

problema-di-trasporto

July 10, 2021

1 problema di trasporto

Una società di logistica movimentata container vuoti da M magazzini a P porti.

La richiesta dei porti (vedi tabella) può essere soddisfatta prelevando i container vuoti da uno qualsiasi dei magazzini.

Ogni magazzino, tuttavia, ha una disponibilità limitata di container (vedi tabella)

La movimentazione avviene attraverso una flotta di camion, ognuno dei quali può trasportare al massimo 2 container.

Il costo di ogni viaggio dipende dalla distanza che intercorre tra magazzino e porto ed è descritto dalla seguente tabella:

	Container richiesti
La Spezia	20
Trieste	15
Ancona	25
Napoli	33
Bari	21
	Container vuoti
Padova	10
Arezzo	12
Roma	20
Teramo	24
Lecce	18
Catanzaro	40

	La Spezia	Trieste	Ancona	Napoli	Bari
Padova	8.700	3.450	10.650	21.450	24.300
Arezzo	11.400	10.200	4.950	11.400	18.300
Roma	15.150	15.900	8.550	6.600	13.500
Teramo	19.650	13.500	4.650	7.200	9.450
Lecce	30.300	25.200	16.500	9.150	2.850
Catanzaro	32.160	32.910	22.410	11.160	9.990

Come devono essere organizzate le consegne al fine di minimizzare il costo totale di movimentazione?

1.1 modello di programmazione matematica

Indici

- $i \in \mu \equiv \{1, \dots, M\}$
- $j \in \pi \equiv \{1, \dots, P\}$

Parametri

- m_i disponibilità, in numero di container, dell' i -esimo magazzino
- r_j domanda del porto j -esimo
- c_{ij} costo di trasporto tra il magazzino i e il porto j

Variabili decisionali

- x_{ij} numero di container inviati dal magazzino i al porto j
- y_{ij} numero di camion che viaggiano dal magazzino i al porto j

$$\begin{aligned} x_{ij}, y_{ij} &\geq 0 \\ x_{ij}, y_{ij} &\in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Funzione Obiettivo

$$\min \sum_{i \in \mu} \sum_{j \in \pi} c_{ij} y_{ij}$$

Vincoli

$$\text{Disponibilità:} \quad \sum_{j \in \pi} x_{ij} \leq m_i \quad \forall i \in \mu$$

$$\text{Richiesta:} \quad \sum_{i \in \mu} x_{ij} \geq r_j \quad \forall j \in \pi$$

$$\text{Capacità camion:} \quad 2y_{ij} \geq x_{ij} \quad \forall i \in \mu, \forall j \in \pi$$

```

[24]: from pyomo.environ import *

model = ConcreteModel('problema di trasporto')

i = [ 'Padova', 'Arezzo', 'Roma', 'Teramo', 'Lecce', 'Catanzaro' ]
m = [ 10, 12, 20, 24, 18, 40 ]

j = [ 'La Spezia', 'Trieste', 'Ancona', 'Napoli', 'Bari' ]
r = [ 20, 15, 25, 33, 21 ]

c = [[ 8700, 3450, 10650, 21450, 24300],
      [11400, 10200, 4950, 11400, 18300],
      [15150, 15900, 8550, 6600, 13500],
      [19650, 13500, 4650, 7200, 9450],
      [30300, 25200, 16500, 9150, 2850],
      [32160, 32910, 22410, 11160, 9990]]

model.i = Set(initialize=i)
model.j = Set(initialize=j)

c_dict = {}
for i, mi in enumerate(model.i):
    for j, mj in enumerate(model.j):
        c_dict[mi, mj] = c[i][j]

m = {mi: m[i] for i, mi in enumerate(model.i)}
r = {mj: r[j] for j, mj in enumerate(model.j)}

model.m = Param(model.i, initialize=m)
model.r = Param(model.j, initialize=r)
model.c = Param(model.i, model.j, initialize=c_dict)

model.x = Var(model.i, model.j, domain=NonNegativeIntegers, initialize=0)
model.y = Var(model.i, model.j, domain=NonNegativeIntegers, initialize=0)

obj_expr = sum(sum(model.c[i, j]*model.y[i, j] for j in model.j) for i in model.i)
model.cost = Objective(expr = obj_expr, sense=minimize)

model.constraints = ConstraintList()
for i in model.i:
    model.constraints.add(expr = sum(model.x[i, j] for j in model.j) <= model.m[i])
for j in model.j:
    model.constraints.add(expr = sum(model.x[i, j] for i in model.i) >= model.r[j])
for i in model.i:
    for j in model.j:
        model.constraints.add(expr = 2*model.y[i, j] >= model.x[i, j])

SolverFactory('glpk').solve(model)
model.display()

```

Model problema di trasporto

Variables:

x : Size=30, Index=x_index

Key	: Lower	: Value	: Upper	: Fixed	: Domain
('Arezzo', 'Ancona')	: 0	: 1.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Arezzo', 'Bari')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Arezzo', 'La Spezia')	: 0	: 6.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Arezzo', 'Napoli')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Arezzo', 'Trieste')	: 0	: 5.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'Ancona')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'Bari')	: 0	: 4.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'La Spezia')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'Napoli')	: 0	: 26.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'Trieste')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Lecce', 'Ancona')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Lecce', 'Bari')	: 0	: 17.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Lecce', 'La Spezia')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Lecce', 'Napoli')	: 0	: 1.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Lecce', 'Trieste')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Padova', 'Ancona')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Padova', 'Bari')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Padova', 'La Spezia')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Padova', 'Napoli')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Padova', 'Trieste')	: 0	: 10.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Roma', 'Ancona')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Roma', 'Bari')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Roma', 'La Spezia')	: 0	: 14.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Roma', 'Napoli')	: 0	: 6.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Roma', 'Trieste')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Teramo', 'Ancona')	: 0	: 24.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Teramo', 'Bari')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Teramo', 'La Spezia')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Teramo', 'Napoli')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Teramo', 'Trieste')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers

y : Size=30, Index=y_index

Key	: Lower	: Value	: Upper	: Fixed	: Domain
('Arezzo', 'Ancona')	: 0	: 1.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Arezzo', 'Bari')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Arezzo', 'La Spezia')	: 0	: 3.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Arezzo', 'Napoli')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Arezzo', 'Trieste')	: 0	: 3.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'Ancona')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'Bari')	: 0	: 2.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'La Spezia')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'Napoli')	: 0	: 13.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Catanzaro', 'Trieste')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Lecce', 'Ancona')	: 0	: 0.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers
('Lecce', 'Bari')	: 0	: 9.0	: None	: False	: NonNegativeIntegers

('Lecce', 'La Spezia') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Lecce', 'Napoli') :	0 :	1.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Lecce', 'Trieste') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Padova', 'Ancona') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Padova', 'Bari') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Padova', 'La Spezia') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Padova', 'Napoli') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Padova', 'Trieste') :	0 :	5.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Roma', 'Ancona') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Roma', 'Bari') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Roma', 'La Spezia') :	0 :	7.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Roma', 'Napoli') :	0 :	3.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Roma', 'Trieste') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Teramo', 'Ancona') :	0 :	12.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Teramo', 'Bari') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Teramo', 'La Spezia') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Teramo', 'Napoli') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers
('Teramo', 'Trieste') :	0 :	0.0 :	None :	False :	NonNegativeIntegers

Objectives:

```
cost : Size=1, Index=None, Active=True
      Key : Active : Value
      None : True : 468510.0
```

Constraints:

```
constraints : Size=41
      Key : Lower : Body : Upper
      1 : None : 10.0 : 10.0
      2 : None : 12.0 : 12.0
      3 : None : 20.0 : 20.0
      4 : None : 24.0 : 24.0
      5 : None : 18.0 : 18.0
      6 : None : 30.0 : 40.0
      7 : 20.0 : 20.0 : None
      8 : 15.0 : 15.0 : None
      9 : 25.0 : 25.0 : None
     10 : 33.0 : 33.0 : None
     11 : 21.0 : 21.0 : None
     12 : None : 0.0 : 0.0
     [...]
     41 : None : 0.0 : 0.0
```

[]: