Grundlagen der Elektro- und Digitaltechnik (GED), Formelsammlung V5

Mechanik: Kräfte, Energie, Geschwindigkeit, Weg und Zeit

Zweites Netwtonsches Gesetz:

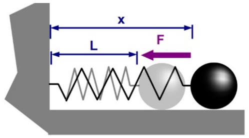
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Arbeit:

$$\Delta\mathcal{E} = \vec{F}\cdot\vec{s}$$

Federkraft:

$$F = -k\,(x-L)$$



Energieformen:

Kinetisch: $\mathcal{E}_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$
Feder: $\mathcal{E}_{\text{spring}} = \frac{1}{2}k(x-L)^2$
Potentiell (I): $\mathcal{E}_{\text{pot}} = mgh$
Potentiell (II): $\mathcal{E}_{\text{pot}} = Uq$

Energieerhaltung: $\sum \mathcal{E}_i = \text{konst.}$

Konstantes a:

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0$$
$$v(t) = at + v_0$$
$$= \sqrt{2a(s-s_0)+v_0^2}$$

Aufprall = $v(t) = \sqrt{2as}$

Gleichförmig:

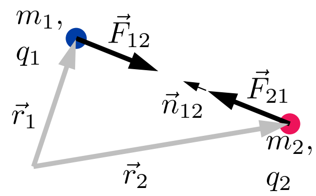
$$s(t) = s_0 + vt$$

Gravitationskraft

$$\vec{F}_{12} = -\gamma\frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|^2}\vec{n}_{12}$$
$$= \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Coulombkraft

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|^2}\vec{n}_{12}$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$



Kraft $\vec{F}$ (N), Masse m (kg), Beschleunigung $\vec{a}$ (ms^{-2}), Energie $\mathcal{E}$ (J), Höhe h (m), Geschwindigkeit v (ms^{-1}), Federkonstante k (Nm^{-1}), Zeit t (s), Weg $\vec{s}$ (m), Ort $\vec{r}$ (m), Einheitsvektor $\vec{n}$, Ladung q (C), Spannung U (V)

Leistung, Strom, Spannung, Widerstand und Kirchhoffsche Regeln

Leistung:

$$P = \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$$

Ohmsches Gesetz:

$$U = RI$$

Spannung:

$$U = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2}\vec{E}(\vec{r})\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

Strom:

$$I(t) = \frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}$$

Widerstand eines Kabels:

$$R = \rho\frac{L}{A}$$

Wirkungsgrad η:

$$\eta = \frac{P_{\text{erhalten}}}{P_{\text{investiert}}}$$

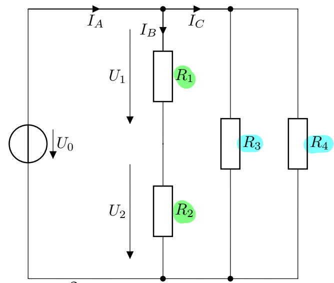
Kirchhoff-Regeln:

Knoten:

$$\sum_n I_n = 0$$

Masche:

$$\sum_n U_n = 0$$



$I_B = \frac{U_0}{R_1+R_2}$
$U_0 = U_1 + U_2$
$I_A = I_B + I_C$
$R_S = R_1 + R_2$
$R_P = \frac{R_3 R_4}{R_3+R_4}$
$= \left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)^{-1}$
$U_2 = U_0\frac{R_2}{R_1+R_2}$

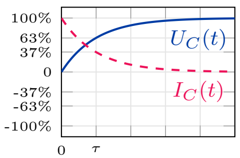
Leistung P (W), Energie $\mathcal{E}$ (J), Spannung U (V), Strom I (A), Widerstand R (Ω), Spezif. Wid. ρ ($\text{mm}^2\text{m}^{-1}\Omega$), Kabellänge L (m), Querschnittsfläche A (mm^2), Ladung q (C), Zeit t (s), Ort $\vec{r}$ (m), E-Feld $\vec{E}$ (Vm^{-1})

Kapazität, Induktivität, Schwingkreis

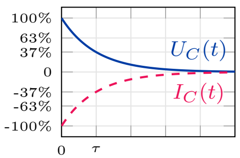
Kapazität:

$$C = \frac{q}{U_C}$$
$$\tau_{\text{RC}} = RC$$

RC-Laden:



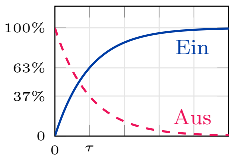
RC-Entladen:



Induktivität:

$$U_L = L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$
$$\left(\tau_{\text{RL}} = \frac{R}{L}\right)$$

RL-Strom:



LC-Schwingkreis:

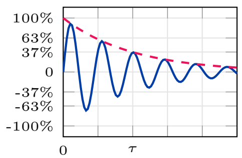
$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}$

$$T_{\text{res}} = 2\pi\sqrt{LC}$$
$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

RLC-Schwingkreis:

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$$
$$\tau_{\text{Dämpfung}} = 2L/R$$

$L = \frac{R\tau}{2}$

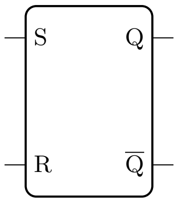


Kapazität C (F=AsV^{-1}), Ladung im Kondensator q (C=As), Spannung U (V), Widerstand R (Ω), Zeitkonstante τ (s), Induktivität L (H=VsA^{-1}), Strom I (A), Zeit t (s), Frequenz f (Hz), Periode T (s)

Flip-Flops, KV-Diagramm

SR-Flipflop:

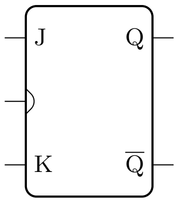
S	R	Q_{next}
0	0	Q
1	0	1 (set)
0	1	0 (reset)
1	1	verboten



JK-Flipflop:

J	K	▷	Q_{next}
0	0	↑	Q
1	0	↑	1 (set)
0	1	↑	0 (reset)
1	1	↑	$\bar{Q}$

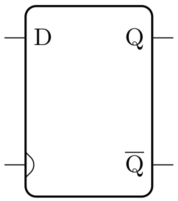
(getaktet)

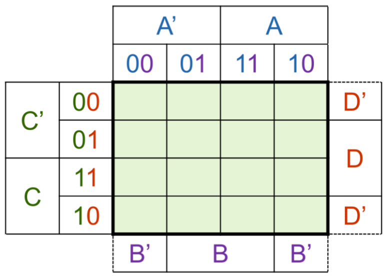


D-Flipflop:

D	▷	Q_{next}
0	↑	0
1	↑	1

(getaktet)





Aktuelle Version und LaTeX-Quelltext: https://github.zhaw.ch/weyl/GED_cheatsheet/releases

Elektrische und magnetische Felder

Kräfte:
Aus E-Feld: $\vec{F} = q\vec{E}$
Lorentzkraft: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$
El.Magn. Kraft: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$
Zentrifugalkraft: $F = \frac{mv^2}{r}$

Energie(dichte) im Feld:
$w = \frac{\varepsilon_0}{2}\vec{E}\cdot\vec{E} + \frac{\varepsilon_0 c^2}{2}\vec{B}\cdot\vec{B},\ \mathcal{E} = \int w \mathrm{d}V$

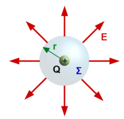
Magnetisierung:

$$\vec{M} = \mu_0 \chi \vec{B}_{\text{ext}}$$

Paramagn.: $\chi > 0$
Diamagn.: $\chi < 0$

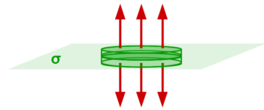
Feld einer Punktladung bzw. ausserhalb einer gelad. Kugel:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$



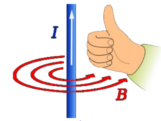
Feld einer geladenen Platte:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



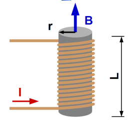
Feld eines Leiters:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Feld einer Spule:

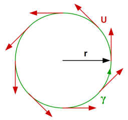
$$B_{\text{Stirn}} = \mu_0 \mu_r \frac{N}{L} I$$



Kraft $\vec{F}$ (N), Ladung q (C), E-Feld $\vec{E}$ (Vm^{-1}), B-Feld $\vec{B}$ (T), Geschwindigkeit $\vec{v}$ (ms^{-1}), Strom I (A), Leiterlänge $\vec{\ell}$ in technischer Stromrichtung (m), Energiedichte w (Jm^{-3}), Energie $\mathcal{E}$ (J), Volumen V (m^3), Radius r (m), Masse m (kg), Magnetisierung $\vec{M}$ (Am^{-1}), Suszeptibiliät χ, Flächenladungsdichte σ (Cm^{-2}), relative Permeabilität μ_r, Windungszahl N, Spulenlänge L

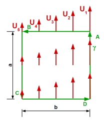
Linien- und Oberflächenintegrale (Spezialfälle)

Kreis:



$\int_\gamma \vec{U}\cdot \mathrm{d}\vec{\gamma} = 2\pi r U$

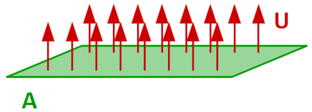
Rechteck:



$\int_\gamma \vec{U}\cdot \mathrm{d}\vec{\gamma} = aU_1 - aU_5$

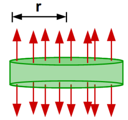
Linie γ, Oberfläche A (m^2), Feld $\vec{U}$, Radius r (m), Höhe h (m)

Rechteck:

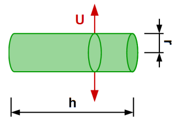


$\Phi = AU$

Zylinder:

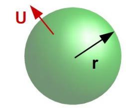


$\Phi = 2\pi r^2 U$



$\Phi = 2\pi r h U$

Kugel:



$\Phi = 4\pi r^2 U$

Maxwellgleichungen

Gauss'sches Gesetz:

$$\Phi_{\vec{E}}(\Sigma) = \underbrace{\int_\Sigma \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\sigma}}_{\text{Fluss } \Phi_{\vec{E}}(\Sigma)} = \frac{1}{\varepsilon_0}\underbrace{\int_V \rho \mathrm{d}V}_{\text{Ladung}}$$

Quellenfreiheit von $\vec{B}$:

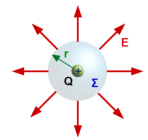
$$\Phi_{\vec{B}}(\Sigma) = \underbrace{\int_\Sigma \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\sigma}}_{\text{Fluss } \Phi_{\vec{B}}(\Sigma)} = 0$$

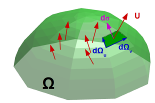
Faraday'sches Gesetz:

$$\underbrace{\int_\gamma \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\gamma}}_{\text{Spannung}} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underbrace{\int_\Omega \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\sigma}}_{\text{Fluss } \Phi_{\vec{B}}(\Omega)}$$

Durchflutungsgesetz:

$$\int_\gamma \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\gamma} = \mu_0 \underbrace{\int_\Omega \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{\sigma}}_{\text{Strom}} + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underbrace{\int_\Omega \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\sigma}}_{\text{Fluss } \Phi_{\vec{E}}(\Omega)}$$



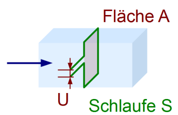


E-Feld $\vec{E}$ (Vm^{-1}), B-Feld $\vec{B}$ (T), Ladungsdichte ρ (Cm^{-3}), Volumen V (m^3), Stromdichte $\vec{j}$ (Am^{-2}), geschlossene Fläche Σ, offene Fläche Ω, Normalenvektor $\mathrm{d}\vec{\sigma}$, Randkurve von Ω ist γ

Induktion, Wechselspannung, Transformator

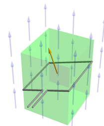
Induktionsspannung:

$$U(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi_{\vec{B}}(A)$$



Fluss durch Schleife:

$$\Phi_{\vec{B}}(A) = \vec{\sigma}\cdot\vec{B} = \sigma B\cos(\theta)$$



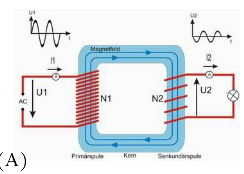
Wechselspannung:

$U(t) = \sqrt{2}U_{\text{nenn}} \cdot \cos(2\pi f t)$

$$U(t) = U_s \sin(2\pi f t + \varphi)$$

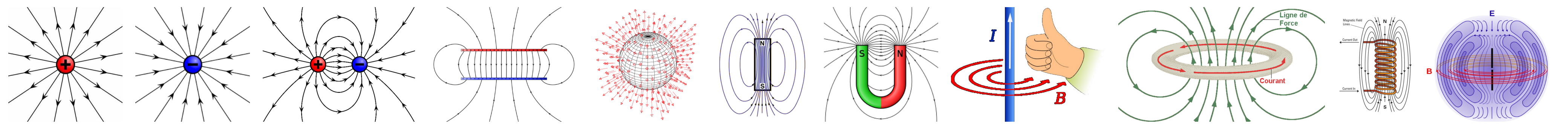
Transformator:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$



Spannung U (V), Magnetischer Fluss $\Phi_{\vec{B}}$ (Wb), Fläche A (m^2), B-Feld $\vec{B}$ (T), Normalenvektor $\vec{\sigma}$ (m), Zwischenwinkel θ, Zeit t (s), Frequenz f (Hz), Phasenkonstante φ, Windungszahl N, Strom I (A)

Feldlinienbilder



Elektromagnetische Wellen

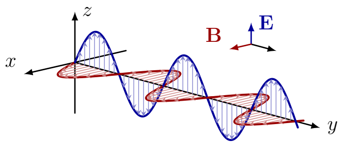
Wellengleichung (1D):

$$\vec{E}(y,t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z(y,t) \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} E_z(y,t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} E_z(y,t)$$

Ebene Welle:

$$E_z(y,t) = E_0 \sin(2\pi f t - k y)$$



Intensität der ebenen Welle:

$\frac{E_0}{c} = B_0$

$$I = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} = \frac{cB_0^2}{2\mu_0}$$

Periode, Wellenlänge und -zahl:

$$T = \frac{1}{f},\ f = \frac{c}{\lambda},\ k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$c = \lambda \cdot f$

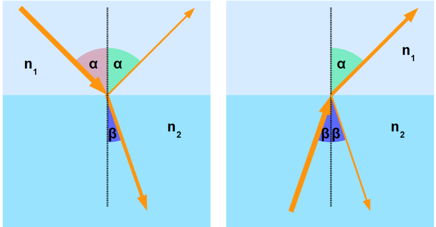
Lichtbrechung:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_i \cdot c_i = c$$

Totale Reflexion:

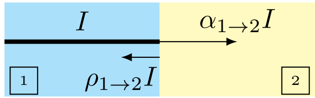
$$\sin(\beta) > \frac{n_1}{n_2}$$



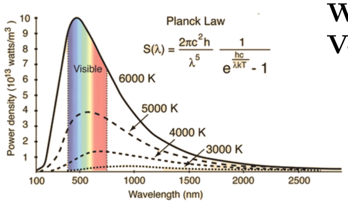
Intensität I (Wm^{-2}), Feldamplituden E_0 (Vm^{-1}) bzw. B_0 (T), Periode T (s), Frequenz f (Hz), Wellenlänge λ (m), Wellenzahl k (rad/m), Winkel α & β, Ausbreitungsgeschw. c_1 & c_2 (ms^{-1}), Brechungsindices n_1 & n_2

Thermische Strahlung

$$T_K = T_{°C} + 273.15\ K$$



$$\alpha_{1\to2} = \alpha_{2\to1} = \varepsilon_{2\to1}$$



Wien'scher Verschiebungssatz:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \quad [m]$$

$$b = 2.8978 \cdot 10^{-3}\ Km$$

Stefan-Boltzmann Gesetz:

$$P_{rad} = \sigma A T^4$$

$P_{rad} = \sigma A (T^4 - T_{env}^4)$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$$

$T = \sqrt[4]{\frac{P_{el}}{\sigma S} + T_{env}^4}$

Energiebilanzrechnungen:

$$I_{rad,sun} = \alpha_{sun} \sin(\beta) A j_{sun}$$

$$I_{rad,env} = \varepsilon A \sigma \left(T^4 - T_{env}^4\right)$$

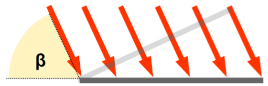
$$I_{cond,env} = Ah(T - T_{env})$$

Wärmeleitung

$\frac{dE}{dt} = A\alpha \sin(\beta) J_{sun} - A\varepsilon\sigma(T_p^4 - T_{env}^4) = 0$

$T = \left(\frac{\alpha \sin(\beta) J_{sun} + \sigma\varepsilon T_{env}^4}{\sigma\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$

$$\frac{dE}{dt} = \sum_n \pm I_n$$



Temperatur T, T_K (K) bzw. $T_{°C}$ (°C), Energiestrom I (W), Absorptionskoeffizient α, Reflexionskoeffizient $\rho = 1 - \alpha$, Emissionskoeffizient ε, Wellenlänge λ (m), Leistung P (W), Oberfläche A (m^2), Einfallswinkel der Sonnenstrahlung β, Energiestromdichte j (Wm^2), Wärmeübergangskoeffizient h (m^2KW^{-1}), nicht zu verwechseln mit der Planck-Konstante in der zweiten Abbildung.

Fourier-Transformation, Aliasing

Reelle Fourierreihe (kontinuierlich, $f_n = nT^{-1}$):

$$g(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi f_n t) + b_n \sin(2\pi f_n t) = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi f_n t - \varphi_n)$$

Komplexe Fourierreihe (diskret, $f_s = (s-1)T^{-1}$):

$$g(t_r) = \frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N} G_s \exp(2\pi i f_s t_r)$$

Periodische Funktion $g(t)$, deren Periode T (s), Zeit t (s), Fourierkoeff. $a_n, b_n \in \mathbb{R}, G_s \in \mathbb{C}$, Frequenz f (Hz), Amplitude A_n, Phase φ_n, imaginäre Einheit i, Anzahl Samples N

Theorem von Nyquist:

$$f_{abtasten} > f_{Nyquist} = 2f_{max}$$

Messpunkte: $N > 2T \cdot f_{max}$

Minimale Frequenz:

$$f_{min} = \frac{1}{T}$$

$f_{signal} = \frac{Datenrate}{2}$

Signale, Intensitäten, Dezibel, Schallpegel

Unschärfe:

$$\frac{\Delta f \cdot \Delta t}{2} \sim 1$$

Intensität:

$$I = \frac{P}{S} \overset{\text{Kugelw.}}{=} \frac{P}{4\pi r^2}$$

Kugelwelle:

$$I_2 = \frac{r_1^2 I_1}{r_2^2}$$

Eindringtiefe:

$$I(x) = I_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)$$

Dezibel:

$$Q = 10\log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right)\ dB$$

Schallintensitätspegel:

$$H = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)\ dB$$

Signal to Noise Ratio:

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{noise}} = \frac{A_{signal}^2}{A_{noise}^2}$$

Effektivspannung:

$$U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_s$$

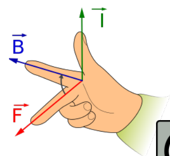
Signalbreite Δf (Hz), Signaldauer Δt, Intensität I (Wm^{-2}), Leistung P (W), Fläche S (m^2), Radius r (m), Ort x (m), Eindringtiefe λ (m), Unterschied Q (dB), Schallintensitätspeg. H (dB), Amplitude A, Spannung U (V)

Konstanten und Mathematik

Elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\ AsV^{-1}m^{-1}$
Magnetische Feldkonstante $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6}\ VsA^{-1}m^{-1}$
Lichtgeschwindigkeit $c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-0.5} = 299792458\ ms^{-1}$
Fallbeschleunigung $g = 9.81\ ms^{-2}$
Gravitationskonstante $\gamma = 6.674 \cdot 10^{-11}\ m^3kg^{-1}s^{-2}$

Planck-Konstante $h = 6.627 \cdot 10^{-34}$ Js
Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23}\ JK^{-1}$
Menschl. Hörschwelle $I_0 = 10^{-12} Wm^{-2}$
Elementarladung $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos(\theta) \qquad \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$



cc BY SA