

# Příklady: Lineární diferenciální rovnice druhého řádu

Základy vyšší matematiky (ZMTL), LDF MENDELU

---

## Homogenní rovnice

1.  $y'' - y' - 2y = 0$   $[y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}]$
2.  $y'' + 5y' + 6y = 0$   $[y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-2x}]$
3.  $y'' - 4y' = 0$   $[y = C_1 + C_2 e^{4x}]$
4.  $y'' - 4y = 0$   $[y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}]$
5.  $y'' + 4y = 0$   $[y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x]$
6.  $y'' - 4y' + 13y = 0$   $[y = C_1 e^{2x} \cos 3x + C_2 e^{2x} \sin 3x]$
7.  $y'' - 6y' + 9y = 0$   $[y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}]$
8.  $y'' - 8y' + 17y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3$   $[y = 2e^{4x} \cos x - 5e^{4x} \sin x]$
9.  $y'' + 2y' + y = 0, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = -1$   $[y = e^{1-x}(1 - x)]$

## Nehomogenní rovnice

1.  $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^{x+1}}$   $[y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} + e^{-x-1}(x - 1)]$
2.  $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$   $[y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x} + \frac{1}{5} e^{4x}]$
3.  $y'' - 3y' + 2y = x$   $[y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x + \frac{x}{2} + \frac{3}{4}]$
4.  $y'' - 5y' + 6y = x^2 e^x$   $[y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x} + e^x \left( \frac{x^2}{2} + \frac{3x}{2} + \frac{7}{4} \right)]$
5.  $y'' + 6y' + 9y = 3$   $[y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x} + \frac{1}{3}]$
6.  $y'' + 2y' + 2y = e^{-x}$   $[y = e^{-x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x + 1)]$
7.  $y'' + 2y' + 2y = e^{-x}$   $[y = e^{-x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x + 1)]$
8.  $y'' - 3y' + 2y = 5 \sin 2x$   $[y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x + \frac{3}{4} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x]$
9.  $y'' + y = x^3$   $[y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + x^3 - 6x]$
10.  $y'' + 4y = \cos 2x$   $[y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + \frac{1}{4} x \sin 2x]$
11.  $y'' - 2y' + 1 = x e^x$   $[y = C_1 e^x + C_2 x e^x + \frac{1}{6} x^3 e^x]$