Anwesenheitsübung 2 zur Vorlesung
‘Numerische Methoden der Physik’ SS 2014

Bastian Knippschild, Christian Jost und Mitarbeiter

Bearbeitung in den Übungen am 22. – 24. 04. 2014

Approximation von Funktionen

In der Vorlesung wurde unter anderem die Newton’sche Form des Interpolationspolynoms diskutiert. In dieser Aufgabe soll nun zunächst ein Algorithmus implementiert werden, der die Newtonkoeffizienten für das Interpolationspolynom zu einer gegebenen Funktion und Stützstellenmenge berechnet.

Testen Sie Ihr Programm dann für die Funktion $\sinh(x)$ auf dem Intervall $[0.0, 3.0]$. Für vier äquidistande Stützstellen in diesem Intervall

$$x_0 = 0.0, \quad x_1 = 1.0, \quad x_2 = 2.0, \quad x_3 = 3.0$$

sind die Newtonkoeffizienten gegeben durch

$$c_0 = 0.0, \quad c_1 = 1.175201, \quad c_2 = 0.638229, \quad c_3 = 0.443816.$$

Nun soll eine weitere Funktion geschrieben werden, die das resultierende Interpolationspolynom für gegebene Newton-Koeffizienten an einer Stelle x durch “naives” Ausrechnen auswertet. Auch hier bietet sich wieder ein Test auf dem bereits oben genannten Stützstellenintervall für $\sinh(x)$ an. Folgende Funktionswerte sollten sich für das Polynom für $x = 1.5$ und $x = 2.5$ ergeben:

$$P_n(x = 1.5) = 2.07504, \quad P_n(x = 2.5) = 6.16352.$$

Anschließend soll das Programm um eine Implementation des Horner-Schemas ergänzt bzw. erweitert werden, welches es erlaubt ein beliebiges Polynom an einer Stelle x auszuwerten.

Testen Sie den Algorithmus für unterschiedliche Funktionen indem graphisch die Interpolationspolynome (für hinreichende Stützstellenzahl) mit einem Plot der jeweiligen Funktion vergleichen werden.

In einem nächsten Schritt soll der Algorithmus erweitert werden, so dass auch die Ableitung des Interpolationspolynoms im Horner-Schema mit berechnet wird. Vergleichen Sie Ihr Ergebniss wieder graphisch mit der Ableitung der jeweiligen Funktion.