

# SLOVNÍ VLÓHY NA DR - ŘEŠENÍ

(1) t ... čas

$h(t)$  ... hladina

$$h' = -k \cdot \sqrt{h}$$

$$\sqrt{h} dh = -k dt$$

$$2\sqrt{h} = -k \cdot t + C$$

(2) t ... čas

$y(t)$  ... množství rečistot v mládí

$$y' = -k \cdot y + p$$

p ... množství rečistot, které přítečnou za jednotku času (konst.)

$$\frac{1}{p-ky} dy = dt$$

$$\frac{-k}{p-ky} dy = -k dt$$

$$\ln|p-ky| = -kt + C$$

$$|p-ky| = e^{-kt} \cdot e^C$$

$$p-ky = C \cdot e^{-kt}$$

$$ky = p - C \cdot e^{-kt}$$

$$y = \frac{p}{k} - \frac{C}{k} \cdot e^{-kt}$$

$$y = A - B \cdot e^{-kt}$$

(3) t ... čas

$r(t)$  ... poloměr

$$r' = \frac{k}{r^2}$$

$$r^2 dr = k dt$$

$$\frac{r^3}{3} = k \cdot t + C$$

(4) t ... čas

$y(t)$  ... množství myší

$$y' = k \cdot y + a$$

a ... množství myší, kt. se přistěhuje za jednotku času (konst.)

$$\frac{1}{ky+a} dy = dt$$

$$ky+a = e^{kt+C}$$

$$\ln(ky+a) = kt + C$$

$$ky = e^{kt} \cdot e^C - a$$

$$y = \frac{1}{k} \cdot e^{kt} \cdot e^C - \frac{a}{k}$$

$$y = A \cdot e^{kt} - B$$

(5)

t ... čas

$y(t)$  ... koncentrace alkoholu v krví

$$\textcircled{a} \text{ Neutrální koncentrace : } y' = -k y \Rightarrow y = C \cdot e^{-kt}$$

$$y_0 \dots \text{počátk. množství koncentrace, t.j. } y(0) = y_0 \Rightarrow C = y_0$$

$$\Rightarrow y = y_0 \cdot e^{-kt}$$

\textcircled{b} Větší koncentrace

$$y' = -a \Rightarrow y = -a \cdot t + c$$

$$y(0) = y_0 \Rightarrow c = y_0 \Rightarrow y = y_0 - a \cdot t$$

a ... výměna objemu (konstanta)

(6)

t ... čas

$V(t)$  ... objem

$S(t)$  ... povrch

$$\frac{dV}{dt} = k \cdot S$$

↑ množství objemu

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{3}{4}\frac{V}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3}{4}\frac{V}{\pi}}$$

$$S = 4\pi r^2 \Rightarrow S = 4\pi \left(\sqrt[3]{\frac{3}{4}\frac{V}{\pi}}\right)^2 \\ = \sqrt[3]{64\pi^3 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{\pi^2}} \cdot V^{2/3} \\ = \sqrt[3]{36\pi} \cdot V^{2/3}$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = k \cdot \underbrace{\sqrt[3]{36\pi}}_a \cdot V^{2/3}$$

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = a \cdot V^{2/3}}$$

$$V^{-2/3} dV = a dt$$

$$3 \cdot V^{1/3} = at + C$$

(7)

t ... čas

 $T(t) \dots$  teplota kávy $T_v \dots$  teplota vzduchu (konst.)

$$\boxed{\frac{dT}{dt} = -k(T - T_v)}$$

$$\frac{1}{T - T_v} dT = -k dt$$

$$\ln(T - T_v) = -k \cdot t + C$$

$$\begin{aligned} T - T_v &= e^{-kt+C} = e^{-kt} \cdot e^C \\ \boxed{T = T_v + C \cdot e^{-kt}} &=: C \end{aligned}$$

K malému konzant  $C$  a  $k$  potřebujeme teplotu kávy ve dvou časových údajích.

$$\text{V čase } 0 \dots T(0) = 100 \quad (\text{právě uvařená})$$

$$\Rightarrow 100 = T_v + C \cdot e^0 \Rightarrow \boxed{C = 100 - T_v}$$

druhý údaj (např. zájemce teplotu po 5 minutách)  
náleží určit hodnotu  $k$ .

(8)

t ... čas

 $l(t) \dots$  délka živočicha $L_{\max} \dots$  maximální délka živočicha

$$\boxed{l' = k(L_{\max} - l)}$$

$$\frac{-1}{L_{\max} - l} dl = -k dt$$

$$\ln(L_{\max} - l) = -k \cdot t + C$$

$$L_{\max} - l = e^{-k \cdot t} \cdot e^C \Rightarrow l = L_{\max} - e^C \cdot e^{-kt}$$