

1	2	3	4	5	6	7	\sum

Jméno:

Datum:

1. [8b] Je zadaná matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Vypočtěte determinant z matice A .
- (b) Na základě hodnoty vypočteného determinantu odpovězte na otázky:
 - Jsou řádky matice lineárně závislé nebo nezávislé?
 - Existuje inverzní matice k matici A ?
- (c) Vypočtěte $A^2 - A^T$.

2. [6b] Najděte vlastní hodnoty a příslušné vlastní vektory pro matici

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. [8b] Zderivujte funkce:

- (a) $y = \frac{x^3}{x+2}$
 - (b) $y = \ln(x^2 + 1)$
 - (c) Vypočtěte parciální derivace podle x a y funkce $z = x^3y - 4xy^2 - \sqrt{x} + 1$.
4. [4b] Je zadaná funkce $y = \frac{x}{(x-3)^2}$ a její derivace $y' = \frac{-x-3}{(x-3)^3}$. Určete intervaly, kde funkce klesá, kde roste a najděte lokální extrémy.

5. [6 b.] Na hromadu písku ve tvaru kužele sypeme konstantní rychlostí další písek a kužel písku tak zvětšuje svůj objem. Předpokládejme, že tvar kužele je stále stejný a objem V lze pomocí výšky h vyjádřit vztahem

$$V = \frac{1}{4}h^3.$$

- (a) Vysvětlete, co vyjadřují veličiny $\frac{dV}{dt}$ a $\frac{dh}{dt}$.
- (b) Vypočtěte $\frac{dV}{dt}$.
- (c) Jak rychle roste hromada písku do výšky v okamžiku, kdy je hromada vysoká právě 2 metry, pokud rychlosť přisypávání je 3 dm^3 za minutu?

6. [8b] Vypočtěte integrály:

- (a) $\int e^{2x} dx$
- (b) $\int x \sin x^2 dx$
- (c) $\int_1^2 \sqrt{x} dx$

7. [10b] Otázky z teorie

- (a) Napište definici inverzní matice.
- (b) Napište definici derivace funkce f v bodě $x = x_0$.
- (c) Vysvětlete jak hodnota derivace v bodě x_0 souvisí s růstem/klesáním funkce.
- (d) Uveďte příklad funkce, která je v bodě x_0 spojitá a přitom v bodě x_0 neexistuje derivace (stačí nakreslit obrázek).
- (e) Napište definici primitivní funkce.

* K získání zápočtu je potřeba získat alespoň 25 bodů (včetně bonusových bodů).