

## Tricks généraux

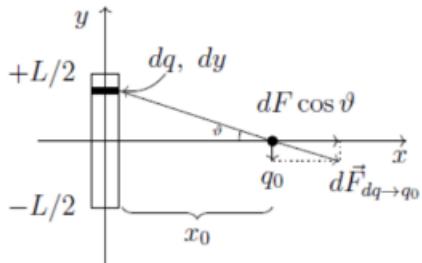
- utiliser le principe de superposition : quand il n'y a pas de charge, on peut dire qu'il y a en fait une charge positive et une négative.
- toujours justifier que le champ est uniforme car la distance entre les plaques est faible et les plaques sont grandes
- $P = \frac{E}{dt}$
- faire des matrices pour les équations loi mailles/noeuds
- dans une trajectoire circulaire, une force de  $\frac{mv^2}{R}$  doit tirer vers le centre (centripète).

## Force électrostatique

$$\vec{F} = k \frac{q_a q_b}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Méthode pour calculer la force exercée par la barre sur  $q_0$ .



- écrire l'expression de la force selon un vecteur  $\vec{r}$ .
- ici, on sait que la force sur  $y$  va se compenser, donc on intègre la force selon  $\vec{x}$  pour trouver  $F_{\text{tot}}$ .

Attention, quand on intègre, il ne faut pas oublier de décomposer le vecteur  $\vec{r}$  selon les différentes composantes (qui seront dans le calcul de l'intégrale !) :

$$\vec{r} = \frac{D_1 \vec{e}_r + D_2 \vec{e}_z}{\sqrt{D_1^2 + D_2^2}}$$

## Dipôle électrique

Moment dipolaire :  $\vec{p} = q\vec{d}$ , décrit la séparation des charges

La force sur un dipôle dans un champ électrique  $E$  (externe):  $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}$

Moment de force :  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ , permet de décrire la rotation du dipôle (une fois que le dipôle est parallèle à  $E$ , le moment de force devient nul).

Théorème du moment cinétique :  $\vec{\tau} = \frac{dL_O}{dt}$

$$\vec{L}_O = \sum_i \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i$$

## Champ électrique

Seule la direction importe, le sens sera apporté par la charge sur laquelle on "appliquera" le champ.

Quand on a une surface avec une forme facile (symétrique) on peut utiliser Gauss :

$$\Phi_E = \int \overrightarrow{E(r)} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

En fait on va entourer nos charges avec une forme (par exemple une sphère), donc on aura  $Q_{\text{int}}$  et on va calculer  $d\vec{S}$  est toujours orthogonal à la surface par laquelle les charges passent (donc si le champ est dans le même sens alors le produit scalaire fera 1).

Dans le cas d'un condensateur plan :  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ .

## Potentiel électrique

Ce n'est pas un vecteur. C'est comparable à la hauteur en méca.

$$E = -\nabla V \Leftrightarrow V = \int E d\vec{l}$$

On en déduit :

Comment calculer  $V$  **en un point** ? Charge(s) ponctuelle(s) :

$$V(r) = \sum_i^n k \frac{Q_i}{r_i}$$

Pour une surface avec une distribution de charges continue :

$$V(r) = \int_S k \frac{d_q}{r}$$

Attention  $V$  est un scalaire, pas un vecteur !

TODO clarify avec Valerio : Si dans un circuit on a une différence de potentiel entre la borne + d'une résistance et la borne -, on sait qu'elle augmente/diminue linéairement (le champ est constant).

## Conservation de l'énergie

$$E = K + U$$

L'énergie cinétique et l'énergie potentielle d'une charge  $q$  dans un potentiel électrique  $V$  créé par d'autres charges :

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$U = V \cdot q$$

dans un circuit on considère que la vitesse est nulle dans un conducteur donc :

$$P = \frac{E}{dt} = \frac{dU}{dt} = V \cdot i$$

$U$  s'exprime toujours comme une énergie potentielle entre une charge et une ou plusieurs autres charges.

En méca, l'énergie potentielle dépend du champ dans lequel la charge est introduite (en méca  $U = mgh$ ). En électromag pareil, elle dépend des autres charges présentes autour.

L'énergie potentielle est définie à une constante près. En méca on dit que  $U(\text{surface de la Terre}) = 0$  pour simplifier les calculs. En électromag on dit  $U(\infty) = 0$  (quand les deux charges sont éloignées à l'infini alors l'énergie potentielle est nulle).

$$W_{A \rightarrow B} = \Delta U$$

(par exemple en méca  $W_{A \rightarrow B} = mgh_a - mgh_b$ )

Si  $\nabla V = 0$ , le potentiel est constant, ça signifie que le champ est nul dans la direction dans laquelle on effectue le travail, mais on peut avoir un champ perpendiculaire à la direction.

### Puissance dissipée

$$P = R i^2$$

### Propriété des conducteurs dans un cas électrostatique

- $\vec{E} = 0$  à l'intérieur
- à l'intérieur ce n'est pas chargé (il y a un équilibre)
- $\vec{E}$  est  $\perp$ , car c'est à la surface que toutes les charges se trouvent (et toute composante du champ parallèle ferait bouger les charges, ce qui n'est pas autorisé).

### Formule de Poisson

On part de la formule de Gauss:

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Intégrer sur la surface c'est comme intégrer sur le volume en dérivant le vecteur :

$$\Leftrightarrow \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \cdot dV = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

On retrouve la charge :

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \int_V dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \cdot dV \\ &\Leftrightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \int_V dV = \frac{\rho}{\epsilon_0} \int_V dV \\ &\Leftrightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ &\Leftrightarrow \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{V} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \end{aligned}$$

### Capacité

Dans le cas d'un condensateur,  $Q = C \cdot V$

Ou  $Q = \frac{C}{\Delta V}$  pour un condensateur, avec  $\Delta V$  la différence de potentiel entre les deux plaques.

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

plus exactement :

$$C = \frac{\epsilon K_f A}{d}$$

donc C ne dépend que de la géométrie du condensateur

$d$  distance entre les plaques (en mètres)

$A$  l'aire des plaques (en mètres carrés)

$\epsilon$  permissivité du milieu entre les plaques (la capacité ne dépend donc pas uniquement de la géométrie mais aussi du facteur  $\chi_i$  du matériau)

$$E = \frac{E_0}{K}$$

$E_0$  le champ électrique si on était dans l'air

$K$  la constante diélectrique du milieu

Calculer une différence de potentiel avec différents milieux:

$$V(A) - V(B) = \int_0^{\text{fin du milieu A}} \vec{E} d\vec{l} + \int_{\text{fin du milieu A}}^{\text{fin du milieu B}} \vec{E} d\vec{l}$$

$$\Leftrightarrow V(A) - V(B) = \frac{E_0}{K_{A(d_A)}} + \frac{E_0}{K_{B(d_B)}}$$

Calculer la capacité des condensateurs en série :

$$\frac{1}{C_{\text{tot}}} = \sum_{\text{capacité du condensateur i}} \frac{1}{C_i}$$

Calculer la capacité des condensateurs en parallèle :

$$C_{\text{tot}} = \sum_{\text{capacité du condensateur i}} C_i$$

## Circuits

La tension va généralement du - au + d'un générateur.

### Règle des noeuds (pour un noeud donné)

$$\sum_k i_k = 0$$

$$\sum_n i_{\text{in}} = \sum_n i_{\text{out}}$$

### Règle des mailles (autour de chaque maille fermée)

$$\sum_k \Delta V_k = 0$$

On choisit un sens pour compter.

On ajoute les tensions (de batterie par exemple) dans le sens dans lequel on va.

On ajoute les résistances comme  $\pm i_k \cdot R_k \Omega$  en fonction du sens (si on compte dans le sens opposé au courant, on ajoute, sinon on enlève). donc le + des résistances est le - des tensions de batteries

### Loi d'ohm

$V = Ri$  (elle s'applique aux bornes d'un dipôle)

### Charger un condensateur

temps caractéristique d'un condensateur  $\tau = RC$ .

On a qu'à l'état d'équilibre (quand le condensateur est chargé), le courant est nul :

$$CV = q \Rightarrow C \frac{dV}{dt} = \frac{dq}{dt} = i$$

$$\text{donc } i = C \frac{dq}{dt}$$

- partir de la loi  $V_c$  (le générateur)  $+V_r$  (la tension générée par la résistance du condensateur)  $= 0$ .

- $V_c + RC \frac{dV}{dt} = 0$

- $\frac{Q}{RC} = \frac{dV}{dt}$

Résoudre.

### Charge

$$V_{C(t)} = \varepsilon \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right)$$

### Décharge

$$V_{C(t)} = \varepsilon \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

## Champ magnétique

le champ créé par un objet c'est comme  $\omega$  (le vecteur rotation), ça dit dans quel sens ça tourne, pas vers quoi l'objet est attiré

### Unités

$\vec{B}$  en Tesla (T)

Gauss  $\equiv 10^{-4} T$

Si on a un courant  $i$  dans un fil de longueur  $L$  et un champ magnétique  $B$ . La force est perpendiculaire au courant **et** au champ.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{F_B} &= i \vec{L} \times \vec{B} \\ &= \frac{dq}{dt} d\vec{l} \times \vec{B} \\ &= (dq) \vec{v} \times \vec{B} \end{aligned}$$

La force de Lorentz ne change pas la norme du vecteur vitesse mais la direction (pas de travail).

$$\overrightarrow{F_{\text{Lorentz}}} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Dans une trajectoire circulaire d'une charge de masse  $m$ :

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

donc :

$$R = \frac{mv}{qB} \quad \text{et freq} = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{qB}{2\pi m}$$

à distance  $r$  d'une charge, on a le champ magnétique

$$\overrightarrow{B(r)} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi 10^{-2}$  (en Tm/A).

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}$$

$$B_{\text{tot}} = \int_{-L}^{+L} dB$$

Norme du champ magnétique à distance  $x$  du fil :

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi x \sqrt{x^2 + L^2}}$$

Pour  $x \ll L$ :

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}$$

### Loi d'ampère

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum i_{\text{entourés}}$$

Pour un cercle :

$$B(r) 2\pi r = \mu_0 i$$

### Moment magnétique

$$\vec{\mu} = i \vec{A}$$

où  $\|\vec{A}\|$  est la surface que le câble entoure et  $\vec{A}$  pointe hors de la surface (comme le vecteur de rotation). Il essaye de s'aligner avec le champ magnétique.

### Loi de Lenz (flux magnétique)

$$\varepsilon = -\frac{d(\Phi_B)}{dt}$$

quand le flux change (la surface par exemple), la force électromotrice doit générer un courant (donc un champ) qui s'oppose à celui qui la génère (donc à la différence de flux magnétique)

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{A}$$

Si  $B$  est constant sur la surface  $\Phi_B = B \cdot S$ .

### Vitesse angulaire

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

### Convertir et déplacer l'énergie

#### Transformateurs

$$\frac{\varepsilon_{\text{grand}}}{\varepsilon_{\text{petit}}} = \frac{N_{\text{grand}}}{N_{\text{petit}}}$$

$$L = \frac{\varphi_B}{i}$$

### Inductance mutuelle

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\varphi_{B1}}{i_2}$$

$$U_L = \frac{1}{2} L i^2$$

$$\frac{dU_L}{dV} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

circuit rl?