Ov 10 (12) Vi har två basar för

$$\mathbb{R}^2,\ B=\left\{\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\right\},\ C=\left\{\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1\\3\end{bmatrix}\right\}$$

Bestäm en matris P så att för alla vektorer $\vec{v}\in\mathbb{R}^2$ gäller att

$$P(\bar{v})_B=(\bar{v})_C.$$

$$(\bar{v})_C=P_{C\leftarrow B}(\bar{v})_B \qquad P_{C\leftarrow B}=\left(\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}_C\ \begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}_C\right)$$

uttryck $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ i basen C

$$\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=k_1\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}+k_2\begin{bmatrix}-1\\3\end{bmatrix} \qquad \left(\begin{array}{cc|c}2&-1&1\\-1&3&1\end{array}\right)\begin{matrix}\leftarrow\\\cdot(2)\end{matrix}\sim\left(\begin{array}{cc|c}0&5&3\\-1&3&1\end{array}\right)\begin{matrix}\cdot\frac{1}{5}\\\cdot(-1)\end{matrix}$$

$$\sim\left(\begin{array}{cc|c}0&1&\frac{3}{5}\\1&-3&-1\end{array}\right)\begin{matrix}\cdot 3\\\leftarrow\end{matrix}\sim\left(\begin{array}{cc|c}0&1&\frac{3}{5}\\1&0&\frac{4}{5}\end{array}\right)$$

$(1,1)$ i basen C är $\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$

uttryck $\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$ i C $\Rightarrow$

$$\left(\begin{array}{cc|c}2&-1&1\\-1&3&2\end{array}\right)\begin{matrix}\leftarrow\\(2)\end{matrix}\sim\left(\begin{array}{cc|c}0&5&5\\-1&3&2\end{array}\right)\begin{matrix}\cdot\frac{1}{5}\\\cdot(-1)\end{matrix}\sim\left(\begin{array}{cc|c}0&1&1\\1&-3&-2\end{array}\right)\begin{matrix}\cdot 3\\\leftarrow\end{matrix}\sim$$

$$\left(\begin{array}{cc|c}0&1&1\\1&0&1\end{array}\right)$$

$(1,2)$ i C är $(1,1)$

$$P_{C\leftarrow B}=\begin{pmatrix}\frac{4}{5}&1\\\frac{3}{5}&1\end{pmatrix}.$$

Alt 2: $P_{C\leftarrow B}=P_{C\leftarrow E}\cdot P_{E\leftarrow B}$

$$P_{C\leftarrow E}=P_{E\leftarrow C}^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3&1\\1&2\end{pmatrix}$$

$$P_{C\leftarrow B}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3&1\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}4&5\\3&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{4}{5}&1\\\frac{3}{5}&1\end{pmatrix}$$