Trabajo Integrador
Análisis Matemático I

Facultad:

. Ingeniería, Tecnología y Arquitectura

Carrera:

. Ingeniería en Sistemas de Información

Docente:

. Maria Elizabeth Mendoza

Alumnos:

. Gomez Jeronimo Adolfo

. Lopez lecube Lautaro

. Caminos Damian

. Arostegui Simon

Resolución

1) Link de presentación visual aquí → **Haz click aquí**

2) Dada las siguientes funciones:

I(x) = $x^4 - 20.5x^3 + 12x^2 + 110x + 200$ → **Ingresos**

C(x) = $-232 - 136x^2 + 548x$ → **Costos**

a. Calculo la función Beneficio **B(x)**:

B(X) = $x^4 - 20.5x^3 + 12x^2 + 110x + 200 - (-232 - 136x^2 + 548x)$

B(X) = $x^4 - 20.5x^3 + 148x^2 - 438x + 432$

b. Una vez hallamos la función Beneficio la derivamos e igualamos a 0 para hallar los puntos críticos:

B(X) = $x^4 - 20.5x^3 + 148x^2 - 438x + 432$

B'(X) = $4x^3 - 61.5x^2 + 296x - 438 = 0$

$x_1 = 2.88$

$x_2 = 7.25$

$x_3 = 5.23$

Con los siguientes puntos críticos vamos a reemplazar las variables de la derivada en la que

igualamos a 0.

B'(X) = $4.(2.88)^3 - 61.5(2.88)^2 + 296.(2.88) - 438 = -22.77$

B'(X) = $4.(7.25)^3 - 61.5\,(7.25)^2$+ 296 .$(7.25)$ - 438 = -13.53

B'(X) = $4.(5.23)^3 - 61.5\,(5.23)^2$+ 296 .$(5.23)$ - 438 = 5.02

c. Una vez tenemos los puntos críticos, calculamos la segunda derivada y reemplazamos la variable "x" por cada uno de los puntos para hallar los puntos Maximos y Minimos:

B''(X) = $3.4x^2 - 2.\ 61.5\,x$ + 296

B''(X) = $12x^2 - 123\,x$ + 296

$b_1(2.88) = 12\,.(2.88)^2 - 123\,.(2.88) + 296$ = 41.29 → **Mínimo**

$b_2(5.23) = 12\,.(5.23)^2 - 123\,.(5.23) + 296$ = 35 → **Mínimo**

$b_3(7.25) = 12\,.(7.25)^2 - 123\,.(7.25) + 296$ = -19.05 → **Maximo**

Evaluamos los intervalos tomando como referencia dos puntos intermedios a los puntos críticos:

B'(X) = $4.(3)^3 - 61.5\,(3)^2$+ 296 .(3) - 438 = 4.5

B'(X) = $4.(6)^3 - 61.5\,(6)^2$+ 296 .(6) - 438 = - 12

Podemos definir a los intervalos:

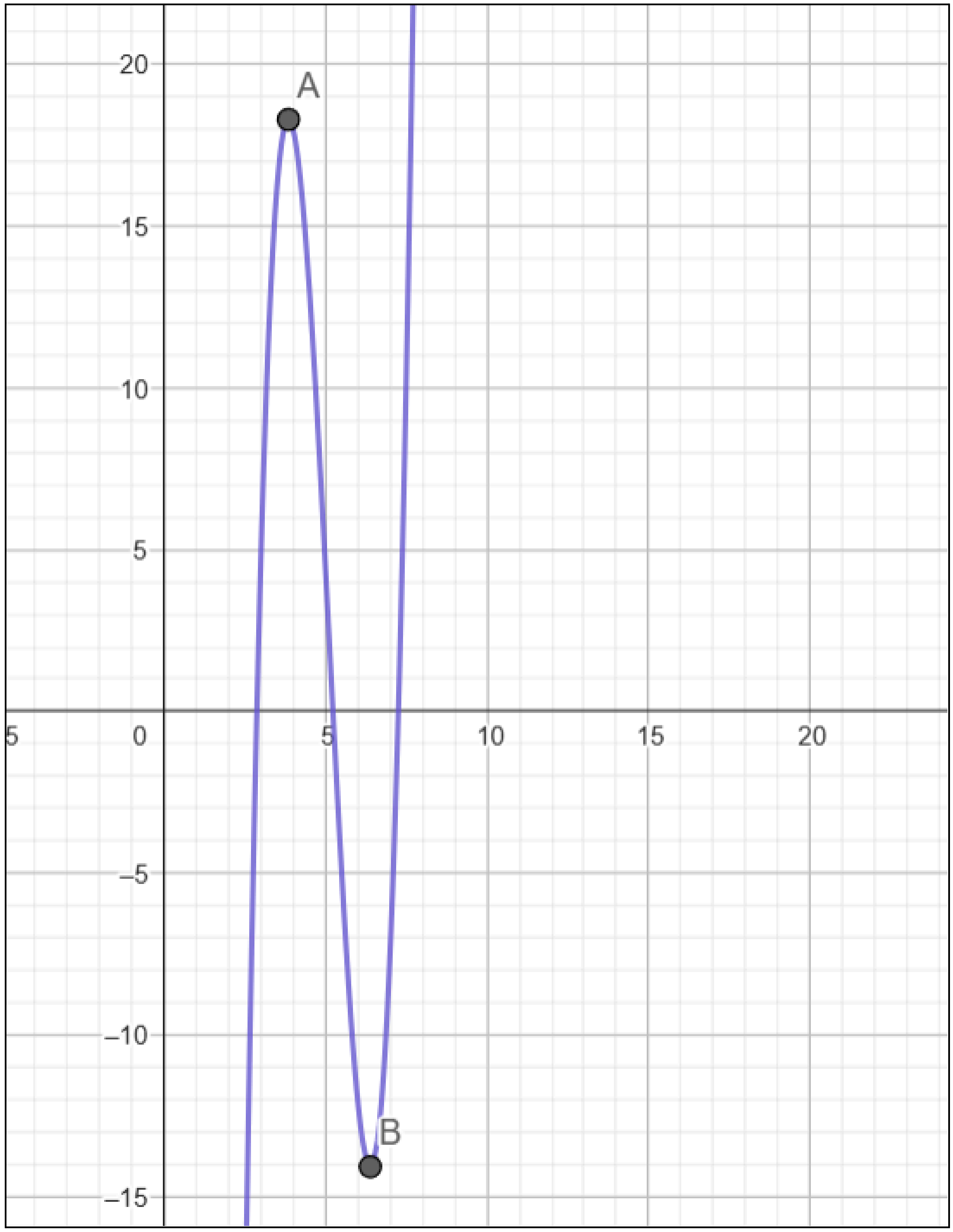
<u>Intervalos de Decrecimiento</u>

$(-\infty,\ 2.88)\ U\ (6, 7)$

<u>Intervalos de Crecimiento</u>

$(2.88\ ,\ 5.23)\ U\ (7.24\ ,\ \infty)$

d. Gráfico



20
15
10
5
0
–5
–10
–15
5
10
15
20
A
B

e. Tomamos la función Ingresos **I(x)** y Costos **C(x)** las derivamos:

I’(x) = $4x^3 - 3.20.5\,x^2$+ 2.12 x + 110

C’(x) = 2.- 136 x + 548

Donde para realizar el cálculo por cada año e incremento marginal debemos intercambiar la variable “x” por 10 para encontrar el cada valor de las ecuaciones.

I’(x) = $4.(10)^3 - 3.20.5\,(10)^2$+ 2.12 . (10) + 110 = -1800

C’(x) = 2.- 136 . (10) + 548 = -2172

Una vez encontramos los valores, realizamos la diferencia de **Ingresos - Costos** y como resultado vamos a obtener el Incremento Marginal.

IM = -1800 - 2172 = - 3972

3) Teorema del valor medio:

El teorema nos dice que:

Si f es una función continua en el intervalo $[a,b]$ y derivable en (a,b), entonces existe un punto $c \in (a,b)$ tal que $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

f(x)= x^2**- 3**x^2**+ 2**x en el intervalo cerrado **[0 , 2]**

- Sabemos que la función es continua en el intervalo cerrado **[0 , 2]**, porque es un polinomio y cualquier polinomio es continuo ya que siempre se encuentra definido dentro del conjunto de los reales.

- La derivada de un polinomio es otro polinomio, y el mismo siempre se encuentra definido, por lo tanto **f(x)** es derivable en **(0,2).**

1. Calculamos la derivada de la función:

f ’(x)= $3x^2 - 6x + 2$

2. Hallamos la pendiente, y para ello vamos a utilizar la siguiente fórmula:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

El resultado es:

$$f\,'(c) = \frac{(2)^3 - 3.(2)^2 + 2.(2) - ((0)^3 - 3.(0)^2 + 2.(0)}{2 - 0} = \frac{0}{2} = 0$$

3. Cálculo de “c”

- Se reemplaza “c” por x en la derivada:

f´’(c)= $3c^2 - 6c + 2$

- Luego, despejamos:

3c^2**- 6**c **+ 2= 0** → Mediante la fórmula resolvente nos queda que

$$\frac{-(-6)+-\sqrt{(-6)^2-4.(3).(2)}}{2.(3)} =$$

Las raíces son las siguientes:

$c_1 \approx$ **1,57** $c_2 \approx$ **0,42**

Cabe aclarar que estos resultados deben pertenecer al intervalo **[0 , 2].**

En estos puntos se encuentran las dos rectas tangentes que son paralelas al segmento de recta que une los extremos a y b.

4) Área encerrada entre 2 curvas

f (x) = 8 -2x^2

g (x) = 4-x^2

1er paso: Igualar las funciones y despejar

8 -2x^2= 4-x^2

8 -2x^2- 4+x^2=0

4 - x^2 = 0

$-1.x^2$ = -4.-1 **(se multiplica -1 en ambos lados para eliminar el negativo)**

x^2 = 4

x = $\sqrt{4}$

$x_1 = 2$ $\quad\quad x_2 = -2$

<u>2do paso:</u> Elegimos un valor intermedio entre a y b, e evaluarlo en las funciones

f (0)=8-2.0^2 = 8 $\quad\quad$ g (0)= 4-.0^2= 4

El resultado mayor es techo mientras que el menor es piso, en este caso **f(x)** es techo y **g(x)** es piso ya que 8 **>** 4.

<u>3er paso:</u> Definimos la integral

$$\int_{-2}^{2} 8 - 2x^2 - 4 - x^2 \, dx$$

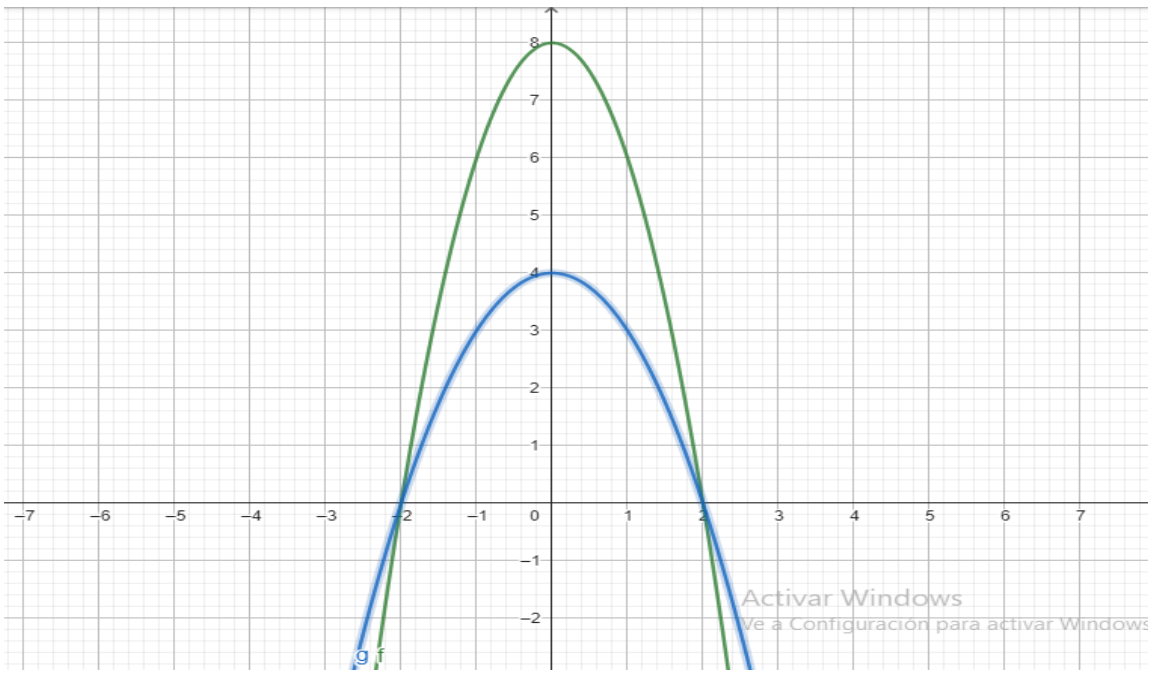
$$\int_{-2}^{2} 4 - x^2 \, dx$$

$$= 4x - \frac{x^3}{3} \, /$$

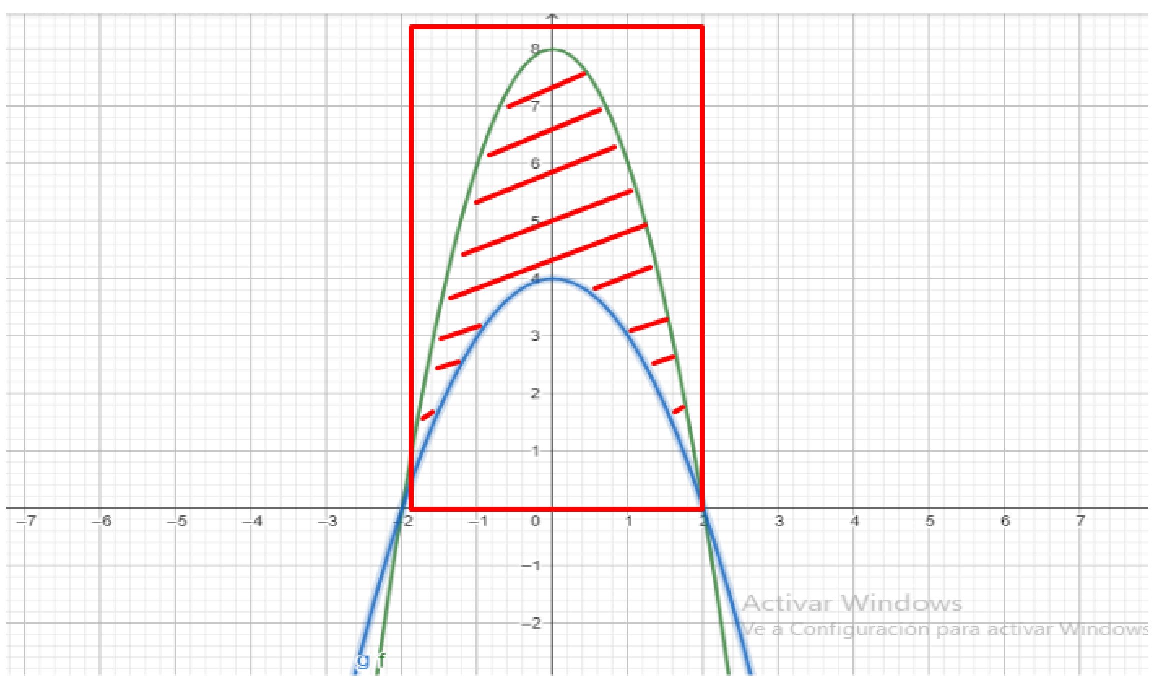
$$(4.(2) - \frac{(2)^3}{3}) - (4.(-2) - \frac{(-2)^3}{3}) \longrightarrow \text{Se evalúa en a - b}$$

$\frac{16}{3} - (- \frac{16}{3}) = \frac{32}{3}$ (Resultado correspondiente al área encerrada entre estas dos curvas)

4) Gráfico



Donde la función **verde** sería **f(x)** y la **azul** **g(x)**, se visualiza que **f(x)** es techo y **g(x)** es piso.



Lo que se encuentra pintado de **rojo** se define como el área encerrada entre las dos curvas.