Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Diese Arbeit setzt sich zum Ziel die CAPM Methode aus der Finanzmarkttheorie zu erläutern und praktische Anwendungsmethoden aufzuzeigen. Die Methode wird anhand historischer Daten aus dem NASDAQ-100 analysiert. Anschliessend folgt eine Diskussion über die Gültigkeit und Güte der CAPM Methode.

2. Vorgehensweise

Zuerst wird die Theorie über die CAPM erklärt und die zugrundeliegenden mathematischen Methoden erläutert. Auf Basis der Theorie wird mittels einem Programm, die Methode auf einen realen Datensatz angewandt. Die Begriffe sowie das Umfeld werden erklärt und die verwendeten Parameter erläutert. Die Resultate der Berechnung werden in einem letzten Teil auf Güte untersucht und diskutiert.

Etwas sagen über die Zeitreihe. Heutiges Datum bis 1 Jahr zurück -> aufgeteilt in 2 hälften, CAPM wird auf die erste Reihe angewendet. Zweite Reihe dient zur validierung

3. Definition, Theorie und Relevanz der CAPM

Die **C**apital **A**sset **P**ricing **M**ethode baut auf der Portfolio-Theorie von Harry Markowitz auf. Sie dient dazu risikobehaftete Wertpapiere bezüglich der erwarteten Rendite zu bewerten. Der Methode liegen einige Annahmen zugrunde:

- Jeder Investor trifft die Auswahlkriterien nur aufgrund der erwarteten Renditen.
- Der risikofreie Zinssatz ist gleich für jeden Teilnehmer.
- Es gibt keine Transaktionskosten.

Das CAPM ist definiert als:

$$\bar{r}_i - r_{rf} = \beta_i(\bar{r}_M - r_{rf})$$

Das $\bar{r}_i$ ist die erwartete Rendite des Instruments i, während $\bar{r}_M$ die erwartete Rendite des Marktportfolios ist. Der risikofreie Zins ist definiert als r_{rf}.

Über das β_i kann man Aussagen darüber machen, wie sich ein Instrument i gegenüber dem Marktportfolio verhält.

Das β_i ist definiert als:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

Das β ist also die Kovarianz eines Instruments mit dem Marktportfolio, welches mit der Varianz des Marktportfolios normalisiert wird.

Falls für ein Instrument i ein β_i von 1 gelten würde, dann heisst das für dieses Instrument, dass es sich gleich wie das Marktportfolio verhält. Bei einem $\beta_i = 2$ würde sich das Instrument um das doppelte volatiler Verhalten das das Marktportfolio.

Habe das Marktportfolio eine erwartete Rendite von $\bar{r}_M = 10\%$ dann hätte das Instrument i bei einem β_i von 2 eine erwartete Rendite von $\bar{r}_i = 20\%$ und wäre somit auch von einem grösserem Risiko als das Marktportfolio verbunden.

Das Ziel der CAPM-Formel ist es, ein Wertpapier zu bewerten, ob ihr Risiko und der Zeitwert des Geldes verglichen mit der erwarteten Rendite fair ist. Mit den vom CAPM bewerteten Wertpapieren lässt sich somit ein effizientes Portfolio erstellen.

4. Marktportfolio und Risikofreier Zins

4.1. NASDAQ 100

Für unsere Analyse verwenden wir als Marktportfolio den NASDAQ-100 Index der als Substitution vom Markt dienen soll. In diesem Stockexchange sind 100 grosse Unternehmen eingebunden. Unternehmen aus dem Finanzsektor sind komplett ausgeschlossen. Im NASDAQ-100 sind Unternehmen wie Apple, Microsoft oder Alphabet (Google) vertreten. Über die letzten 5 Jahre hat des NASDAQ-100 einen Return von 155% erbracht, über 10 Jahre sogar 240% (Stand 2018).

Über das Modul `yfinance` werden die einzelnen NASDAQ-100 Aktien sowie auch der gesamte NASDAQ-100 Index heruntergeladen.

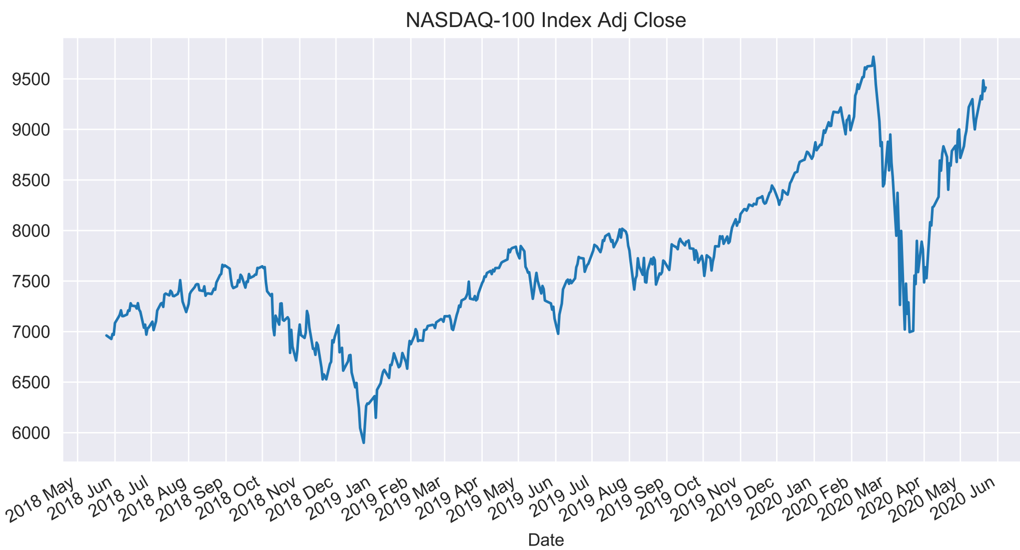

Abbildung 1: Visualisierung des NASDAQ-100 Index im Verlauf von heute bis 2 Jahre zurück.

Etwas über den Plot sagen, evtl Corona gegen Ende erwähnen?

4.2. Risikofreier Zins

Über die `fredapi` werden die täglichen Zinsraten für 6-monatige Staatsanleihen von der Federal Reserve Economic Data beschafft.

Aus dieser Zeitreihe wird der risikofreie Zins ermittelt. Der risikofreie Zins wird benötigt um die erwartete Überschussrendite der einzelnen NASDAQ-100 Wertpapieren und des NASDAQ-100 Indexes zu berechnen.

Der risikofreie Zins dient zusätzlich als risikofreie Anlagemöglichkeit für Investoren. Wertpapiere, besonders Aktien, sind mit einem gewissen Risiko verbunden. Ein Investor benötigt einen Anreiz um in eine risikobehaftete Anlageform zu investieren. Dieser Anreiz ist die Risikoprämie, dies bedeutet, dass die erwartete Rendite einer risikobehafteten Anlagemöglichkeit höher sein soll, als die der risikofreien Anlage.

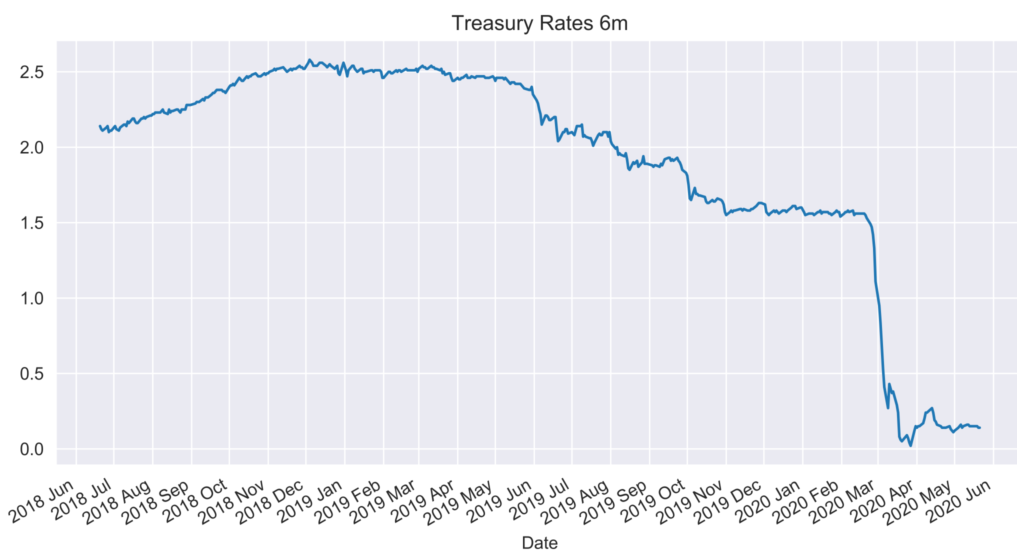

Abbildung 2: Zinsraten für 6-monatige Staatsanleihen.

Etwas über den Plot sagen, evtl Corona gegen Ende erwähnen?

5. Berechnungen

5.1. Schätzungen

5.1.1. Mittlerer Risikofreier Zins Aus der Zeitreihe für 1-jährige Staatsanleihen wird der mittlere risikofreie Zins r_{rf} berechnet.

```
ir_rf_1 = fred_1.mean()/100
ir_rf_2 = fred_2.mean()/100
```

5.1.2. Mittlere Renditen Mittlere Renditen der einzelnen Wertpapieren sowie auch des Marktportfolios.

```
# Mittlere Renditen der aufgeteilten Zeitreihen
r_i_1 = log_return_1.mean()*len(log_return_1)
r_i_2 = log_return_2.mean()*len(log_return_2)

df1 = pd.DataFrame({"Exp Ret": r_i_1,},
                   index=r_i_1.index)

df2 = pd.DataFrame({"Exp Ret": r_i_2,},
                   index=r_i_2.index)

# Marktportfolio Renditen der aufgeteilten Reihen
r_M_1 = index_log_return_1.mean()*len(index_log_return_1)
r_M_2 = index_log_return_2.mean()*len(index_log_return_2)
```

5.1.3. Volatilitäten / Standardabweichung Standardabweichung

```
df1['Vola'] = log_return_1.std()*np.sqrt(len(log_return_1))
df2['Vola'] = log_return_2.std()*np.sqrt(len(log_return_2))

sd_M_1 = index_log_return_1.std()*np.sqrt(len(index_log_return_1))
sd_M_2 = index_log_return_2.std()*np.sqrt(len(index_log_return_2))
```

5.2. Kovarianzen

Kovarianz der einzelnen Aktien zum Marktportfolio. Die Kovarianz sagt aus blablablubiblub.

$$\operatorname{cov}(r, r_M) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(r_i - \hat{\bar{r}})(r_{Mi} - \hat{\bar{r}}_M)$$

```
df1['Cov'] = np.repeat(0, len(df1['Vola']))
df2['Cov'] = np.repeat(0, len(df2['Vola']))

for i in df1['Vola'].index:
    # Kovarianz erste hälfte
    df1.loc[i, "Cov"] = np.cov(log_return_1[i],
    index_log_return_1.squeeze())[0][1]

for i in df2['Vola'].index:
    # Kovarianz zweite hälfte
    df2.loc[i, "Cov"] = np.cov(log_return_2[i],
    index_log_return_2.squeeze())[0][1]
```

5.3. Beta

Das Beta sagt wie vorhin balblublbububi

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

```
df1["Beta"] = df1["Cov"]/index_log_return_1.var()[0]
df2["Beta"] = df2["Cov"]/index_log_return_2.var()[0]
```

5.4. Ergebnisse

Man erhält einen risikofreien Zins von:

```
## 0.024
```

Für das Marktportfolio (NASDAQ-100 Index) erhält man eine mittlere Rendite von

```
## 0.048
```

mit einer Volatilität von

```
## 0.21
```

Tabellarische Aufführung der Ergebnisse der einzelnen NASDAQ-100 Wertpapieren. Es ist nur eine Auswahl der Wertpapieren aufgeführt.

```
##          Exp Ret      Vola       Cov      Beta
## GOOG   0.052349  0.267493  0.000190  1.070761
## GOOGL  0.049077  0.267141  0.000189  1.068952
## AAPL  -0.037197  0.306519  0.000210  1.185248
## FB    -0.021095  0.380120  0.000201  1.133398
## AMZN   0.124310  0.349153  0.000262  1.477978
## MSFT   0.265659  0.255862  0.000192  1.081322
```

6. Resultate

6.1. Wertpapierlinie

Die CAPM-Formel ist für ein einzelnes Instrument in graphischer Form eine Gerade: Die Wertpapierlinie.

Sie zeigt die Risiko-Preis-Struktur von Wertpapieren im Rahmen des CAPM auf.

Im Unterschied zur Kapitalmarktlinie wählt man auf der Abszisse das β oder die Kovarianz $\text{cov}(r, r_M)$.

Bei der Kapitalmarktlinie ist σ auf der Abszisse dargestellt, da hier nur das Risiko des Portfolios von interesse ist. Bei der Wertpapierlinie ist man an die einzelnen Instrumente interessiert und in den β's sind die gesamten Informationen enthalten.

$$r_i = r_{rf} + \beta_i(r_M - r_{rf}) + \epsilon_i$$

ϵ_i kann so gewählt werden, dass die Gleichung erfüllt ist.

$$E[\epsilon_i] = 0$$

und

$$\text{cov}(\epsilon_i, r_M) = 0$$

```
## <matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot object at 0x0000000012EA1580>
```

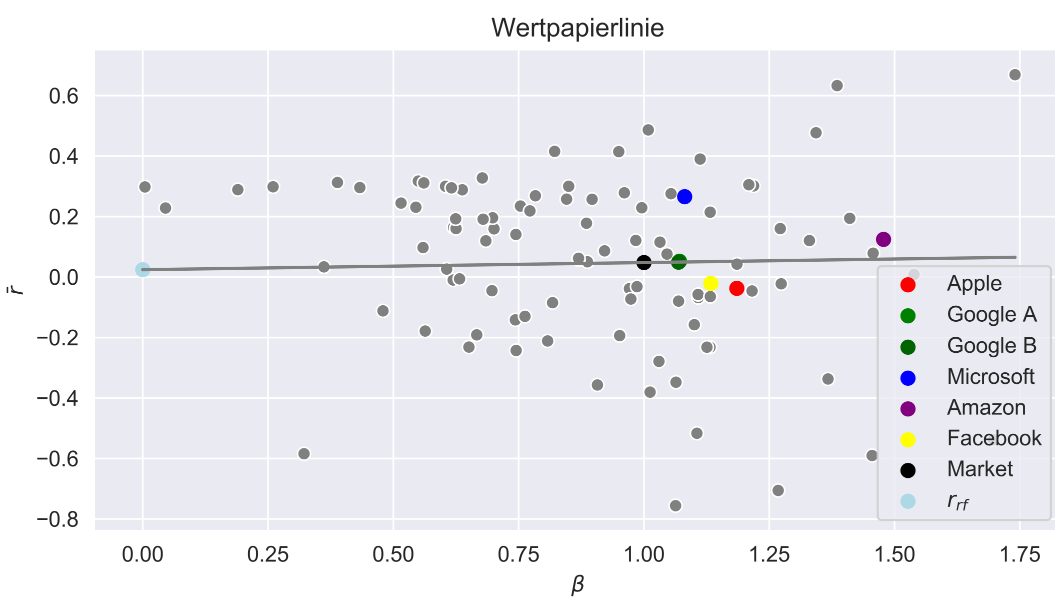

Abbildung 3: Wertpapierlinie sämtlicher Wertpapiere des NASDAQ 100. Den NASDAQ-100 Index als Marktportfolio und die 1-jährigen Staatsanleihen Zinsraten als risikofreie Anlagealternative.

Etwas über die Plots sagen? Was sagt die Wertpapierlinie hier genau über die einzelnen Wertpapiere aus?

6.2. Kapitalmarktlinie

Die Kapitalmarktlinie zeigt für ein effizientes Portfolio an, in welcher Beziehung die Rendite und Risiko stehen.

Mit steigendem Risiko steigt auch die erwartete Rendite.

$$\bar{r} = r_{rf} + \frac{\bar{r}_M - r_{rf}}{\sigma_M} * \sigma$$

```
## <matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot object at 0x0000000004660040>
```

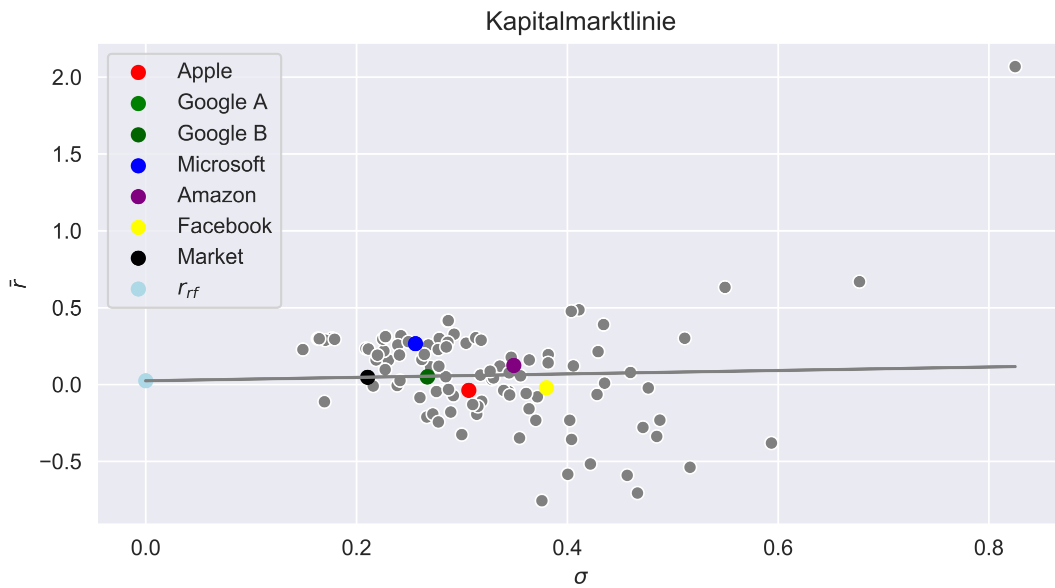

Abbildung 4: Kapitalmarktlinie

Etwas über die Plots sagen? Was sagt die Kapitalmarktlinie hier genau über die einzelnen Wertpapiere aus?

6.3. Portfolio

Effizienzlinie

Gewichtetes Portfolio, evtl ein Beispiel, evtl GAFAM?

Bsp: Annahme ein Investor sei ein Technik-Freak und möchte in Tech-Unternehmen investieren und möchte wissen wie das Portfolio performt.

7. Fazit

Probleme mit dem Schätzverfahren

CAPM allgemein, kontroversen? Probleme? Die vielen Annahmen?