

Algoritmi e Strutture Dati

Foglio 7

12/05/2023

Esercizio 1. Determinate il diametro del grafo di Petersen.

Esercizio 2. Dimostrate che un qualsiasi grafo ha un numero pari di vertici il cui grado è dispari.

Esercizio 3. Dimostrate che, se un grafo contiene un cammino tra due vertici u e v , allora contiene un cammino semplice tra u e v .

Esercizio 4. Sia $G = (V, E)$ un grafo. Sia \sim la relazione definita su V nel modo seguente: $u \sim v$ se e solo se u è raggiungibile da v in G (i.e., esiste un cammino tra u e v in G). Verificate che \sim è una relazione di equivalenza. Dimostrate poi che i vertici delle classi di equivalenza per la relazione \sim sono esattamente i vertici delle componenti connesse di G .

Esercizio 5. Dimostrate che K_5 e $K_{3,3}$ non sono grafi planari.

Esercizio 6. Sia G un grafo in cui tutti i vertici hanno grado almeno 2. Dimostrate che G contiene un ciclo.

Esercizio 7. Sia G un grafo in cui tutti i vertici hanno grado almeno δ . Dimostrate che G contiene un cammino di lunghezza almeno δ .

Esercizio 8. Dimostrate che un qualsiasi albero con $n \geq 2$ vertici ha almeno due foglie (i.e., vertici di grado 1).

Esercizio 9. Sia G un grafo con n vertici e sia $k = \chi(G)$. Dimostrate che G contiene un insieme indipendente di cardinalità almeno n/k .

Esercizio 10. Sia $G = (V, E)$ un grafo bipartito e sia $V = X \cup Y$ una partizione corrispondente. Dimostrate che se tutti i vertici di G hanno grado k , allora $|X| = |Y|$.