}{2}e^{-4x} + C_1$

$\Rightarrow \quad y^2 = -\ln\left(\dfrac{1}{2}e^{-4x} + C_1\right)$

$\Rightarrow \quad \dfrac{1}{2} + C_1 = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad C_1 = 0$

$$y^2 = -\ln\left(\frac{1}{2}e^{-4x}\right)$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{4x + \ln(2)}$$

$$4x + \ln(2) > 0$$

$$\Rightarrow 4x > -\ln(2)$$

$$\Rightarrow x > \frac{-\ln(2)}{4}$$

$$\left]\frac{-\ln(2)}{4} ; +\infty\right[$$

$y' = \dfrac{2}{\sqrt{4x+\ln(2)}}$ or y' not defined par $x = \dfrac{-\ln(2)}{4}$

(iii) $x\frac{dy}{dx} - y = y^3$

$y = 0 \Rightarrow$ solution

$$\Rightarrow \frac{x}{dx} = \frac{y+y^3}{dy}$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{x}\,dx = \int \frac{1}{y(y^2+1)}\,dy$$

$$\Rightarrow \ln|x| + C = -\int \frac{y}{y^2+1} + \int \frac{1}{y}$$

$$\Leftrightarrow \ln|x| + C = -\frac{1}{2}\ln|y^2+1| + \ln|y|$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{y^2}{y^2+1}\right)$$

$$\Leftrightarrow x^2 \cdot C_1 = \frac{y^2}{y^2+1}$$

$$\Leftrightarrow y^2 \cdot x^2 \cdot C_1 + x^2 \cdot C_1 = y^2$$

$$\Leftrightarrow y^2(x^2 \cdot C_1 - 1) = -x^2 \cdot C_1$$

$$\Leftrightarrow \quad y^2 = \frac{-x^2 \cdot C_1}{x^2 \cdot C_1 - 1}$$

$$y = \pm\sqrt{\frac{-x^2 \cdot C_1}{x^2 \cdot C_1 - 1}}$$

$$\frac{-x^2 \cdot C_1}{x^2 \cdot C_1 - 1} = 1$$

$$\Rightarrow \quad -x^2 \cdot C_1 = x^2 \cdot C_1 - 1$$
$$\Rightarrow \quad -2x^2 C_1 = -1$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 C_1 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \quad C_1 = \frac{1}{2}$$

$$y = -\sqrt{\frac{-x^2}{2\left(\frac{1}{2}x^2 - 1\right)}}$$

$$= -\sqrt{\frac{-x^2}{x^2 - 2}}$$

$$= -\sqrt{\frac{x^2}{-x^2 + 2}}$$

$$= -x\sqrt{\left(\frac{1}{-x^2+2}\right)}$$

$$\sqrt{-x^2+2} > 0$$

$$\Rightarrow \quad -x^2+2 > 0$$

$$\Rightarrow \quad -x^2 > -2$$

$$\Rightarrow \quad x^2 < 2$$

$$\Rightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$$

$$y = \frac{-x}{\sqrt{-x^2+2}}$$

$$y' = \frac{(-x)'\left(\sqrt{-x^2+2}\right) + x\left(\frac{-2x}{2\sqrt{-x^2+2}}\right)}{-x^2+2}$$

$$= \frac{-\sqrt{-x^2+2} + \frac{-x^2}{\sqrt{-x^2+2}}}{-x^2+2}$$

Exercice 3

$$\frac{dy}{dx} - y\sin(x) = 4\sin(x)\, e^{\cos(x)}$$

① Solution générale de l'équation homogène assoc.

$$\frac{dy}{dx} - y\sin(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = y\sin(x)$$

y = 0 ?
⇒ solution

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \sin(x)\,dx$$

$$\Rightarrow \ln|y| = -\cos(x) + C$$

$$\Rightarrow |y| = e^{-\cos(x)} \cdot e^{C}$$

$$\Rightarrow y_{hom} = C_1 e^{-\cos(x)}, \quad C_1 \in \mathbb{R}^*$$

⚠ On aurait pu chercher une primitive de $\sin(x)$

directement.

$$\frac{dy}{dx} - y\sin(x) = 4\sin(x)\,e^{\cos(x)}$$

$$\int f(x)e^{P(x)}\,dx$$

$$= 4\int \sin(x)\,e^{\cos(x)}\,e^{\cos(x)}\,dx$$

$$= 4\int \sin(x)\,e^{2\cos(x)}\,dx$$

$$= -2e^{2\cos(x)} = y_{part}(x)$$

$$y(x) = C_1 e^{-\cos(x)} - 2e^{2\cos(x)}$$

$$y(\pi/2) = 1$$

$$= C_1 - 2 \Rightarrow C_1 = 3.$$

ii) $y' - \frac{y}{x} - 4\ln(x) = 0$

$p(x) = -\frac{1}{x}$, $f(x) = 4\ln(x)$

$P(x) = \int -\frac{1}{x}\,dx$

$= -\ln|x|$

solution gen. équat° homogène :

$$Ce^{\ln|x|}, \quad C \in \mathbb{R}$$

or comme on a du ln dans l'équat° on sait que $x > 0$.

$\Rightarrow y_{Hom} = Ce^{\ln(x)}, \quad C \in \mathbb{R}.$

$= Cx$

solution part:

$$\int f(x)\, e^{P(x)}\, dx$$

$$= \int 4\ln(x)\, e^{-\ln(x)}\, dx$$

$$= \int 4\ln(x)\, \frac{1}{x}\, dx$$

$$= 2\ln^2(x)$$

$$y = Cx \qquad C \in \mathbb{R}$$

$$x > \mathbb{R}$$

iii $y' - 3y = 10\cos(x) + 2e^{3x}$

<u>solution homogène</u> $Ce^{-P(x)}$

$p(x) = -3 \Rightarrow P(x) = -3x$

$\Rightarrow y_{Hom} = Ce^{3x}$

<u>solution particulière</u>

$$\int f(x)e^{P(x)}\,dx$$

$$= \int \left(10\cos(x) + 2e^{3x}\right)e^{-3x}\,dx$$

$$= 10\int \cos(x)e^{-3x}\,dx + 2\int e^{3x}e^{-3x}\,dx$$

$$= 10\int \cos(x)e^{-3x}\,dx + 2x + C$$

$$\int \cos(x)\, e^{-3x}\, dx$$

$$= -\frac{1}{3}\cos(x)\, e^{-3x} - \int -\sin(x)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot e^{-3x}\, dx$$

$$= -\frac{1}{3}\cos(x)\, e^{-3x} - \frac{1}{3}\int \sin(x)\, e^{-3x}\, dx$$

$$= -\frac{1}{3}\cos(x)\, e^{-3x} - \frac{1}{3}\left[-\frac{1}{3}\sin(x)e^{-3x} + \frac{1}{3}I\right] (= I)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3}\cos(x)e^{-3x} + \frac{1}{9}\cos(x)e^{-3x} - \frac{1}{9}I = I$$

$$\Leftrightarrow \left[-3\cos(x) + \sin(x)\right]\frac{e^{-3x}}{10} = I$$

$$= \left[-3\cos(x) + \sin(x)\right]e^{-3x} + 2x$$

$$y_{part}(x) = \left[\int f(x)e^{P(x)}\right]\cdot e^{-P(x)}$$

$$= -3\cos(x) + \sin(x) + 2xe^{3x}$$

$$y = y_{part} + y_{hom}$$

$$= -3\cos(x) + \sin(x) + 2xe^{3x} + Ce^{3x}$$

$$y(0) = 0$$

$$\Rightarrow -3 + C = 0$$

$$\Rightarrow C = 3$$

$$y(x) = -3\cos(x) + \sin(x) + 3e^{3x} + 2xe^{3x}$$

$$y'(x) = 3\sin(x) + \cos(x) + 11e^{3x} + 6xe^{3x}$$

(iv) <u>solution part</u>

$$y_{part} = \left[\int Q(x)\, e^{P(x)}\right] e^{-P(x)}$$

$$p(x) = 1$$

$$P(x) = x$$

$$\left[\int x^3 e^{x} dx\right] e^{-x} = x^3 - 3x^2 + 6x - 6$$

	d	I
$+$	x^3	e^x
$-$	$3x^2$	e^x
$+$	$6x$	e^x
$-$	6	e^x
$+$	0	e^x

$$\Rightarrow e^x\left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)$$

$$y_{Hom} = Ce^{-P(x)}$$
$$= Ce^{-x}$$

$$y = y_{Hom} + y_{part}$$
$$= Ce^{-x} + x^3 - 3x^2 + 6x - 6$$

$$y(0) = -2$$
$$\Rightarrow C - 6 = -2$$
$$\Rightarrow \underline{C = 4}$$

$$y(x) = 4e^{-x} + x^3 - 3x^2 + 6x - 6$$

$$y'(x) = -4e^{-x} + 3x^2 - 6x + 6$$

(v) <u>solution part</u>

$x \neq 0$

$$\left[\int f(x)\, e^{P(x)}\right] e^{-P(x)}$$

$$p(x) = \frac{1}{x} \qquad P(x) = \ln|x|$$

$$\int \frac{e^x}{x} e^{\ln|x|}\, dx$$

<u>considerons $x > 0$</u>

$$\left[\int e^x dx\right] e^{-\ln(x)} = \frac{e^x}{x}$$

$$y_{part} = \frac{e^x}{x}$$

<u>solution</u> $\quad y_{hom} = Ce^{-\ln(x)} = \frac{C}{x}$

$$y = y_{part} + y_{hom} = \frac{e^x}{x} + \frac{C}{x}$$

$$y(1) = e + C$$
$$C = -e$$

$$y' = \frac{-1}{x^2} e^x + \frac{1}{x} e^x - \frac{C}{x^2}$$

Exercice 5

① Pour que t soit un nombre entier alors $(n+1)(m+1)(n+m+2) = 2k$.

→ on sait qu'il suffit qu'un seul facteur soit pair dans une multiplication pour que le résultat soit pair.

Soit $n = 2k$ et $m = 2k'$: PP

$$\Rightarrow (2k+1)(2k'+1)(2k+2k'+2)$$
$$= 2(k+k'+1)(2k+1)(2k'+1)$$

PI

Soit $n = 2k$ et $m = 2k'+1$

$$\Rightarrow (2k+1)(2k'+2)(2k+2k'+3)$$
$$= (2k+1)(2)(k'+1)(2k+2k'+3)$$

Soit $n = 2k+1$ et $m = 2k'$ IP

$$\Rightarrow (2k+2)(2k'+1)(2k+2k'+3)$$
$$= (2)(k+1)(2k'+1)(2k+2k'+3)$$

Soit $n = 2k+1$ et $m = 2k'+1$ II

$\Rightarrow (2k+1)(2k'+2)(2k+2k'+3)$

$= 2(2k'+1)(2k+1)(2k+2k'+3)$

dans tous les cas, $(n+1)(m+1)(n+m+2)$
$= 2k$ donc t est un entier.

ii

On veut montrer $P \Leftrightarrow Q$
donc que :

- $p \Rightarrow q$
- $q \Rightarrow p$ donc $\neg p \Rightarrow \neg q$.

<u>Cas 1</u> : Si x, y sont pairs et z est impair :

$x = 2k$

$y = 2k'$

$z = 2k''+1$

$$(2k)^2 + (2k')^2 + (2k''+1)^2$$

$$= 4\left((k')^2 + k^2\right) + 4k''^2 + 4k'' + 1$$

Cas 2 : si x est pair et y, z sont impairs

$$(2k)^2 + (2k'+1)^2 + (2k''+1)^2$$

$$= 4k^2 + 4k'^2 + 4k' + 1$$
$$+ 4k''^2 + 4k''' + 1$$

$+2$

quand on va appliquer la racine carrée

$\Rightarrow \sqrt{4k'''' + 2} + 2k'''''$

Exercice 4

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y(y-1)}{x(x-1)} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(y-1)}{x(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{dx}{x(x-1)} = \int \frac{dy}{y(y-1)}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{-1}{x} + \frac{1}{x-1} = \int \frac{-1}{y} + \frac{1}{y-1}$$

$$\Leftrightarrow -\ln|x| + \ln|x-1| + C = -\ln|y| + \ln|y-1|$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{1}{|x|}\right) + \ln|x-1| + C = \ln\left(\frac{1}{|y|}\right)$$

$$+\ln|y-1|$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{|x-1|}{|x|}\right)+C=\ln\left(\frac{|y-1|}{|y|}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{|x-1|}{|x|}\cdot \underbrace{C_1}_{\geq 0}=\left|\frac{|y-1|}{|y|}\right|$$

on peut enlever ça

$$\Leftrightarrow \frac{y-1}{y}=C_1\left|\frac{x-1}{x}\right|$$

$$\Leftrightarrow y-1=C_1\left(\frac{x-1}{x}\right)y$$

$$\Leftrightarrow -1=C_1\left(\frac{x-1}{x}\right)y-y$$

$$\Leftrightarrow -1=y\left(C_1\left(\frac{x-1}{x}\right)-1\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{-C_1\left(\frac{x-1}{x}\right)+1}=y$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{-C_1x+C_1+x}=y$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x}{x(1-C_1)+C_1} > y$$

$$x(1-C_1)+C_1 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x(1-C_1) \neq -C_1$$

$$\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{-C_1}{(1-C_1)}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{C_1}{C_1-1}$$

$$x \in \left]-\infty \,;\, \frac{C_1}{C_1-1}\right[$$

$$\text{ou } \left]\frac{C_1}{C_1-1} \,;\, +\infty\right[$$

On veut $y(-1) = -1$

$$-1 = \frac{-1}{-1(1-c_1)+c_1}$$

$$\Leftrightarrow \quad -1 = \frac{1}{(1-c_1)-c_1}$$

$$\Rightarrow \quad (1-c_1)-c_1 = -1$$

$$\Rightarrow \quad 1-2c_1 = -1$$

$$\Rightarrow \quad -2c_1 = -2$$

$$\Rightarrow \quad c_1 = 1$$

$$\Rightarrow \quad y(x) = x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$y'(x) = 1$$

$$y(-1) = 1$$

$$1 = \frac{1}{(1-C_1) - C_1}$$

$$\Rightarrow (1-C_1) - C_1 = 1$$

$$\Rightarrow 1 - 2C_1 = 1$$

$$\Rightarrow \underline{C_1 = 0}$$

$$y(x) = 1 \quad , x \in \mathbb{R}.$$

$$y'(x) = 0$$

$$y(2) = 4$$

$$\frac{2}{2(1-C_1)+C_1} = 4$$

$$\Rightarrow \quad 2 = 4(2-2C_1+C_1)$$

$$\Rightarrow \quad 2 = 8 - 4C_1$$

$$\Rightarrow \quad -6 = -4C_1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3}{2} = C_1$$

$$y(x) = \frac{x}{x\,(1-3/2)+3/2}$$

$$= \frac{x}{-1/2\,x+3/2}$$

$$-1/2\, x + 3/2 \neq 0$$

$$\Rightarrow \quad -1/2\, x \neq -3/2$$

$$\Rightarrow \quad x \neq 3$$

$x \in \,]-\infty ; 3[$
pour la Condition init.

$$y(2) = -4$$

$$-4 = \frac{2}{2(1-C_1)+C_1}$$

$$\Leftrightarrow \quad -4(2-C_1) = 2$$

$$\Leftrightarrow \quad (2-C_1) = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad -C_1 = -5/2$$

$\Leftrightarrow \quad c_1 = 5/2$

$$y(x) = \frac{x}{x(-3/2) + 5/2}$$

$-\frac{3}{2}x + 5/2 \neq 0$

$\Rightarrow \quad -\frac{3}{2}x \neq -5/2$

$\Leftrightarrow \quad x \neq \frac{5}{3}$

$x \in \left]\frac{5}{3}; +\infty\right[$

Exercice 6

(i) $Q \not\Rightarrow P$

$x^2 + - x + 0$

1 et -1 sont des solutions

$\neg Q \Rightarrow \neg P$ $\quad$ $P \Rightarrow Q$

$\neg Q \wedge P$ $\quad$ $\boxed{\neg Q \wedge P \text{ est } F}$

$\neg(\neg Q \wedge P)$

a et b sont complexes.

$Q \vee \neg P$

z et $\bar{z}$ ne sont pas les seules sol.

$P \Rightarrow Q$

$x^2 + ix + 3/4$

$\Delta = (i^2) - 3$
$= -1 - 3$
$= -4$

$$x = \frac{-i \pm i\sqrt{4}}{2}$$

$$= \frac{-i \pm i\sqrt{4}}{2} = \frac{i(\pm\sqrt{4} - 1)}{2}$$

les sols sont pas conjuguées

(ii) $\neg(A = B) \Leftrightarrow \neg(A \setminus B = B \setminus A)$

$A \neq B$ signifie qu'il $\exists a \in A$ t.q $a \notin B$ OU $\exists b \in B$ t.q $b \notin B$.

$A \setminus B = \{a\}$ et $B \setminus A = \{b\}$. (F)