Westfälische Hochschule
Gelsenkirchen Bocholt Recklinghausen
University of Applied Sciences

Fachbereich Informatik und Kommunikation
Prof. Dr. Ulrike Griefahn
Dr. Hansjürgen Paul

Prozedurale Programmierung (PPR)

WS 2020/21

Praktikumsaufgabe 2 (Determinante einer Matrix)

In dieser Aufgabe sollen Sie mit zweidimensionalen Vektoren arbeiten.

Schreiben Sie eine C-Funktion, die die *Determinante* einer quadratischen $n \times n$-Matrix mit $n \geq 1$ berechnet. Die Funktion erhält die Matrix als Eingabeparameter sowie deren Größe, d.h. deren tatsächliche Spalten- und Zeilenanzahl. Verwenden Sie den folgenden Funktionsprototypen:

```
double get_determinant(double matrix[MAX_SIZE][MAX_SIZE],
                       int size);
```

Die Funktion soll den Wert `0.0` liefern, wenn die Determinante nicht berechnet werden kann und eine entsprechende Fehlermeldung ausgeben. (Es ist Ihre Aufgabe, zu überlegen, in welchen Fällen keine Determinante berechnet werden kann.) Legen Sie die maximale Größe einer Matrix über die symbolische Konstante `MAX_SIZE` mit `10` fest.

Definieren Sie eine weitere C-Funktion, mit der Sie eine Matrix am Bildschirm ausgeben können. Verwenden Sie dazu folgenden Funktionsprototypen:

```
void print_matrix(double matrix[MAX_SIZE][MAX_SIZE],
                  int size);
```

Geben Sie die Zahlen mit einer Nachkommastelle aus. Brechen Sie die Ausgabe mit einer Fehlermeldung ab, wenn die Matrix nicht ausgegeben werden kann.

Berechnung von Determinanten

- Die Determinante einer 1×1-Matrix ist gleich dem in der Matrix enthaltenen Element.
- Die Determinante einer 2×2-Matrix kann man wie folgt berechnen:

  Für $M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ ist die Determinante $\det(M) = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$.
- Die Determinante einer $n \times n$-Matrix mit $n > 2$ kann mit Hilfe des Laplaceschen Entwicklungssatzes rekursiv berechnet werden. Dazu entwickelt man die Determinante nach einer Zeile oder einer Spalte i. Es gilt:

  $$det(M) \quad = \quad \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j}\, a_{ij} \det(M_{ij})$$

  wobei M_{ij} die $(n-1) \times (n-1)$-Untermatrix ist, die aus M durch Streichung der i-ten Zeile und j-ten Spalte entsteht. Die durch den Faktor $(-1)^{i+j}$ bewirkte Vorzeichenverteilung gleicht einem Schachbrettmuster.

Beispiel Bei der Entwicklung nach der 1. Zeile ergibt sich folgende Berechnung: (Um die Darstellung zu vereinfachen, wird die Determinante einer Matrix M mit $|M|$ bezeichnet und es werden ganze Zahlen verwendet. Implementieren sollen Sie die Berechnung für Matrizen mit Fließkommazahlen.)

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} &= (-1)^{1+1} \cdot 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\
&= 0 \cdot (2 \cdot 0 - 1 \cdot 1) - 1 \cdot (3 \cdot 0 - 1 \cdot 1) + 2 \cdot (3 \cdot 1 - 1 \cdot 2) \\
&= 0 \cdot (-1) - 1 \cdot (-1) + 2 \cdot (1) + \ldots \\
&= 0 + 1 + 2 = 3
\end{aligned}$$

Hinweise zu dieser Praktikumsaufgabe

1. Definieren Sie die Matrix **nicht** als globale Variable.

2. Für die Berechnung der Determinante müssen Sie Potenzen von -1 berechnen. Für die Berechnung von Potenzen gibt es die Funktion `pow` der Bibliothek `math.h`. Allerdings sollten Sie überlegen, ob die Verwendung dieser in der Laufzeit recht teuren Funktion überhaupt notwendig ist. Sie können dasselbe Ergebnis nämlich auf einem anderen und effizienteren Weg erreichen.

3. Für die Lösung dieser Aufgabe sollten Sie weitere Hilfsfunktionen definieren. Beachten Sie dabei, dass C-Funktionen keine Vektoren als Rückgabewerte liefern können. Stattdessen müssen Sie den Zielvektor als zweiten Parameter übergeben. Vergleichen Sie hierzu die Funktion `copy_string` auf Folie 17 im Kapitel *Überblick in Beispielen*.

4. Verwenden Sie für die Definition von Test-Matrizen ebenfalls die Konstante `MAX_SIZE`, auch wenn Sie mit kleineren Matrizen testen möchten:

   ```
   #define MAX_SIZE 10
   double matrix[MAX_SIZE][MAX_SIZE]
       = {{0.0, 1.0, 2.0}, {3.0, 2.0, 1.0}, {1.0, 1.0, 0.0}};
   ```

5. Auf der Internetseite
   `http://rechneronline.de/lineare-algebra/determinanten.php`
   finden Sie einen Online-Rechner für Determinanten, mit dem Sie Testdaten erzeugen können.