Öv 10

8 Baser.

Vi har en bas $B = \left\{ \begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\0\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} \right\}$ för $\mathbb{R}^3$.

För en viss vektor $\bar{v}$ så gäller

$$(\bar{v})_B = \begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} = 1\cdot\bar{u}_1 + 1\cdot\bar{u}_2 + 1\cdot\bar{u}_3$$

$$= (1,0,2) + (2,0,1) + (1,1,0)$$

$$= (4,1,3)$$

Svar: $(\bar{v})_E = (4,1,3)$

---

13 Bestäm ekv för den räta linje som i MKM mening bäst ansluter punkterna $(-1,1), (1,1), (3,4)$. $\quad y = kx + m$

i) räta linjens ekvation:

Sätt in punkterna i ekv & bilda ekv.sys

$$\begin{cases} -k + m = 1 \\ k + m = 1 \\ 3k + m = 4 \end{cases}$$

ii) Tolka om till $A\begin{bmatrix}k\\m\end{bmatrix} = \bar{v}$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix}k\\m\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\1\\4\end{bmatrix}$$

iii) Skapa $A^T = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ och beräkna $A^T A$ och $A^T\bar{v}$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1\\1\\4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$$

iv) Lös $A^T A \begin{pmatrix}k\\m\end{pmatrix} = A^T\bar{v}$.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 11 & 3 & 12 \\ 3 & 3 & 6 \end{array}\right) \cdot\tfrac{1}{3} \sim \left(\begin{array}{cc|c} 11 & 3 & 12 \\ 1 & 1 & 2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 0 & -8 & -10 \\ 1 & 1 & 2 \end{array}\right) \cdot -\tfrac{1}{8}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & \tfrac{5}{4} \\ 1 & 1 & 2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & \tfrac{5}{4} \\ 1 & 0 & \tfrac{3}{4} \end{array}\right)$$

Svar: Den räta linjen är $y = \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}$ //