

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Corso Di Laurea In Fisica

LABORATORIO DI FISICA
A.S. 2020/2021 — Canale A-L

Catena Elettronica

CIGAGNA SIMONE
1193992
simone.cigagna@studenti.unipd.it

Docenti
Prof. A. Garfagnini
Prof. M. Lunardon

DATA ESPERIENZA
13/01/2021 - 14/01/2021

1 Obiettivi

In questa esperienza ci si propone di realizzare una versione semplificata di una catena elettronica per un rilevatore di radiazione, costituita da un preamplificatore, uno shaper e un amplificatore non invertente. In particolare, si studia la linearità e le risposta in frequenza dei componenti presi singolarmente, oltre che della catena completa.

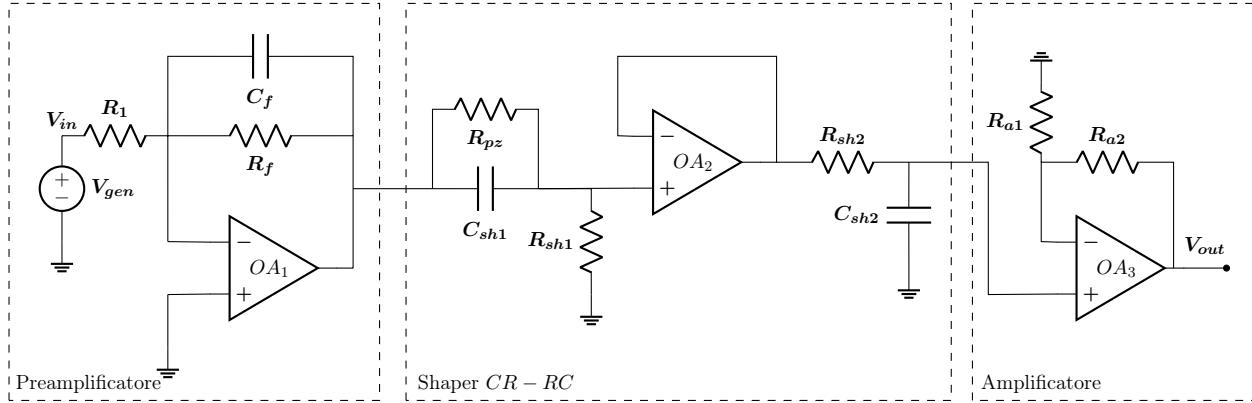


Figura 1: Schema a variabile concentrate della catena elettronica completa.

2 Apparato Sperimentale

Gli strumenti che si utilizzano nel corso dell'esperienza sono i seguenti:

- Multimetro digitale Tenma 72-13430
- Oscilloscopio Picoscope 2204A con due sonde di compensazione e con un generatore di funzioni incorporato
- Due circuiti integrati TL082 contenenti due amplificatori operazionali ciascuno
- Breadboard con scheda di alimentazione $-12/0/12\text{ V}$
- Resistori e condensatori di diversa taglia

3 Preamplificatore Di Carica

In questa sezione si verifica l'effetto di integrazione di carica del primo modulo della catena elettronica, ovvero un circuito RC con un amplificatore operazionale invertente. Inoltre, si verifica la linearità della tensione massima in uscita rispetto alla carica che raggiunge il condensatore e si studia la risposta in frequenza del circuito.

3.1 Configurazione Sperimentale

Viene assemblato sulla breadboard il primo modulo in Figura 1 utilizzando le resistenze e la capacità riportati in Tabella 1 e si collegano due sonde di compensazione 10X nei punti V_{in} e V_{out} in modo da poter rilevare il segnale di tensione nei canali A e B dell'oscilloscopio. L'amplificatore viene alimentato con la scheda di alimentazione a $\pm 12\text{ V}$ e si aggiungono due capacità da 100 nF tra i pin dell'operazionale riservati all'alimentazione e la massa, in modo da attenuare eventuali fenomeni di oscillazione dovuti all'alto guadagno. Si configura quindi il generatore di funzioni incluso nel Picoscope in modo da generare un impulso di tensione negativo di -1 V , partendo da un'quadra e configurando il duty cycle al 99.5%. In questo modo, selezionando una frequenza di 1 kHz , si ottiene una durata dell'impulso di

Misure dirette dei componenti del circuito		
Label	Valore	F.S.
R_1	$82.0 \pm 0.4 \text{ k}\Omega$	$200 \text{ k}\Omega$
R_f	$816 \pm 4 \text{ k}\Omega$	$2 \text{ M}\Omega$
C_f	$0.189 \pm 0.004 \text{ nF}$	2 nF

Tabella 1: Si mostrano in tabella i valori e le incertezze delle componenti usate in questa sezione, misurati con il multimetro Tenma. È stato riportato anche il fondo scala usato.

5 us e, tenendo conto della resistenza R_{in} in serie, si può interpretare come un impulso di corrente con una resistenza in parallelo, simulando quindi l'output di un rilevatore di radiazione. Si nota però che, a causa dei limiti tecnici del PicoScope 2204A, la durata del segnale non è stabile e non si presenta come un'onda quadra perfetta, ma appare smussata. Tutte le misure vengono quindi eseguite mettendo prima in pausa l'acquisizione del segnale e si assume come valore del priodo quello nominale, con un'incertezza sistematica $\sigma_T = 3\%$. Infine, si configura l'oscilloscopio in modalità DC , in quanto i circuiti utilizzati possono generare una tensione continua sotto i segnali che si vuole analizzare. Si decide inoltre di considerare come zero delle misure di tensione proprio questa baseline, utilizzando due cursori per ogni misura e registrando la differenza tra di essi.

Si vuole infine riportare la presenza di fenomeni di interferenza che sono stati osservati a intervalli irregolari nel corso dell'esperienza: il primo, come mostrato in Figura 2, si presenta come una serie di pacchetti d'onda ad alta frequenza e distanziati 5 – 10 us, che non ha influenzato particolarmente l'acquisizione delle misure; la seconda tipologia di interferenza, più rara, verrà invece mostrata in Figura 9, e come si spiegherà nella Sezione 4.4, ha disturbato il segnale al punto da complicare sensibilmente la presa dei dati. Dopo aver controllato con attenzione che tutti i cavi facessero bene contatto, si è giunti alla conclusione che l'origine delle interferenze sia da attribuire ai numerosi dispositivi elettronici presenti in prossimità del circuito.

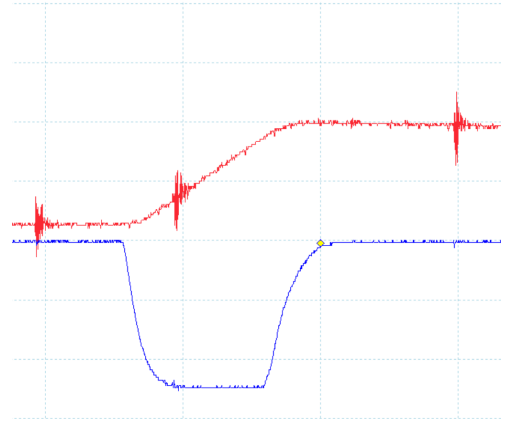


Figura 2: Screenshot che mostra il primo fenomeno di interferenza (0.4 V/div e 5 us/div).

3.2 Analisi del circuito

Il sistema costituito dal generatore reale (di resistenza $R_G \approx 0.6 \text{ k}\Omega$) e dalle capacità parassite dei cavi in ingresso ($C_i \approx 100 \text{ pF}$) presenta una frequenza di taglio di circa 3 MHz, molto più grande delle frequenze in gioco e pertanto il generatore può essere assunto ideale. Risolvendo il circuito del preamplificatore (assumendo ideale l'amplificatore operazionale) si ottiene la funzione di trasferimento

$$A(s) = -\frac{1}{R_1 C_f} \frac{1}{s + 1/\tau_{pre}} \quad \tau_{pre} = R_f C_f = 0.154 \pm 0.004 \text{ ms} \quad (1)$$

da cui si prevede che il circuito si comporterà come un filtro passa basso con frequenza di taglio

$$f_t = \frac{1}{2\pi \tau_{pre}} = 1.03 \pm 0.02 \text{ kHz} \quad \sigma_{f_t} = f_t \sqrt{\left(\frac{\sigma_{R_f}}{R_f}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{C_f}}{C_f}\right)^2} \quad (2)$$

Si prevede inoltre che la risposta del circuito ad un segnale a gradino sia, per tempi inferiori al periodo T , una crescita lineare proporzionale alla carica $Q_{in}(t)$ che raggiunge il preamplificatore

$$V_{out} = -\frac{Q_{in}(t)}{C_f} = -\frac{I_{in}}{C_f} t = -\frac{V_{in}}{R_1} \frac{t}{C_f} \quad \text{per } 0 < t < T \quad (3)$$

dove I_{in} rappresenta la corrente che scorre nella resistenza di ingresso R_1 . Per tempi maggiori invece, ci si aspetta una decrescita esponenziale

$$V_{out} = -\frac{Q_C}{C_f} e^{-\frac{t}{\tau_{pre}}} = -\frac{I_{in} T}{C_f} e^{-\frac{t}{\tau_{pre}}} \quad \text{per } t > T \quad (4)$$

dove Q_C rappresenta la carica totale accumulata dal preamplificatore. Si prevede quindi di osservare una tensione massima $V_{max} = Q_C/C_f$ e, per verificare il funzionamento dell'apparato sperimentale, si confronta questo valore con una misura diretta della tensione massima rilevata dall'oscilloscopio: si manda in ingresso un segnale a gradino di periodo $T = 5 \mu s$ con ampiezza $-1 V$ e si utilizzando i cursori verticali per misurare il massimo del segnale in V_{out} rispetto alla baseline. Si associa quindi al valore letto l'incertezza sistematica sommata quadraticamente all'errore di lettura. Sebbene tecnicamente le misure di tensione siano riferite a due cursori, si sceglie di non considerare il termine $\sqrt{2}$ nella propagazione per evitare sovrastime eccessive dell'errore, in quanto l'oscilloscopio misura la differenza tra due cursori con una precisione paragonabile a quella della singola misura

$$V_{max}^{sp} = 0.344 \pm 0.006 V \quad \sigma_{V_{max}^{sp}} = \sqrt{(\sigma_L \times \text{scala})^2 + (\sigma_K \times V_{max}^{sp})^2} \quad (5)$$

dove $\sigma_K = 1.7\%$ rappresenta l'errore di scala fornito dal costruttore (assumendo una distribuzione uniforme) mentre σ_L rappresenta l'errore di lettura che si attribuisce principalmente alla discretizzazione del segnale e si calcola quindi a partire dalla risoluzione dell'oscilloscopio $\Delta_L = 1/2^n$. Nel caso del Picoscope 2204A, vale $n = 8$ bits e si ottiene quindi $\sigma_L = 0.002$. Dalle considerazioni precedenti, invece, segue che la tensione massima attesa vale

$$V_{max}^{th} = 0.323 \pm 0.012 V \quad \sigma_{V_{max}^{th}} = V_{max}^{th} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{C_f}}{C_f}\right)^2 + (\sigma_T)^2} \quad (6)$$

dove, per semplicità, si è trascurato l'errore su V_{in} e si assume il valore nominale del generatore. La compatibilità tra le due stime è $\lambda = 1.5$, cioè discreta.

3.3 Verifica della linearità del preamplificatore

Si vuole ora verificare la linearità della tensione massima di uscita V_{out} del preamplificatore rispetto alla carica in ingresso Q_{in} (Equazione 3). Si modifica quindi la durata dell'impulso del generatore tra $5 \mu s$ e $15 \mu s$ in modo da variare la quantità di carica iniettata e si misura il massimo del segnale rilevato, sempre rispetto alla baseline.

3.3.1 Analisi Dati

Per verificare la linearità del preamplificatore si vuole rappresentare i dati acquisiti in un grafico ed effettuare un fit, per poi stabilire in base all'andamento dei residui la validità dell'ipotesi. Alle tensioni (in ordinata) si associa un errore calcolato come nell'Equazione 5, considerando quindi sia la componente sistematica che quella casuale dell'errore, in quanto le misure sono state acquisite a scale diverse. Questo tuttavia introduce una correlazione tra i dati di cui il fit non tiene conto e che porta ad una sottostima degli errori dei parametri. Per quanto riguarda gli errori da associare alla carica in ingresso $Q_{in,i} = -\frac{V_{in}}{R_1} T_i$ (in ascissa) la situazione è più complicata. Essi infatti dipendono da tre fattori: l'errore sulla resistenza σ_{R_1} , sulla tensione $\sigma_{V_{in}}$ e sul periodo σ_{T_i} del segnale in ingresso. Tuttavia i primi due termini sono costanti per tutte le misure e l'errore sul periodo è solo sistematico e quindi anch'esso porta un contributo costante. Segue quindi che gli errori sulla carica sono totalmente correlati e non possono quindi essere presi in considerazione durante il fit. Si decide allora di calcolare due interpolazioni: in un primo momento si esegue la regressione lineare della tensione in uscita V_{out}^{max} rispetto al periodo T , si ricava il coefficiente angolare b e si proietta l'errore di scala del periodo secondo la formula $\tilde{\sigma}_b = \sqrt{\sigma_{b,fit}^2 + b^2 \sigma_T^2}$. Si esegue poi il fit di V_{out} rispetto a Q_{in} , trascurando gli errori delle

ascisse per le considerazioni precedenti. Dal grafico dei residui, che non dipende dagli errori sistematici, si valuta la linearità del preamplificatore, mentre, per dare una stima all'errore del coefficiente angolare m , si sfrutta la sua relazione con la pendenza b del primo fit

$$m = \frac{b}{I_{in}} = \frac{R_1}{V_{in}} b \quad \sigma_m = m \sqrt{\left(\frac{\tilde{\sigma}_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{V_{in}}}{V_{in}}\right)^2} \quad (7)$$

In Figura 3 vengono riportati i risultati del secondo fit, il cui grafico dei residui evidenzia un'ottima distribuzione attorno allo zero e in generale una buona stima degli errori sulle tensioni, indicata anche dall'errore a posteriori. Anche il chi quadro risulta in ottimo accordo con l'aspettativa teorica ($\lambda = 0.4$). Si conferma quindi l'ipotesi di linearità della tensione massima di uscita V_{out}^{max} rispetto alla carica Q_{in} che raggiunge il preamplificatore.

Dalla prima interpolazione invece, dopo aver proiettato il contributo di scala delle ascisse, si ottiene il coefficiente angolare $b = 0.057 \pm 0.002$ V e, utilizzando l'Equazione 3.3.1, si calcola il nuovo errore della pendenza $m = 4.7 \pm 0.2$ V. Per l'Equazione 3, l'inverso di questo coefficiente angolare corrisponde alla capacità C_f e infatti la stima $C_{fit} = 0.215 \pm 0.009$ nF è compatibile con il valore della capacità di feedback ottenuto da una misura diretta col multimetro, anche se debolmente ($\lambda = 2.5$). Tuttavia, l'Equazione 3 prevede anche che l'intercetta del fit in Figura 3 sia compatibile con lo zero, mentre risulta $\lambda = 5.9$. Si attribuisce questa anomalia alla presenza di errori sistematici, visto l'ottimo andamento dei residui attorno allo zero (ricordando che essi non sono affetti da errori sistematici costanti). Avendo però acquisito le misure di tensione rispetto alla baseline del segnale di fondo, si esclude la presenza di un errore di offset verticale delle ordinate. Inoltre, avendo considerato le incertezze di scala delle tensioni nel fit e osservando che errori di guadagno (costanti) delle ascisse non hanno effetto sull'intercetta, si attribuisce lo sfasamento dell'intercetta ad un errore di offset dei periodi. La scelta di attribuire solo un'incertezza sistematica ($\sigma_T = 3\%$ del valore nominale), spiegata nella Sezione 3.1, va infatti interpretata come un'assunzione per semplificare i conti, più che un'analisi esaustiva dell'errore. Si ricorda, infine, che avendo considerato gli errori sistematici delle tensioni nei fit, si è introdotta una correlazione che porta ad una sottostima degli errori e quindi a compatibilità peggiori. Si decide allora di confermare l'ipotesi di linearità del preamplificatore, ma si ritiene l'analisi svolta insufficiente per confermare la validità dell'Equazione 3.

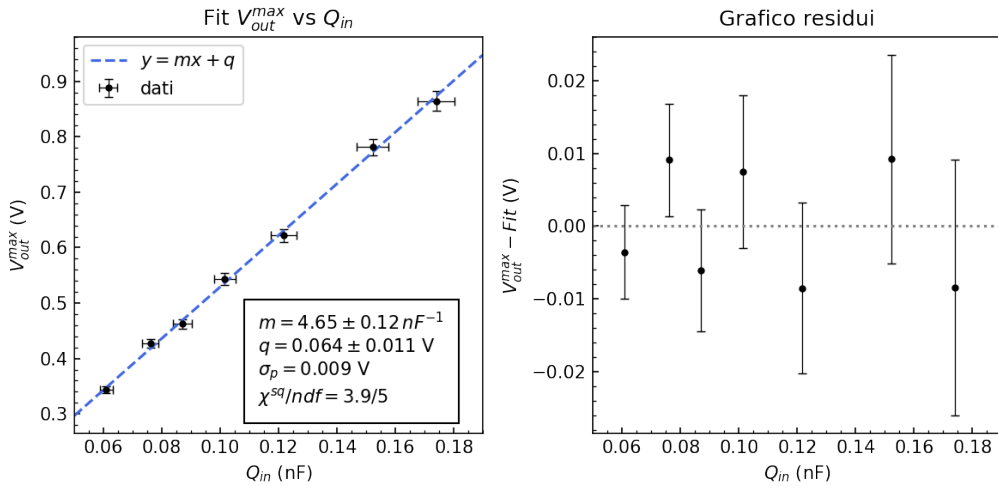


Figura 3: A sinistra si mostrano i dati sperimentali e il fit della tensione massima in uscita rispetto alla carica in ingresso. Gli errori delle ascisse vengono riportati a scopo dimostrativo ma non vengono considerati nel fit, come spiegato. Le incertezze sui parametri mostrate sono quelle ottenute dall'interpolazione. Inoltre, a destra, viene riportato il grafico dei residui.

3.4 Tempo Caratteristico del Preamplificatore

In questa sezione ci si concentra sulla fase di scarica del segnale. Con l'obiettivo di stimare il tempo caratteristico del preamplificatore a partire da un fit esponenziale (Equazione 4) e da uno lineare, si manda in ingresso un onda quadra di periodo¹ $T = 5 \mu\text{s}$ e ampiezza 1 V , e si misura la tensione in uscita V_{out} in corrispondenza di istanti di tempo t diversi.

3.4.1 Analisi Dati

Alle misure di tensione viene associato l'errore di lettura dell'oscilloscopio, analogamente a quanto svolto nella sezione precedente. All'istante di tempo t si associa invece un errore (massimo) di lettura pari a $1/10$ dei *secondi/divisione* corrispondenti alla scala selezionata. Per evitare di sovrastimare l'errore si assume ora una distribuzione triangolare, ottenendo quindi un errore di lettura di $\sigma_L = 0.04 \text{ div}$. L'errore di guadagno sui tempi fornito dal costruttore è dello 0.01% e si assume quindi trascurabile. Gli errori relativi dei tempi così calcolati sono generalmente di un ordine di grandezza inferiore rispetto alle incertezze relative delle tensioni. Si decide quindi di effettuare il fit esponenziale $y = a + b \exp(tc)$ considerando solo gli errori delle ordinate. I risultati dell'interpolazione e una simulazione LTspice del circuito sono riportati in Figura 4: dal grafico dei residui si evidenzia un ottimo andamento attorno allo zero ma una leggera sovrastima degli errori, indicata anche dalla deviazione standard a posteriori e dal chi quadro eccessivamente basso. L'inverso del parametro c rappresenta la prima stima sperimentale del tempo caratteristico $\tau_{f,\text{exp}} = 0.16 \pm 0.01 \text{ ms}$, in ottima compatibilità con l'aspettativa teorica calcolata nell'Equazione 1 ($\lambda = 0.2$). Anche il parametro a risulta perfettamente compatibile con lo zero ($\lambda = 0.6$). Ci si aspetta infine che il parametro b corrisponda alla carica totale scalata dall'inverso della capacità di feedback

$$b_{th} = -\frac{Q_C}{C_f} = -\frac{V_{in} T}{R_1 C_f} = 3.21 \pm 0.10 \text{ V} \quad \sigma_{b_{th}} = b_{th} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{V_{in}}}{V_{in}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{C_f}}{C_f}\right)^2 + \sigma_T^2} \quad (8)$$

dove $V_{in} = 0.99 \pm 0.02 \text{ V}$ viene misurato direttamente con l'oscilloscopio. Confrontando b_{th} col valore ottenuto dal fit si riscontra che tali valori sono incompatibili ($\lambda = 4.4$). Visto il buon accordo dei dati

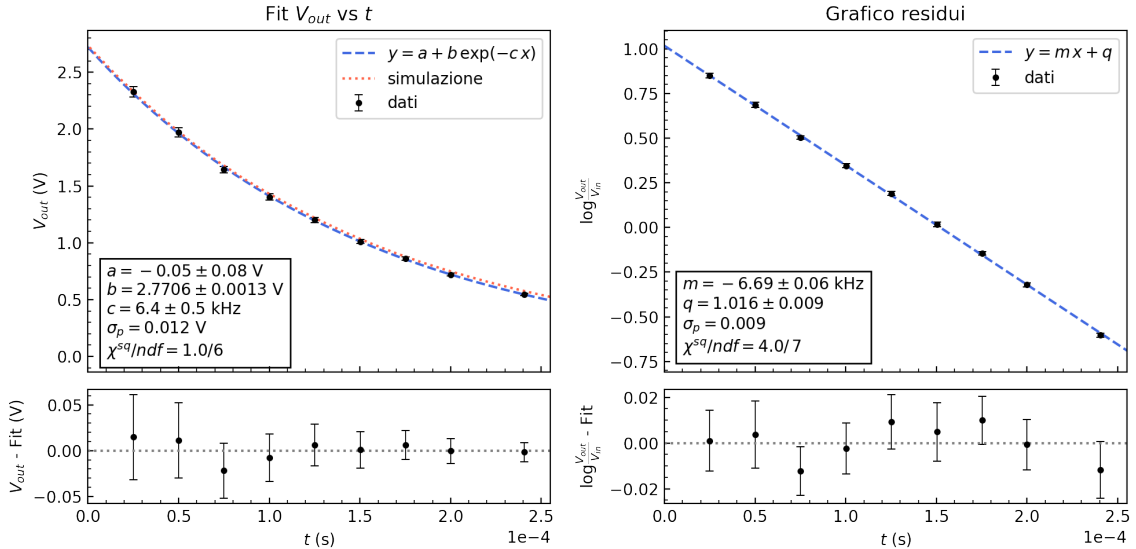


Figura 4: A sinistra si mostrano il fit esponenziale e la simulazione ottenuta con LTspice mentre a destra viene riportata l'interpolazione lineare. Sotto entrambi i grafici vengono mostrati anche gli andamenti dei residui.

¹Si segnala una svista in fase di acquisizione dati per cui il periodo dell'onda quadrata è stato impostato a $50 \mu\text{s}$, diversamente da quanto detto.

con la simulazione LTspice, si attribuisce questa discrepanza alla correlazione introdotta considerando gli errori sistematici sulle tensioni, che porta ad una sottostima dell'errore dei parametri. Si vuole ora ottenere una nuova stima del tempo caratteristico a partire da un fit lineare, considerato più robusto rispetto all'interpolazione non lineare. Dopo aver diviso entrambi i membri per V_{in} in modo da rendere adimensionale l'argomento del logaritmo, si linearizza l'Equazione 4 ottenendo la relazione

$$y = \log \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = -\frac{t}{\tau} + \log \left(\frac{T}{R_1 C_f} \right) \quad \sigma_y = |y| \sqrt{\left(\frac{\sigma_L \times \text{scala}_{in}}{V_{in}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_L \times \text{scala}_{out}}{V_{out}} \right)^2} \quad (9)$$

dove nel calcolo dell'errore sulle y si sono trascurati i contributi dell'errore di scala di V_{in} e V_{out} in quanto, per le proprietà del logaritmo, si trasferiscono sull'intercetta. I risultati del fit lineare sono riportati in Figura 4, da cui si osserva una buona distribuzione dei residui attorno allo zero e una discreta stima dell'errore. Dall'inverso del coefficiente angolare si ricava la seconda stima sperimentale del tempo caratteristico $\tau_{lin} = 0.1496 \pm 0.0013$ ms. Tale valore risulta compatibile con la stima ottenuta dal fit esponenziale ($\lambda = 1.0$) ed è in ottimo accordo anche con il valore ricavato dall'Equazione 1 ($\lambda = 1.0$). Si preferisce la stima ottenuta dal fit lineare in quanto meno affetta da errori sistematici.

3.5 Risposta in frequenza del Preamplificatore

In questa sezione si approfondisce la risposta in frequenza del preamplificatore, registrando il massimo della tensione in uscita V_{out} per segnali sinusoidali di ampiezza 1 V e di frequenze comprese tra 10 Hz e 100 kHz. Dal grafico di Bode si ottiene poi una stima della frequenza di taglio del circuito.

3.5.1 Analisi Dati

Per realizzare il grafico di Bode (Figura 5) si esprime la funzione di trasferimento in decibel

$$H(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{V_{out}}{V_{in}} \right) \quad \sigma_H(dB) = 20 \log_{10}(e) \sqrt{\left(\frac{\sigma_L \times \text{scala}_{in}}{V_{in}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_L \times \text{scala}_{out}}{V_{out}} \right)^2} \quad (10)$$

Le frequenze vengono mostrate in scala logaritmica e si assume che la loro incertezza sia trascurabile.

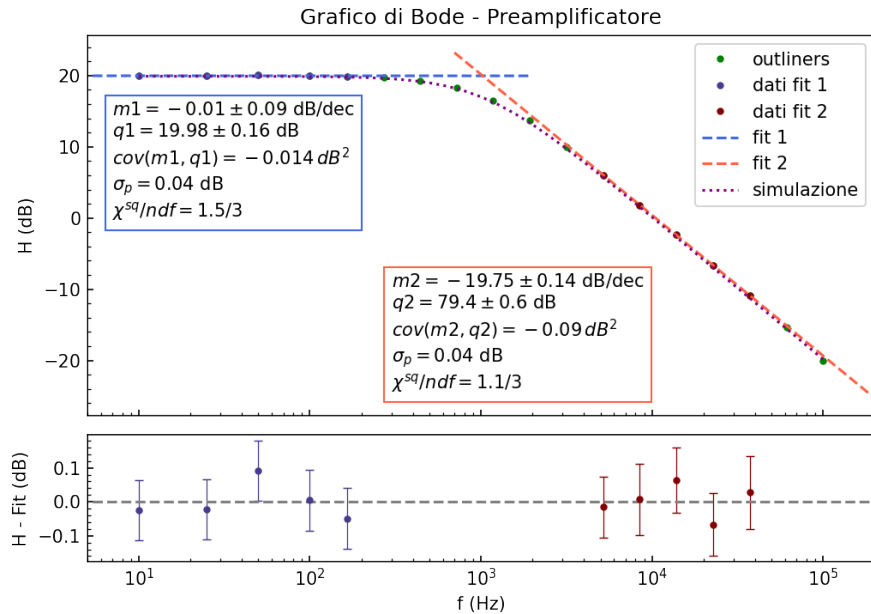


Figura 5: Grafico di Bode del preamplificatore. Oltre ai dati sperimentali, si mostrano le due interpolazioni coi relativi grafici dei residui e outliers (in verde). Vengono presentati anche i risultati di una simulazione (in viola).

Nella Figura 5 si mostrano anche i risultati di una simulazione del circuito che evidenzia un buon accordo per tutte le frequenze sia con i dati sperimentali che con le previsioni teoriche: come spiegato in Sezione 3.2 il circuito si comporta come un filtro passa basso e infatti per frequenze inferiori a ≈ 1 kHz la funzione di trasferimento è approssimabile ad una retta di pendenza compatibile con lo zero (rappresentata in blu in Figura 5). A frequenze più alte invece, la funzione di trasferimento decresce come una retta con pendenza di circa 20 dB (in rosso). L'intersezione tra le due rette fornisce una stima della frequenza di taglio del circuito

$$f_t = \frac{q_1 - q_2}{m_2 - m_1} = 1.02 \pm 0.03 \text{ kHz}, \quad \sigma_{f_t} = f_t \sqrt{\frac{\sigma_{q_1}^2 + \sigma_{q_2}^2}{(q_1 - q_2)^2} + \frac{\sigma_{m_1}^2 + \sigma_{m_2}^2}{(m_2 - m_1)^2} + 2 \frac{\text{cov}(q_1, m_1) + \text{cov}(q_2, m_2)}{(q_1 - q_2)(m_2 - m_1)}} \quad (11)$$

compatibile sia con l'aspettativa teorica calcolata in Equazione 2 ($\lambda = 0.2$) che con la frequenza ottenibile dalla stima del tempo caratteristico della sezione precedente $f_{t,\text{lin}} = 1.064 \pm 0.010 \text{ kHz}$ (in questo caso vale $\lambda = 1.5$).

4 Shaper CR-RC

In questa sezione si realizza il secondo modulo della catena elettronica: si tratta di un circuito (detto shaper) per modificare la forma del segnale in uscita dal preamplificatore (rendendolo simile ad una gaussiana) e per ridurne la durata. Si vuole in particolare evitare che si verifichi il fenomeno di “pile up” del segnale, che si manifesta in situazioni di alte frequenze di acquisizione in cui i segnali possono sovrapporsi e compromettere così l'informazione da acquisire. Si studia inoltre la risposta in frequenza dello shaper e infine si osserva e corregge l'effetto di Pole-Zero.

4.1 Configurazione Sperimentale

Si assembla il circuito in Figura 6 utilizzando due capacità uguali C_{sh1} , C_{sh2} e due resistenze uguali R_{sh1} , R_{sh2} , i cui valori, misurati col multimetro, vengono riportati nella Tabella 2. Si usa il secondo amplificatore operazionale incluso nello stesso integrato TL082 utilizzato per il preamplificatore come buffer per disaccoppiare i due stadi $C_{sh1}R_{sh1} - R_{sh2}, C_{sh2}$. In un primo momento si inserisce in ingresso un'onda quadra di bassa frequenza per simulare un preamplificatore ideale che mantiene il segnale per un tempo indefinito e, dopo aver confrontato la risposta del circuito con le aspettative teoriche e le simulazioni, si inserisce come ingresso dello shaper l'output del preamplificatore operazionale.

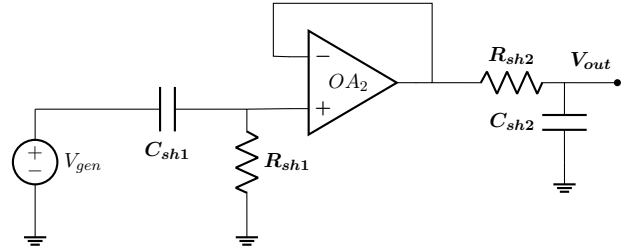


Figura 6: Schema a variabili concentrate del circuito shaper $CR - RC$.

Misure dirette dei componenti del circuito		
Label	Valore	F.S.
R_{sh1}	$100.2 \pm 0.5 \text{ k}\Omega$	200 k Ω
R_{sh2}	$100.1 \pm 0.5 \text{ k}\Omega$	200 k Ω
C_{sh1}	$0.102 \pm 0.003 \text{ nF}$	2 nF
C_{sh2}	$0.103 \pm 0.003 \text{ nF}$	2 nF

Tabella 2: Si mostrano in tabella i valori e le incertezze delle componenti usate per la realizzazione dello shaper, misurati con il multimetro Tenma. È stato riportato anche il fondo scala usato.

4.2 Analisi del circuito

Dai valori riportati in Tabella 2 si ottengono due stime dello shaping time $\tau_{sh1} = 10.2 \pm 0.3 \mu\text{s}$ e $\tau_{sh2} = 10.3 \pm 0.3 \mu\text{s}$. Vista l'ottima compatibilità, si procede col calcolare la media pesata tra i due valori $\langle \tau_{sh} \rangle = 10.26 \pm 0.14 \mu\text{s}$. Assumendo ideale l'amplificatore operazionale e risolvendo il circuito nell'ipotesi $\tau_{sh1} = \tau_{sh2} = \tau_{sh}$, si ottiene la funzione di trasferimento

$$A(s) = \frac{1}{\tau_{sh}} \frac{s}{(s + \frac{1}{\tau_{sh}})^2} \quad (12)$$

da cui si prevede che la risposta a un segnale di ingresso a gradino sia

$$V_{\text{out}} = \frac{V_{\text{in}}}{\tau_{sh}} t e^{-\frac{t}{\tau_{sh}}} \quad (13)$$

Essa presenta una forma simile ad una gaussiana di larghezza proporzionale allo shaping time τ_{sh} e ha massimo

$$V_{\text{out}}^{\text{max}} = V_{\text{in}}/e \quad t_{\text{max}} = \tau_{sh} \quad (14)$$

Dalla funzione di trasferimento si deduce inoltre che il circuito si comporta come un derivatore a basse frequenze e che, dopo una breve regione di midband, si comporta come un integratore a frequenze alte. Per verificare la corretta configurazione dell'apparato sperimentale si acquisiscono delle prime misure esplorative: si imposta il generatore in modo da erogare un'onda quadra di frequenza 100 Hz e ampiezza 1 V per simulare un preamplificatore ideale. Utilizzando i cursori di tensione e di tempo dell'oscilloscopio, si misura il massimo della tensione (rispetto alla baseline) in uscita, l'ampiezza dell'onda quadra in ingresso e lo shaping time. I risultati delle misure e le aspettative teoriche sono riportate in Tabella 3, da cui si evidenzia una forte incompatibilità sia per la tensione massima che per lo shaping time. Si attribuisce questa discrepanza alla non idealità dei componenti del circuito e alla presenza di capacità parassite dovute ai cavi e alla breadboard che portano ad una sottostima del tempo caratteristico. Questa anomalia risulta ancora più evidente dal grafico in Figura 7, in cui viene confrontato il segnale rilevato dall'oscilloscopio con la simulazione LTspice.

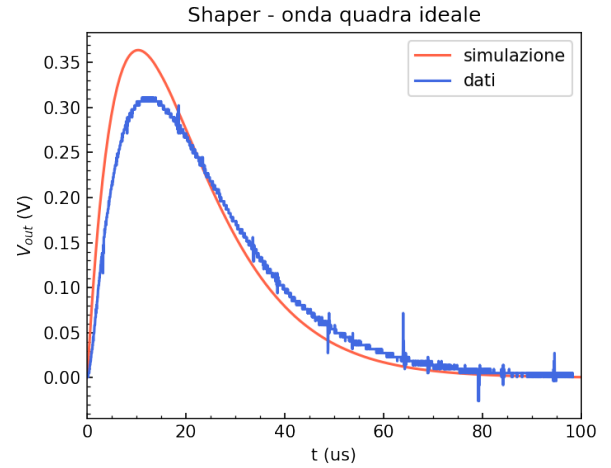


Figura 7: Risposta dello shaper ad un'onda quadra ideale.

Misure oscilloscopio		
$V_{\text{in,sp}} = 0.98 \pm 0.02 \text{ V}$		
Misura	Aspetattiva	Compatibilità
$V_{\text{out,sp}}^{\text{max}} = 0.315 \pm 0.006 \text{ V}$	$V_{\text{out,th}}^{\text{max}} = 0.362 \pm 0.007 \text{ V}$	$\lambda = 5.0$
$\tau_{\text{sh,sp}} = 11.7 \pm 0.4 \mu\text{s}$	$\tau_{\text{sh,th}} = 10.3 \pm 0.3 \mu\text{s}$	$\lambda = 12.8$

Tabella 3: Si mostrano in tabella i valori e le incertezze delle misure effettuate con l'oscilloscopio. In particolare si riporta la tensione massima sperimentale $V_{\text{out,sp}}^{\text{max}}$, lo shaping time $\tau_{\text{sh,th}}$ e la misura dell'ampiezza dell'onda quadra in ingresso. Si riportano anche le aspettative teoriche e si calcola la compatibilità.

4.3 Risposta in frequenza dello Shaper

In questa sezione si studia la risposta del circuito a segnali sinusoidali di ampiezza 1 V e frequenze comprese tra 0.1 kHz e 100 kHz. Si registrano quindi per ogni frequenza campionata le tensioni di ingresso e di uscita utilizzando i cursori verticali dell'oscilloscopio. Infine, si realizza il grafico di Bode e da esso si stima la frequenza relativa al polo della funzione di trasferimento.

4.3.1 Analisi Dati

Per il calcolo della funzione di trasferimento e per le considerazioni sulla sua incertezza si rimanda alla Sezione 3.5. Si mostra in Figura 8 il grafico di Bode confrontato con una simulazione. Si nota subito come il circuito si comporti come previsto nella Sezione 4.2: per basse frequenze funziona come derivatore e presenta una regione ad alta frequenza in cui integra. Tuttavia, sono evidenti numerose discrepanze con la simulazione, soprattutto a basse e alte frequenze. Questo non sorprende considerando gli scarsi risultati già ottenuti nella sezione precedente e soprattutto osservando l'ampio range di frequenze analizzato. In Figura 8 vengono riportate anche due interpolazioni lineari: una per la regione di derivazione (in blu) e una per quella di integrazione (in rosso). L'intersezione delle due rette fornisce una stima della frequenza relativa al polo doppio della funzione di trasferimento dello shaper $f_{\text{fit}} = 12.3 \pm 0.3 \text{ kHz}$, compatibile con l'aspettativa $f_{\text{sp}} = 13.6 \pm 0.5 \text{ kHz}$, ottenuta utilizzando la stima sperimentale dello shaping time riportata in Tabella 3 ($\lambda = 2.3$). Risulta invece incompatibile ($\lambda = 8.4$) con la frequenza $f_{\text{th}} = 15.5 \pm 0.2 \text{ kHz}$, ricavata a partire dallo shaping time teorico.

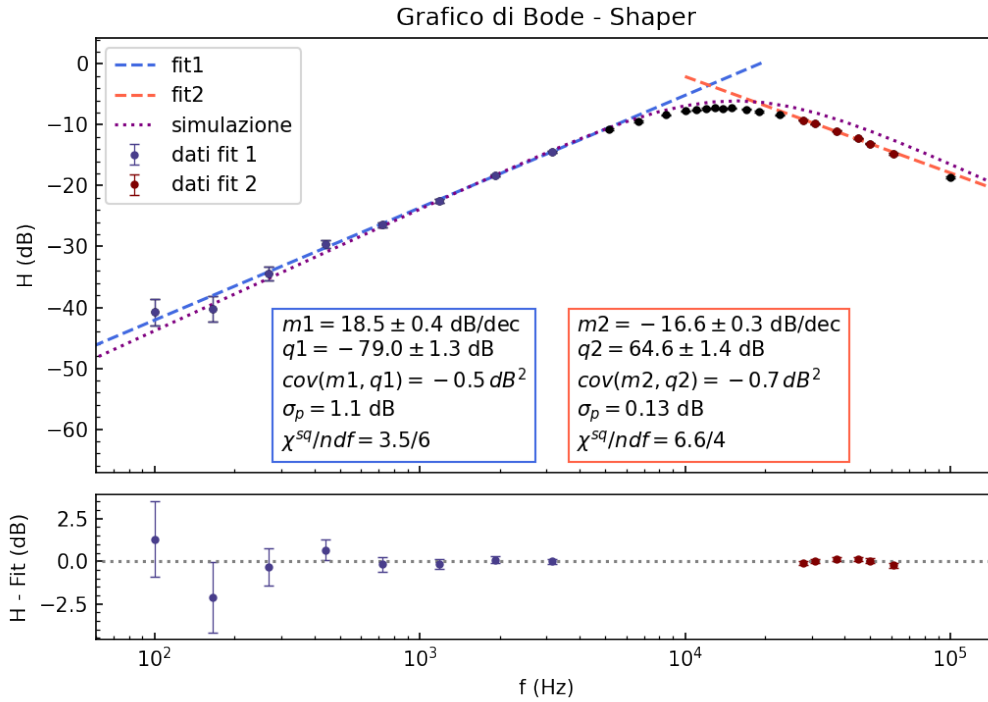


Figura 8: Grafico di Bode dello shaper $CR - RC$ confrontato con la simulazione LTspice. In basso vengono mostrati i residui delle due interpolazioni lineari.

4.4 Shaper con compensazione Pole-Zero

Si mette ora in input allo shaper l'output del preamplificatore: in questo modo non si ha più un'onda quadra ideale in ingresso, ma un segnale che cresce linearmente e caratterizzato da una discesa lenta. Si osserva quindi il fenomeno di undershoot, per cui la tensione prima di raggiungere asintoticamente la baseline diventa negativa fino a raggiungere il minimo $V_{\text{undershoot}} \approx -25 \text{ mV}$, per poi risalire lentamente.

Questo vanifica parzialmente l'effetto di riduzione della durata del segnale dello shaper e quindi si cerca di rimediare tramite il metodo di compensazione Pole-Zero: aggiungendo una resistenza R_{pz} in parallelo al condensatore C_{sh1} , il segnale che arriva all'ingresso dell' RC è dato da

$$V_1(s) = \frac{V_{in}}{s + \frac{1}{\tau_{pre}}} \frac{s + \frac{1}{\tau_{pz}}}{s + \frac{1}{\tau_{||}}} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \tau_{pz} = R_{pz} C_{sh1} \\ \tau_{||} = R_{||} C_{sh1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{pz}} \right)^{-1} C_{sh1} \end{cases} \quad (15)$$

Scegliendo la resistenza di Pole-Zero tale che valga la relazione $\tau_{pz} = \tau_{pre}$, si annulla l'effetto del polo del preamplificatore, responsabile del fenomeno di undershoot. Deve quindi valere $R_{pz} = 1.51 \pm 0.06 \text{ M}\Omega$ e, osservando che tale valore è molto più grande delle resistenze R_{sh1} e R_{sh2} , segue che $\tau_{||} \approx \tau_{sh1}$ e si ottiene approssimativamente lo stesso polo del circuito CR non modificato. Si aggiungono quindi al circuito due resistenze in serie in modo da ottenere la resistenza equivalente

$$R_{pz,sp} = (0.558 \pm 0.002) \text{ M}\Omega + (1.009 \pm 0.005) \text{ M}\Omega = (1.567 \pm 0.006) \text{ M}\Omega \quad (16)$$

che presenta un'ottima compatibilità col valore richiesto ($\lambda = 0.9$). In Figura 9 viene mostrato il segnale di uscita dell'oscilloscopio prima e dopo la correzione di Pole-Zero. Si mostra anche il fenomeno di interferenza anticipato nella Sezione 3.1 e che ha dominato questa parte dell'esperienza. Il segnale risulta infatti visibilmente "sporco", complice anche il fatto che le tensioni in gioco sono prossime ai limiti imposti dalla precisione del Picoscope. Si nota comunque un discreto accordo con le simulazioni e dopo $10\tau_{sh1}$ la tensione risulta compatibile con la baseline, confermando, per quanto possibile date le circostanze, una corretta compensazione di Pole-Zero.

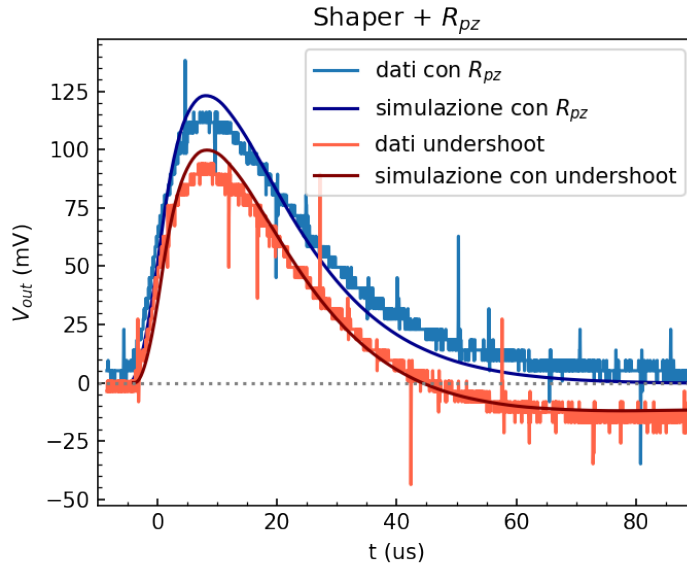


Figura 9: Si mostrano in grafico le simulazioni e i segnali rilevati dall'oscilloscopio in configurazione con undershoot e con compensazione di Pole-Zero. Si osserva anche il fenomeno di forte interferenza che ha complicato l'acquisizione delle misure in quest'ultima sezione relativa allo shaper.

5 Catena Elettronica Completa

In questa sezione si assembla un circuito amplificatore con l'obiettivo di portare l'output dello shaper entro i range tipici dei sistemi di acquisizione dati (DAQ), generalmente tra i 2 V e i 5 V. Essendo già positivo il segnale in uscita dallo shaper, si assembla il circuito in configurazione non invertente, come mostrato nel terzo e ultimo modulo della catena rappresentata in Figura 1. Dopo aver calcolato gli opportuni valori delle resistenze R_{1a} e R_{2a} , si connette l'amplificatore al resto della catena elettronica e se ne studia la linearità e la risposta in frequenza.

5.1 Configurazione sperimentale e prime misure

Per capire con quali resistenze costruire il circuito, si manda in ingresso al preamplificatore un'onda quadra di periodo 15 μ s e si registra la tensione massima di output dello shaper $V_{sh}^{\max} = 0.290 \pm 0.006$ V. Data la funzione di trasferimento di un amplificatore non invertente

$$A(s) = 1 + \frac{R_{a2}}{R_{a1}} \quad (17)$$

segue che, per ottenere una tensione di 2 V in uscita dalla catena elettronica, il rapporto tra le due resistenze deve valere $R_{a2}/R_{a1} = 5.9$. Con le resistenze a disposizione si sceglie $R_{a1} = 32.80 \pm 0.2$ k Ω mentre la resistenza di feedback si realizza mettendo in serie due resistori di impedenza equivalente

$$R_{a2} = (67.9 \pm 0.3) \text{ k}\Omega + (120.6 \pm 0.6) \text{ k}\Omega = (188.5 \pm 0.7) \text{ k}\Omega \quad (18)$$

Si prevede quindi un'amplificazione $A = 6.75 \pm 0.06$, debolmente compatibile con quella richiesta ($\lambda = 2.5$). Per verificare la correttezza delle ipotesi si manda in ingresso all'amplificatore invertente appena assemblato un'onda sinusoidale di frequenza 1 kHz e ampiezza 1 V e si misura con l'oscilloscopio la risposta del circuito. Successivamente, si inserisce il segnale di uscita dello shaper come input dell'amplificatore non invertente e si misura nuovamente la risposta del circuito. I valori acquisiti e le compatibilità con le aspettative teoriche vengono riportati in Tabella 4, la quale evidenzia un'ottimo accordo e conferma quindi la correttezza dell'apparato sperimentale.

Preamplificatore - onda sinusoidale			
$V_{in}^{\max} = 0.99 \pm 0.02$ V	$V_{out}^{\max} = 6.67 \pm 0.12$ V	$A_{amp} = 6.8 \pm 0.2$	$\lambda_A = 0.14$
Catena elettronica - onda quadra			
$V_{in}^{\max} = -1.00 \pm 0.02$ V	$V_{out}^{\max} = 2.08 \pm 0.04$ V	$ A_{catena} = 2.09 \pm 0.06$	$\lambda_{V_{out}} = 1.9$

Tabella 4: Si mostrano le misure acquisite con l'oscilloscopio in due configurazioni: onda sinusoidale in input al preamplificatore e onda onda quadra in ingresso alla catena completa. Si calcolano inoltre le compatibilità tra l'amplificazione prevista e quella osservata (nel primo caso) e tra la tensione in output misurata e il valore richiesto di 2 V (nel secondo caso).

5.2 Analisi del circuito

La catena elettronica completa, mostrata in Figura 1, ha come funzione di trasferimento il prodotto delle funzioni di trasferimento dei tre moduli che la compongono

$$A(s) = A_{pre}(s) A_{sh}(s) A_{ampl}(s) = \left(-\frac{\frac{1}{R_1 C_f}}{s + \frac{1}{\tau_{pre}}} \right) \left(\frac{1}{\tau_{sh}} \frac{s + \frac{1}{\tau_{pz}}}{(s + \frac{1}{\tau_{sh}})(s + \frac{1}{\tau_{||}})} \right) \left(1 + \frac{R_{a2}}{R_{a1}} \right) \quad (19)$$

Avendo scelto la resistenza R_{pz} tale che $\tau_{pz} = \tau_{pre}$ ed essendo essa molto più grande delle resistenze dello shaper la funzione di trasferimento assume la forma semplificata

$$A(s) = -\frac{1}{R_1 C_f \tau_{sh}} \frac{1 + \frac{R_{2a}}{R_{1a}}}{\left(s + \frac{1}{\tau_{sh}} \right)^2} \quad (20)$$

La funzione di trasferimento è quindi caratterizzata dall'assenza di zeri e dalla presenza dello stesso polo doppio trovato nello shaper. La catena si comporta quindi come un filtro passa basso: per frequenze piccole il grafico di Bode presenterà un andamento costante, mentre per frequenze elevate si prevede una decrescita lineare di 40 dB/dec. La frequenza di taglio attesa è la stessa calcolata nella Sezione 4.3.1, ovvero $f_t = 15.5 \pm 0.2$ kHz.

5.3 Linearità della Catena Elettronica

Si vuole ora verificare la linearità del massimo del segnale di uscita V_{out}^{max} della catena elettronica rispetto alla quantità di carica iniettata nel preamplificatore Q_{in} . Si modifica quindi la durata dell'impulso del generatore tra 5 us e 15 us e si misura con l'oscilloscopio il massimo del segnale rilevato.

5.3.1 Analisi dati

Per l'analisi dati si procede esattamente come in Sezione 3.3: si calcola la quantità di carica Q_{in} per ogni valore di T utilizzato e, a causa della correlazione totale degli errori sulle cariche, si effettua il fit senza prendere in considerazione gli errori sulle ordinate. A differenza di quanto svolto in precedenza però, si sceglie di non correggere l'errore sulla pendenza effettuando un primo fit rispetto ai periodi. In questa sezione si preferisce infatti concentrarsi solo sulla verifica della linearità e quindi sul grafico dei residui, che non è influenzato dalla presenza di errori di scala costanti. I risultati del fit vengono mostrati in Figura 10, che evidenzia una buona distribuzione dei residui attorno allo zero e una leggera sovrastima degli errori per i periodi più grandi. Il chi quadro presenta un'ottima compatibilità col valore atteso ($\lambda = 0.11$). Si conferma quindi l'ipotesi di linearità della catena elettronica.

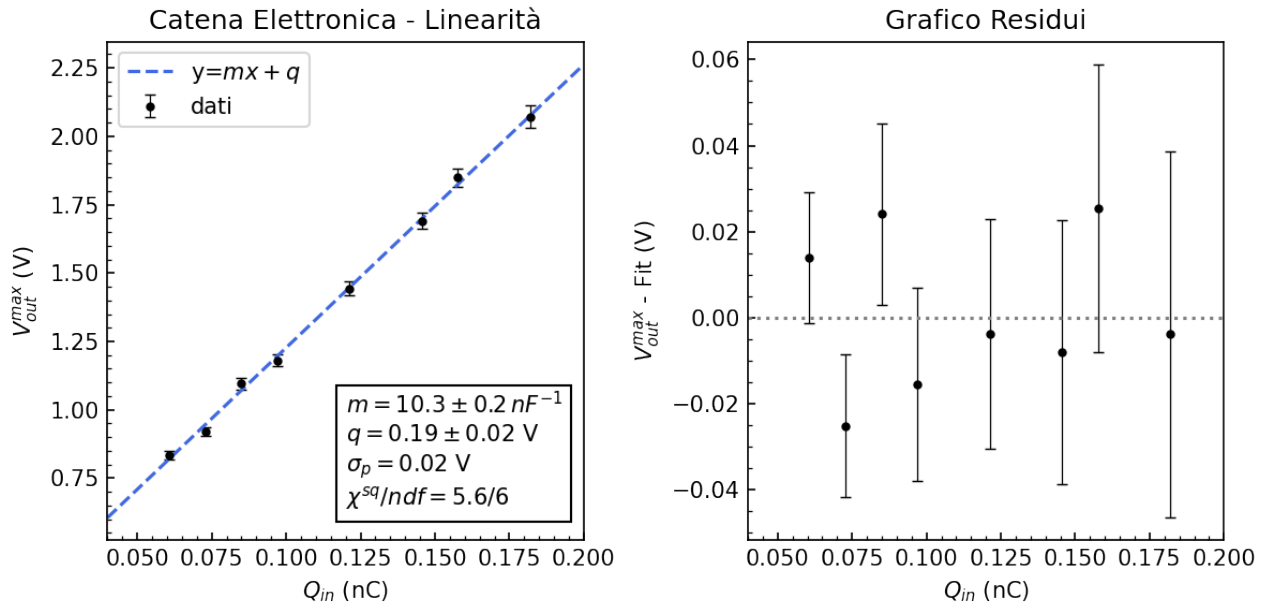


Figura 10: A sinistra si mostrano le coppie $(V_{out}^{max}, Q_{in})_i$ e la retta interpolante. A destra, viene riportato il grafico dei residui.

5.4 Risposta in frequenza della Catena Elettronica

Si vuole infine approfondire la risposta in frequenza della catena elettronica. Si acquisisce quindi il massimo della tensione in uscita V_{out}^{max} per segnali sinusoidali di frequenza variabile tra 10 Hz e 100 kHz. Si rappresentano quindi i dati in un grafico di Bode e si stima la frequenza di taglio della catena a partire da due interpolazioni lineari.

5.4.1 Analisi dati

Il grafico di Bode mostrato in Figura 11 viene realizzato calcolando la funzione di trasferimento in Decibel, come spiegato nella Sezione 3.5. I dati vengono inoltre confrontati con una simulazione, che evidenzia un ragionevole accordo con le misure sperimentali, in particolare per basse frequenze. Si osserva inoltre l'andamento previsto in Sezione 5.2: inizialmente la funzione di trasferimento è

approssimabile ad una retta di pendenza nulla ($m_1 = 0.10 \pm 0.04 \text{ dB/dec}$) mentre a frequenze più elevate si ha una decrescita lineare ($m_2 = -34.0 \pm 0.5 \text{ dB/dec}$) che tuttavia risulta incompatibile all'aspettativa teorica di -40 dB/dec . Per alte frequenze infatti, si inizia ad osservare un leggero discostamento rispetto alla simulazione attribuibile alla non idealità degli elementi che compongono il circuito. Dall'intersezione delle due rette si stima infine la frequenza di taglio $f_{t,\text{fit}} = 12.4 \pm 0.2 \text{ kHz}$, incompatibile con l'aspettativa teorica ($\lambda = 9.9$) ma in ottimo accordo con la stima ottenuta a partire dal grafico di Bode dello shaper nella Sezione 4.3 ($\lambda = 0.1$).

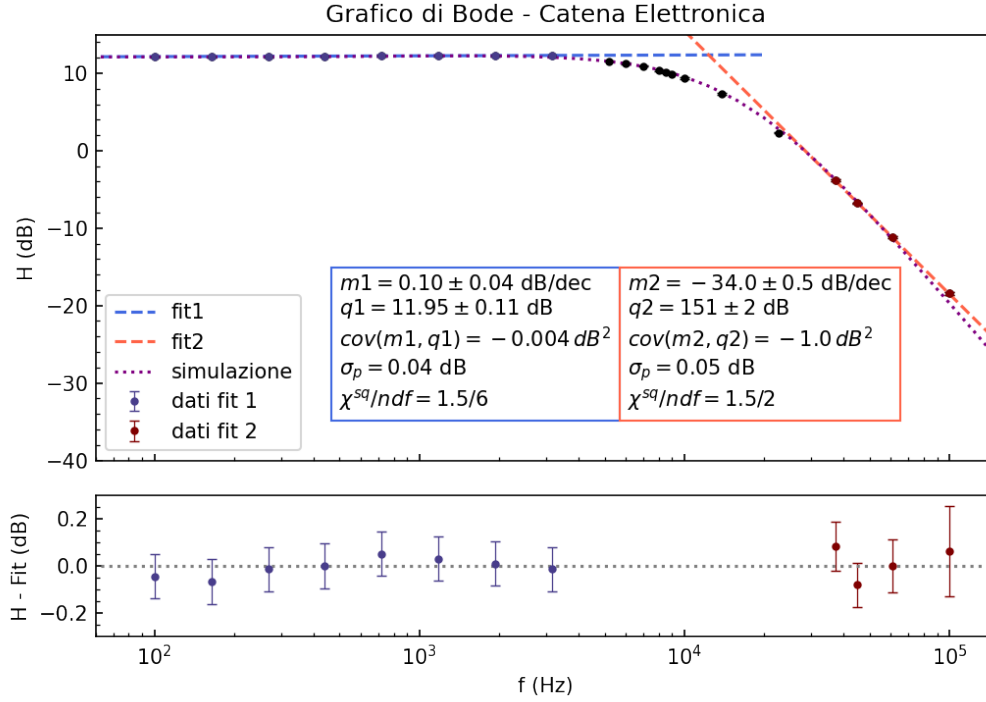


Figura 11: Grafico di Bode della catena elettronica completa e simulazione LTspice. Si mostrano anche i residui delle due interpolazioni da cui si è ricavata la frequenza di taglio.

6 Conclusioni

La catena elettronica così prodotta permette quindi di trasformare il segnale di corrente di un sensore di radiazione (che nel nostro caso è stato simulato da un'onda quadra in ingresso) in un segnale adatto ad un generico DAQ che lavora in un range attorno ai 2 V. Tuttavia, analizzando singolarmente i moduli della catena, sono state osservate numerose discrepanze con le aspettative teoriche e con le simulazioni: in particolare, lo shaping time e la tensione massima prevista in output allo shaper risultano particolarmente anomale. Conseguentemente, anche la frequenza di taglio della catena elettronica è incompatibile con quella prevista. Questo rende il circuito realizzato non ottimale, soprattutto se confrontato a sistemi elettronici più complessi e costosi che sono in grado di gestire segnali anche più piccoli e veloci grazie ad una banda più larga e ad una migliore gestione del rumore.