

Laboratorio di Algoritmi e Strutture Dati I

Esercitazione 3

Lezione 3: Matrici

- **Problema:** Vogliamo monitorare le vincite di **10** persone che giocano al lotto per 15 giorni ($10 \times 15 = 150$ elementi).
- Nell'arco di questo periodo vengono registrate solo 7 vincite.
- Utilizziamo una matrice.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|-----------|---|---|---|---|---|-----------|---|---|---|-----------|---|---|-----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 71 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 99 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 53 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 95 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 39 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 |

Lezione 3: Matrici Sparse

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|---|---|----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 71 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 99 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 53 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 95 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 39 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 |

- Ricaviamo una matrice 10x15 ma...
- Quanti sono i valori "utili" (diversi da zero) ?
- Si può pensare di non memorizzare gli zeri e risparmiare spazio: esempio di complessità computazionale spaziale.

Lezione 3: Matrici Sparse

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|---|----|----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 71 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 99 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 53 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 95 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 39 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 |

| | | |
|------------|--------------|---------------------|
| Num. righe | Num. colonne | Num. elem non nulli |
| 10 | 15 | 7 |
| 1 | 0 | 71 |
| 2 | 14 | 99 |
| 3 | 11 | 53 |
| 4 | 7 | 95 |
| 6 | 14 | 39 |
| 8 | 1 | 27 |
| 9 | 14 | 14 |

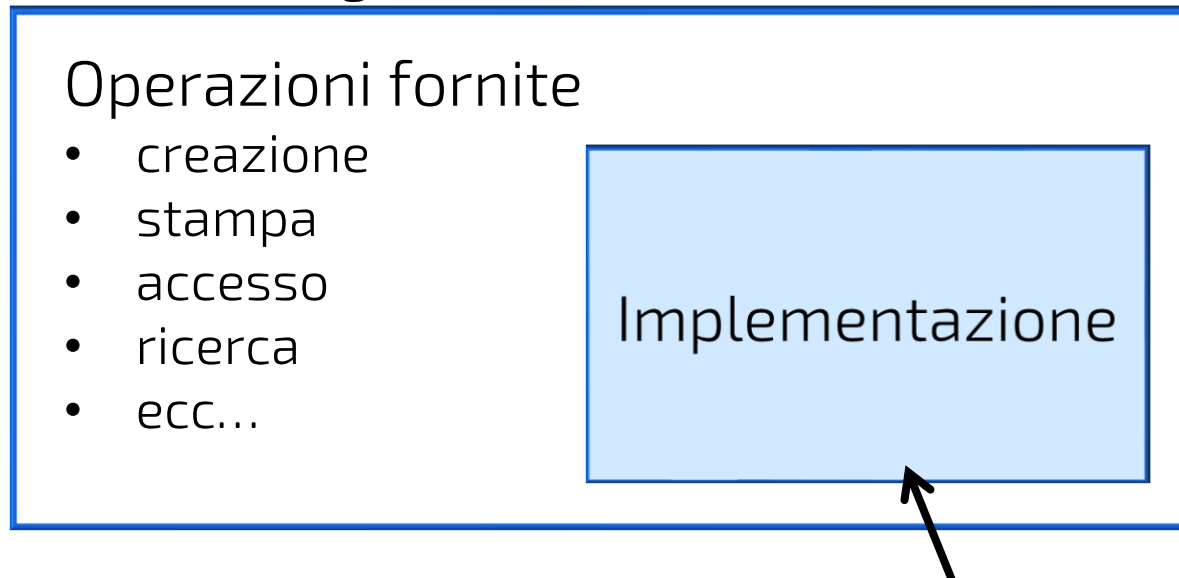
<riga, colonna, valore>

- Le triple (dalla pos 1) sono ordinate per num. riga
- A parità di num. riga sono ordinate per num. colonna
- **150** elementi VS **24** elementi → stesse informazioni

Lezione 3: Strutture Dati Astratte

- L'implementazione della Struttura dati deve essere trasparente per l'utente.

Struttura Dati generica



Possiamo modificare l'implementazione (con una più efficiente) senza modificare le operazioni fornite. L'utilizzatore finale della struttura dati non deve conoscere i dettagli implementativi.

Esercizio 3: Progetto base

- Andate su eLearning e scaricate il **progetto base** su cui lavorare.
- Prendete il codice presente sul progetto base e inseritelo in un vostro (nuovo) progetto su CLion.
- Troverete già implementate le funzioni di creazione, stampa e ricerca per una matrice classica (NON modificate queste funzioni).
- Nello stesso progetto inserite le funzioni necessarie per l'esercitazione odierna.
- Utilizzate le variabili globali già dichiarate **numUsedIntegerClassic** e **numUsedIntegerSparse** per contare:
 - Il numero di locazioni intere utilizzate per rappresentare una matrice nella sua forma classica.
 - Il numero di locazioni intere utilizzate per rappresentare la stessa matrice nella sua rappresentazione "sparsa".

Esercizio 3_1: Creazione Matrice Sparsa

Modificare il progetto base:

1. definire una struttura che rappresenti una tripla **<riga, colonna, valore>**
2. aggiungere una funzione che consenta di leggere in input i dati (le triple) e le inserisca in una nuova matrice sparsa (i dati saranno memorizzati ordinati per riga e, a parità di numero di riga, per colonna).
3. utilizzare l'allocazione dinamica per la creazione della matrice sparsa.

Esempio. Inserimento dei dati per creare la matrice dell'esempio precedente:

<10 15 7 >

<1 0 71 >

<2 14 99 >

<3 11 53 >

<4 7 95 >

<6 14 39 >

<8 1 27 >

<9 14 14 >

Esercizio 3_2: Stampa Matrice Sparsa

Modificare il progetto base, aggiungendo una funzione che effettui la **visualizzazione** degli elementi della matrice sparsa.

- NB: Il risultato della visualizzazione della matrice sparsa deve essere identico al risultato della visualizzazione di una matrice classica.

Visualizzazione della matrice classica.

| Output - es3_nb (Run) | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|---|---|----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 71 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 99 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 53 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 95 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 39 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 |

Visualizzazione della matrice sparsa.

| Output - es3_nb (Run) | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|---|---|----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 71 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 99 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 53 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 95 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 39 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 |

Hint: ricordate come sono memorizzate (in quale ordine) le triple.

Hint2: NON servono 3 cicli annidati.

Esercizio 3_3: Ricerca di un valore

Modificare il progetto base, aggiungendo una funzione che effettui la **ricerca** di un valore all'interno della matrice sparsa.

- NB: La funzione deve esclusivamente stampare la posizione dell'elemento o un'informazione che comunichi l'inesistenza dell'elemento (la posizione non deve essere restituita...).

Esercizio 3_4: Matrici Trasposte

- ESEMPIO:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 1 | | 0 | 0 | 5 |
| 0 | 0 | 3 | → | 2 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | | 1 | 3 | 0 |

- Generiamo la trasposta di una matrice sparsa utilizzando l'algoritmo di **trasposizione rapida**. Tale algoritmo utilizza due vettori di appoggio, **termini_riga** e **pos_iniziale**, così definiti:
 - termini_riga** indica, per ogni riga (della trasposta), il numero di elementi diversi da zero.
 - pos_iniziale** indica, per ogni riga (della trasposta), la posizione del primo elemento diverso da zero.
 - Il punto di partenza per la prima riga (riga 0 -> **pos_iniziale**[0]) della matrice trasposta è 1 (perché?)
 - Il punto di partenza per la riga i -esima della matrice trasposta ($i \geq 1$) è dato da **pos_iniziale**[$i-1$] + **termini_riga**[$i-1$].

Esercizio 3_4: Matrici Trasposte

Esempio: costruzione di **termini_riga** e **pos_iniziale** per la nostra matrice.

| | 10 | 15 | 7 |
|---|----|----|----|
| 1 | 1 | 0 | 71 |
| 2 | 2 | 14 | 99 |
| 3 | 3 | 11 | 53 |
| 4 | 4 | 7 | 95 |
| 6 | 6 | 14 | 39 |
| 8 | 8 | 1 | 27 |
| 9 | 9 | 14 | 14 |

termini_riga = numero di valori != 0 in ogni riga della trasposta

pos_iniziale[0] = 1

pos_iniziale[i] = pos_iniziale[i-1] + termini_riga[i-1]

termini_riga

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |

pos_iniziale

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |

Esercizio 3_4: Trasposizione rapida

- Implementare l'algoritmo di **Trasposizione Rapida** per generare la trasposta di una matrice sparsa

```
algoritmo trasp_rapida(array di triple a, array di triple b)

num_col ← a[0].col
num_val ← a[0].valore
b[0].riga ← num_col
b[0].col ← a[0].riga
b[0].valore ← num_val

alloca dinamicamente il vettore termini_riga
alloca dinamicamente il vettore pos_iniziale

if (num_val > 0) then
    // creazione termini_riga
    for i ← 0 to num_col-1 do termini_riga[i] ← 0
    for i ← 1 to num_val do termini_riga[a[i].col] ← termini_riga[a[i].col] + 1

    //creazione pos_iniziale
    pos_iniziale[0] ← 1
    for i ← 1 to num_col-1 do pos_iniziale[i] ← pos_iniziale[i-1] + termini_riga[i-1]

    //trasposizione
    for i ← 1 to num_val do
        cur_pos ← pos_iniziale[a[i].col]
        pos_iniziale[a[i].col] ← pos_iniziale[a[i].col] + 1
        b[cur_pos].riga ← a[i].col
        b[cur_pos].col ← a[i].riga
        b[cur_pos].valore ← a[i].valore
```

Esercizio 3 : matrici a confronto

- Osservare i risultati ottenuti, in termini di memoria occupata
- Quale rappresentazione è più efficiente e quando?
- Esiste una rappresentazione che è SEMPRE più efficiente dell'altra?

Lezione 3 : Ricapitolando

Implementare:

- 3_1: creazione matrice sparsa
- 3_2: visualizzazione (stampa) matrice sparsa
- 3_3: ricerca di un valore nella matrice sparsa
- 3_4: trasposizione matrice sparsa
- NB: contare e confrontare le locazioni intere utilizzare per le due rappresentazioni

end().