Problem 13.1

(1) sinon s'ils étaient pas lin indep
alors dmin serait dmin - 1

(2)

$$7 \times 4$$

$$\begin{pmatrix} a & c & e & g \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ b & d & f & h \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$1 \times 7$$

$$(1011010)$$

$$= \begin{pmatrix} a+b+1 & = 0 \\ c+d & = 0 \\ e+f+1 & = 0 \\ g+h & = 0 \end{pmatrix}$$

$a = -b+1$ $\qquad$ $b = 1$

$c = -d$ $\qquad$ $d = 1$

$e = -f+1$ $\qquad$ $f = 1$

$g = -h$ $\qquad$ $h = 1$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \\ -1 & 1 & 1 & 0 & \end{pmatrix}$$

Problem 13.2

① $1-(1-\varepsilon)^k$

② Hamming code can correct codes with 1 error

$$\underbrace{(1-\varepsilon)^{2m}}_{0 \text{ ereur}} \qquad \underbrace{\binom{2^m}{1}\varepsilon(1-\varepsilon)^{2m-1}}_{1 \text{ ereur}}$$

$$p(\text{error}) = 1-(0 \text{ ereur} + 1 \text{ ereur})$$

③ c'est un peu mieux (on peut décoder les "1 ereur")

Problem 13.3

(1)

$$G = \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

(2) $$H = \left(\begin{array}{ccc|cc} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

(3) $d_{min} = 2$

(4) $$p_{correct} = \left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor$$

$$= \left\lfloor \frac{1}{2} \right\rfloor$$

$$= 0$$

5. $(1\ 1\ 1) \to (1\ 1\ 1\ 0\ 0)$

6. 11100

en fait il reçoit 11110

10110

pour une erreur qui a lieu sur u_1, on peut la corriger

pour les autres, on peut trouver un match proche mais pas garanti

(7) nombre de codes avec 1 erreur pile sur u_1 : $\{u_2, u_3\}^2 \cdot \underbrace{2}_{\substack{u_1=0 \\ u_1=1}}$

$= 8$

longs codes corrigeables

le reste n'est pas pas corrigeable

$2^3 = 8$

$\binom{5}{1} \cdot 8 = 40$ erreurs possibles

$$1 - \Big[\underbrace{(1-p)^5}_{0 \text{ erreur}} + \underbrace{(1-p)^4 p}_{1 \text{ erreur}} \frac{8}{40} \cdot 5 \Big]$$

Problem 13.4

$n = 10$
$k = 3$

(1) $d_{min} - 1 = n - k$

$\Rightarrow d_{min} = n - k + 1$

$k=2$	$n=3$
11	110
10	101
01	011
00	000

agree k positions

$\boxed{\text{distance} = n - k}$

seuil que $d_{min} = n-k+1$
impossible

(2) $\binom{n}{k}$

111
110

q^k codewords qui

s'étendent pas sur k positions

$\Rightarrow q^k$ différentes

(3) These k-tuples come from Q2, where we choose k positions in the codewords

There are q^k original keywords dans

$\mathbb{F}_q$, and as we have shown in $\boxed{Q2}$ with k fixed positions we obtain q^k different codewords (we can do a mapping)

(4) as long as we know the positions of the ks we know how to do the mapping

$n=4$
$k=3$
$d_{min}=2$

(5) $d_{min} = n-k+1$

avec 0 erasure $\Rightarrow$ 1 seul
1 erasure $\Rightarrow$
2 erasures $\Rightarrow$

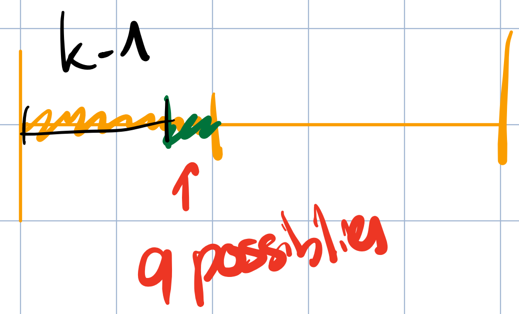
$n=3$
$k=2$
$q=3$

01 ·
10 ·
21 ·
12 ·
20 ·
02 ·

k bits → bits important pour code MDS

$$\overbrace{n-(n-k+e)}^{\text{bits gardés}} = \boxed{k-e}$$

si $e=0 \Rightarrow$ 1 seul code bon
si $e=1 \Rightarrow$ q codes consid.
$e=2 \Rightarrow$ $q \cdot q$ codes "


k-1
9 possiblies