Physikalisches Institut
Universität Bonn
Theoretische Physik

Übungsblatt 2
30.10.2015
WS 15/16

Übungen zu Theoretische Physik IV

Prof. Dr. Hans Kroha, Jonas Reuter, Christoph Liyanage

Abgabe: 06.11.2015

`http://www.kroha.uni-bonn.de/teaching/`

–Quickies–

Q 1

1. Definiere die folgenden Begriffe:
   a) isotherm
   b) isobar
   c) adiabatisch
2. Zeichne in ein p-V-Diagramm die isotherme Expansion eines idealen Gases für 2 verschiedene Temperaturen $T_1 < T_2$!
3. Wie lautet der 1. Hauptsatz in differentieller Form?
4. Gib die Aussage des 2. Hauptsatzes in Worten wieder!
5. Was besagt der 3. Hauptsatz?
6. Gib den Wirkungsgrad für den Carnot-Prozess an!
7. Was gilt für einen reversiblen Kreisprozess?
8. Wie ist die Entropie S definiert?
9. Was gilt für die Änderung der Entropie einer beliebigen Zustandsänderung eines thermisch isolierten Systemes?

H 2.1 Entropie des idealen Gases *(3+4+3=10) Punkte*

Ist die Entropie eines Systems als Funktion der extensiven Zustandsgren auf Grund einer mikroskopischen Theorie bekannt, so können mit Hilfe der themodynamischen Fundamentalbeziehung die Zustandsgleichungen explizit angegeben werden. Wir wollen hier nun den umgekehrten Weg betrachten. Betrachte dazu die beiden Zustandsgleichungen eines idealen Gases,

$$U = \frac{f}{2} NkT \qquad \text{und} \qquad pV = NkT\,,$$

die empirisch gebeben seien. Dabei bezeichnen wir die innere Energie mit U und die Anzahl der Freiheitsgrade des Gases mit f.

(a) Benutze die differentielle Form der Fundamentalbeziehung

$$\mathrm{d}S = \frac{1}{T}\mathrm{d}U + \frac{p}{T}\mathrm{d}V - \frac{\mu}{T}\mathrm{d}N\,,$$

um zu zeigen, dass für das ideale Gas bei einer adiabatischen Zustandsänderung, d.h. $\mathrm{d}S = 0$, mit konstanter Teilchenzahl N

$$pV^{(f+2)/f} = \text{const.} \qquad \text{und} \qquad VT^{f/2} = \text{const.}$$

gilt.

(b) Folgere die Gleichung

$$\mathrm{d}s = \frac{1}{T}\mathrm{d}u + \frac{p}{T}\mathrm{d}v\,,$$

mit $s = S/N$, $u = U/N$, $v = V/N$ aus der differentiellen Form der Fundamentalbeziehung.

(c) Integriere die in (b) gezeigte Gleichung um zu zeigen dass die Entropie des idealen Gases durch

$$S(U,V,N) = S_0\frac{N}{N_0} + Nk\left[\frac{f}{2}\log\frac{U}{U_0} + \log\frac{V}{V_0} - \frac{f+2}{2}\log\frac{N}{N_0}\right]$$

gebeben ist, wobei S_0, U_0, V_0 und N_0 Integrationskonstanten sind.

H 2.2 Otto-Zyklus *8 Punkte*

Der Otto-Zyklus ist in Abbildung 1 im p-V-Diagramm gezeigt. Die vier Schritte sind: adiabatische Komprimierung, isochore Erwärmung, adiabatische Expansion und isochore Abkühlung. Bestimme Arbeit und Wärmetransfer in jedem Schritt, unter der Annahme, dass das Arbeitsmedium ein ideales Gas ist. Zeige unter Verwendung der Ergebnisse von Aufgabe H 2.2, dass der Wirkungsgrad durch

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\right)^{\kappa-1}$$

gegeben ist, wobei $\kappa = \frac{f+2}{f}$ der Adiabatenexponent des idealen Gases ist.

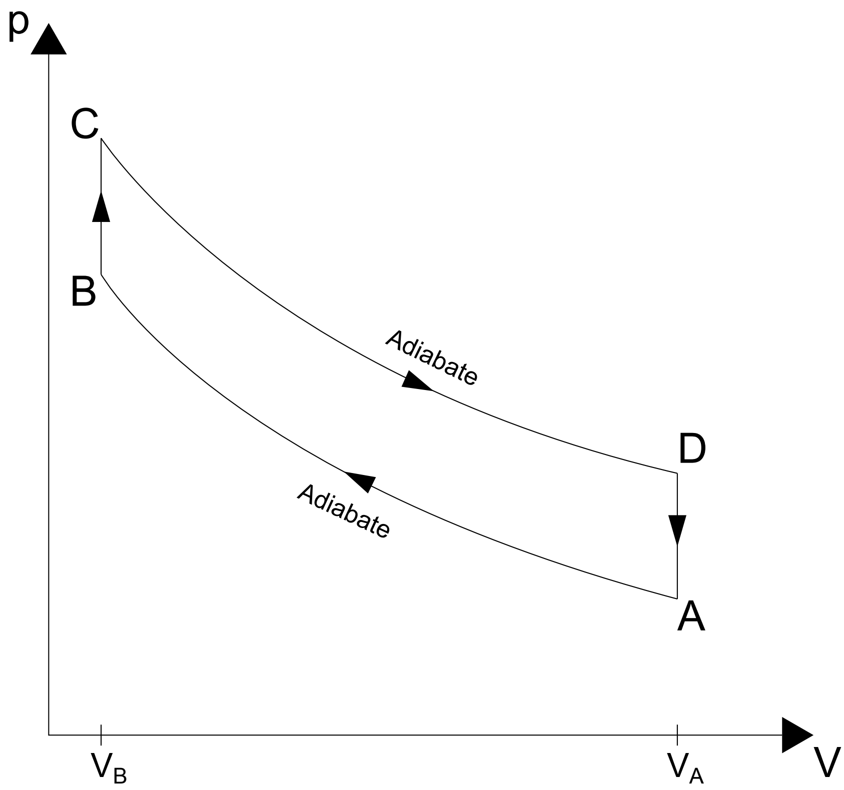

Abbildung 1: Otto-Kreisprozess im p-V-Diagram.

H 2.3 Inverser Carnot-Prozess als Wärmepumpe *7 Punkte*

Ein Zimmer mit Temperatur T_2 verliere Wärme an seine Umgebung. Die Umgebungstemperatur sei durch $T_1 < T_2$ und die Wärmeverlustrate durch $dQ/dt = C \cdot (T_2 - T_1)$ gegeben. Gleichzeitig wird der Raum über eine Wärmepumpe beheizt, die wie ein inverser Carnot-Prozess zwischen T_2 und T_1 arbeitet.

(a) Beim inversen Carnot-Prozess handelt es sich um den umgekehrt ablaufenden Carnot-Prozess, siehe Abbildung 2. Zeige, dass $\Delta A = -\Delta W > 0$, also Arbeit an dem System verrichtet werden muss.
Die Heizeffektivität ist definiert als

$$\eta^H = -\frac{\Delta Q_2}{\Delta A}\,.$$

Zeige, dass $\eta^H > 1$, indem du die Heizeffektivität durch T_2 und T_1 ausdrückst.

(b) Leite einen Ausdruck für die Gleichgewichtstemperatur T_2 des Zimmers in Abhängigkeit von C, T_1 und der Leistung $P = dA/dt$ her.

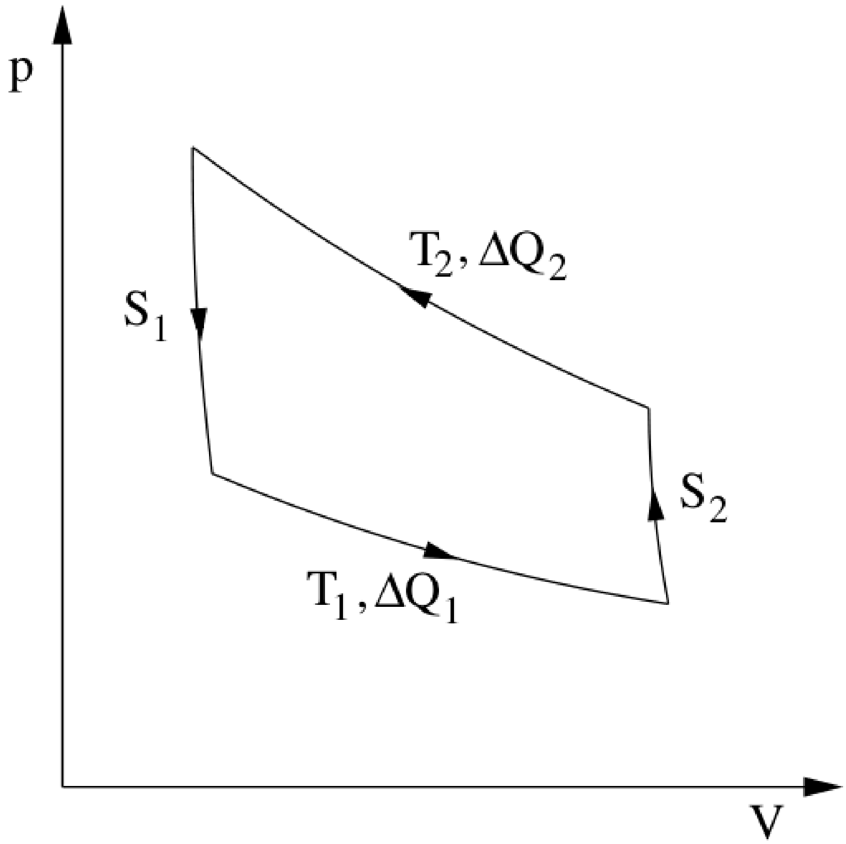

Abbildung 2: Der inverse Carnot-Prozess