

Karazuas Multiplikation – Laufzeit

3.5 Karazubas Multiplikation – Korrektheit und Laufzeit

Es sei $T(\ell)$ maximale Laufzeit für Inputzahlen mit $\leq \ell$ Ziffern. Nach Konstruktion des Algorithmus gibt es eine Konstante c>0

$$T(\ell) \le \begin{cases} c & \text{für } \ell \le 3, \\ c \cdot \ell + 3T\left(\left\lceil \frac{\ell}{2} \right\rceil\right) + 1 & \text{für } \ell \ge 4 \end{cases}$$

Lemma 3.1.

$$T(2^m+2) \le c \cdot (4 \cdot 3^m - 2 \cdot 2^m - 1) \text{ für alle } m \in \mathbb{N}.$$

Beweis durch Induktion.

$$T(2^{0} + 2) \le T(3) \le c = c \cdot (4 \cdot 3^{0} - 2 \cdot 2^{0} - 1)T(2^{m+1})$$