

Consigna: Dados dos números enteros m y n , construir una función recursiva que devuelva el producto de ambos, calculando el mismo como sumas sucesivas. Esto es:

$m * n = m + m + \dots + m$, n veces.

Ejemplos:

producto(5, 3) => 15

producto(10, 4) => 40

Solución: Sabemos que un número m multiplicado n , es igual a $(n + n)$ m veces.

Caso base: si el multiplicador igual 1, el resultado es el multiplicando.

Si el multiplicador fuera 0, el resultado es 0.

A partir de estos casos base, construiremos casos más simples de manera tal que podamos resolver de manera recursiva.

Tomamos un ejemplo simple: Supongamos que $m = 2$ y $n = 3$. Sabemos que esto es $2 + 2 + 2$

$$2 + 2 + 2$$

$$2 + 4$$

$$6$$

Como podemos observar, $2 * 3$ es el resultado de $(2 * 1 + 2 * 2)$. Siendo $2 * 1 = 2 + 0$ y $2 * 2 = 2 + 2$

Sea $M(m, n)$ una función que denota la multiplicación de m por n ; donde $m, n \in \mathbb{Z}^+$:

$$M(m, n) = \begin{cases} M(m, n) = 0; & n = 0 \\ M(m, n) = m; & n = 1 \\ M(m, n) = m + M(m, n - 1); & m, n > 1 \end{cases}$$

Resolviendo el caso de $2 * 3$ basándonos en la definición anterior.

$$M(2, 3) = 2 + M(2, 2) \quad (1)$$

$$M(2, 2) = 2 + M(2, 1) \quad (2)$$

$$M(2, 1) = 2 + M(2, 0) \quad (3)$$

$$\text{Substituyendo los valores encontrados y viéndolo de «atrás para adelante»} \quad (4)$$

$$M(2, 1) = 2 + [M(2, 0) = 0] = 2 \quad (5)$$

$$M(2, 2) = 2 + [M(2, 1) = 2] = 4 \quad (6)$$

$$M(2, 3) = 2 + [M(2, 2) = 4] = 6 \quad (7)$$

Hasta acá hemos definido la función solo para los enteros positivos. Ahora procederemos a desarrollar para que la función también se encuentre definida cuando $m < 0$ o $n < 0$. Sabemos que si m y n son negativos, entonces es lo mismo que $-m * -n = [(-1) * (-1)] * (m * n) = 1 * (m * n) = m * n$, por lo tanto en este caso se sigue aplicando el mismo procedimiento para cuando m y n son positivos. Cuando el multiplicador es negativo y el multiplicando positivo, o el multiplicador positivo y el multiplicando negativo, el procedimiento se comprende como una serie de restas sucesivas, esto es:

Si

$$(m < 0 \vee n < 0) \wedge \neg(m < 0 \wedge n < 0)$$

Entonces $m * n = (-m + (-m) + \dots + (-m))$ esto sucediendo n veces.

Supongamos el caso $-2 * 3$:

$$-2 * 3 = -2 + -2 + -2 = -6$$

Si extendemos la definición anterior para los negativos tenemos: Sean $m, n \in \mathbb{Z}$; Donde $|x|$ denota el valor absoluto de x :

$$M(m, |n|) = \begin{cases} M(m, n) = 0; & n = 0 \\ M(m, n) = m; & n = 1 \\ M(m, n) = m + M(m, n - 1); & m, n > 1 \\ M(m, n) = -|m| - |M(m, |n| - 1)|; & (m < 0 \vee n < 0) \wedge \neg(m < 0 \wedge n < 0) \end{cases}$$

Entonces $2 * (-3)$:

$$M(2, -3) = -2 - |M(2, 2)|$$

$$M(2, 2) = -2 - |(2, 1)|$$

Substituyendo y aplicando según definición:

$$M(2, 2) = -2 - |\mathbf{M(2,1) = 2}| = -4$$

$$M(2, -3) = -2 - |\mathbf{M(2,2) = 4}| = -6$$

Con base a todo lo construido anteriormente se procederá a desarrollar el código:

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <string.h>
4 #include <stdbool.h>
5 // multiplicacion_recursiva: toma dos numeros enteros y retorna su producto(int).
6 long int multiplicacion_recursiva(long int multiplicando, long int multiplicador);
7 long int multiplicacion_recursiva(long int m, long int n)
8 {
9     // Sabemos que si multiplicando y multiplicador son negativos sera equivalente
10    a que ambos sean positivos
11    if(n<0 && m<0)
12    {
13        n = abs(n);
14        m = abs(m);
15    }
16
17    // CASOS BASE:
18    // I) si n = 0, entonces la multiplicacion sera 0.
19    // II) si n = 1, entonces la multiplicacion sera igual al multiplicando.
20
21    if(n==0)
22        return 0;
23    else if(n==1)
24        return m;
25
26    // Si alguno de los dos fuera negativo
27    if((n < 0 || m < 0))
28        return ((-abs(m)) - abs(multiplicacion_recursiva(m, abs(n) - 1)));
29
30    return m + multiplicacion_recursiva(m, n-1);
31 }
```