

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|--------|
|   |   |   |   |   |   |   |        |

Jméno: .....

Datum: .....

1. [8b] Jsou zadané matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Určete, které ze součinů  $AB$ ,  $BA$ ,  $BC$ ,  $CA$  lze spočítat a tyto spočtěte. U ostatních zdůvodněte, proč výpočet nelze provést.
- (b) Vypočtěte determinant z matice  $A$ .
- (c) Vypočtěte  $C^2$ .

2. [6b] Uvažujme soustavu lineárních rovnic:

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 3$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 = 3$$

- (a) Pomocí Gaussovy eliminační metody najděte řešení soustavy.
- (b) Zapište soustavu pomocí maticového násobení.

3. [8b] Zderivujte funkce:

$$(a) y = x^3 \sin x$$

$$(b) y = \sqrt{x^2 - x + 2}$$

- (c) Vypočtěte parciální derivace podle  $x$  a  $y$  funkce  $z = x^3 \ln(2x - y)$ .

4. [4b] Je zadaná funkce  $y = 2x^3 - 9x^2$ . Určete intervaly, kde je funkce rostoucí, kde je klesající a najděte lokální extrémy.

5. [6b.] Graficky, pomocí vrstevnic, najděte absolutní extrémy funkce

$$z = 2x + y$$

na množině určené nerovnostmi:

$$x + y \leq 3$$

$$x - 2y \leq 0$$

$$-x + y \leq 2$$

$$x, y \geq 0.$$

6. [8b] Vypočtěte integrály:

$$(a) \int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx$$

$$(b) \int \frac{1}{2x + 1} dx$$

$$(c) \int_1^2 (x^2 - 2x) dx$$

7. [10b] Otázky z teorie

- (a) Nechť  $A$  je čtvercová matice. Napište jak souvisí existence inverzní matice  $A^{-1}$  s hodnotou determinantu této matice.

- (b) Napište definici parciální derivace funkce  $f(x, y)$  v bodě  $(x_0, y_0)$  podle proměnné  $x$ .

- (c) Napište definici stacionárního bodu funkce jedné i dvou proměnných.

- (d) Napište definici primitivní funkce a napište tři primitivní funkce k funkci  $\cos x$ .

\* K získání zápočtu je potřeba získat alespoň 25 bodů (včetně bonusových bodů).