Testat 11

Frederike Schrödel, Heike Herr, Jan Weber

Nr. 1

a) Bei der Variationsmethode macht einen Ansatz für den Grundzustand E_0 mit einem Parameter.
Dann rechnet man den Erwartungswert des Hamiltonoperators aus und versucht dies zu minimieren durch den Parameter.
Das Minimum ist dann die beste Näherung:

$$E \leq \frac{\langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle}$$ ✓

b)

Bei der Störungstheorie hat man ein lösbares Problem $\hat{H}_0$ mit bekannter Lösung und einen Störterm $\hat{H}_1$, dessen Lösung unbekannt ist.
Man macht den Ansatz, dass die Energie analytisch ist und somit genähert werden kann. ✓

+2

Nr. 2

$\hat{H} = \alpha \hat{J}_1 \hat{J}_2 + \beta \hat{J}_z$

$\hat{H} |\psi\rangle = E |\psi\rangle$

$\Rightarrow (\alpha \hat{J}_1 \hat{J}_2 + \beta \hat{J}_z) |\psi\rangle = E |\psi\rangle$

Sei $\hat{J} = \hat{J}_1 + \hat{J}_2$

$\Rightarrow \hat{J}_1 \hat{J}_2 = \frac{1}{2}(\hat{J}^2 - \hat{J}_1^2 - \cancel{2}\hat{J}_2^2)$

Seien

$\hat{J}^2 |\psi\rangle = \hbar^2 j(j+1) |\psi\rangle$

$\hat{J}_1^2 |\psi\rangle = \hbar^2 j_1(j_1+1) |\psi\rangle$

$\hat{J}_2^2 |\psi\rangle = \hbar^2 j_2(j_2+1) |\psi\rangle$

$\hat{J}_z |\psi\rangle = \hbar m |\psi\rangle$

$\Rightarrow$

$\hat{H}|\psi\rangle = \left(\frac{\alpha}{2}(\hat{J}^2 - \hat{J}_1 - \hat{J}_1) + \beta \hat{J}_z\right)|\psi\rangle$

$= \frac{\alpha\hbar^2}{2}\left(j(j+1) - j_1(j_1+1) - j_2(j_2+1)\right)$

$\cancel{+}\beta m$

$\Rightarrow E = \frac{\alpha\hbar^2}{2}\left(j(j+1) - j_1(j_1+1) - j_2(j_2 + \cancel{1})\right) + \beta\hbar m$

$j_1 = 1 \quad j_2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow j = \cancel{1/2}\ \frac{3}{2} \qquad m = \{-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$

$\Rightarrow E = \frac{\alpha\hbar^2}{2}\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2} - 2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\right) + \beta m$

$= \frac{\alpha\hbar^2}{2}\left(\frac{15}{4} - \frac{11}{4}\right) + \beta m$

$$= t_1^2 \frac{\alpha}{2} + \beta t_1$$

$$\Rightarrow E = t_1^2 \begin{cases} \frac{\alpha}{2} + \frac{3}{2} \beta / t_1 \\ \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} \beta / t_1 \\ \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \beta / t_1 \\ \frac{\alpha}{2} - \frac{3}{2} \beta / t_1 \end{cases}$$

~~j=~~ alternativ $j = \frac{1}{2}$

↳ ...

+1