

Performance Modeling Of Computer Systems And Networks

Relazione Progetto 2017/18

Simone Falvo
smvfal@gmail.com



UNIVERSITA' degli STUDI di ROMA
TOR VERGATA

Indice

1	Introduzione	2
2	Modello Concettuale	2
3	Modello di Specifica	3
3.1	Metriche	3
3.2	Vincoli	4
3.2.1	Tempi di risposta	5
3.2.2	Popolazione media	6
3.2.3	Throughput	6
3.3	Eventi	7
4	Modello Computazionale	7
4.1	Strutture dati	9
4.1.1	Eventi e clock virtuale	9
4.1.2	Variabili di Output	10
4.1.3	Task	11
4.2	Generazione dell'input	11
4.3	Flusso principale	12
4.3.1	Gestione degli eventi	13
4.4	Produzione ed Elaborazione dell'Output	14
4.4.1	Tempo di Servizio	14
4.4.2	Throughput, popolazione, e percentuale di interruzioni . .	16
5	Modello Analitico	16
5.1	Calcolo della distribuzione stazionaria	16
5.2	Stima delle metriche	17
5.2.1	Probabilità preliminari	17
5.2.2	Tempo di risposta: Cloudlet	18
5.2.3	Tempo di risposta: Cloud	19
5.2.4	Tempo di risposta: Sistema	20
6	Risultati	21
7	Conclusioni	21

1 Introduzione

In questa relazione viene descritta una possibile soluzione ad un problema di edge computing in cui è richiesto di ottimizzare le prestazioni di un sistema di computazione cloud, calibrando i parametri di un algoritmo per l'inoltro di task utente verso un cloudlet ed un server remoto.

Il sistema è in grado di eseguire task di due diverse classi in un cloudlet, situato ad un "hop" di distanza dall'utente, fintanto che le risorse lo consentono, altrimenti vengono inoltrati ed eseguiti in un server remoto. Inoltre, se la somma del numero di job presenti nel cloudlet è uguale al valore di soglia S e se vi è almeno un job di classe 2 in esecuzione, questo viene fatto migrare dal cloudlet al server remoto per far posto ad un task di classe 1 in arrivo, che ha una maggiore "priorità" di esecuzione nel cloudlet.

L'obiettivo principale è quello di trovare il valore ottimale del parametro S affinché sia minimizzato il tempo di risposta medio.

Il problema è stato affrontato definendo un modello a code per il sistema in modo tale da poter valutare, tramite l'analisi e la simulazione, i tempi di risposta e le altre metriche di performance come il throughput e la popolazione media.

Il modello è stato validato analiticamente tramite lo studio dello stato del sistema a regime, calcolandone la distribuzione stazionaria e valutando le metriche di interesse in relazione ai possibili scenari.

La simulazione è stata realizzata implementando in linguaggio C un programma basato su eventi ed i risultati sono stati raccolti ed elaborati utilizzando il metodo "batch means" per avere una stima del comportamento del sistema a regime.

Nel seguito di questo documento verranno presentati i vari modelli di astrazione del sistema con i risultati che ne derivano, ed infine verrà fatto un confronto in relazione ai possibili scenari analizzati.

2 Modello Concettuale

Nel modello concettuale il sistema viene descritto come un sistema di code connesse tra loro (figura 1), di quest'ultimo si distinguono i seguenti componenti:

Cloudlet : nodo del sistema che comprende un numero N di server senza coda che operano in parallelo con tassi di servizio specifici per classi di job.

Cloud : nodo del sistema che comprende un numero infinito di server senza coda che operano in parallelo con tassi di servizio specifici per classi di job.

Centro di setup : nodo del sistema che modella la fase di setup di un job interrotto, composto da un numero infinito di server senza coda che operano in parallelo con un tasso di servizio pari a $1/E[S_{setup}]$. Un job interrotto transita per questo centro prima di prendere servizio nel cloud ed il tempo ivi trascorso corrisponde al tempo necessario alla ri-esecuzione del job.

Controllore : componente che implementa la logica di routing in base all'occupazione del cloudlet tenendo conto del parametro di soglia S , non costituisce un centro di servizio in quanto la sua funzione è limitata all'inoltro dei job.

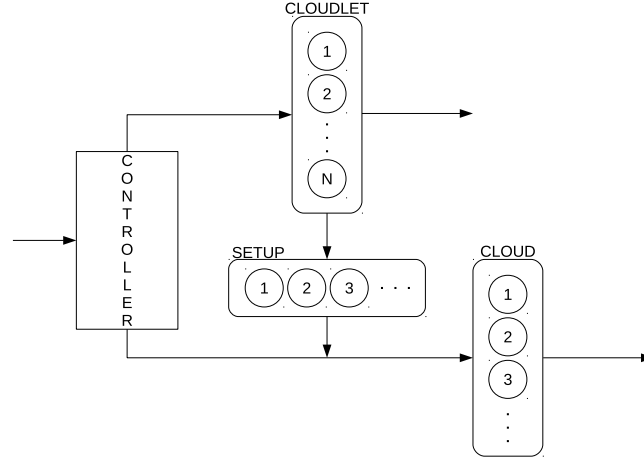


Figura 1: Modello concettuale del sistema

Ogni job che arriva al sistema passa prima per il controllore, il quale decide quale deve essere il nodo di esecuzione (cloud o cloudlet). Se arriva un job di classe 1 ed il cloudlet si trova nella condizione per cui almeno un suo server ha in esecuzione un job di classe 2 e la somma dei job presenti ha raggiunto il valore di soglia S , allora tale server deve sospendere il job e sostituirlo con quello appena arrivato di classe 1. Il job di classe 2 interrotto verrà poi inoltrato al server remoto (cloud), non prima però di aver trascorso un tempo necessario alla propria riesecuzione sul nuovo nodo, tale fase è modellata assumendo che il job venga eseguito in un centro intermedio (centro di setup).

3 Modello di Specifica

In questo modello vengono definite le variabili e le equazioni necessarie al calcolo delle metriche, inoltre viene descritta la logica con cui il sistema evolve a seguito degli eventi che si verificano ed i vincoli a cui esso deve sottostare.

3.1 Metriche

Di principale interesse sono le variabili che compongono lo stato del sistema, ovvero quelle che lo caratterizzano completamente, esse tengono conto del numero di job in servizio suddivisi per classe e per nodo di esecuzione ad ogni istante di tempo e sono indicate nella tabella 1. Le altre variabili utili al calcolo

$n_1^{clet}(t)$	numero di job di classe 1 nel cloudlet al tempo t
$n_2^{clet}(t)$	numero di job di classe 2 nel cloudlet al tempo t
$n_1^{cloud}(t)$	numero di job di classe 1 nel cloud al tempo t
$n_2^{cloud}(t)$	numero di job di classe 2 nel cloud al tempo t
$n_{setup}(t)$	numero di job in fase di setup al tempo t

Tabella 1: Variabili che compongono lo stato del sistema

delle statistiche del sistema sono indicate nella tabella 2 e riguardano i tempi di risposta ed i completamenti, sempre suddivise per classe e nodo di esecuzione.

$s_{1,i}^{clet}$	tempo di servizio dell'i-esimo job di classe 1 eseguito nel cloudlet
$s_{2,i}^{clet}$	tempo di servizio dell'i-esimo job di classe 2 eseguito nel cloudlet
$s_{1,i}^{cloud}$	tempo di servizio dell'i-esimo job di classe 1 eseguito nel cloud
$s_{2,i}^{cloud}$	tempo di servizio dell'i-esimo job di classe 2 eseguito nel cloud
$s_{intr,i}^{clet}$	tempo di servizio nel cloudlet dell'i-esimo job interrotto
$s_{intr,i}^{cloud}$	tempo di servizio nel cloud dell'i-esimo job interrotto
s_i^{setup}	tempo di setup dell'i-esimo job interrotto
$c_1^{clet}(t)$	numero di job di classe 1 completati nel cloudlet al tempo t
$c_2^{clet}(t)$	numero di job di classe 2 completati nel cloudlet al tempo t
$c_1^{cloud}(t)$	numero di job di classe 1 completati nel cloud al tempo t
$c_2^{cloud}(t)$	numero di job di classe 2 completati nel cloud al tempo t
$n_{intr}(t)$	numero di job interrotti al tempo t

Tabella 2: Variabili tempi di servizio e completamenti

3.2 Vincoli

Una volta definito lo stato del sistema e le variabili che lo compongono è necessario definire anche come esse sono relazionate ed i vincoli a cui sono sottoposte.

1. Ad ogni istante di tempo t devono valere le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned} n_1^{clet}(t) + n_2^{clet}(t) &\leq N \\ n_1^{clet}(t) + n_2^{clet}(t) &\leq S \quad \text{se } n_2^{clet}(t) > 0 \end{aligned}$$

2. Stato iniziale ($t = t_{start}$):

$$\begin{aligned} n_1^{clet}(t) = n_2^{clet}(t) = n_1^{cloud}(t) = n_2^{cloud}(t) = n_{setup}(t) &= 0 \\ c_1^{clet}(t) = c_2^{clet}(t) = c_1^{cloud}(t) = c_2^{cloud}(t) = c_{setup}(t) &= 0 \end{aligned}$$

3. Il primo evento deve essere un arrivo
4. Dopo l'arrivo di un numero prefissato di job, i successivi arrivi vengono ignorati e non più processati. Il processo di arrivo si interrompe quando viene processato un numero prefissato di job. L'ultimo evento corrisponde al completamento dell'ultimo job.
5. La selezione dei server all'interno di un nodo non è regolata da nessun algoritmo, poiché metriche relative ai singoli server non sono rilevanti ai fini dell'applicazione.

3.2.1 Tempi di risposta

Poiché i nodi del sistema sono sprovvisti di code, i tempi medi di risposta corrispondono ai tempi medi di servizio, il calcolo viene quindi ridotto al rapporto tra la somma dei tempi di servizio sperimentati dai job in esame e la loro quantità, pertanto, per prima cosa è utile calcolare le somme dei tempi:

$$s_j^{clet} = \sum_{i=1}^{c_j^{clet}(t_{stop})} s_{j,i}^{clet} \quad s_j^{cloud} = \sum_{i=1}^{c_j^{cloud}(t_{stop})} s_{j,i}^{cloud} \quad j = 1, 2$$

$$s_{intr} = \sum_{i=1}^{n_{intr}(t_{stop})} (s_{intr,i}^{clet} + s_{intr,i}^{cloud} + s_i^{setup})$$

Con queste formule si è ottenuta la somma dei tempi di servizio dei job suddivisi per classe e nodo di esecuzione, ed anche una relativa esclusivamente ai job interrotti in cui vengono sommati i tempi associati ai differenti nodi che percorrono (cloudlet, setup e cloud).

È importante notare che il numero di job coinvolti è relativo ad un'istante di tempo corrispondente alla fine della finestra di osservazione $[t_{start}; t_{stop}]$, ove si è posto per semplicità $t_{start} = 0$.

Adesso per il calcolo dei tempi di risposta rimane da fare il rapporto con i completamenti relativi ai nodi oppure alle classi di interesse.

$$E[T_j^{clet}] = E[S_j^{clet}] = \frac{s_j^{clet}}{c_j^{clet}(t_{stop})} \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

$$E[T_j^{cloud}] = E[S_j^{cloud}] = \frac{s_j^{cloud}}{c_j^{cloud}(t_{stop})} \quad j = 1, 2 \quad (2)$$

$$E[T_{intr}] = E[S_{intr}] = \frac{s_{intr}}{n_{intr}(t_{stop})} \quad (3)$$

$$E[T_1] = E[S_1] = \frac{s_1^{clet} + s_1^{cloud}}{c_1^{clet}(t_{stop}) + c_1^{cloud}(t_{stop})} \quad (4)$$

$$E[T_2] = E[S_2] = \frac{s_1^{clet} + s_1^{cloud} + s_{intr}}{c_2^{clet}(t_{stop}) + c_2^{cloud}(t_{stop})} \quad (5)$$

$$E[T] = E[S] = \frac{s_1^{clet} + s_1^{cloud} + s_2^{clet} + s_2^{cloud} + s_{intr}}{c_1^{clet}(t_{stop}) + c_1^{cloud}(t_{stop}) + c_2^{clet}(t_{stop}) + c_2^{cloud}(t_{stop})} \quad (6)$$

Nella formula 3 la somma dei tempi di servizio dei job interrotti viene divisa per il numero di interruzioni, che equivale al numero di completamenti.

Nella formula 5, in cui si calcola il tempo di risposta dei job di classe 2, vengono considerati i job della suddetta classe che passano esclusivamente per il cloudlet e per il cloud oltre ai job che subiscono le interruzioni, ma al denominatore non è presente il numero di job interrotti n_{intr} perché è già incluso nella variabile c_2^{cloud} , essendo tali job completati nel cloud. Lo stesso discorso vale per la formula 6.

3.2.2 Popolazione media

La popolazione media viene calcolata integrando le variabili in un'intervallo di tempo corrispondente alla finestra di osservazione della simulazione e dividendo per la lunghezza di quest'ultima. Le metriche globali possono essere calcolate sommando le opportune metriche locali, poiché sono relative tutte allo stesso intervallo di tempo.

$$E[N_j^{clet}] = \frac{1}{t_{stop} - t_{start}} \int_{t_{start}}^{t_{stop}} n_j^{clet}(t) dt \quad j = 1, 2 \quad (7)$$

$$E[N_j^{cloud}] = \frac{1}{t_{stop} - t_{start}} \int_{t_{start}}^{t_{stop}} n_j^{cloud}(t) dt \quad j = 1, 2 \quad (8)$$

$$E[N_{setup}] = \frac{1}{t_{stop} - t_{start}} \int_{t_{start}}^{t_{stop}} n_{setup}(t) dt \quad (9)$$

$$E[N_1] = E[N_1^{clet}] + E[N_1^{cloud}] \quad (10)$$

$$E[N_2] = E[N_2^{clet}] + E[N_2^{cloud}] + E[N_{setup}] \quad (11)$$

$$E[N_{clet}] = E[N_1^{clet}] + E[N_2^{clet}] \quad (12)$$

$$E[N_{cloud}] = E[N_1^{cloud}] + E[N_2^{cloud}] \quad (13)$$

$$E[N] = E[N_{cloud}] + E[N_{clet}] + E[N_{setup}] \quad (14)$$

$$= E[N_1] + E[N_2] \quad (15)$$

Può essere utile ricordare che i job interrotti sono job di classe 2, pertanto nel calcolo della popolazione media dei job di questa classe nel sistema (equazione 11), vanno considerati anche i job nel centro di setup.

3.2.3 Throughput

Il throughput viene calcolato come il numero di job completati in un intervallo di tempo corrispondente alla finestra di osservazione della simulazione.

Come per la popolazione media è sufficiente comporre i vari throughput locali per ottenere i throughput del sistema, dei singoli nodi oppure delle singole classi. Per esempio per il calcolo del throghput del sistema (equazione 21) si possono

sommare i throughput delle classi oppure i throughput dei nodi.

$$X_j^{clet} = \frac{c_j^{clet}(t_{stop})}{t_{stop} - t_{start}} \quad j = 1, 2 \quad (16)$$

$$X_j^{cloud} = \frac{c_j^{cloud}(t_{stop})}{t_{stop} - t_{start}} \quad j = 1, 2 \quad (17)$$

$$X_j = X_j^{clet} + X_j^{cloud} \quad j = 1, 2 \quad (18)$$

$$X_{clet} = X_1^{clet} + X_2^{clet} \quad (19)$$

$$X_{cloud} = X_1^{cloud} + X_2^{cloud} \quad (20)$$

$$X = X_1 + X_2 = X_{clet} + X_{cloud} \quad (21)$$

Il throughput del centro di setup non è particolarmente interessante perché è un nodo interno che non emette job all'esterno del sistema, funge solo da nodo intermedio tra cloudlet e cloud, in definitiva il suo throughput non contribuisce a quello del sistema.

3.3 Eventi

Lo stato del sistema evolve a seguito di eventi di vario tipo:

1. Arrivo di un job di classe 1
2. Arrivo di un job di classe 2
3. Partenza di un job
4. Setup

L'algoritmo 1 mostra tale evoluzione e le azioni che vengono intraprese in ogni possibile caso.

In generale ad ogni arrivo viene stabilito il nodo di esecuzione in base allo stato del cloudlet e vengono aggiornate opportunamente le variabili, nel caso si debba sostituire un job di classe 2 con uno di classe 1 appena arrivato si provvede a rimuovere il relativo tempo di servizio $s_2^{clet,k}$ precedentemente aggiunto e a registrare l'ammontare di tempo $s_{intr,k}$ per cui il job è stato in esecuzione prima che venisse interrotto. Nel caso in cui si verifica un evento di partenza viene incrementato la corrispondente variabile di completamento e nel caso di un evento di setup, il relativo job precedentemente interrotto può essere finalmente eseguito sul cloud. Si noti anche che, nell'aggiornamento delle variabili temporali, l'istante t' è corrisponde al momento in cui si verifica l'evento successivo a quello corrente che avviene all'istante t .

4 Modello Computazionale

Il modello computazionale consiste in un programma di simulazione di tipo next-event che impiega il metodo "batch means" per il calcolo di tutte le metriche di

Algorithm 1 Logica del sistema in base agli eventi

Arrivo di un job i di classe 1:**if** $n_1^{clet}(t) = N$ **then***esecuzione su cloud* $s_1^{cloud} \leftarrow s_1^{cloud} + s_{1,i}^{cloud}$ $n_1^{cloud}(t') \leftarrow n_1^{cloud}(t) + 1$ **else if** $n_1^{clet}(t) + n_2^{clet}(t) < S$ **then***esecuzione su cloudlet* $s_1^{clet} \leftarrow s_1^{clet} + s_{1,i}^{clet}$ $n_1^{clet}(t') \leftarrow n_1^{clet}(t) + 1$ **else if** $n_2^{clet}(t) > 0$ **then***interruzione e setup job k di classe 2**esecuzione su cloudlet job i di classe 1* $s_1^{clet} \leftarrow s_1^{clet} + s_{1,i}^{clet}$ $s_2^{clet} \leftarrow s_2^{clet} - s_2^{clet,k}$ $s_{intr} \leftarrow s_{intr} + s_{intr,k}$ $s_{setup} \leftarrow s_{setup} + s_{setup,k}$ $n_{setup}(t') \leftarrow n_{setup}(t) + 1$ $n_1^{clet}(t') \leftarrow n_1^{clet}(t) + 1$ $n_2^{clet}(t') \leftarrow n_2^{clet}(t) - 1$ **else***esecuzione su cloudlet* $s_1^{clet} \leftarrow s_1^{clet} + s_{1,i}^{clet}$ $n_1^{clet}(t') \leftarrow n_1^{clet}(t) + 1$ **end if****Arrivo di un job i di classe 2:****if** $n_1^{clet}(t) + n_2^{clet}(t) \geq S$ **then***esecuzione su cloud* $s_2^{cloud} \leftarrow s_2^{cloud} + s_{2,i}^{cloud}$ $n_2^{cloud}(t') \leftarrow n_2^{cloud}(t) + 1$ **else***esecuzione su cloudlet* $s_2^{clet} \leftarrow s_2^{clet} + s_{2,i}^{clet}$ $n_2^{clet}(t') \leftarrow n_2^{clet}(t) + 1$ **end if****Partenza di un job di classe j dal cloudlet:** $c_j^{clet}(t') \leftarrow c_j^{clet}(t) + 1$ $n_j^{clet}(t') \leftarrow n_j^{clet}(t) - 1$ **Partenza di un job di classe j dal cloud:** $c_j^{cloud}(t') \leftarrow c_j^{cloud}(t) + 1$ $n_j^{cloud}(t') \leftarrow n_j^{cloud}(t) - 1$ **Setup:***esecuzione su cloud* $s_2^{cloud} \leftarrow s_2^{cloud} + s_{2,i}^{cloud}$ $n_{setup}(t') \leftarrow n_{setup}(t) - 1$ $n_2^{cloud}(t') \leftarrow n_2^{cloud}(t) + 1$

interesse. A questo livello di astrazione del sistema si passa ad implementare tutto ciò che è stato definito formalmente nel modello di specifica, in particolare in questa sezione verranno descritte le strutture dati impiegate per la rappresentazione delle variabili, le funzioni ed i costrutti che realizzano la logica del sistema, come vengono generati i dati di input ed infine le metodologie con cui vengono collezionati ed elaborati i dati di output.

4.1 Strutture dati

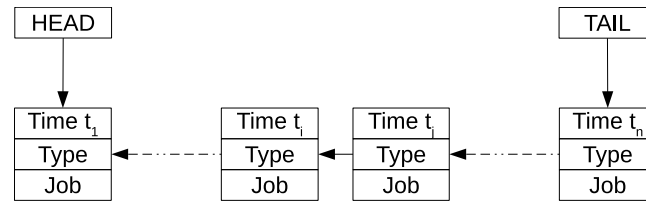
In primo luogo, vengono definite le strutture dati riguardanti la lista degli eventi possibili ed il clock che regola il tempo di simulazione, successivamente quelle che contegono i dati di output ed infine la struttura dati relativa alla principale entità manipolata nel sistema: il job.

4.1.1 Eventi e clock virtuale

Ad ogni istante la lista di eventi è così composta:

- prossimo arrivo job di classe 1
- prossimo arrivo job di classe 2
- al più N completamenti di job nel cloudlet
- 0 o più completamenti di job nel cloud
- 0 o più completamenti di fase di setup dei job interrotti

non essendovi un numero finito di eventi da gestire, occorre realizzare la lista di eventi tramite una struttura dati dinamica, pertanto gli eventi vengono gestiti tramite una coda prioritaria, ordinata per scadenza, ovvero con una politica del tipo Least Remaining Time (figura 2).



$$t_i < t_j \forall i < j$$

Figura 2: Coda prioritaria di eventi, ordinata per istante di scadenza

Un generico evento è composto dai seguenti campi:

- L'istante in cui l'evento si verifica
- La tipologia di evento (arrivo, partenza, setup)
- Il job associato
- Un array contenente lo stato del sistema (la sua struttura verrà discussa più avanti)

Ogniquale volta viene creato un evento, questo viene inserito nella coda nella posizione opportuna tramite un'operazione di *enqueue*, affinché ogni operazione di *dequeue* estragga l'evento più imminente.

Il tempo di simulazione è regolato da un clock virtuale che tiene conto dell'istante corrente e del successivo in modo tale da poter considerare intervalli di tempo utili per il calcolo di statistiche di tipo time-averaged.

Implementazione Evento e Clock Virtuale (basic.h)

```

struct event {
    double time;
    struct job_t job;
    unsigned int type;
    unsigned int n[4];
};

typedef struct {
    double current;
    double next;
} clock;

```

4.1.2 Variabili di Output

I dati che man mano devono essere raccolti durante la simulazione sono memorizzati in variabili suddivise in base alla tipologia e al nodo di esecuzione dei job. Per esempio, lo stato del sistema, così come il numero di arrivi e completamenti, è implementato tramite un array di dimensione 4, di cui ogni slot corrisponde ad una combinazione classe-nodo a cui il job può essere associato.

L'accesso ad uno slot dell'array viene effettuato tramite un indice che viene calcolato tramite la somma di macro che rappresentano le varie combinazioni, infatti, se si vuole considerare il numero di job di classe 1 in esecuzione nel cloud basta accedere all'array tramite l'indice che deriva dalla somma delle macro J_CLASS1 e CLOUD ($0 + 2 = 2$). La tabella 3 descrive le possibili combinazioni di macro legate all'indice di accesso.

	CLET	CLOUD	SETUP
J_CLASS1	0	2	
J_CLASS2	1	3	4

Tabella 3: Combinazioni per il calcolo dell'indice degli array

Definizione macro Nodi e Classi (basic.h)

```

#define J_CLASS1    0
#define J_CLASS2    1
#define CLET        0
#define CLOUD       2
#define SETUP       3

```

4.1.3 Task

Un generico task, anche detto job, viene implementato come una struttura specifica dotata dei seguenti attributi:

id : identificatore univoco necessario ad effettuare un riordino dei job nel momento in cui vanno considerate le statistiche in un ordine corrispondente agli istanti di arrivo dei singoli job

class : specifica la classe del job, può assumere il valori J_CLASS1 e J_CLASS2 (macro definite nel file di configurazione);

node : specifica il nodo in cui il job è in esecuzione, può assumere i valori CLET, CLOUD, SETUP (macro definite nel file di configurazione), che corrispondono rispettivamente a cloudlet, cloud e nodo di setup;

service : array che memorizza i tempi di risposta seguendo la stessa regola delle combinazioni che riguarda anche lo stato del sistema. Un job di classe 1 in esecuzione nel cloud avrà un tempo di risposta non nullo nello slot relativo, un job interrotto avrà un tempo di risposta non nullo sia nello slot riguardante il nodo cloudlet che in quello riguardante il nodo cloud.

setup : tempo che un job trascorre in fase di setup. Il valore rimane nullo nel caso in cui il job non viene interrotto.

basic.h

```
struct job_t {
    unsigned long id;
    unsigned int class;
    unsigned int node;
    double service[4];
    double setup;
};
```

4.2 Generazione dell'input

I dati di input della simulazione, corrispondenti ai tempi di interarrivo e di servizio dei singoli job, vengono generati a runtime in base alle informazioni note sulle rispettive distribuzioni esponenziali. Per ottenere tali distribuzioni sono state utilizzate le funzioni delle librerie *rvgs* e *rngs* di *Steve Park* e *Dave Geyer* descritte in [1].

La funzione *GetArrival()*, ogniquale volta viene chiamata, restituisce il più imminente istante di arrivo tra un job di classe 1 ed uno di classe 2 e memorizza nella variabile *j*, passata per riferimento, la classe del job in questione. Tali istanti di arrivo vengono calcolati progressivamente a seguito della generazione dei tempi di interarrivo tra un job e l'altro, più precisamente, non appena viene restituito un istante di arrivo relativo al job di una classe, viene calcolato il successivo per la medesima classe.

La funzione *GetService()* restituisce un valore che deriva dalla generazione di un tempo di servizio esponenziale con media stabilita in base ai parametri *j*

e n passati come argomento che indicano rispettivamente la classe ed il nodo di esecuzione del job.

La funzione *GetSetup()* restituisce semplicemente un valore generato a partire da una distribuzione esponenziale di media $E[S_{setup}]$.

Le funzioni in questione sono elencate di seguito. Si noti che prima di ogni chiamata alle funzioni della libreria *rvgs* viene selezionato, tramite la funzione *SelectStream()*, un flusso di generazione di numeri pseudo-casuali distinto, affinché sia garantita il più possibile l'indipendenza tra le sequenze di numeri generate.

basic.h

```
double GetArrival(unsigned int *j)
{
    const double mean[2] = {1/L1, 1/L2};
    static double arrival[2] = {START, START};
    static int init = 1;
    double temp;

    if (init) {
        SelectStream(0);
        arrival[0] += Exponential(mean[0]);
        SelectStream(1);
        arrival[1] += Exponential(mean[1]);
        init=0;
    }

    if (arrival[0] <= arrival[1])
        *j = 0;
    else
        *j = 1;

    temp = arrival[*j];
    SelectStream(*j);
    arrival[*j] += Exponential(mean[*j]);

    return temp;
}

double GetService(int j, int n)
{
    const double mean[4] = {1/M1CLET, 1/M2CLET,
                           1/M1CLOUD, 1/M2CLOUD,
                           1/MSETUP};
    SelectStream(j + n + 2);
    return Exponential(mean[j + n]);
}
```

4.3 Flusso principale

Il programma che si occupa dell'esecuzione della simulazione è contenuto nel file *cloudq.c*. Il flusso di esecuzione principale consiste nell'eseguire le varie repliche della simulazione producendo, per ognuna di esse, dei file di output che vengono presi in input da altri programmi che si occupano di elaborare i dati, tali programmi sono denominati *bm_*.c* e producono, per ogni replicazione e

per ogni metrica, un campione di k medie di batch di dimensione b sul quale viene calcolato un intervallo di confidenza del 95%.

Ogni replicazione della simulazione è composta dalle seguenti fasi:

1. Inizializzazione: apertura dei file di output, reset delle variabili (e del clock virtuale?), settaggio del seme per il PRNG, generazione ed inserimento nella coda del primo evento di arrivo.
2. Processamento degli eventi: fintanto che la coda degli eventi non è vuota, viene aggiornata l'area relativa alla popolazione nel tempo di simulazione corrente, viene estratto l'evento in cima alla coda ed a seconda del tipo di evento si attuano le azioni descritte nell'algoritmo 1;
3. Terminazione: chiusura dei file di output e stampa su schermo dei risultati della replicazione.

cloudq.c

```

/* initialize data structures */
/* ..... */

while (queue.head != NULL) {

    e = dequeue_event(&queue);
    t.next = e->time;                                /* next event time */

    for (i = 0; i < 5; i++)                            /* update integral */
        area[i] += (t.next - t.current) * n[i];

    t.current = t.next;                                /* advance the clock */

    switch (e->type) {
    case E_ARRIVL:
        /* process an arrival */
        /* ..... */
    case E_SETUP:
        /* process an arrival */
        /* ..... */
    case E_DEPART:
        /* process a departure */
        /* ..... */
        /* write data to outfile */
        /* ..... */
    default:
        handle_error("unknown_event_type");
    }
}

/* ..... */

```

4.3.1 Gestione degli eventi

A livello computazionale, le operazioni che corrispondono ai vari eventi (indicati con le macro specificate nel file basic.h) sono le seguenti:

E_ARRIVL : evento di arrivo, a seconda della classe del job e dello stato del sistema, vengono aggiornate le variabili degli arrivi e quelle della popolazione corrente, tramite la funzione *srvjob()* viene creato e inserito nella coda un evento di partenza dal nodo in cui il job va concettualmente in esecuzione, per un tempo di servizio che viene generato tramite la funzione *GetService()* e memorizzato nell'apposita variabile del job. Se si verificano le condizioni per cui avviene l'interruzione di un job, tramite la funzione *rplcjob()* viene rimosso un evento di partenza relativo ad un job di classe 2 in esecuzione sul cloudlet, viene creato un evento di setup a cui viene associato il nodo rimosso con un nuovo tempo di servizio generato dalla funzione *GetService()*, infine viene creato ed immesso nella coda un evento di partenza dal cloudlet con associato il nuovo job appena arrivato. Una volta che un evento di arrivo viene processato, viene generato il successivo ed inserito nella coda. Si può osservare che, ad ogni istante, nella coda è presente un solo evento di arrivo, poiché un evento di tale tipo viene generato soltanto dopo che il precedente viene processato.

E_DEPART : evento di partenza, vengono aggiornate le variabili relative alla popolazione del sistema ed ai completamenti in base alla classe del job e al nodo di servizio, inoltre vengono scritti i dati correnti sui file di output, quindi, una metrica di interesse, viene registrata ad ogni completamento di un job, anche quelle non relative ai singoli job come la popolazione media.

E_SETUP : evento di setup, indica la terminazione della fase di setup di un job interrotto, viene generato un nuovo evento di partenza dal cloud e viene aggiornato lo stato della popolazione del sistema.

E_IGNRVL :

[CODICE RELATIVO AI VARI EVENTI]

4.4 Produzione ed Elaborazione dell'Output

La simulazione viene eseguita un numero R di volte in modo da ottenere un campione di tale dimensione con cui generare un intervallo di confidenza al 95% per le statistiche ottenute. Le replicazioni della simulazione sono gestite con un ciclo for all'inizio del quale vengono re-inizializzate tutte le variabili e viene reimpostato il seme per il PRNG affinché le distribuzioni generate in ogni replicazione siano indipendenti. In ogni replicazione i valori delle variabili vengono scritti in modo iterativo su dei file di output che vengono poi elaborati tramite un successivo programma (*bm_*.c*) per il calcolo delle metriche di interesse.

4.4.1 Tempo di Servizio

Il file *service.dat* contiene le informazioni riguardanti i tempi di servizio di ogni job in base alla sua classe ed al nodo su cui è stato eseguito: ogni riga corrisponde ad un singolo job tranne la prima in cui sono presenti i completamenti sempre suddivisi per combinazione classe-nodo, necessari al calcolo della grandezza dei batch. Infatti se durante la simulazione sono stati processati c_1 job di classe 1 ed c_2 job di classe 2, la dimensione dei relativi batch sarà rispettivamente c_1/K e c_2/K , con K pari al numero di batch del campione.

cloudq.c

```

double srvjob(struct job_t job, unsigned int node,
              struct queue_t *queue, clock_t)
{
    double service = GetService(job.class, node);
    struct event *e = alloc_event();
    memset(e, 0, sizeof(struct event));

    job.node = node;
    job.service[job.class + node] = service;
    e->job = job;
    e->time = t.current + service;
    e->type = E_DEPART;
    enqueue_event(e, queue);

    return service;
}

/* return the cloudlet execution time of the removed job */
double rplcjob(struct queue_t *queue, clock_t, unsigned int n)
{
    double service;
    double left;
    double setup = GetService(J_CLASS2 + SETUP);
    struct event *temp = alloc_event();
    struct job_t *job = &temp->job;
    struct event *e = NULL;

    job->class = J_CLASS2;
    job->node = CLET;
    temp->type = E_DEPART;
    e = remove_event(queue, temp, rmpos(n));

    left = e->time - t.current;

    e->time = t.current + setup;
    e->type = E_SETUP;

    job = &e->job;
    job->node = SETUP;
    job->service[J_CLASS2 + SETUP] = setup;
    service = job->service[J_CLASS2 + CLET];
    job->service[J_CLASS2 + CLET] -= left;

    enqueue_event(e, queue);
    free(temp);

    return service - left;
}

```

Poiché i tempi di servizio vengono scritti ad ogni completamento dei job, quindi in un ordine che non corrisponde a quello di arrivo, è necessario riordinare le righe del file, questo viene fatto tramite la chiamata di sistema *system()*, che permette di eseguire il comando shell per il riordino delle righe, a tale scopo viene inserito l'id del job (assegnato in ordine di arrivo) all'inizio di ogni riga.

[CODICE SCRITTURA SU FILE E RIORDINO]

[FIGURA FILE DI OUTPUT]

Il programma *bm_srv* si occupa dell'elaborazione di questo file, leggendo riga per riga e riempiendo le apposite variabili, distinguendo la tipologia del job ed il nodo di esecuzione in base ai valori non nulli della riga.

Ogni metrica è implementata con un array di K elementi, i quali vengono popolati sommando esattamente b valori della metrica che compongono un batch. Al termine del ciclo di processamento delle righe, ogni elemento viene diviso per b per calcolare il valor medio.

In questo modo l'array costituisce un campione di dimensione K per la metrica, per il quale il programma calcola un intervallo di confidenza con un livello di significatività pari a $\alpha = 0.05$.

[CODICE *bm_srv.c*]

4.4.2 Throughput, popolazione, e percentuale di interruzioni

I file *throughput.dat*, *population.dat* e *interruption.dat* contengono valori relativi rispettivamente al throughput, alla popolazione media e alla percentuale di job interrotti.

Anche se sono metriche che non si riferiscono direttamente ad un job, è stato comunque scelto l'evento di completamento come istante di campionamento, in modo da avere conformità tra tutti i file di output e controllo sul numero di valori che vengono raccolti, poiché il programma raccoglie una quantità di dati pari al numero di job che devono essere processati durante la simulazione.

I file vengono progressivamente generati, come per il file *service.dat*, scrivendo su ogni riga i valori corrispondenti alla combinazione classe-nodo.

L'elaborazione differisce invece perché ogni riga contribuisce al popolamento degli array, quindi ognuno di questi avrà i batch della stessa dimensione pari al rapporto tra il numero di righe N_JOBS e la dimensione del campione K .

[CODICE ED ESEMPIO DI OUTPUT]

[CODICE *bm_thr.c*]

5 Modello Analitico

In questa sezione viene mostrata la metodologia utilizzata per la stima statistiche. Nel modello analitico le statistiche si basano sui valori medi delle variabili aleatorie S , N e X , corrispondenti rispettivamente al tempo di risposta, popolazione e throughput.

Per il calcolo delle metriche locali e globali, è stato inoltre necessario ottenere la distribuzione stazionaria dello stato del cloudlet, in modo tale da poter stabilire lo stato di tutto il sistema in condizioni di stazionarietà, e a tale scopo, si è modellato il cloudlet come una catena di markov.

5.1 Calcolo della distribuzione stazionaria

Il generico stato della catena di markov è rappresentato da una coppia di interi (n_1, n_2) che indicano la quantità di job della relativa classe presenti nel cloudlet. La frequenza di transizione da uno stato all'altro è regolata dai tassi di arrivo λ_1 e λ_2 e di completamento μ_1^{clet} e μ_2^{clet} che verranno indicati semplicemente con μ_1 e μ_2 , poiché la catena di markov è riferita soltanto al cloudlet.

La catena rispetta i vincoli imposti relativi alla somma delle variabili n_1 e n_2 , gli stati risultanti sono mostrati in figura 3: le frecce tratteggiate indicano il fatto che i job, al loro arrivo, vengono direttamente inoltrati al server remoto, mentre nel caso in cui arrivi un job di classe 1 nello stato (n_1, n_2) tale che $n_1 + n_2 = S$, si passa allo stato $(n_1 + 1, n_2 - 1)$ e ciò rappresenta una migrazione di un job di classe 2.

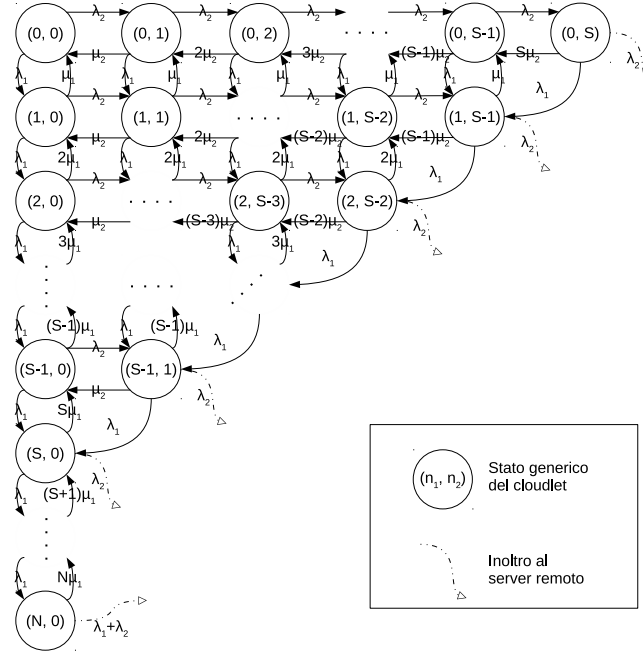


Figura 3: CTMC cloudlet

Per il calcolo della distribuzione stazionaria si è utilizzato un programma di calcolo basato su matrici scritto in *Matlab*, al fine di risolvere il seguente sistema di equazioni di bilancio che deriva dall'analisi della catena.

[SISTEMA DI EQUAZIONI DI BILANCIO]

In tal modo si è ricavato il vettore $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ di dimensione n pari al numero di stati della catena di Markov, dove un generico x_k corrisponde alla probabilità di trovarsi nello stato (n_1, n_2) in condizioni di stazionarietà, e verrà indicata con il simbolo $\pi_{(n_1, n_2)}$. A questo punto è possibile, sommando le opportune $\pi_{(n_1, n_2)}$, ricondursi alle probabilità che si verifichino determinati eventi che consentiranno di stimare le metriche di interesse.

5.2 Stima delle metriche

[INTRO]

5.2.1 Probabilità preliminari

Prima di tutto è conveniente sfruttare la distribuzione stazionaria per il calcolo di alcune probabilità preliminari, utili al calcolo dei tempi di risposta.

- *Probabilità di Accettazione*: probabilità che il sistema si trovi in uno stato in cui qualunque job viene accettato in esecuzione nel cloudlet

$$\Pi_A = \sum_{\substack{n_1, n_2: \\ n_1 + n_2 < S}} \pi_{(n_1, n_2)} \quad (22)$$

- *Probabilità di Soglia*: probabilità che il sistema si trovi in uno stato in cui il valore di soglia è stato raggiunto

$$\Pi_S = \sum_{\substack{n_1, n_2: \\ n_1 + n_2 \geq S}} \pi_{(n_1, n_2)} \quad (23)$$

- *Probabilità di Blocco*: probabilità che il sistema si trovi in uno stato in cui qualunque job viene direttamente inoltrato al server remoto (cloud)

$$\Pi_B = \sum_{\substack{n_1, n_2: \\ n_1 + n_2 = N}} \pi_{(n_1, n_2)} \quad (24)$$

- *Probabilità di Interruzione*: probabilità che il sistema si trovi in uno stato in cui è possibile che un job venga interrotto

$$\Pi_I = \sum_{\substack{n_1, n_2: \\ n_1 + n_2 = N \\ n_2 > 0}} \pi_{(n_1, n_2)} \quad (25)$$

- *Probabilità di Interruzione a seguito di Accettazione*: probabilità che un job accettato nel cloudlet venga interrotto, calcolata rapportando la frequenza di interruzione di un job alla frequenza di accettazione

$$P_{intr} = \frac{\lambda_1 \Pi_I}{\lambda_2 \Pi_A} \quad (26)$$

Da ora in poi, con il nome con “probabilità di interruzione” verrà indicato il termine P_{intr} , poiché la probabilità Π_I non verrà più utilizzata nel resto dell’analisi.

5.2.2 Tempo di risposta: Cloudlet

Il tempo medio di risposta di un job di classe 1 per il cloudlet è banalmente il reciproco del tasso di servizio relativo:

$$E[S_1^{clet}] = \frac{1}{\mu_1^{clet}} \quad (27)$$

tale valore è indipendente dal parametro S ed equivale a $2\bar{2}$, mentre per quanto riguarda i job di classe 2, il tempo medio di servizio subisce una riduzione dovuta alle interruzioni. Infatti, poiché i job che hanno un tempo di servizio maggiore del valor medio ($1/\mu_2^{clet}$) permangono nel nodo per più tempo, sono più soggetti alle interruzioni, quindi non verranno inclusi nel calcolo del tempo medio ed incideranno maggiormente i job con un tempo di servizio minore. Si

può stimare che, tale tempo di risposta medio, viene abbattuto di un fattore S_r proporzionale alla probabilità che un job venga interrotto.

$$\begin{aligned} S_r &= \frac{1}{\mu_2^{clet}} P_{intr} \\ E[S_2^{clet}] &= \frac{1}{\mu_2^{clet}} - S_r \end{aligned} \quad (28)$$

Tale stima è ragionevole, poiché se si ragiona al limite si ha che, in assenza di interruzioni, il tempo di risposta assume il valore normale $1/\mu_2^{clet}$, altrimenti, con una probabilità di interruzione pari a 1, assume giustamente il valore nullo, poiché non ci sarebbero completamenti in tali condizioni.

$$\begin{aligned} P_{intr} \longrightarrow 0 &\quad \Rightarrow \quad S_r \rightarrow 0 ; \quad E[S_2^{clet}] \rightarrow \frac{1}{\mu_2^{clet}} \\ P_{intr} \longrightarrow 1 &\quad \Rightarrow \quad S_r \rightarrow \frac{1}{\mu_2^{clet}} ; \quad E[S_2^{clet}] \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Il tempo di risposta medio globale per il cloudlet è calcolato come una media pesata sul tipo di job di che attraversano il nodo. Nello specifico si ha che una porzione pari a $\lambda_1/(\lambda_1 + \lambda_2)$ degli arrivi totali al cloudlet è di classe 1 e sarà in servizio per un tempo mediamente pari a $E[S_1^{clet}]$, la restante porzione ($\lambda_2/(\lambda_1 + \lambda_2)$) invece è di classe 2 e sarà in servizio per un tempo mediamente pari a $E[S_2^{clet}]$. Si ottiene quindi la formula seguente:

$$E[S_{clet}] = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} E[S_1^{clet}] + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} E[S_2^{clet}] \quad (29)$$

5.2.3 Tempo di risposta: Cloud

Per quanto riguarda il cloud, i tempi di risposta specifici per classe sono molto semplici da stimare, e sono pari al reciproco del rispettivo tasso di servizio:

$$E[S_1^{cloud}] = \frac{1}{\mu_1^{cloud}} \quad (30)$$

$$E[S_2^{cloud}] = \frac{1}{\mu_2^{cloud}} \quad (31)$$

Il tempo di risposta globale per il cloud può essere calcolato in maniera analoga al caso del cloudlet, ad eccezione del fatto che i tassi di arrivo non sono noti, ma possono essere calcolati facilmente perché equivalgono ai tassi di scarto del cloudlet.

I job di classe 1 vengono scartati soltanto nel caso in cui il cloudlet si trova nello stato $(N, 0)$, ovvero quando vi sono esattamente N job di classe 1 in esecuzione.

I job di classe 2 vengono scartati nel caso in cui il cloudlet si trova in uno stato in cui si è raggiunto il valore di soglia, oppure nel caso in cui avvenga una sostituzione con uno di classe 1. In conclusione si ottiene:

$$\begin{aligned} \lambda_1^{cloud} &= \Pi_B \lambda_1 & \lambda_2^{cloud} &= (\Pi_S + \Pi_A P_{intr}) \lambda_2 \\ E[S_{cloud}] &= \frac{\lambda_1^{cloud}}{\lambda_1^{cloud} + \lambda_2^{cloud}} E[S_1^{cloud}] + \frac{\lambda_2^{cloud}}{\lambda_1^{cloud} + \lambda_2^{cloud}} E[S_2^{cloud}] \end{aligned} \quad (32)$$

5.2.4 Tempo di risposta: Sistema

Un job di classe 1, al suo arrivo nel sistema, può essere soggetto a due alternative: essere inoltrato nel cloud nel caso in cui il cloudlet sia saturo con probabilità Π_B , oppure essere eseguito nel cloudlet con probabilità $1 - \Pi_B$.

$$E[S_1] = (1 - \Pi_B) E[S_{clet}] + \Pi_B E[S_{cloud}] \quad (33)$$

Prima di calcolare il tempo di risposta medio dei job di classe 2, è necessario calcolare il tempo di risposta medio di un job interrotto.

Tale tempo è composto dalla somma di tre componenti, partendo dall'ultima: il tempo medio di servizio nel nodo cloud pari a $E[S_{cloud}]$, il tempo medio di setup pari a $E[S_{setup}]$ ed infine il tempo medio di esecuzione nel cloudlet prima che il job venga interrotto.

La stima di quest'ultimo può essere effettuata similmente a quella del calcolo del tempo di risposta dei job di classe 2 nel cloudlet. Infatti anche in questo caso è necessario sottrarre un certa quantità al tempo che normalmente avrebbe impiegato in esecuzione se non ci fosse stata interruzione, ovvero $1/\mu_2^{clet}$. Sarebbe quindi ideale la relazione del tipo:

$$E[Y] = \frac{1}{\mu_2^{clet}}(1 - \beta P_{intr}) \quad \beta \leq 1$$

perché si vuole che il tempo di esecuzione antecedente all'interruzione (qui indicato per semplicità con Y) diminuisca all'aumentare della probabilità di interruzione. Si noti che per $\beta = 1$ si ottiene esattamente la formula di $E[S_2^{clet}]$, in questo caso però, non si vuole che il tempo di esecuzione tenda a 0 se la probabilità di interruzione fosse pari a 1, perché tale situazione non sarebbe realistica, infatti anche se ogni singolo job deve essere interrotto non si può pensare che esso abbia un tempo di esecuzione nel cloudlet pari a 0. Per questo motivo, β funge da fattore di attenuazione che riduce l'incisività della probabilità di interruzione sul calcolo.

Tramite il confronto congiunto con le varie simulazioni al variare del parametro S , è stato scelto il un valore del fattore β pari a 0.95. Si è giunti quindi alla formula seguente per il calcolo del tempo medio di servizio di un job interrotto:

$$E[S_{intr}] = (1 - \beta P_{intr}) \frac{1}{\mu_2^{clet}} + E[S_{setup}] + E[S_{cloud}] \quad \beta = 0.95 \quad (34)$$

Un job di classe 2 invece può avere tre diversi tempi di esecuzione in base ai seguenti casi:

- Il job viene inoltrato direttamente al cloud remoto perché si è raggiunto il valore di soglia, dove viene eseguito per un tempo mediamente pari a $E[S_2^{cloud}]$, questo avviene con probabilità Π_S ;
- Il job viene accettato nel cloudlet e non viene interrotto, il suo tempo di esecuzione è mediamente pari a $E[S_2^{clet}]$, questo accade con probabilità $\Pi_A(1 - P_{intr})$;
- Il job viene eseguito nel cloudlet, viene interrotto ed inoltrato al server remoto in cui viene eseguito dopo una fase di setup, questo avviene con probabilità $\Pi_A P_{intr}$ ed il tempo di esecuzione è mediamente pari a $E[S_{intr}]$;

Pertanto un job di classe 2 ha un tempo di risposta medio che deriva dalla seguente formula:

$$E[S_2] = \Pi_S E[S_2^{cloud}] + \Pi_A(1 - P_{intr})E[S_2^{clet}] + \Pi_A P_{intr} E[S_{intr}] \quad (35)$$

Il tempo di risposta globale del sistema è calcolato analogamente al caso del cloudlet, con i tempi di servizio riferiti al sistema intero, si ha quindi:

$$E[S] = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} E[S_1] + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} E[S_2] \quad (36)$$

6 Risultati

La tabella 4 mostra i risultati della simulazione a confronto con le stime effettuate per un valore di $S = 20$.

	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_1^{clet}	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_2^{clet}	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_{clet}	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_1^{cloud}	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_2^{cloud}	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_{cloud}	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_{setup}	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_{intr}	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_1	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s_2	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR
s	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	STIMA	MAX ERR

Tabella 4: Confronto simulazione-stima per $S = 20$

	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR
n_1^{clet}	8.9260 ± 0.0050	8.8170 ± 0.0130	8.9151 ± 0.0082	8.8811 ± 0.0075		
n_2^{clet}	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR
n_{clet}	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR
n_1^{cloud}	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR
n_2^{cloud}	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR
n_{cloud}	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR
n_{setup}	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR
n_1	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR
n_2	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR
n	R1	R2	R3	R4	STIMA	MAX ERR

Tabella 5: Risultati popolazione media per $S = 20$

7 Conclusioni

Riferimenti bibliografici

- [1] Leemis L.M., Park S.K. : *“Discrete-Event Simulation: A First Course.”*
Pearson (2006)