

Příklady: Dvojný integrál

Základy vyšší matematiky (ZMTL), LDF MENDELU

Dvojný integrál na obdélníku

1. $\iint_R \frac{y^2}{1+x^2} dx dy$, kde $R = [0, 1] \times [-1, 3]$ [$\frac{7\pi}{3}$]
2. $\iint_R \frac{x^2}{y^2} dx dy$, kde $R = [-2, 1] \times [1, 3]$ [2]
3. $\iint_R \frac{x}{3} dx dy$, kde $R = [2, 3] \times [0, 6]$ [5]
4. $\iint_R \sqrt{y} dx dy$, kde $R = [0, \frac{1}{2}] \times [9, 27]$ [$27\sqrt{3} - 9$]
5. $\iint_R e^{x+y} dx dy$, kde $R = [0, 1] \times [0, 2]$ [$e^3 - e^2 - e + 1$]
6. $\iint_R (x^2 + 2y) dx dy$, kde $R = [0, 1] \times [0, 2]$ [$\frac{14}{3}$]
7. $\iint_R \frac{1}{(x+y)^2} dx dy$, kde $R = [0, 3] \times [2, 3]$ [$\ln \frac{5}{4}$]
8. $\iint_R \cos(x+2y) dx dy$, kde $R = [0, \pi] \times [0, \frac{\pi}{2}]$ [-2]

Dvojný integrál na obecné uzavřené oblasti

1. $\iint_{\Omega} (y-x) dx dy$, kde Ω je rovnoběžník s vrcholy $(-2, 0), (0, 0), (1, 1), (-1, 1)$ [2]
2. $\iint_{\Omega} \sin(x+y) dx dy$, kde Ω je trojúhelník s vrcholy $(0, 0), (\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ [1]
3. $\iint_{\Omega} x^2 y dx dy$, kde Ω je trojúhelník s vrcholy $(1, 1), (2, 1), (1, 2)$ [$\frac{71}{60}$]
4. $\iint_{\Omega} (x+y) dx dy$, kde Ω je množina omezená křivkami $y = x^2, y = x$ [$\frac{3}{20}$]
5. $\iint_{\Omega} (x-2y) dx dy$, kde Ω je množina omezená křivkami $y = \frac{1}{x}$ pro $x > 0$, $x+y = \frac{5}{2}$ [$-\frac{9}{16}$]

6. $\iint_{\Omega} xy \, dx dy$, kde Ω je trojúhelník vymezený přímkami $y = 0$, $y = x$, $y = 2 - x$ $[\frac{1}{3}]$
7. $\iint_{\Omega} \frac{x^2}{y^2} \, dx dy$, kde Ω je množina omezená křivkami $x = 2$, $y = x$, $y = \frac{1}{x}$ $[\frac{9}{4}]$
8. $\iint_{\Omega} (2y + \sqrt{x}) \, dx dy$, kde Ω je množina omezená křivkami $y = \sqrt{x}$, $y = 1/x$, $x = 4$ $[\frac{49}{4}]$

Transformace do polárních souřadnic

1. $\iint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy$, $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ $[\frac{4}{3}\pi]$
2. $\iint_{\Omega} 2(x^2 + y^2) \, dx dy$, $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$, $x^2 + y^2 \geq 1$, $y \geq |x|$ $[\frac{15}{4}\pi]$
3. $\iint_{\Omega} (x^2 - x + y^2) \, dx dy$, $\Omega : x^2 + y^2 \leq 9$ $[\frac{81}{2}\pi]$
4. $\iint_{\Omega} x \, dx dy$, $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq x$ $[\frac{8}{3}(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})]$
5. $\iint_{\Omega} \frac{1}{x^2 + y^2 + 1} \, dx dy$, $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$, $x^2 + y^2 \geq 1$, $y \geq -x$, $x \leq 0$ $[\frac{\pi}{8} \ln \frac{5}{2}]$
6. $\iint_{\Omega} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy$, $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$, $x^2 + y^2 \geq 2$, $y \geq x$, $y \leq 0$ $[\frac{\sqrt{2}}{2} + 1]$
7. $\iint_{\Omega} \frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy$, $\Omega : x^2 + y^2 \leq 9$, $x^2 + y^2 \geq 1$, $y \geq x$, $x \geq 0$ $[4]$