In [1]:
```
from matplotlib.colors import ListedColormap
from sklearn import cross_validation, datasets, metrics, neighbors

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

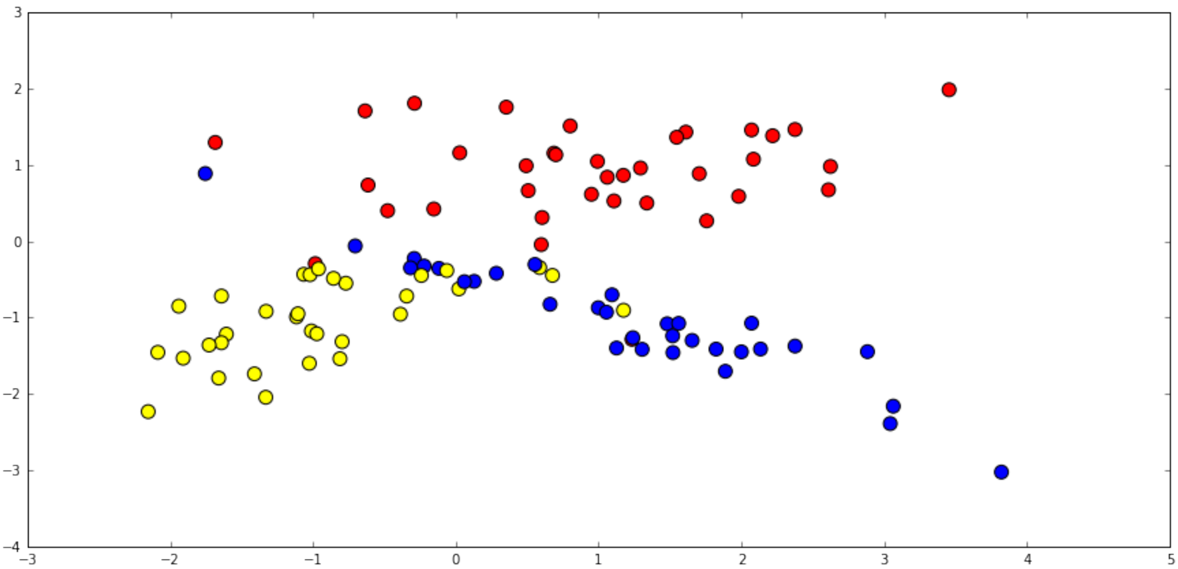
```
/Users/semenfedotov/anaconda/lib/python2.7/site-packages/sklearn/c
ross_validation.py:44: DeprecationWarning: This module was depreca
ted in version 0.18 in favor of the model_selection module into wh
ich all the refactored classes and functions are moved. Also note
that the interface of the new CV iterators are different from that
of this module. This module will be removed in 0.20.
  "This module will be removed in 0.20.", DeprecationWarning)
```

In [2]:
```
classification_problem = datasets.make_classification(n_samples=100
, n_features =2, n_informative = 2,
                                                       n_classes = 3
, n_redundant=0,
                                                       n_clusters_pe
r_class=1, random_state=3)
```

In [3]:
```
# in near future add color_generator
```

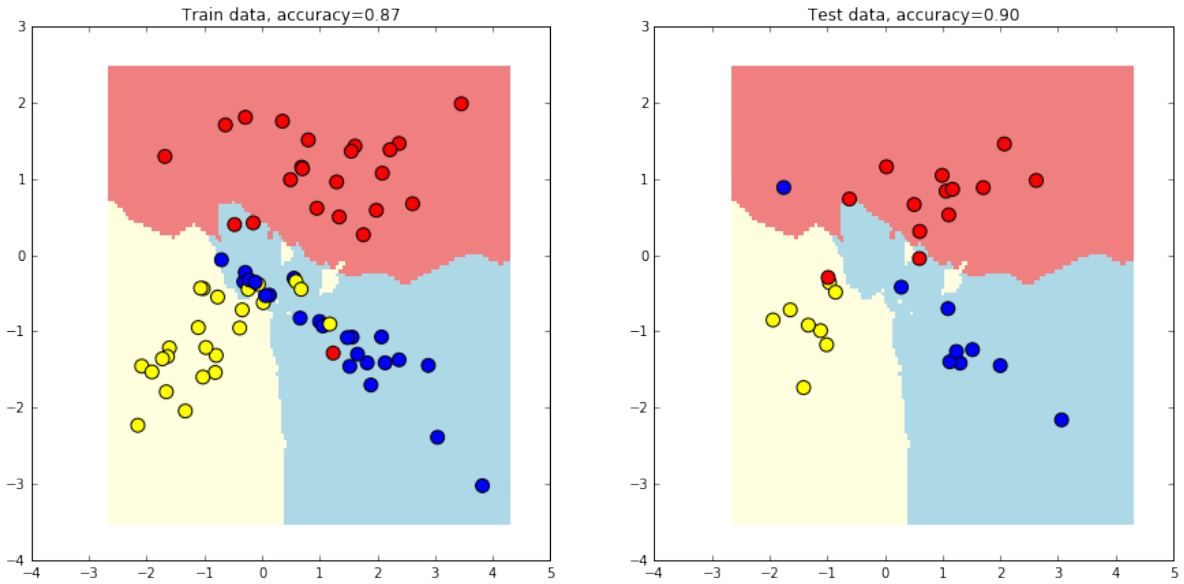
In [4]:
```
colors = ListedColormap(['red', 'blue', 'yellow'])
light_colors = ListedColormap(['lightcoral', 'lightblue', 'lightyel
low'])
```

In [5]:
```
n = 100
plt.figure(figsize=(15,7))
plt.scatter(map(lambda x: x[0], classification_problem[0]), map(lam
bda x: x[1], classification_problem[0]),
              c=classification_problem[1], cmap=colors, s=n)
plt.show()
```



In [6]:
```
def get_meshgrid(data, step=.05, border=.5,):
    x_min, x_max = data[:, 0].min() - border, data[:, 0].max() + bo
rder
    y_min, y_max = data[:, 1].min() - border, data[:, 1].max() + bo
rder
    return np.meshgrid(np.arange(x_min, x_max, step), np.arange(y_m
in, y_max, step))


def plot_decision_surface(estimator, train_data, train_labels, test
_data, test_labels,
                          colors = colors, light_colors = light_col
ors):
    #fit model
    estimator.fit(train_data, train_labels)

    #set figure size
    plt.figure(figsize = (15, 7))

    #plot decision surface on the train data
    plt.subplot(1,2,1)
    xx, yy = get_meshgrid(train_data)
    mesh_predictions = np.array(estimator.predict(np.c_[xx.ravel(),
yy.ravel()])).reshape(xx.shape)
    plt.pcolormesh(xx, yy, mesh_predictions, cmap = light_colors)
    plt.scatter(train_data[:, 0], train_data[:, 1], c = train_label
s, s = 100, cmap = colors)
    plt.title('Train data, accuracy={:.2f}'.format(metrics.accuracy
_score(train_labels, estimator.predict(train_data))))

    #plot decision surface on the test data
    plt.subplot(1,2,2)
    plt.pcolormesh(xx, yy, mesh_predictions, cmap = light_colors)
    plt.scatter(test_data[:, 0], test_data[:, 1], c = test_labels,
s = 100, cmap = colors)
    plt.title('Test data, accuracy={:.2f}'.format(metrics.accuracy_
score(test_labels, estimator.predict(test_data))))
```

In [7]:
```
train_data, test_data, train_labels, test_labels = cross_validation
.train_test_split(classification_problem[0],

classification_problem[1],

test_size = 0.3,

random_state = 1)
plot_decision_surface(neighbors.KNeighborsClassifier(), train_data,
train_labels, test_data, test_labels)
```



In [8]:
```
from tqdm import tqdm
```

In [9]:
```
cross_validation.cross_val_score(neighbors.KNeighborsClassifier(3),
classification_problem[0],classification_problem[1], cv=5)
```

Out[9]:
```
array([ 0.86363636,  0.9047619 ,  0.73684211,  0.94736842,  0.8421
0526])
```

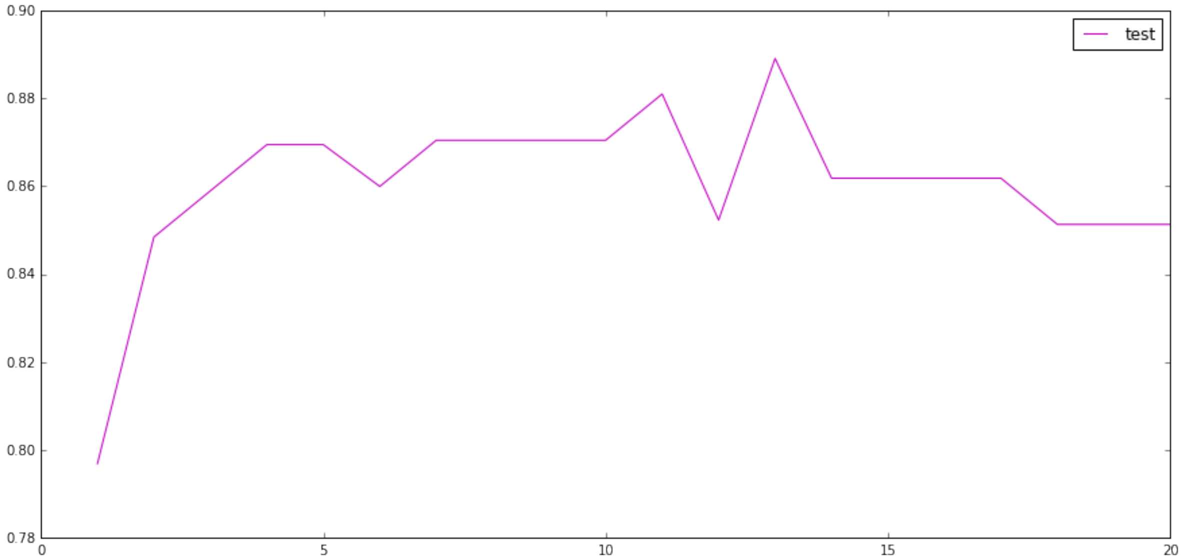
In [10]:
```
grid = range(1,21)
scores = []
for k in tqdm(grid):
    current_score = cross_validation.cross_val_score(neighbors.KNei
ghborsClassifier(k),
                                                     X=classificati
on_problem[0],
                                                     y=classificati
on_problem[1],
                                                     cv=5).mean()
    scores.append(current_score)
```

```
100%|██████████| 20/20 [00:00<00:00, 49.62it/s]
```

In [11]:
```
print(u'k, на котором достигается максимум --- ' + str(np.argmax(sc
ores) + 1))
```

```
k, на котором достигается максимум --- 13
```

In [12]:
```
plt.figure(figsize=(15,7))
plt.plot(grid, scores, label='test', color='m')
plt.legend()
plt.show()
```

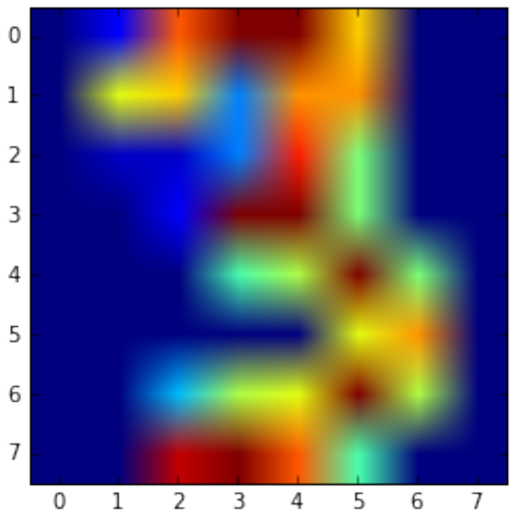


SND Task: Naive Bayes Classifier

In [13]:
```
digits = datasets.load_digits()
breast_cancer = datasets.load_breast_cancer()
```

In [15]:
```
import random
```

In [24]:
```
plt.imshow(digits.images[random.randint(0, len(digits.images))])
plt.show()
```



In [26]:
```
digits.data[0]
```

Out[26]:
```
array([  0.,   0.,   5.,  13.,   9.,   1.,   0.,   0.,   0.,   0.,
13.,
        15.,  10.,  15.,   5.,   0.,   0.,   3.,  15.,   2.,   0.,
11.,
         8.,   0.,   0.,   4.,  12.,   0.,   0.,   8.,   8.,   0.,
0.,
         5.,   8.,   0.,   0.,   9.,   8.,   0.,   0.,   4.,  11.,
0.,
         1.,  12.,   7.,   0.,   0.,   2.,  14.,   5.,  10.,  12.,
0.,
         0.,   0.,   0.,   6.,  13.,  10.,   0.,   0.,   0.])
```

In [27]:
```
breast_cancer.data[0]
```

Out[27]:
```
array([  1.79900000e+01,   1.03800000e+01,   1.22800000e+02,
         1.00100000e+03,   1.18400000e-01,   2.77600000e-01,
         3.00100000e-01,   1.47100000e-01,   2.41900000e-01,
         7.87100000e-02,   1.09500000e+00,   9.05300000e-01,
         8.58900000e+00,   1.53400000e+02,   6.39900000e-03,
         4.90400000e-02,   5.37300000e-02,   1.58700000e-02,
         3.00300000e-02,   6.19300000e-03,   2.53800000e+01,
         1.73300000e+01,   1.84600000e+02,   2.01900000e+03,
         1.62200000e-01,   6.65600000e-01,   7.11900000e-01,
         2.65400000e-01,   4.60100000e-01,   1.18900000e-01])
```

In [28]:
```
digits.target_names
```

Out[28]:
```
array([0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])
```

In [29]:
```
breast_cancer.feature_names
```

Out[29]:
```
array(['mean radius', 'mean texture', 'mean perimeter', 'mean area
',
       'mean smoothness', 'mean compactness', 'mean concavity',
       'mean concave points', 'mean symmetry', 'mean fractal dimen
sion',
       'radius error', 'texture error', 'perimeter error', 'area e
rror',
       'smoothness error', 'compactness error', 'concavity error',
       'concave points error', 'symmetry error', 'fractal dimensio
n error',
       'worst radius', 'worst texture', 'worst perimeter', 'worst
area',
       'worst smoothness', 'worst compactness', 'worst concavity',
       'worst concave points', 'worst symmetry', 'worst fractal di
mension'],
      dtype='|S23')
```

In [30]:
```
breast_cancer.target_names
```

Out[30]:
```
array(['malignant', 'benign'],
      dtype='|S9')
```

Для лучшего восприятия можно создать pd.DataFrame

In [31]:
```
import pandas as pd
```

In [32]:
```
bc_df = pd.DataFrame(breast_cancer.data, columns=breast_cancer.feat
ure_names)
bc_df['target'] = breast_cancer.target
bc_df.head()
```

Out[32]:

	mean radius	mean texture	mean perimeter	mean area	mean smoothness	mean compactness	mean concavity	mean concav points
0	17.99	10.38	122.80	1001.0	0.11840	0.27760	0.3001	0.1471(
1	20.57	17.77	132.90	1326.0	0.08474	0.07864	0.0869	0.0701
2	19.69	21.25	130.00	1203.0	0.10960	0.15990	0.1974	0.1279(
3	11.42	20.38	77.58	386.1	0.14250	0.28390	0.2414	0.1052(
4	20.29	14.34	135.10	1297.0	0.10030	0.13280	0.1980	0.1043(

5 rows × 31 columns

In [33]:
```
bc_df.describe()
```

Out[33]:

	mean radius	mean texture	mean perimeter	mean area	mean smoothness	mean compactnes
count	569.000000	569.000000	569.000000	569.000000	569.000000	569.000000
mean	14.127292	19.289649	91.969033	654.889104	0.096360	0.104341
std	3.524049	4.301036	24.298981	351.914129	0.014064	0.052813
min	6.981000	9.710000	43.790000	143.500000	0.052630	0.019380
25%	11.700000	16.170000	75.170000	420.300000	0.086370	0.064920
50%	13.370000	18.840000	86.240000	551.100000	0.095870	0.092630
75%	15.780000	21.800000	104.100000	782.700000	0.105300	0.130400
max	28.110000	39.280000	188.500000	2501.000000	0.163400	0.345400

8 rows × 31 columns

Для датасета digits сильно смысла нет делать это, там признаки --- пиксели

In [34]:
```
from sklearn.naive_bayes import BernoulliNB, MultinomialNB, Gaussia
nNB
```

In [35]:
```
clf = [BernoulliNB(), MultinomialNB(), GaussianNB()]
nb_scores = []
for classifier in tqdm(clf):
    digi_score = cross_validation.cross_val_score(classifier, digit
s.data, digits.target).mean()
    bc_score = cross_validation.cross_val_score(classifier, breast_
cancer.data, breast_cancer.target).mean()
    nb_scores.append((digi_score, bc_score))
nb_scores = np.array(nb_scores)
```

```
100%|██████████| 3/3 [00:00<00:00, 20.72it/s]
```

In [36]:
```
nb_scores
```

Out[36]:
```
array([[ 0.82582365,  0.6274204 ],
       [ 0.87087715,  0.89457904],
       [ 0.81860038,  0.93674928]])
```

In [37]:
```
for ind, score in enumerate(nb_scores):
    print('Score of ' + str(clf[ind])[:str(clf[ind]).find('(')] + '
is === ' + str(score))
```

```
Score of BernoulliNB is === [ 0.82582365  0.6274204 ]
Score of MultinomialNB is === [ 0.87087715  0.89457904]
Score of GaussianNB is === [ 0.81860038  0.93674928]
```

В Двух случаях из 3 модели работают лучше на датасете breast_cancer. Странно вообще полагать, что признаки в digits

Максимальные значения при классификации для a) digits, b) breast_cancer

In [38]:
```
def print_name(indices):
    ans = ''
    for index in indices:
        ans += str(clf[index])[:str(clf[index]).find('(')] + ' '
    print ans
```

In [39]:
```
print('Максимальные качество классификации:')
print('  digits    breast_cancer')
print(np.max(nb_scores, axis=0))
print_name(np.argmax(nb_scores, axis=0))
print('Целые неотриц., Вещественные')
```

```
Максимальные качество классификации:
  digits    breast_cancer
[ 0.87087715  0.93674928]
MultinomialNB GaussianNB
Целые неотриц., Вещественные
```

3. Какие утверждения из приведенных ниже верны? (a) На вещественных признаках лучше всего сработал наивный байесовский классификатор с распределением Бернулли (b) На вещественных признаках лучше всего сработал наивный байесовский классификатор с мультиномиальным

распределением (c) Мультиномиальное распределение лучше показало себя на выборке с целыми неотрицательными значениями признаков (d) На вещественных признаках лучше всего сработало нормальное распределение

Верными утверждениями являются:

c) Ведь на нем как раз и достигается максимум качества в датасете digits

d) Ведь на нем как раз и достигается максимум качества в датасете breast_cancer

3. Метрики в задаче регрессии

Сгенерируйте датасет из 500 точек на плоскости, для которых y = 0.5x + 1 + ε,

где ε распределено $\mathcal{N}(0, 0.2)$

In [176]:
```
import random
```

In [155]:
```
import random
class ColorGenerator:
    symbols = ['0','1','2','3','4','5','6','7','8','9','A','B','C',
'D','E','F']
    def get_color(self):
        '''
        Returns hex-color(string)
        '''
        color = '#'
        for i in range(6):
            index = 0
            for j in range(1000) :
                index = random.randint(0, 15)
            color += (self.symbols[index])
        return color

col_gen = ColorGenerator()
```

In [156]:
```
import scipy.stats as sps
```

In [157]:
```
epsila = sps.norm(0, 0.2).rvs(size=575, random_state=2) # вроде бы
как раз туда передается sigma^2
```

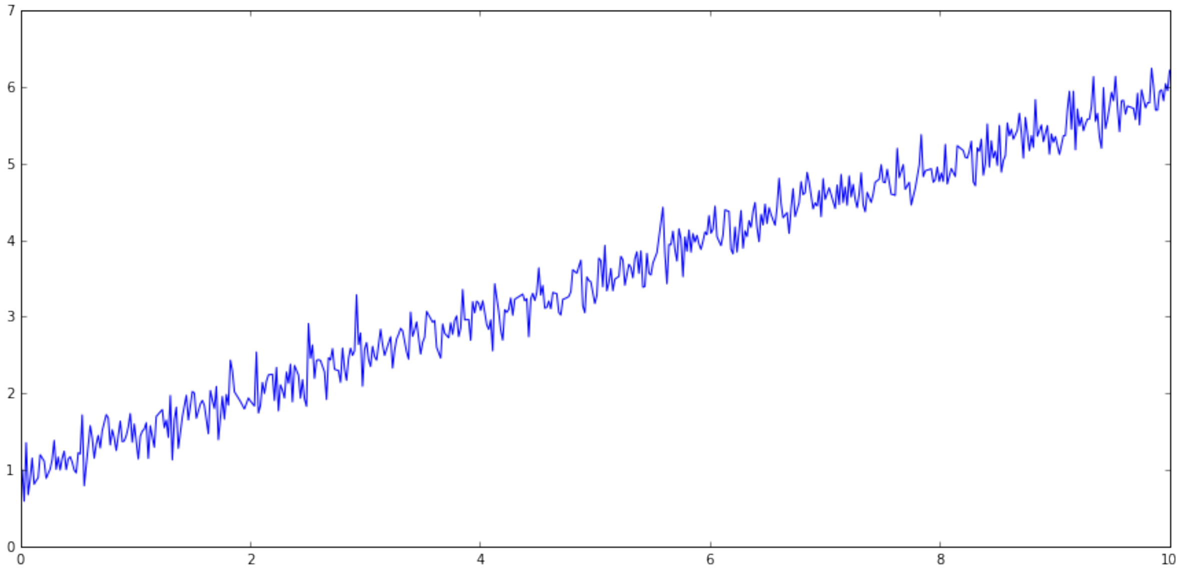
In [158]:
```
all_xs = np.linspace(0, 10, num=575)
```

In [163]:
```
good_indices = set(random.sample(xrange(575), 500))
```

In [165]:
```
x = np.array([all_xs[i] for i in good_indices])
```

```
In [177]: y = x * .5 + 1 + np.array([epsila[i] for i in good_indices])
```

```
In [178]: plt.figure(figsize=(15, 7))
          plt.plot(x, y)
          plt.show()
```



Воспользуемся методом оптимизации из scipy

```
In [179]: import scipy.optimize
```

```
In [206]: def MSE((k,b)):
              y_pred = [k * x_ + b for x_ in x]
              return metrics.mean_squared_error(y, y_pred)
```

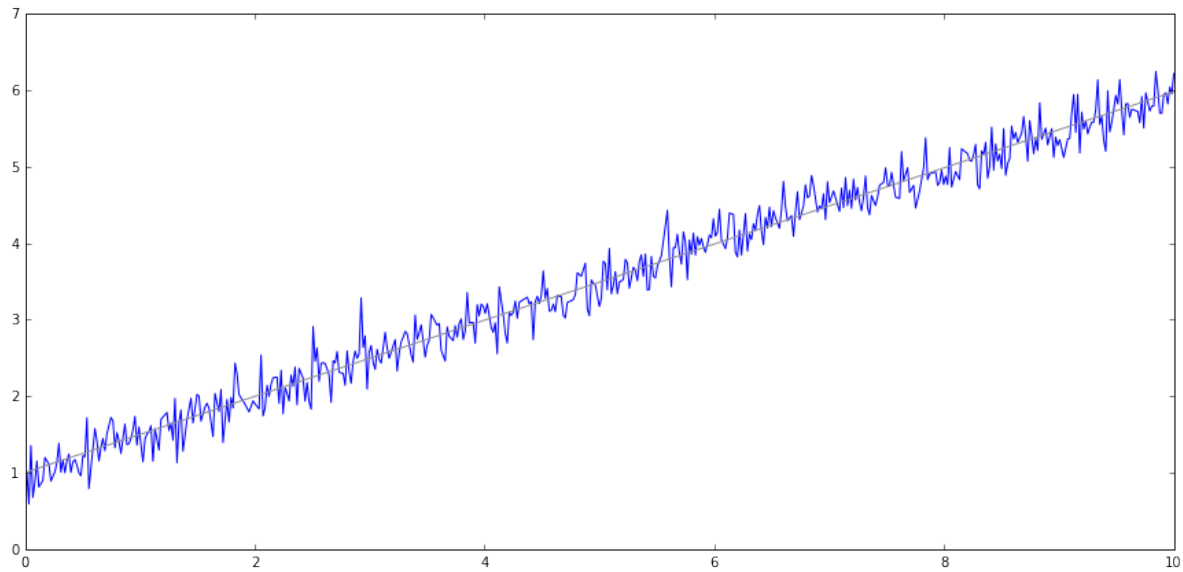
```
In [205]: optimizer_results = scipy.optimize.minimize(MSE, x0=(100,3))
          optimizer_results
```

```
Out[205]:       fun: 0.043663603745550 73
           hess_inv: array([[ 0.05907998, -0.29690011],
                  [-0.29690011,  1.99197017]])
                jac: array([ -6.05359674e-09,  -9.31322575e-10])
            message: 'Optimization terminated successfully.'
               nfev: 36
                nit: 6
               njev: 9
             status: 0
            success: True
                  x: array([ 0.49787266,  1.00094777])
```

```
In [182]: top_xs = optimizer_results.x # top
          top_xs
```

```
Out[182]: array([ 0.49787266,  1.00094775])
```

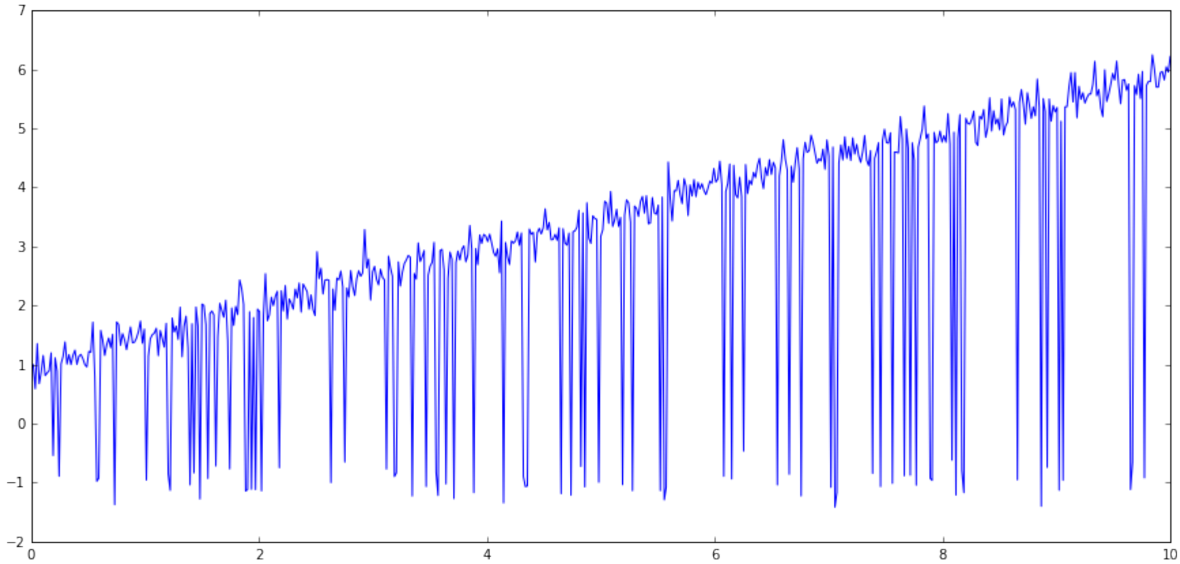
In [183]:
```
plt.figure(figsize=(15, 7))
plt.plot(x, y)
plt.plot(x, [top_xs[0] * x_ + top_xs[1] for x_ in x], color=col_gen
.get_color())
plt.show()
```



In [184]:
```
new_x = all_xs
```

In [196]:
```
new_y = [0.5 * new_x[i] + 1 + epsila[i] if i in good_indices else -
1 + epsila[i] for i in xrange(575)]
```

In [201]:
```
plt.figure(figsize=(15, 7)) # neoch
plt.plot(new_x, new_y)
plt.show()
```



In [210]:
```
def MSE_new((k,b)):
    y_pred = [k * x_ + b for x_ in new_x]
    return metrics.mean_squared_error(new_y, y_pred)
```

In [211]:
```
new_mse_optimizer_results = scipy.optimize.minimize(MSE_new, x0=(10
0,1))
new_mse_optimizer_results
```

Out[211]:
```
      fun: 2.477382421255239
 hess_inv: array([[ 0.059788  , -0.29895808],
       [-0.29895808,  1.9947916 ]])
      jac: array([ -2.98023224e-08,  -2.98023224e-08])
  message: 'Optimization terminated successfully.'
     nfev: 36
      nit: 6
     njev: 9
   status: 0
  success: True
        x: array([ 0.44972765,  0.66663951])
```

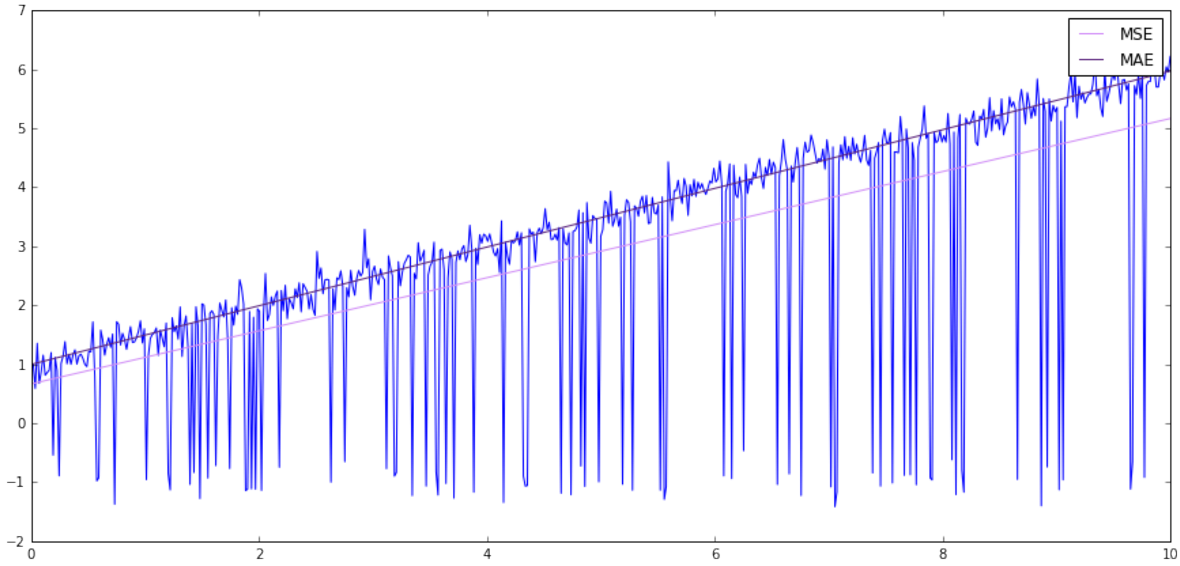
In [212]:
```
def MAE((k,b)):
    y_pred = [k * x_ + b for x_ in x]
    return metrics.mean_absolute_error(y, y_pred)
```

In [213]:
```
new_mae_optimizer_results = scipy.optimize.minimize(MAE, x0=(100,1)
)
new_mae_optimizer_results
```

Out[213]:
```
      fun: 0.16532303368694282
 hess_inv: array([[ 0.01044974, -0.06670837],
       [-0.06670837,  0.64035136]])
      jac: array([ 0.02041893,  0.00337363])
  message: 'Desired error not necessarily achieved due to precisio
n loss.'
     nfev: 524
      nit: 20
     njev: 128
   status: 2
  success: False
        x: array([ 0.49711255,  0.99697876])
```

In [214]:
```
mae_res = new_mae_optimizer_results.x
mse_res = new_mse_optimizer_results.x
```

In [215]:
```
plt.figure(figsize=(15, 7))
plt.plot(new_x, new_y)
plt.plot(new_x, [mse_res[0] * x_ + mse_res[1] for x_ in new_x], col
or=col_gen.get_color(), label='MSE')
plt.plot(new_x, [mae_res[0] * x_ + mae_res[1] for x_ in new_x], col
or=col_gen.get_color(), label='MAE')
plt.legend()
plt.show()
```



Из графика видно, что MAE более устойчив к выбросам, что и ожидалось. Ведь в MSE, ошибка зависит квадратично от расстояния(будет сильно штрафовать выбросы)

Theoretical tasks

1 Task

Покажите, что если в наивном байесовском классификаторе классы имеют одинаковые априорные вероятности, а плотность распределения признаков в каждом классе имеет вид (x(k)|y) ~ $\mathcal{N}(\mu_{yk}, \sigma^2)$ признаки объекта x классификация сводится к отнесению объекта x к классу y, центр которого μ_y ближе всего к x.

▲ В чем вообще заключается байесовский классификатор: Мы отнесем x к тому классу y: y = $argmax_y p(x|y)p(y)$. Ну так как у нас априорные вероятнсти совпадают, то множитель p(y) можно откинут: он не влияет на аргмакс. Получаем следующее : y = $argmax_y p(x|y)$, где $p(x|y)$ - правдоподобие выборки(вектора x). Ну а так как у нас действует наивное предположение, то $p(x|y)$ будет равно произведению плотностей компонент. Тогда максимум будет и вправду будет достигаться на ближайшем центре, ибо нам нужно максимизировать $-\sum(x^{(k)} - \mu_{yk})^2$(так как это показатель экспоненты, а она монотонна , то прологарифмируем, получим тоже монотонную функцию), а это эквивалентно минимизации $\sum(x^{(k)} - \mu_{yk})^2$ чтобы $x^{(k)}$, а это и есть квадрат расстояния до центра, просто расписанный покомпонентно. \blacksquare$

2 Task

▲ То что нужно доказать эквивалентно тому, то в среднем третья точка лежит на диагонали

В данном случае можно использовать такой метод(я не ищу матожидание площади, а площадь от матожидания ТПР и ФПР(что в этой задаче эквивалентно))

Итак, у нас есть две точки нашей кривой: (0, 0) и (1,1). Осталось найти координаты третьей, чтобы посчитать площадь.

Пусть у нас дана выборка размера n, где n = r + (n - r), r - нулей, (n - r) - единиц. Возьмем нашему алгоритму подадим на вход сначала набор всех нулей, а потом набор всех единиц. Чтобы найти FPR и TPR, нужно найти E(числа единиц, выданных алгоритмом) на первом(FPR) и втором(TPR) входах. Так как сам алгоритм представляет из себя $\sim Bern(p)$, то число единиц == $\sum \xi_i \sim Bin(k, p)$. $E(Bin(n, p)) = n \cdot p$ Т.е E(числа единиц на первом входе) = $r \cdot p$ и E(числа единиц на втором входе) = $(n - r) \cdot p$. Чтобы получить из этих чисел среднее для FPR & TPR, надо поделить на кол-во нулей и кол-во единиц в выборке соответственно. Итого:

$$FPR = \frac{r \cdot p}{r},$$

$$TPR = \frac{(n - r) \cdot p}{n - r}$$

Т.е координаты третьей точки равны: (p, p). А значит, она лежит на диагонали и площадь под графиком равна $\frac{1}{2}$, ЧТД.

■

3 Task

$P(y \neq y_n) =$ / Ф-ла полной вероятности + независимость классов для x и x_n/ $= P(1 \mid x)P(0 \mid$
Сделаем предельный переход в этом рав-ве, так как размер выборки стремится к бесконечности(а тут у нас максимальное расстояние до ближайшего соседа стремится к нулю), то $x_n \to x, y_n \to y$ Итого получаем:

$$P(y \neq y_n) = P(1 \mid x)P(0 \mid x) + P(0 \mid x)P(1 \mid x) = 2 \cdot P(1 \mid x)P(0 \mid x) = 2 \cdot p \cdot q; p + q = 1$$

. А для опт Байеса $\min(p, q)$ То есть осталось доказать, что $pq <= min(p, q)$, что очевидно, т.к. $p, q \in [0, 1]$

```
In [ ]:
```