

FHCSN | Esercizio 1 Lect 03:

$$\mu = 1,2 \text{ job/s} \quad \lambda = 0,45 \text{ job/s}$$

$$E[N_q] = 0,225$$

Esercizio  
 $\mu = 0,8$

$$\rho = ? \quad E[T_s] = ?$$

$$\rightarrow \lambda < \mu \Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,45 \text{ job/s}}{1,2 \text{ job/s}} = 0,375$$

V

$$\rightarrow E[N_s] = E[N_q] + \rho = 0,225 + 0,375 = 0,6$$

$$E[N_s] = \lambda E[T_s] \Rightarrow E[T_s] = \frac{1}{\lambda} E[N_s] = \frac{1}{0,45} \cdot 0,6 \approx 1,3333 \text{ s}$$

$$\rightarrow \lambda_A$$

$$\rightarrow E[N_q] = \lambda E[T_q] \Rightarrow E[T_q] = \frac{1}{\lambda} E[N_q] = \frac{0,225}{0,45} = 0,5 \text{ s}$$

$$\rightarrow \lambda_B$$

$$E[T_s] = E[T_q] + \frac{1}{\mu} = 0,5 \text{ s} + \frac{1}{1,2} \text{ s} \approx 1,3333 \text{ s}$$

$$\rightarrow N$$

+

$$\lambda' = 1,20 \lambda \quad E[N'_q] = 0,3681818$$

$$\rho' = ? \quad E[T'_s] = ?$$

$$\rightarrow \lambda' = 1,20 \cdot 0,45 \text{ job/s} = 0,54 \text{ job/s} < \mu \Rightarrow \rho' = \frac{\lambda'}{\mu} = \frac{0,54 \text{ job/s}}{1,2 \text{ job/s}} = 0,45$$

$$\rightarrow N$$

$$\rightarrow E[N'_s] = E[N'_q] + \rho' = 0,3681818 + 0,45 = 0,8181818$$

$$\rightarrow N$$

$$E[T'_s] = \frac{1}{\lambda'} E[N'_s] = \frac{1}{0,54} \cdot 0,8181818 \approx 1,51515 \text{ s}$$

$$\rightarrow N$$

+

Ora voglio fare in modo che il servizio classico ( $\rightarrow$  il tasso di arrivo sia uguale al tasso di servizio).

$$\rightarrow N$$

$$\rightarrow \lambda'' = \mu = 1,2 \text{ job/s} \Rightarrow \lambda'' = \alpha \lambda' \Rightarrow 1,2 = \alpha \cdot 0,54 \Rightarrow \alpha = \frac{1,2}{0,54} \approx 2,222$$

$$\rightarrow N$$

$\Rightarrow$  C'è stato un incremento del 122,22% (corretto) del tasso di arrivo.

$$\rightarrow N$$

$\rightarrow$  Ora è altrettanto chiaro che  $\rho = f$  e che  $E[T_s]$  inizia a divergere dato che  $\Rightarrow$  anche  $E[N_s]$  inizia a divergere (non siamo in una situazione di stazarienza).

Esercizio 2 Part 03:

$$\mu = 0,8 \text{ job/s}$$

$$\begin{aligned} 08:00 - 12:00 &\Rightarrow \lambda_1 = 1,5 \text{ job/s} \\ 12:00 - 14:00 &\Rightarrow \lambda_2 = 0,5 \text{ job/s} \\ 14:00 - 19:00 &\Rightarrow \lambda_3 = 1,5 \text{ job/s} \\ 19:00 - 21:00 &\Rightarrow \lambda_4 = 0,5 \text{ job/s} \\ 21:00 - 08:00 &\Rightarrow \lambda_5 = 0,05 \text{ job/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{avg}} &=? \\ p_{\text{avg}} &=? \\ X_{\text{avg}} &=? \\ X_1, X_2, X_3, &=? \\ X_4, X_5 &=? \end{aligned}$$

$$\rightarrow \lambda_{\text{avg}} = \frac{1}{24} (4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 5\lambda_3 + 2\lambda_4 + 11\lambda_5) = 0,66875 \text{ job/s} \quad (< \mu)$$

$\rightarrow$  assumo il centro vuoto alle 08:00.

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 08:00 E LE 12:00:  $1,5 \cdot 3600 \cdot 4 = 21600$

► NUMERO DI JOBS SERVITI TRA LE 08:00 E LE 12:00:  $0,8 \cdot 3600 \cdot 4 = 11520$

$\Rightarrow$  NUMERO DI JOBS NEL CENTRO ALLE 12:00:  $21600 - 11520 = 10080$

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 12:00 E LE 14:00:  $0,5 \cdot 3600 \cdot 2 = 3600$

► NUMERO DI JOBS SERVITI TRA LE 12:00 E LE 14:00:  $0,8 \cdot 3600 \cdot 2 = 5760$

$\Rightarrow$  NUMERO DI JOBS NEL CENTRO ALLE 14:00:  $10080 + 3600 - 5760 = 7920$

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 14:00 E LE 19:00:  $1,5 \cdot 3600 \cdot 5 = 27000$

► NUMERO DI JOBS SERVITI TRA LE 14:00 E LE 19:00:  $0,8 \cdot 3600 \cdot 5 = 14400$

$\Rightarrow$  NUMERO DI JOBS NEL CENTRO ALLE 19:00:  $7920 + 27000 - 14400 = 20520$

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 19:00 E LE 21:00:  $0,5 \cdot 3600 \cdot 2 = 3600$

► NUMERO DI JOBS SERVITI TRA LE 19:00 E LE 21:00:  $0,8 \cdot 3600 \cdot 2 = 5760$

$\Rightarrow$  NUMERO DI JOBS NEL CENTRO ALLE 21:00:  $20520 + 3600 - 5760 = 18360$

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 21:00 E LE 08:00:  $0,05 \cdot 3600 \cdot 11 = 1980$

► NUMERO DI JOBS (RIMAN.) SERVITI TRA LE 21:00 E LE 08:00:  $0,8 \cdot 3600 \cdot 11 = 31680$

$\hookrightarrow$  In pratica, tra le 21:00 e le 08:00 vengono smaltiti tutti e i  $18360 + 1980 = 20340$  job rimanenti.

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 1$$

$$\rho_5 = \frac{\# \text{ job smaltiti tra le 21:00 e le 08:00}}{\# \text{ job che si servirà in gradi di smaltire in 11 h}}$$

$$\Rightarrow \rho_5 = \frac{20340}{31680} \approx 0,6420$$

$$\text{to che } \Rightarrow \rho_{\text{avg}} = \frac{1}{24} (4\rho_1 + 2\rho_2 + 5\rho_3 + 2\rho_4 + 11\rho_5) = \frac{1}{24} (13 + 11 \cdot 0,6420) = 0,8359 = \lambda_{\text{avg}} / \mu$$

$$\rightarrow X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = \mu = 0,8 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_5 = \frac{\# \text{ job smaltiti tra le 21:00 e le 08:00}}{\# \text{ secondi tra le 21:00 e le 08:00}} = \frac{20360}{1 \cdot 3600} \approx 0,5136 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow X_{AVG} = \frac{1}{24} (4X_1 + 2X_2 + 5X_3 + 2X_4 + 11X_5) = \frac{1}{24} (0,8 \cdot 13 + 0,5136 \cdot 11)$$

$$\approx 0,6687 \text{ job/s}$$

$$\bar{\rho} = q +$$

$$\bar{\lambda} = \frac{q}{\bar{\rho}}$$

$$\bar{W} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\rho}}$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{i}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{t}$$

Esercizio sul quadrato:

$\lambda = 15$  (frequenza di occorso MontKleinow)

$E[S] = 58,37 \text{ ms} = 0,05837 \text{ s}$  (distribuzione GENERICA del tempo di servizio)

Ma se  $\lambda$  aumenta del 20%?

$$\rightarrow \lambda' = 1,20 \lambda = 16,5 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow E[\bar{T}_Q] = \frac{\rho}{2\rho} \frac{C^2+1}{2} E[S]$$

$$\rightarrow \rho = \frac{\lambda'}{\mu} = \lambda'E[S] = 0,84555 \rightarrow E[\bar{T}_Q] = \frac{0,205327}{0,1610004} \cdot (C^2+1)$$

$$E[\bar{T}_S] = \bar{T}[T_Q] + E[S] = 0,263697 + 0,205327 C^2$$

$$\rightarrow \rho' = \frac{\lambda'}{\mu} = \lambda'E[S] = 0,963105 \rightarrow E[\bar{T}'_Q] = \frac{\rho'}{1-\rho'} \frac{C^2+1}{2} E[S] = 0,761864 (C^2+1)$$

$$E[\bar{T}'_S] = \bar{T}[T_Q] + \bar{T}[S] = 0,820214 + 0,761864 C^2$$

→ In breve, il tempo medio di attesa è aumentato del 21,0394%, mentre il tempo di servizio è rimasto invariato. Nel caso generale, possiamo descrivere così l'aumento del tempo di risposta.

Per dare una percentuale grossa dell'aumento del tempo di risposta, è necessario trattare i casi particolari (servizio esponenziale, erlangiano, ipergeometrico).

Una verifica su dei valori riportati nelle slide:

~~$$\bar{\lambda} = 1,5 \quad \mu = 0,666667 \text{ job/s}$$~~

~~$$\bar{W} = \frac{1}{\lambda} = 2 \text{ s}$$~~

~~$$\bar{\rho} = \rho = \bar{\lambda} = \frac{1}{\mu} = 0,75$$~~

~~$$\bar{E}[\bar{T}_Q] = \frac{1}{2(1-\rho)} \left[ 1 + \frac{\sigma^2(S)}{E[S]^2} \right] = \frac{0,75^2}{0,5} \left[ 1 + \frac{1/12}{1,5^2} \right] = \frac{0,5625}{0,5} \left( 1 + \frac{1}{21} \right) = 1,166667$$~~

$$\rightarrow \rho_0 =$$

$$\rightarrow \rho =$$

$$\rightarrow \lambda =$$

$$\rightarrow \bar{W}_0 =$$

$$\rightarrow \bar{q}_0 =$$

$$\rightarrow \bar{q} =$$

$$\rightarrow \bar{\rho} =$$

$$\rightarrow \bar{\lambda} =$$

$$\begin{aligned} &\text{Moltissimi} \\ &\text{maggiori} \end{aligned}$$

$$\rightarrow C$$

$$\rightarrow \epsilon$$

$$\rightarrow$$

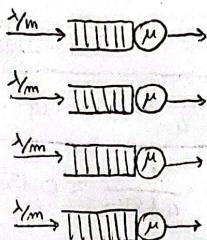


$$\rho = 0,533334$$

CASO 1

Assumo che cambierà  $\mu$   
a partire di  $\lambda_m$ :

$$\Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\lambda}{mp} = \frac{1}{0,533334} = 1,8750 \text{ j/s}$$

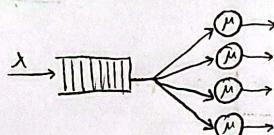


V

$$E[T_s] = \frac{1}{\mu - \lambda_m} = \frac{1}{1,8750 - 1} \approx 1,42857 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{\rho E[s]}{1-\rho} = \frac{0,533334}{0,466666} \cdot \frac{1}{1,8750} \approx 0,609525 \text{ s}$$

CASO 2

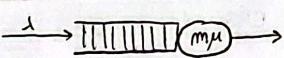


$$\begin{aligned} P[0] &= \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(mp)^i}{i!} + \frac{(mp)^m}{m(1-\rho)} \right]^{-1} = \left[ \frac{(4 \cdot 0,533334)^0}{0!} + \frac{(4 \cdot 0,533334)^1}{1!} + \frac{(4 \cdot 0,533334)^2}{2!} + \frac{(4 \cdot 0,533334)^3}{3!} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(4 \cdot 0,533334)^4}{4 \cdot 0,466666} \right]^{-1} = \left[ 1 + 2,133336 + \frac{4,554422}{2} + \frac{9,709073}{6} + \frac{20,712716}{1,866666} \right]^{-1} = \\ &= [3,133336 + 2,275561 + 1,618179 + 11,096114]^{-1} \approx 0,055178 \end{aligned}$$

$$P_q = \frac{(mp)^m}{m!(1-\rho)} \quad P[0] = \frac{20,712716}{24 \cdot 0,466666} \cdot 0,055178 \approx 0,102046$$

$$E[T_s] = \frac{P_q E[s]}{1-\rho} + E[S_i] = \frac{0,102046}{0,466666 \cdot 1,8750 \cdot 4} + \frac{1}{1,8750} = 0,029155 + 0,533333 = 0,562488 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{P_q E[s]}{1-\rho} = 0,029155 \text{ s}$$

CASO 3

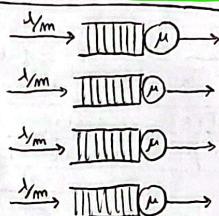
$$E[T_s] = \frac{1}{m\mu - \lambda} = \frac{1}{4 \cdot 1,8150 - 4} \approx 0,285714 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{\rho E[s]}{1-\rho} = \frac{0,533334}{0,466666} \cdot \frac{1}{4 \cdot 1,8150} \approx 0,152381 \text{ s}$$

V

$$\rho = 0,8 \quad | \quad \text{CASO 1}$$

$$\mu = \frac{\lambda}{mp} = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ j/s}$$

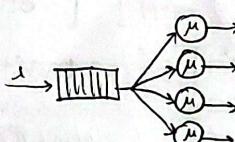
CASO

$$E[T_s]$$

$$E[T_q]$$

$$E[T_s] = \frac{1}{\mu - \lambda_m} = \frac{1}{1,25 - 1} = 4 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{\rho E[s]}{1-\rho} = \frac{0,8}{0,2} \cdot \frac{1}{1,25} = 3,2 \text{ s}$$

CASO 2

$$P[0] = \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(mp)^i}{i!} + \frac{(mp)^m}{m(1-p)} \right]^{-1} = \left[ \frac{(3,2)^0}{0!} + \frac{(3,2)^1}{1!} + \frac{(3,2)^2}{2!} + \frac{(3,2)^3}{3!} + \frac{(3,2)^4}{4!} \right]^{-1} = \\ = \left[ 1 + 3,2 + 5,12 + 5,461333 + 131,072 \right]^{-1} \approx 0,006856$$

manca fattore

$$P_q = \frac{(mp)^m}{m!(1-p)} \quad P(0) = \frac{(3,2)^4}{4! \cdot 0,2} \cdot 0,006856 = 0,149772$$

$$E[T_s] = \frac{P_q E[s]}{1-\rho} + E[S_0] = \frac{0,149772}{0,2 \cdot 1,25 \cdot 4} + \frac{1}{1,25} \approx 0,149772 + 0,8 = 0,949772 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{P_q E[s]}{1-\rho} \approx 0,149772 \text{ s}$$

Risolve

{ };

ottenuta

• Ploss =

•  $\lambda' =$ •  $\rho =$ 3)  $X =$

CASO 3

$$E[T_s] = \frac{1}{m\mu - \lambda} = \frac{1}{4 \cdot 1,25 - 4} = 1 \text{ s}$$

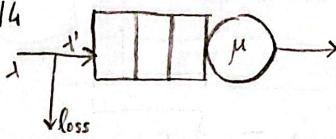
$$E[T_q] = \frac{\rho E[s]}{1-p} = \frac{0,8}{0,2} \cdot \frac{1}{4 \cdot 1,25} = 0,8 \text{ s}$$

Esercizio:

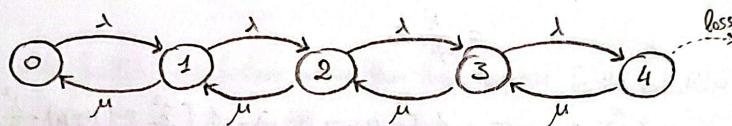
$$\lambda = \frac{1}{0,2} \text{ J/s} = 5 \text{ J/s}$$

$$\mu = \frac{1}{0,2} \text{ J/s} = 5 \text{ J/s}$$

Coda M/G/1/4

1) Il sistema è stazionario perché ha una coda finita.

2)



Risolvendo le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 & \forall i = 1, 2, 3, 4 \\ \sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \end{cases}$$

otteniamo che  $\pi_0 = \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \frac{1}{5}$ .

$$\cdot P_{\text{loss}} = \pi_4 = \frac{1}{5}$$

$$\cdot \lambda' = \lambda(1 - P_{\text{loss}}) = 5 \cdot \frac{4}{5} = 4 \text{ J/s}$$

$$\cdot \rho = \frac{\lambda'}{\mu} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$3) X = \lambda' = 4 \text{ J/s}$$

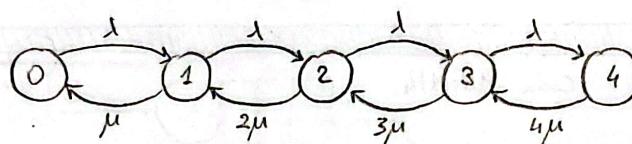
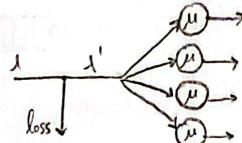
INTERAMENTE:  
 $W_t^{(n)a}, R_1^{(n)a}, W_2^{(n)b}, R_1^{(n)b}, W_1^{(n)c}, R_2^{(n)c}$

Prosegua sul retro...

Coda M/G/4/4

$$\lambda = 5 \text{ J/s}$$

$$\mu = \frac{1}{300} \text{ J/ms} = 3,333333 \text{ J/s}$$



$$\pi_0 \lambda = \pi_1 \mu \Rightarrow \pi_1 = \frac{\lambda}{\mu} \pi_0$$

$$\begin{aligned} \pi_1(\lambda + \mu) &= \pi_0 \lambda + \pi_2 \cdot 2\mu \Rightarrow \pi_2 = \frac{1}{2\mu} [\frac{\lambda}{\mu} \pi_0 (\lambda + \mu) - \pi_0 \lambda] = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\lambda^2}{\mu} + \lambda - \lambda \right) \pi_0 = \\ &= \frac{\lambda^2}{2\mu^2} \pi_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_2(\lambda + 2\mu) &= \pi_1 \lambda + \pi_3 \cdot 3\mu \Rightarrow \pi_3 = \frac{1}{3\mu} [\pi_2(\lambda + 2\mu) - \pi_1 \lambda] = \frac{1}{3\mu} \left[ \frac{\lambda^2}{2\mu^2} \pi_0 (\lambda + 2\mu) - \frac{\lambda^2}{\mu} \pi_0 \right] = \\ &= \frac{1}{3\mu} \left( \frac{\lambda^3}{2\mu^2} + \frac{\lambda^2}{\mu} - \frac{\lambda^2}{\mu} \right) \pi_0 = \frac{\lambda^3}{6\mu^3} \pi_0 \end{aligned}$$

$$\text{Analogamente, } \pi_4 = \frac{\lambda^4}{4! \mu^4} \pi_0 = \frac{\lambda^4}{24\mu^4} \pi_0$$

$$\sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \Rightarrow \pi_0 \left( 1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2\mu^2} + \frac{\lambda^3}{6\mu^3} + \frac{\lambda^4}{24\mu^4} \right) = 1 \Rightarrow$$

$$\pi_0 \cdot \frac{24\mu^4 + 24\lambda\mu^3 + 12\lambda^2\mu^2 + 4\lambda^3\mu + \lambda^4}{24\mu^4} = 1 \Rightarrow \pi_0 \cdot 4,398438 = 1 \Rightarrow$$

$$\pi_0 \approx 0,227353$$

$$\Rightarrow \pi_4 = \frac{\lambda^4}{24\mu^4} \pi_0 \approx 0,047957 = p_{\text{loss}}$$

$$\cdot \lambda' = \lambda(1-p_{\text{loss}}) = 4,760215 \text{ J/s}$$

$$\cdot X = \lambda' = 4,760215 \text{ J/s}$$

$E[T_s]$  va calcolata con Difit:

$$E[T_s] = \frac{E[N_s]}{\lambda'} = \left( \sum_{i=0}^4 i \pi_i \right) \frac{1}{\lambda'}$$

$$\begin{aligned} E[N_s] &= \pi_0 + 2\pi_1 + 3\pi_2 + 4\pi_3 = \\ &= 0,3410295 + 0,51154425 + \\ &+ 0,3836582 + 0,19182489 = \\ &= 1,42806107 \end{aligned}$$

$$\overline{E[S_d(x)]} = \frac{\overline{E[T_s(x)]}}{x} = \frac{x + \text{EL}[T_s(x)]}{x} = 1 + \frac{\overline{E[T_q]}}{x} = 1 + \frac{\frac{1}{2} \overline{E[S]}_1}{(1-p)x}$$

Confronto  $m$  centri separati vs un centro con  $m$  server vs server singolo  
 $\lambda = 4 \text{ J/s}$ ;  $m = 4$ ;  $p = 0.8$   
 (caso di servizi markoviani)

$$\bar{x}_B - \bar{x}_{B'} = \bar{x}_B (1-\beta) = \lambda (1-\beta)$$

$$\frac{(1-\beta)\nu}{\lambda} \rightarrow s \Rightarrow 1-\beta \rightarrow \frac{\lambda}{\nu}$$

$$\Rightarrow \beta \rightarrow 1 - \frac{\lambda}{\nu}$$

ne fa raggiungere per

→ un centri separati  
 $\Rightarrow p = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\lambda}{mp} = \frac{1}{4} \text{ J/s} = 1,25 \text{ J/s} \Rightarrow E[S] = \frac{\lambda}{\mu} = 0,8 \text{ s}$

$$E[\bar{T}_q] = \frac{pE[S]}{1-p} = \frac{0,8}{0,2} \cdot 0,8 = 3,2 \text{ s}$$

$$E[\bar{T}_s] = E[\bar{T}_q] + E[S] = 4,0 \text{ s}$$

già fatto

→ un centro con un server  
 $p = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\lambda}{mp} = 1,25 \text{ J/s} \Rightarrow E[S_i] = 0,8 \text{ s} \Rightarrow E[S] = \frac{E[S_i]}{m} = 0,2 \text{ s}$

$$E[\bar{T}_q] = \frac{p_i E[S]}{1-p}$$

$$p_i = \frac{(mp)^m}{m! (1-p)} P(0) \quad \text{dove } P(0) = \left( \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(mp)^i}{i!} + \frac{(mp)^m}{m! (1-p)} \right)^{-1} = \\ = \left( 1 + 3,2 + \frac{3,2^2}{2} + \frac{3,2^3}{6} + \frac{3,2^4}{24 \cdot 0,2} \right)^{-1} = \left( 4,2 + 5,12 + 5,461333 + 21,865333 \right)^{-1} = \\ = 0,027303$$

$$\Rightarrow P_q = 21,84533 \cdot 0,027303 \approx 0,596443$$

$$\Rightarrow E[T_q] = \frac{P_q E[S]}{1-\rho} = \frac{0,596443 \cdot 0,2}{0,2} = 0,596443 \text{ s}$$

$$E[T_s] = E[T_q] + E[S_i] = 1,376443 \text{ s}$$

→ server simpolo

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{1}{m\rho} = 1,25 \text{ J/s} \Rightarrow E[S] = \cancel{0,8 \text{ s}} \quad \frac{1}{m\mu} = 0,2 \text{ s}$$

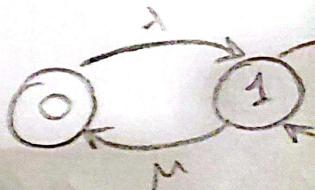
$$E[T_q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0,8 \cdot 0,2}{0,2} = 0,8 \text{ s}$$

$$E[T_s] = E[T_q] + E[S] = 1 \text{ s}$$

(30)

MARKOV

$C=6 \quad \lambda = 5 \text{ jobs/s}$   
↑ stavolta abbiamo 6



$$\pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \cdot \frac{1}{i!} \cdot \pi_0$$

$$\sum_{i=0}^6 \pi_i = 1 \Rightarrow \sum$$

### CLASSI FAST JSON

SE  $\rightarrow$  `com/fasterxml/jackson/Test.java`

SERIALIZZAZIONE DI UNA

pubblica classe `T`: `T reser = new T();` Type, `lavoro`, `reservato config`, `featto ... lavoro`

$$1 - p_1 \beta = \frac{E[S]}{QoS} \Rightarrow \beta = 1 - \frac{E[S]}{QoS} \Rightarrow p_1 = \frac{E[S]}{QoS}$$

Esercizio:  $\lambda = 0,8 \text{ J/S}$

$E[S] = 0,4 \text{ s} \rightarrow$  TEMPO DI SERVIZIO ESPONENZIALE

$E[T_q] = "QoS" = 0,1 \text{ s} \rightarrow$  Se rispettato  $\Rightarrow$  guadagno di  $C_1 = 5$

$\rightarrow$  Se non rispettato  $\Rightarrow$  perdita di  $C_2 = 3$

Calcolare  $p_1, p_2$  affinché  $R = p_1 C_1 - p_2 C_2$  sia massimizzato.

PARLIAMO DI UN SERVIZIO  
A CODE DI PRIORITY  
ABSTRACT-PREEEMPTIVE

$$p = \lambda E[S] = 0,32$$

$$E[T_{q1}] = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{1}{2} \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i)} \stackrel{k=1}{=} \frac{\frac{1}{2} \lambda_1 E[S^2]}{1 - p_1} \stackrel{\text{servizi esp.}}{=} \frac{p_1 E[S]}{1 - p_1} = "QoS" = 0,1 \text{ s}$$

$$\frac{p_1 = p p_1}{1 - p p_1} \Rightarrow 0,1 = \frac{p p_1 E[S]}{1 - p p_1} = \frac{0,128 p_1}{1 - 0,32 p_1} \Rightarrow p = 1 - 0,32 p_1 = 1,28 p_1 \Rightarrow p_1(1,28 + 0,32) = 1$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{1}{1,6} = 0,625$$

$$\Rightarrow p_2 = 1 - p_1 = 0,375$$

$$\Rightarrow R = p_1 C_1 - p_2 C_2 = 2$$

$$\cdot E[T_{q1}] = 0,1 \text{ s} \Rightarrow E[T_{s1}] = E[T_{q1}] + E[S] = 0,5 \text{ s}$$

$$\cdot E[T_{q2}] = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{1}{2} \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i)} \stackrel{k=2}{=} \frac{\frac{1}{2} E[S^2] (\lambda_1 + \lambda_2)}{1 - (p_1 + p_2)(1 - p_1)} = \frac{\frac{1}{2} \lambda E[S^2]}{(1 - p)(1 - p_1)} =$$

$$= \frac{0,32 \cdot 0,4}{0,68 \cdot (1 - 0,32 \cdot 0,625)} \approx \frac{0,188235}{0,8} \approx 0,235294 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[S_{\text{rest-2}}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i} \stackrel{k=2}{=} \frac{E[S]}{1 - p_1} = \frac{0,4}{0,8} \text{ s} = 0,5 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_{s2}] = E[T_{q2}] + E[S_{\text{rest-2}}] = 0,735294 \text{ s}$$

# inizio esercizi size based



## Esercizio 1:

- PROCESSORE SINGOLARE DI CAPACITÀ  $10^5$  op/sec
- IL NUM. DI OP. È MODELLATO CON UNA V.A. ESPONENZIALE DI MEDIA  $4 \cdot 10^4$  op/job
- $\rho = 0,6$
- SIZE BASED PRIORITY SCHEDULING WITHOUT PREEMPTION
  - ↳ classe 1: job con #op  $\leq 4 \cdot 10^4$
  - ↳ classe 2: job con #op  $> 4 \cdot 10^4$
- $E[T_{S_1}] = ? \quad E[T_{S_2}] = ? \quad E[T_S] = ?$

Il tempo di servizio dei job è modellato con v.a. esponenz. di media  $\frac{1}{\mu} = \frac{4 \cdot 10^4 \text{ op/job}}{10^5 \text{ op/sec}} = 0,4 \text{ s}$   
 $\Rightarrow \mu = 2,5 \text{ job/s} = \text{tasso medio di servizio}$

$$p_1 = P(\text{appartenere alla classe 1}) = P(\#op \leq 4 \cdot 10^4) = P(S \leq 0,4) = 1 - e^{-0,4 \mu} = 1 - e^{-1} \approx 0,6321$$

$$\Rightarrow p_2 = P(\text{appartenere alla classe 2}) = 1 - p_1 = 0,3679$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \Rightarrow \lambda = \rho \mu = 1,5 \text{ job/s} = \text{tasso medio di arrivo}$$

$$\lambda_1 = p_1 \lambda = 0,94815 \text{ job/s}$$

$$\lambda_2 = p_2 \lambda = 0,55185 \text{ job/s}$$

$$E[S_K] = \int_{x_{K-1}}^{x_K} t f''(t) dt = \int_{x_{K-1}}^{x_K} t \frac{f(t)}{P(\text{appartenere alla classe } K)} dt = \int_{x_{K-1}}^{x_K} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{P(\text{appartenere alla classe } K)} dt$$

$$\rightarrow E[S_1] = \int_{x_0}^{x_1} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{p_1} dt = \int_0^{0,4} t \frac{2,5 e^{-2,5 t}}{0,6321} dt = \frac{1}{0,6321} \left[ [-e^{-2,5 t} \cdot t]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5 t} dt \right] =$$

$$= 1,5820 \left[ -e^{-2,5 \cdot 0,4} \cdot 0,4 + \left[ -\frac{e^{-2,5 t}}{2,5} \right]_0^{0,4} \right] = 1,5820 \left[ -0,14715 - \frac{e^{-2,5 \cdot 0,4}}{2,5} + \frac{1}{2,5} \right] =$$

$$= 1,5820 (-0,14715 - 0,14715 + 0,4) \approx 0,1678 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[S_2] = \int_{x_1}^{x_2} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{p_2} dt = \int_{0,4}^{+\infty} t \frac{2,5 e^{-2,5 t}}{0,3679} dt = \frac{1}{0,3679} \left[ [-e^{-2,5 t} \cdot t]_{0,4}^{+\infty} + \int_{0,4}^{+\infty} e^{-2,5 t} dt \right] =$$

$$= 2,7181 \left[ e^{-2,5 \cdot 0,4} \cdot 0,4 + \left[ -\frac{e^{-2,5 t}}{2,5} \right]_{0,4}^{+\infty} \right] = 2,7181 \left[ 0,14715 + \frac{e^{-2,5 \cdot 0,4}}{2,5} \right] \approx 0,8000 \text{ s}$$

$$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = 0,94815 \cdot 0,1672 = 0,15853$$

$$\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = 0,55185 \cdot 0,8 = 0,44148$$

$$\rightarrow E[T_{Q_1}] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0,6 \cdot 0,4}{1-0,15853} \approx 0,2852 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{Q_2}] = \frac{\rho E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0,2852}{1-0,6} \approx 0,7130 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_Q] = p_1 E[T_{Q_1}] + p_2 E[T_{Q_2}] \approx 0,4426 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_1] = 0,2852 \text{ s} + 0,1672 \text{ s} = 0,4524 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_2] = 0,7130 \text{ s} + 0,8 \text{ s} = 1,5130 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 0,4426 \text{ s} + 0,4 \text{ s} = 0,8426 \text{ s}$$

• SUPponiamo ora di disporre di un dual core dove ciascun core ha capacità  $0,5 \cdot 10^5 \text{ op/sec.}$

$$P(0) = \left[ \sum_{i=0}^1 \frac{(2\rho)^i}{i!} + \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)} \right]^{-1} = \left[ 1 + 2\rho + \frac{4\rho^2}{2(1-\rho)} \right]^{-1} = \left[ 1 + 1,2 + 1,8 \right]^{-1} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$P_Q = \frac{2^2}{2!} \rho^2 \frac{1}{1-\rho} = 1,8 \cdot 0,25 = 0,45$$

$$\rightarrow E[T_{Q_1}] = \frac{P_Q E[S]}{1-\rho_1} = \frac{0,45 \cdot 0,4}{1-0,15853} \approx 0,2139 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{Q_2}] = \frac{P_Q E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0,2139}{1-0,6} = 0,53475 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_Q] = p_1 E[T_{Q_1}] + p_2 E[T_{Q_2}] \approx 0,33494 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_1] = 0,2139 \text{ s} + 2 \cdot 0,1672 \text{ s} = 0,5483 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + 2E[S_2] = 0,53475 \text{ s} + 2 \cdot 0,8 \text{ s} = 2,13475 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_S] = E[T_Q] + 2E[S] = 0,33494 \text{ s} + 2 \cdot 0,4 \text{ s} = 1,13194 \text{ s}$$

In conclusione, la configurazione dual core porta a una riduzione dei tempi medi di attesa per entrambe le classi, ma anche a un aumento dei tempi medi di risposta per entrambe le classi.

- 4) 10.800  
 5) 14.400  
 6) 36.000

## PMCSN ESERCIZIO 2 IN LECT 2

### SIZE-BASED PRIORITY SCHEDULING

- Processore con capacità  $C = 10^5$  op/sec
- Richiesta media (esponenziale)  $Z = 1 \cdot 10^4$  op/job
- Utilizzazione  $\rho = 0,6$
- Il tempo di servizio ha distribuzione Uniforme (2, 15) [minuti]
- $\lambda = 0,112$  req/min



$$E[S_2] = d_{\frac{1}{n}} t = \frac{\int_{0}^{15}}{f(x)} F(x)$$

$$= 0,076923 (15^2 - 8)$$

$$\beta_1 = \lambda_1 E[S_1] =$$

$$\beta_2 = \lambda_2 E[S_2] =$$

$$E[T_{q,1}] = \frac{\frac{\lambda}{2} F}{(1 - \sum)}$$

$$= 0,056 (14)$$

- a) SCHEDULING ASTRATTO (coda M/G/1)  
 b) SCHEDULING CON CLASSE DI PRIORITÀ SIZE-BASED (SENZA PRELAZIONE)

- ↳ Calcolare il tempo di attesa e il tempo di risposta per questi 2 casi.
- ↳ Calcolare lo slowdown condizionato per richieste di 5 min e 10 min per questi due casi.

$$E[T_{q,1}] = \frac{\frac{\lambda}{2} F}{(1 - \sum)}$$



a)  $\mu = \frac{2}{2+15} \text{ req/min} \approx 0,117667 \text{ req/min}$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,952$$

$$E[S] = \frac{15}{2} \text{ min} = 8,5 \text{ min}$$

$$\sigma^2[S] = \frac{(15-2)^2}{12} = \frac{14,083333}{12} \text{ min}^2$$

$$\Rightarrow E[N_q] = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} \left[ 1 + \frac{\sigma^2[S]}{E[S]^2} \right] = \frac{0,952^2}{2(1-0,952)} \left( 1 + \frac{14,083333}{8,5^2} \right) = \frac{0,453152}{0,048} \cdot 1,84925$$

$$\Rightarrow E[T_{q_1}] = \frac{1}{\lambda} E[N_q] = 100,166705 \text{ min} \approx 100,166705 \text{ min}$$

$$ECT_s = E[T_{q_1}] + E[S] = 100,166705 \text{ min} \approx 100,166705 \text{ min}$$

11,280889  
100,166705

b) SCEGLIO DUE CLASSE DI PRIORITY: UNA CON TEMPO DI SERVIZIO SOTTO LA MEDIA E UNA CON TEMPO DI SERVIZIO SOPRA LA MEDIA.

$$p_1 = p_2 = 0,5$$

$$x_0 = 0; x_1 = 8,5; x_2 = \infty$$

SIZE SPARTITIQUA TRA UNA CLASSE E L'ALTRA

$$E[S_1] = \int_{x_0}^{x_1} t f''(t) dt = \frac{1}{F(x_1) - F(x_0)} \int_{x_0}^{x_1} t f'(t) dt = \frac{1}{0,5 - 0} \int_{0,00}^{8,5} \frac{-t}{15^2} |_{[0,15]} dt$$

$$= 2 \int_{0,5}^{8,5} \frac{1}{15} t dt = \frac{0,153946}{0,076923} \left[ \frac{1}{2} t^2 \right]_{0,5}^{8,5} = \frac{0,076923}{0,076923} (42,25 - 1) = 5,35 \text{ min}$$

$$E[S_2] = \int_{x_1}^{x_2} t f(t) dt = \frac{1}{1 - 0,5} \int_{8,5}^{15} \frac{1}{15} t dt = \frac{0,5}{0,5} \int_{8,5}^{15} \frac{1}{15} t dt = 0,076923 \left[ \frac{t^2}{2} \right]_{8,5}^{15} =$$

$$= 0,076923 (15^2 - 8,5^2) = 11,75 \text{ min}$$

$$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = \lambda p_1 E[S_1] = 0,112 \cdot 0,5 \cdot 5,35 = 0,294$$

$$\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = \lambda p_2 E[S_2] = 0,112 \cdot 0,5 \cdot 11,75 = 0,658$$

$$E[T_{q_1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^2 \rho_k)(1 - \sum_{k=1}^2 \rho_k)} = \frac{0,056 (\sigma^2(S) + E^2[S])}{1 - \rho_1} =$$

$$= \frac{0,056 (14,083333 + 72,25)}{0,706} \approx 6,847970 \text{ min}$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^2 \rho_k)(1 - \sum_{k=1}^2 \rho_k)} = \frac{6,847970}{1 - \rho_2} \approx 142,666037 \text{ min}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_1] = 12,097970 \text{ min}$$

$$E[T_{s_2}] = E[0T_{q_2}] + E[S_2] = 154,416037 \text{ min}$$

$$\rightarrow (a) E[sd(5)] = \frac{E[T_s]}{5} = \frac{109,222222}{5} = 21,844444$$

$$E[sd(10)] = \frac{E[T_s]}{10} = 10,922222$$

$$(b) E[sd(5)] = \frac{E[T_{s_1}]}{5} = \frac{12,097970}{5} = 2,419594 \quad \checkmark \text{ Molto meglio}$$

$$E[sd(10)] = \frac{E[T_{s_2}]}{10} = 15,461604$$

Tornando al punto (b):  $E[T_q] = p_1 E[T_{q_1}] + p_2 E[T_{q_2}] = 74,757004 \text{ min}$

$$E[T_s] = p_1 E[T_{s_1}] + p_2 E[T_{s_2}] = 83,257004 \text{ min}$$

Ora è fatto bene :)

30



thread 1 → readItem()

thread 2 → takeItem()

thread 3 → writeItem()

thread 4 → takeItem()

thread 5 → readItem()

thread 6 → writeItem()

### PHCSN ESERCIZIO 3

$$\text{CAPACITÀ} = C = 10^5 \text{ op/sec}$$

$$\lambda = 2 \text{ op/s}$$

IN ALTRE PAROLE ABBIENDO:

$$\rightarrow E[S] = \frac{E[C]}{C} = 0,$$

→ IL tempo di servizio può

LA MIA SOLUZIONE E' DIVERSA DA QUESTA,  
PERCHE' CONOSCENDO LE SIZE SONO DIRETTAMENTE  
ANDATO CON SIZE BASED.

### ESERCIZIO 3:

- CAPACITÀ SERVER =  $C = 10^5 \text{ op/sec}$

- $\lambda = 2 \text{ job/s}$

- IL NUM. DI OP. È MODELLATO CON UNA V.A. ESPONENZIALE DI MEDIA 40000 op/job

- DUE RICHIESTE QoS

$$\begin{cases} \rightarrow E[T_s] \leq 1,5 \text{ s PER TUTTE LE RICHIESTE} \\ \rightarrow E[T_q] \leq 0,5 \text{ s PER } Z < 40000 \text{ op} \end{cases}$$

- $X = ? \quad E[sd(0,1)] = ? \quad E[sd(0,3)] = ?$

- $E[sd(0,1)]^{FIFO} = ? \quad E[sd(0,3)]^{FIFO} = ?$

- $E[sd(0,1)]^{PS} = ? \quad E[sd(0,3)]^{PS} = ?$

Il tempo di servizio dei job è modellato con una v.a. esponenziale di media  $\frac{1}{\mu} = \frac{40000 \text{ op/job}}{10^5 \text{ op/sec}} = 0,4 \text{ s}$

$$\Rightarrow \mu = 2,5 \text{ job/s} = \text{tasso medio di servizio}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,8$$

FIFO

$$E[T_q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{1-0,8} = 1,6 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_s] = E[T_q] + E[S] = 2,0 \text{ s}$$

$$E[sd(0,1)] = \frac{E[T_s]}{0,1} = 20 \quad E[sd(0,3)] = \frac{E[T_s]}{0,3} \approx 6,6667$$

### PROCESSOR SHARING

$$E[T_q] = 0 \text{ s}$$

$$E[T_s] = \frac{E[S]}{1-\rho} = \frac{0,4 \text{ s}}{1-0,8} = 2,0 \text{ s}$$

$$E[sd(0,1)] = E[sd(0,3)] = \frac{1}{1-\rho} = \frac{1}{1-0,8} = 5$$

Proviamo ora a introdurre due classi di priorità per un priority scheduling senza prelazione.

CLASSE 1:  $Z < 40000 \text{ op.}$

CLASSE 2:  $Z \geq 40000 \text{ op.}$

$$P_1 = P(\text{appartenere alla classe 1}) = P(\# \text{op} < 40000) = P(S < \frac{1}{\mu}) = 1 - e^{-0,4 \mu} = 1 - e^{-0,4 \cdot 2,5} \approx 0,6321$$

$$P_2 = 1 - P_1 = 0,3679$$

Proviamo inoltre a introdurre un dual core, dove ciascun core ha capacità  $C_2$ .

$$P(0) = \left[ \sum_{i=0}^2 \frac{(2\rho)^i}{i!} + \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)} \right]^{-1} = \left[ 1 + 2\rho + \frac{2\rho^2}{1-\rho} \right]^{-1} = \left[ 1 + 1,6 + 6,4 \right]^{-1} = \frac{1}{9} \approx 0,111$$

$$P_Q = \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)} P(0) = 6,4 \cdot 0,111 = 0,7111$$

$$\lambda_1 = p_1 \lambda = 1,2642 \text{ job/s}$$

$$\lambda_2 = p_2 \lambda = 0,7358 \text{ job/s}$$

$$E[S_K] = \int_{X_{K-1}}^{X_K} t f''(t) dt = \int_{X_{K-1}}^{X_K} t \frac{f(t)}{P(\text{appartenenza alla classe } K)} dt = \int_{X_{K-1}}^{X_K} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{P_K} dt$$

$$\rightarrow E[S_1] = \int_{X_0}^{X_1} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{P_1} dt = \int_0^{0,4} t \frac{2,5 e^{-2,5 t}}{0,6321} dt \approx 0,1672 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[S_2] = \int_{X_1}^{X_2} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{P_2} dt = \int_{0,4}^{+\infty} t \frac{2,5 e^{-2,5 t}}{0,3679} dt = 0,8 \text{ s}$$

$$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = 0,21137$$

$$\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = 0,58864$$

$$\rightarrow E[T_{Q1}] = \frac{\rho_1 E[S]}{1-\rho_1} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{1-0,21137} \approx 0,40577 \text{ s} \rightarrow QoS 1 \text{ soddisfatto} \checkmark$$

$$\rightarrow E[T_{Q2}] = \frac{\rho_2 E[S]}{1-\rho_2} = \frac{0,40577}{1-0,8} \approx 2,02883 \text{ s}$$

$$\bullet E[T_Q] = p_1 E[T_{Q1}] + p_2 E[T_{Q2}] = 1,0027 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + E[S_1] = 0,40577 \text{ s} + 0,1672 \text{ s} = 0,57297 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 2,02883 \text{ s} + 0,8 \text{ s} = 2,82883 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 1,0027 \text{ s} + 0,4 \text{ s} = 1,4027 \text{ s} \rightarrow QoS 2 \text{ soddisfatto SE SI RIFERISCE ALLE PRESTAZIONI GLOBALI (ATTRENTAMENTE NON SAPEVA COME FARE)}$$

A questo punto sarebbe andato bene anche un servizio singolo ma ormai va bene così

$$X = \lambda = 2 \text{ job/s}$$

$$E[Sd(0,1)] = \frac{E[T_{S1}]}{0,1} = \frac{0,57297}{0,1} = 5,7297 \rightarrow \text{MIGLIORATO MOLTISSIMO RISPETTO A FIFO}$$

TEGLIUTATO LEGGERMENTE RISPETTO A PS

$$E[Sd(0,3)] = \frac{E[T_{S2}]}{0,3} = \frac{2,82883}{0,3} = 9,099 \rightarrow \text{MIGLIORATO MOLTO RISPETTO A FIFO E PS}$$

Esercizio 4:

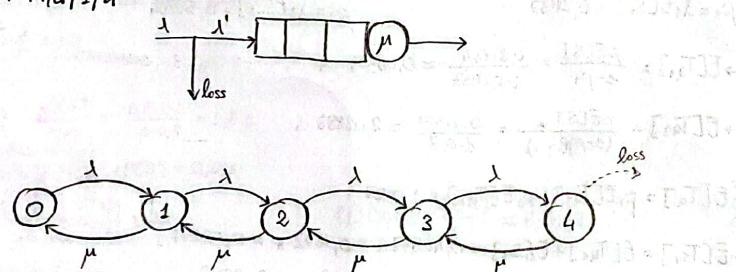
- $\lambda = \frac{1}{200\text{ ms}} = \frac{1}{0,2\text{ s}} = 5 \text{ job/s}$
- DIM. BUFFER (INCLUSO JOB IN SERVIZIO) =  $N=4$
- $E[S] = \frac{1}{\mu} = 200 \text{ ms} = 0,2\text{ s} \Rightarrow \mu = 5 \text{ job/s}$
- $X = ?$

$$\begin{aligned} &\rightarrow P_{\text{loss}} = ? \\ &\rightarrow \lambda' = \lambda(1 - X) \\ &\rightarrow X = \lambda' = \end{aligned}$$

VEDERE INIZIO DEL QUADERNINO (COM'È POSSIBILE VEDERE L'INIZIO DEL QUADERNINO PER IL CASO 3, CON L'UTILIZZO DEL QUAD-CORE).

- $\lambda = 5 \text{ job/s}$  (QUESTO È IL CASO 2)
- $N=4$
- $E[S] = 0,15 \text{ s} \Rightarrow \mu = \frac{1}{0,15 \text{ s}} \approx 6,6667 \text{ job/s}$

CODA M/G/1/4



Risolvendo le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 & \forall i = 1, 2, 3, 4 \\ \sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \end{cases}$$

Ottieniamo che:

$$\begin{cases} \pi_0 = 0,75 \pi_0 \\ \pi_1 = 0,5625 \pi_0 \\ \pi_2 = 0,421875 \pi_0 \\ \pi_3 = 0,31640625 \pi_0 \\ \pi_0 (1 + 0,75 + 0,5625 + 0,421875 + 0,31640625) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi_0 \approx 0,245839 \\ \pi_1 \approx 0,184379 \\ \pi_2 \approx 0,138284 \\ \pi_3 \approx 0,103713 \\ \pi_4 \approx 0,077785 \end{cases}$$

- DOMANDE
- 1) All'inizio del quad-core?
  - 2) KAPPA =
  - 3) Perché?

- AVR = null
- AVR[i] >
- AVR[i]:
- AVR[null]

ALL TICKS

- JAVACLA
- queue
  - release
  - commits
  - isBuggy

$$\rightarrow P_{\text{loss}} = \pi_4 = 0,103713$$

$$\rightarrow \lambda' = \lambda(1 - P_{\text{loss}}) = 5(1 - 0,103713) = 4,481435 \text{ jobs/s}$$

$$\rightarrow X = \lambda' = 4,481435 \text{ jobs/s}$$

---

DOMANDE PER FALESSI 11/05/2022

- 1) All'inizio del corso abbiamo detto che una scala numerica NON è anche ordinale? In tal caso cosa è? Quale è la differenza tra le due scale?

PHCSN Esercizi size-based priority:

→ NELL'UNA PENALITÀ SE  $T_Q \leq 0,4s$   
→ GUADAGNO SE  $T_Q > 0,4s$

$E[S] = 0,4 s$  (ESponentiale)

$$\lambda = 2,5 \text{ J/s}$$

$$P_1 = P_2 = 0,5$$

$$\rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2,5 \text{ J/s}}{2,5 \text{ J/s}} = 0,6 \quad \rightarrow \rho_1 = \frac{P_1 \cdot \lambda}{\mu} = P_1 \cdot \rho = 0,3 = \rho_2$$

→ Non sarebbe estesa prelazione  
→  $\bar{T}$  non dovrebbe neanche essere  
size-based :)

$$E[T_{Q1}] = \frac{\lambda_2 E[S^2]}{(1 - \sum_{i=2}^2 \rho_i) \cdot 1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2E^2[S]}{1 - \rho_2} = \frac{1,5 \cdot 0,16}{1 - 0,3} = 0,342857 s$$

$$E[\bar{T}_{Q2}] = \frac{\lambda_2 E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)} = \frac{\lambda E^2[S]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} = \frac{1,5 \cdot 0,16}{0,4 \cdot 0,7} = 0,857143 s$$

INTRODUCIAMO ORA LA PRELACIONE SIZE-BASED:  
I JOB APPARTENGONO ALLA PRIMA CLASSE SE HANNO UNA DIMENSIONE MINORE DI  $E[S]$ .

APPARTENGONO ALLA SECONDA CLASSE ALTRIMENTI.

$$\rightarrow P_1 = P[X \leq E[S]] = F(E[S]) = 1 - e^{-\lambda E[S]} = 1 - \frac{1}{e} = 0,6321$$

$$\Rightarrow P_2 = 1 - P_1 = 0,3679$$

$$E[S_1] = \int_0^{E[S]} t f^n(t) dt = \int_0^{0,4} t \cdot \frac{2,5 e^{-2,5t}}{0,6321} dt =$$

$$= \frac{1}{0,6321} \left\{ \left[ -t e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5t} dt \right\} =$$

$$= \frac{1}{0,6321} \left\{ -0,4 e^{-2} + \left[ -\frac{1}{2,5} e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} \right\} =$$

$$= \frac{1}{0,6321} \left[ 0,147152 - \left( -0,4 e^{-2} + 0,4 \right) \right] = \frac{0,105696}{0,6321} = 0,16724 s$$

$$E[S_2] = \int_{0,4}^{\infty} t f^n(t) dt = \int_{0,4}^{\infty} t \cdot \frac{2,5 e^{-2,5t}}{0,3679} dt =$$

$$= \frac{1}{0,3679} \left\{ \left[ t e^{-2,5t} \right]_{0,4}^{\infty} + \left[ -\frac{1}{2,5} e^{-2,5t} \right]_{0,4}^{\infty} \right\} =$$

$$= \frac{1}{0,3679} [0,147152 + 0,147152] = 0,8 \text{ s}$$

~~$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = p_1 \lambda E[S_1] = 0,6321 \cdot 1,5 \cdot 0,167214 \approx 0,15852$$~~

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = p_2 \lambda E[S_2] = 0,3679 \cdot 1,5 \cdot 0,8 = 0,44148$$

$$E[T_{Q1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i) \cdot 1} = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{1 - \rho_1} = \frac{\lambda E^2[S]}{1 - \rho_1} =$$

$$= \frac{1,5 \cdot 0,16}{0,84148} \approx 0,2852 \text{ s}$$

Prova del nuovo:

$$E[T_{Q2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \lambda \int_0^{0,4} t f(t) dt) \cdot 1} = \frac{\lambda E^2[S]}{1 - 1,5 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt} =$$

$$= \frac{1,5 \cdot 0,16}{1 - 1,5 \cdot 0,105696} \approx 0,2852 \text{ s}$$

$$E[T_{Q2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)} = \frac{\lambda E^2[S]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} = \frac{0,2852 \text{ s}}{0,4} = 0,71 \text{ s}$$

Ora aggiungiamo la frazione per entrambi i casi:

Caso 1: abstract priority scheduling

$$E[S] = 0,4 \text{ s}$$

$$\lambda = 1,5 \text{ jobs/s}$$

$$p_1 = p_2 = 0,5$$

$$\Rightarrow \rho = 0,6; \quad \rho_1 = \rho_2 = 0,3$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0,75$$

$$0,171429 \text{ s}$$

$$\int_0^1$$

$$E[T_{Q1}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i) \cdot 1} = \frac{\frac{1}{2} \lambda_1 E[S^2]}{1 - \rho_1} = \frac{\lambda_1 E^2[S]}{1 - \rho_1} = \frac{0,75 \cdot 0,16}{0,4} =$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)} = \frac{\lambda E^2[S]}{(1-\rho)/(1-\rho)} = \frac{1,5 \cdot 0,16}{0,4 \cdot 0,7} = 0,85743$$

$$E[S_{\text{visit}_1}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i} = E[S] = 0,4 \text{ s}$$

$$E[S_{\text{visit}_2}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i} = \frac{E[S]}{1-\rho} = \frac{0,4}{0,7} = 0,571429 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_{\text{visit}_1}] = 0,171429 \text{ s} + 0,4 \text{ s} = 0,571429 \text{ s}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_{\text{visit}_2}] = 0,85743 \text{ s} + 0,571429 \text{ s} = 1,428562 \text{ s}$$

CASO 2: size-based priority scheduling

$$E[S] = 0,4 \text{ s} \\ \lambda = 1,5 \text{ job/s} \quad \Rightarrow \quad \rho = 0,6 \\ \rho_1 = 0,6321; \quad \rho_2 = 0,3679$$

$$E[S_1] = \int_0^{0,4} t f''(t) dt = 0,167214 \text{ s} \quad \rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = 0,15852$$

$$E[S_2] = \int_{0,4}^{\infty} t f''(t) dt = 0,85 \quad \rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = 0,44148$$

$$E[T_{q_1}] = \frac{\frac{1}{2} \int_0^{0,4} t^2 dF(t) + \frac{1}{2} \cdot 0,4^2 (\lambda - F(0,4))}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)} =$$

$$= \frac{0,75 \int_0^{0,4} t^2 dF(t) + 0,75 \cdot 0,16 (1 - 0,6321)}{1 - 0,15852} = \frac{0,75 \int_0^{0,4} t^2 dF(t) + 0,044148}{0,84148}$$

$$\rightarrow \text{Procediamo} \int_0^{0,4} t^2 dF(t) \quad \left\{ \begin{array}{l} F(t) = y \Rightarrow 1 - e^{-2,5t} = y \Rightarrow e^{-2,5t} = 1-y \\ \hookrightarrow -2,5t = \ln(1-y) \Rightarrow t = -0,4 \ln(1-y) \end{array} \right.$$

$$= \int_0^{0,4} 0,16 \ln^2(1-y) dy$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{E per TECNICAMENTE } dF(t) = dy \\ t=0 \Rightarrow y = 1 - e^0 = 0 \\ t=0,4 \Rightarrow y = 1 - e^{-1} = 0,6321 \end{array} \right.$$

$$\int_0^{0,6321} 0,16 \cdot \ln^2(1-y) dy = \left[ 0,16y \ln^2(1-y) \right]_0^{0,6321} + \int_0^{0,6321} 0,16y \cdot 2\ln(1-y) \cdot \frac{1}{1-y} dy = [0,11]$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{z=1-y \Rightarrow y=1-z \Rightarrow dy = -dz}{=} \\ & = - \int_1^{0,3679} 0,16 \ln^2(z) dz = \int_{0,3679}^1 0,16 \ln^2(z) dz = \end{aligned}$$

$$= \left[ 0,16z \ln^2(z) \right]_{0,3679}^1 - \int_{0,3679}^1 0,16z \cdot 2\ln(z) \cdot \frac{1}{z} dz =$$

$$= -0,058864 - \int_{0,3679}^1 0,32 \ln(z) dz = -0,058864 - \left[ 0,32z \ln(z) \right]_{0,3679}^1 +$$

$$- \int_{0,3679}^1 0,32z \cdot \frac{1}{z} dz = -0,058864 + \left\{ +0,117721 + \left[ 0,32z \right]_{0,3679}^1 \right\} =$$

$$= -0,058864 + 0,117721 + 0,32 - 0,117728 = 0,231353$$

$$\Rightarrow E[T_{q1}] = \frac{0,75 \cdot 0,231353 + 0,144148}{0,861448} = 0,258667 \text{ s}$$

$$E[T_{q2}] = \frac{\frac{1}{2} \int_0^\infty t^2 dF(t) + 0}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^4 p_i)} = \frac{0,75 \int_0^\infty t^2 dF(t)}{0,4 \cdot 0,861448} \approx 2,22827$$

$$\rightarrow \int_0^\infty t^2 dF(t) = \int_0^1 0,16 \ln^2(1-y) dy = \int_0^1 0,16 \ln^2(z) dz =$$

$$F(t) = y \Rightarrow y = t = -0,4 \ln(1-y)$$

$$t=0 \Rightarrow y=0$$

$$t=\infty \Rightarrow y=1$$

① Probleme

1) Led 21

2) Es. 2

3) Led 21

4) Led 21

5) Rele

$\rightarrow$  OPD

Ma L

L

U

DEFINIZIONE  
+ ESEMPIO

e.g. qualcosa

$$y \cdot 2 \ln(1+y) \frac{1}{1-y}$$

$$= \left[ 0,16z \ln^2(z) \right]_0^1 - \int_0^1 0,32 \ln(z) dz = - \left\{ \left[ 0,32z \ln(z) \right]_0^1 - \int_0^1 0,32 dz \right\} =$$

$$= \int_0^1 0,32 dz = \left[ 0,32z \right]_0^1 = 0,32$$

$$\Rightarrow E[T_{Q_2}] = 2,228217 \cdot 0,32 = 0,713029 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[S_{Virt-1}] = \frac{E[S_1]}{1 - \sum_{i=1}^n p_i} = E[S_1] = 0,167214 \text{ s}$$

$$E[S_{Virt-2}] = \frac{E[S_2]}{1 - \sum_{i=1}^n p_i} = \frac{E[S_2]}{1 - p_1} = \frac{0,8}{0,84148} = 0,950406 \text{ s}$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_{Virt-1}] = 0,258667 \text{ s} + 0,167214 \text{ s} = 0,425881 \text{ s}$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_{Virt-2}] = 0,713029 \text{ s} + 0,950406 \text{ s} = 1,663735 \text{ s}$$

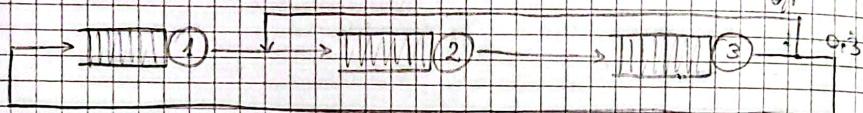
Possomia:

$$CE \quad E[T_{S_5}] = E[S_5] = 30 \text{ min} \quad (*)$$

$$\Rightarrow E[t_1] = V_1 E[S_1] + V_2 E[S_2] + V_3 E[S_3] + V_4 E[S_4] + V_5 E[S_5] = \\ = 81,07632$$

~~→ A RISPOSTA DELL'INTERO CENTRO =  $\sim 1,864,57992 \text{ s}$~~

### Esercizio Mean Value Analysis



$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.3 & 0.7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N=3 \\ \mu_1 = 1 \text{ job/s} \\ \mu_2 = \mu_3 = 2 \text{ job/s}$$

$$\begin{cases} y_1 = 0,3 y_3 \\ y_2 = y_1 + 0,7 y_3 \\ y_3 = y_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0,3 \\ y_2 = 1 \\ y_3 = 1 \end{cases}$$

$$E[m_i(0)] = E[m_1(0)] = E[m_3(0)] = 0$$

$$E[t_1(1)] = E[S_1] (1 + E[m_1(0)]) = E[S_1] = 1 \text{ s}$$

$$E[t_2(1)] = E[S_2] (1 + E[m_2(0)]) = E[S_2] = 0,5 \text{ s}$$

$$E[t_3(1)] = E[S_3] (1 + E[m_3(0)]) = E[S_3] = 0,5 \text{ s}$$

$$\lambda_1(1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^3 V_{j,1} E[t_j(1)]} = \frac{1}{y_1 y_2 \cdot 1 + y_2 y_3 \cdot 0,5 + y_3 y_1 \cdot 0,5} = \frac{1}{1 + 1,66667 + 1,66667} = 0,230769$$

$$\lambda_2(1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^3 V_{j,2} E[t_j(1)]} = \frac{1}{y_2 y_3 \cdot 1 + y_3 y_1 \cdot 0,5 + y_1 y_2 \cdot 0,5} = \frac{1}{0,3 + 0,5 + 0,5} = 0,769231$$

$$\lambda_3(1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^3 V_{j,3} E[t_j(1)]} = \frac{1}{y_3 y_1 \cdot 1 + y_1 y_2 \cdot 0,5 + y_2 y_3 \cdot 0,5} = \frac{1}{0,3 + 0,5 + 0,5} = 0,769231$$

$$E[m_1(1)] = \lambda_1(1) E[t_1(1)] = 0,230769$$

$$E[m_2(1)] = \lambda_2(1) E[t_2(1)] = 0,384615$$

$$E[m_3(1)] = \lambda_3(1) E[t_3(1)] = 0,384615$$

$$E[t_1(2)] = E[S_1] (1 + E[m_1(1)]) = 1 + 0,230769 = 1,230769 \text{ s}$$

$$E[t_2(2)] = E[S_2] (1 + E[m_2(1)]) = 0,5 (1 + 0,384615) = 0,6923075 \text{ s}$$

$$E[t_3(2)] = E[S_3] (1 + E[m_3(1)]) = 0,5923075 \text{ s}$$

$$\lambda_1(2) = \frac{2}{\sum_{j=1}^3 V_{j,1} E[t_j(2)]} = \frac{2}{1,230769 + 3,333333 \cdot 0,6923075 + 3,333333 \cdot 0,5923075} = 0,342105$$

$$\lambda_2(2) = \frac{2}{\sum_{j=1}^3 V_{j,2} E[t_j(2)]} = \frac{2}{0,369231 + 0,6923075 + 0,6923075} = 1,140352$$

$$\lambda_3(2) = \frac{2}{\sum_{j=1}^3 \sqrt{\rho_{jj}} E[t_j(2)]} = 1,140354$$

$$E[m_1(2)] = \lambda_1(1) E[t_1(2)] = 0,421052$$

$$E[m_2(2)] = \lambda_2(1) E[t_2(2)] = 0,89474$$

$$E[m_3(2)] = \lambda_3(1) E[t_3(2)] = 0,789479$$

$$E[t_1(3)] = E[S_1](1+E[m_1(2)]) = 1,421052 s$$

$$E[t_2(3)] = E[S_2](1+E[m_2(2)]) = 0,5(1+0,89474) = 0,89437 s$$

$$E[t_3(3)] = E[S_3](1+E[m_3(2)]) = 0,89437 s$$

$$\lambda_1(3) = \frac{3}{\sum_{j=1}^3 \sqrt{\rho_{jj}} E[t_j(3)]} = \frac{3}{1,421052 + 0,89437 + 0,89437} = 0,40616$$

$$\lambda_2(3) = \frac{3}{\sum_{j=1}^3 \sqrt{\rho_{jj}} E[t_j(3)]} = \frac{3}{0,421052 + 0,89437 + 0,89437} = 1,352919$$

$$\lambda_3(3) = \frac{3}{\sum_{j=1}^3 \sqrt{\rho_{jj}} E[t_j(3)]} = 1,352919$$

job/s

$$E[m_1(3)] = \lambda_1(3) E[t_1(3)] = 0,577197$$

$$E[m_2(3)] = \lambda_2(3) E[t_2(3)] = 1,211401$$

$$E[m_3(3)] = \lambda_3(3) E[t_3(3)] = 1,211401$$

errore :)

$$\begin{aligned} & -\lambda_1 \tau_0 \\ & \left( \frac{\tau_2}{\tau_3} \right)^2 \tau_0 \\ & \left( \frac{\tau_2}{\tau_3} = \frac{\tau_2}{\tau_2 + \tau_3} \right) \\ & \Rightarrow \begin{cases} \bar{\tau}_1 = 0,781500 \tau_0 \\ \bar{\tau}_2 = 0,31 \tau_0 \\ \bar{\tau}_3 = 0,081376 \tau_0 \\ \tau_0 (1+0,781500 + 0,31 + 0,081376) = 1 \Rightarrow \tau_0 = 0,458948 \end{cases} \end{aligned}$$

0769.

$$\Rightarrow \begin{cases} \tau_0 = 0,458948 \\ \bar{\tau}_1 = 0,361422 \\ \bar{\tau}_2 = 0,142277 \\ \bar{\tau}_3 = 0,033333 \end{cases} \quad (0,033333) = 1 - 0,458948 - 0,361422 - 0,142277 = 0,02625 \quad \# \text{ possibile su 1024 job} = 1024 P(\text{loss}) = 38,253090$$

$$\frac{0,02625 (1 - 0,033333)}{3 \cdot 0,033333} \approx 0,252694$$

131

$$E[N_{S_3}] = \rho_S \cdot 3 \approx 0,758081$$

### QUALcosa SULL'ANALISI OPERAZIONALE:

$$V_i = 5 \quad X_i = 10 \quad \Rightarrow \quad X_i = V_i X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{X_i}{V_i} = 2 \text{ job/s}$$

$$A_i = 7 \text{ job} \quad B_i = 16 \text{ s} \quad C_i = 10 \text{ job} \quad m_i(0) = 3 \text{ job} \quad T = 20 \text{ s} \quad \text{PER}$$

$$W_i = 40 \text{ job/s}$$

$$U_i = B_i/T = 0,8 \quad S_i = B_i/C_i = 1,6 \text{ s} \quad X_i = C_i/T = 0,5 \text{ job/s}$$

$$J_i = A_i/T = 0,35 \text{ job/s} \quad M_i = W_i/T = 2 \quad R_i = W_i/C_i = 4 \text{ s}$$

$$V_b = 20 \quad U_b = 0,5 \quad S_b = 25 \text{ ms} \quad M = 25 \quad Z = 18 \text{ s}$$

$M = (R+Z)X_b$   
 $\rightarrow U_b = X_b S_b \Rightarrow X_b = U_b / S_b = 0,5 / 0,025 = 20 \text{ job/s}$   
 $\rightarrow X_b = V_b X_o \Rightarrow X_o = \frac{X_b}{V_b} = 1 \text{ job/s}$

$\Rightarrow R+Z = \frac{M}{X_o} \Rightarrow R = \frac{M}{X_o} - Z = 7 \text{ s}$

$M=40 \quad Z=15 \text{ s} \quad R'=5 \text{ s} \quad S_b = 0,04 \text{ s} \quad V_b^i = 10 \quad V_b^b = 5 \quad U_b = 0,9$   
 $\cdot X_o^b = ?$   
 $\cdot \text{Se } X_o^b \text{ triplica, quale è il tempo di risposta minimo per il sistema intero?}$

$X_b^b = V_b^b X_o^b ; \quad U_b = X_b S_b ; \quad X_o^b = \frac{M}{R'+Z} = \frac{40}{5+15} = 2 \text{ job/s}$   
 $X_b^b = V_b^i X_o^i ; \quad X_b = V_b X_o ; \quad M = M(R'+Z)X_o^i$   
 $X_o^i = \frac{M}{R'+Z} = \frac{40}{5+15} = 2 \text{ job/s}$   
 $X_b^b = X_b + X_o^i = 10 + 2 = 12 \text{ job/s}$   
 $X_b = \frac{U_b}{S_b} = \frac{0,9}{0,04} = 22,5 \text{ job/s}$   
 $X_b^b = X_b - X_o^i = 12 - 2 = 10 \text{ job/s}$   
 $X_o^b = \frac{X_b^b}{V_b^b} = \frac{10}{5} = 2 \text{ job/s}$

Supponiamo ora che  $X_o^b = 1,5 \text{ job/s}$   
 $\rightarrow M = (R'+Z)X_o^i \Rightarrow R+Z = \frac{M}{X_o^i} \Rightarrow R = \frac{M}{X_o^i} - Z \rightarrow R' \text{ è minimizzato se } X_o^i \text{ è massimizzato}$   
 $\rightarrow X_o^i = \frac{X_b^b}{V_b^i} \rightarrow X_o^i \text{ è massimizzato se } X_b^b \text{ è massimizzato}$   
 $\rightarrow X_b^b = X_b + X_o^i = 10 + 1,5 = 11,5 \text{ job/s} \rightarrow X_o^i \text{ è massimizzato se } X_b \text{ è massimizzato}$   
 $\Rightarrow X_b \text{ è massimizzato se } X_b = M / S_b = 25 \text{ job/s}$   
 $\Rightarrow X_b^b = X_b - X_o^i = 25 - 1,5 = 23,5 \text{ job/s}$   
 $\Rightarrow X_o^i = \frac{X_b^b}{V_b^i} = \frac{23,5}{10} = 2,35 \text{ job/s}$   
 $\Rightarrow R' = \frac{M}{X_o^i} - Z = \frac{40}{2,35} - 15 = 7,857143 \text{ s}$

Esempio di analisi del bottleneck:

$$\begin{aligned} Z &= 20 \text{ s} & S_1 &= 0,05 \text{ s} \\ \text{FISSO ARBITRARIALMENTE } V_0 &= 1 & S_2 &= 0,08 \text{ s} \\ \begin{cases} V_0 = 0,05 V_1 \\ V_1 = V_0 + V_2 + V_3 \\ V_2 = 0,55 V_1 \\ V_3 = 0,4 V_1 \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 1 \\ V_2 = 0,55 \\ V_3 = 0,4 \end{cases} & D_1 &= V_1 S_1 = 1 \text{ s} \leftarrow \text{bottleneck} \\ D_2 &= V_2 S_2 = 0,88 \text{ s} \\ D_3 &= V_3 S_3 = 0,32 \text{ s} \\ D &= D_1 + D_2 + D_3 = 2,2 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\# \text{ terminali nel centro di thinking} = M_T = X_0 Z = \frac{Z}{D} = 20$$

$$\begin{aligned} X_0 &= 0,75 \text{ job/s} & R_0 &= 5,2 \text{ s} & \rightarrow M = (R_0 + Z) X_0 \approx 18 \text{ terminali collegati} \\ \text{perché?} & M = 20 \Rightarrow R_0 = 8 \text{ s} & \rightarrow M = (R_0 + Z) X_0 \Rightarrow R_0 = \frac{M}{X_0} - Z \rightarrow \text{Per minimizzare, devo massimizzare } X_0, \text{ in particolare ponendolo uguale a } D_{\max} = V_0 = 1 \\ \rightarrow R_0 &= M - Z = 20 - 20 = 0 \text{ s} > 8 \text{ s} \rightarrow \text{RIP-DISP : C} \\ \rightarrow \text{Ripetiamo quanto deve valere } D_1 \text{ affinché } R_0 = 8 \text{ s:} & \\ D_1 &= \frac{R_0 + Z}{M} = \frac{8 + 20}{30} = 0,93333 \text{ s} \Rightarrow S_1 = \frac{D_1}{V_1} = 0,046667 \text{ s} \\ \Rightarrow \text{SPEEDUP} &= \frac{R_0 + Z}{D} = \frac{0,05}{0,046667} \approx 1,071429 \end{aligned}$$

Esercizio 1:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T=300 \text{ s}} & U_{CPU} = 0,3 & D_{disk} &= 0,4 & \sqrt{V_{disk}} = 10 & U_{DISK} = 0,4 \\ R = 15 \text{ s} & K = 50 & Z = ? \end{aligned}$$

$$M = (Z + R) X_0 \rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{50}{10} - 15 = 35 \text{ s} \quad \rightarrow$$

$$X_0 = \frac{U_{disk}}{\sqrt{V_{disk}}} = 1 \text{ job/s} \quad \rightarrow$$

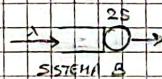
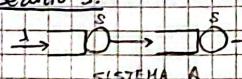
$$U_{disk} = X_0 S_{disk} \Rightarrow X_{disk} = \frac{U_{disk}}{S_{disk}} = 10 \text{ job/s} \quad \rightarrow$$

$$D_{disk} = \sqrt{V_{disk}} S_{disk} \Rightarrow S_{disk} = \frac{D_{disk}}{\sqrt{V_{disk}}} = 0,04 \text{ s} \quad \rightarrow$$

Esercizio 2:

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \text{ s} & R_2 &= 15 \text{ s} & X_1 &= 4 \text{ job/s} & X_2 &= 8 \text{ job/s} & X_0 &= 4 \text{ job/s} & R = ? \\ \rightarrow X_1 &= X_0 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{X_1}{X_0} = 1 \\ X_2 &= X_0 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{X_2}{X_0} = 2 \\ R &= V_1 R_1 + V_2 R_2 = 10 + 2 = 12 \text{ s} \end{aligned}$$

Esercizio 3:



$$\lambda = 0,4 \text{ job/s}$$

$$S = 0,5 \text{ s}$$

$$R_A/R_B = ?$$

$$\frac{R_A}{R_B} = 0,75$$

$$R_A = \lambda S = 0,2$$

$$R_B = 1,2 S = 0,4$$

$$R_A = 2 \left( \frac{\lambda S}{1 - \lambda S} \right)^{1/2} = 0,25 \text{ s} + 1,25 \text{ s} = 1,75 \text{ s}$$

$$R_B = \frac{R_A - 2S}{1 - \lambda S} = \frac{1,75 - 0,5}{1 - 0,4} = 0,666667 \text{ s} \rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 1,6666675$$

### Esercizio 4:

$$D_1 = 1 \text{ s} \quad D_2 = 1 \text{ s}$$

$$D_3 = 2 \text{ s}$$

$$Z = 6 \text{ s}$$

Throughput massimo?

$$\rightarrow D_{\max} = D_3 = 2 \text{ s}$$

$$\rightarrow \text{Devo trovare l'intersezione tra } \frac{1}{D_{\max}} \text{ e } \frac{N^*}{D+Z} \Rightarrow \frac{N^*}{D+Z} = \frac{1}{D_{\max}} \Rightarrow N^* = \frac{D+Z}{D_{\max}} = \frac{1+1+2+6}{2} = 5$$

~ Fino a 5 job il throughput massimo è  $X_0 = \frac{N}{D+Z} = \frac{N}{10}$  jobs

~ Dopo i 5 job il throughput massimo è  $X_0 = \frac{N}{D_{\max}} = 0.5$  jobs

$$\approx 0,798489$$

$$P_a = \frac{(3p)^3}{3!(1-p)} P(0)$$

$$E[T_a] = \frac{P_a E[S]}{1-p}$$

$$E[TS] = E[T_a]$$

$$E[N_a] = \lambda E[C]$$

$$E[N_s] = \lambda E[I]$$

### Riassumendo

$$E[TS] = 180,$$

Tocca scrivere  
solo gli sv

### Esercizio 5:

$$D_1 = 1 \text{ s}$$

$$D_2 = 2 \text{ s}$$

$$D_3 = 2 \text{ s}$$

$$N = 2 \text{ s}$$

$$X_0 = ?$$

$$\rightarrow \frac{N}{ND+Z} = \frac{N}{ND} = \frac{1}{D} = \frac{1}{1+2+2} = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \frac{N}{D+Z} = \frac{N}{D} = \frac{2}{5} \quad \rightarrow \frac{1}{D_{\max}} = \frac{1}{2}$$

~ Sicuramente il throughput è compreso tra 1s e 2s.

### PMCSN AGAIN

$$\bar{D}_1 = 2s \quad \bar{D}_2 = 2s \quad \bar{D}_3 = 2s \quad N=2 \quad X_0 = ?$$

Ricordiamo per YVA:

$$E[t_i(N)] = E[S_i] (1 + E[m_i(N-1)])$$

$$\Rightarrow \forall i: E[t_i(N)] = Y_i E[S_i] (1 + E[m_i(N-1)])$$

$$\Rightarrow R_i(N) = D_i (1 + Q_i(N-1))$$

YVA è abbreviato per indicare  $E[m_i(N-1)]$

$$Q_1(0) = Q_2(0) = Q_3(0) = 0 \quad (\text{dati})$$

$$R_1(1) = D_1 (1 + Q_1(0)) = D_1 = 1s$$

$$R_2(1) = D_2 (1 + Q_2(0)) = D_2 = 2s$$

$$R_3(1) = D_3 (1 + Q_3(0)) = D_3 = 2s$$

$$X_0(1) = \frac{1}{R_1(1) + R_2(1) + R_3(1)} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$Q_1(1) = X_0(1) R_1(1) = 0,2$$

$$Q_2(1) = X_0(1) R_2(1) = 0,4$$

$$Q_3(1) = X_0(1) R_3(1) = 0,4$$

$$R_1(2) = D_1 (1 + Q_1(1)) = 1(1+0,2) = 1,2s$$

$$R_2(2) = D_2 (1 + Q_2(1)) = 2(1+0,4) = 2,8s$$

$$R_3(2) = D_3 (1 + Q_3(1)) = 2(1+0,4) = 2,8s$$

$$X_0(2) = \frac{2}{R_1(2) + R_2(2) + R_3(2)} = 0,147052 \cdot 2 = 0,294118 \text{ transist./sec}$$

↓

Esercizio 1 del 27/05/2022:

$$\mu_1 = 3 \text{ pkt/s}$$

$$\mu_2 = 5 \text{ pkt/s}$$

$$Y_1 = 1 \text{ pkt/s}$$

$$Y_2 = 4 \text{ pkt/s}$$

Y1 max prima della saturazione?

$$\begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = Y_2 + \lambda_3 \lambda_1 \end{cases} \rightarrow \text{Ho la saturazione per } \rho_1 = 1 \vee \rho_2 = 1 \rightarrow \text{Bottiglia di vaso}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = Y_2 + \lambda_3 \lambda_1 \end{cases} \Rightarrow \lambda_1 = \mu_1 \vee \lambda_2 = \mu_2$$

$$\underline{1^{\circ} CASO - \lambda_2 = \mu_2} \quad \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = 1 + \lambda_3 \cdot 3 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = Y_1 + 1 \Rightarrow \lambda_3 = 2 \\ \lambda_2 = 1 + 2 \cdot 3 + 2 \lambda_2 = 2 \Rightarrow \lambda_2 = 3 \end{cases}$$

$$\underline{2^{\circ} CASO - \lambda_2 = \mu_2} \quad \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = 1 + \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7 = Y_1 + \lambda_3 \lambda_2 \Rightarrow Y_1 = 10/3 = 3,333333 \\ \lambda_2 = \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = 7 \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{Ho la saturazione per } Y_1 = \min \{2, 3,333333\} = 2 \text{ pkt/s}$$

Se  $Y_1 = 1,8 \text{ pkt/s}$ , qual è il tempo di risposta per un pacchetto che entra nel sistema dal punto A?

$$\begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = Y_2 + \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1,8 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = 1,8 + \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 = 1 + \lambda_3 \lambda_1 = 1 + \lambda_3 (1,8 + \lambda_3 \lambda_2) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1,8 + \lambda_3 \lambda_2 = 1,8 + 0,96 = 2,76 \text{ pkt/s} \\ \lambda_2 = 1,8 + \lambda_3 \lambda_1 = 1,8 + 0,96 \lambda_2 = 1,6 \Rightarrow \lambda_2 = 2,88 \text{ pkt/s} \end{cases}$$

$$T_{1/A} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1} = 1,533333$$

$$E[t_{1/A}] = \frac{1 - E[S_1]}{1 - \rho_1} + E[S_1] = \frac{0,92 \cdot 1/3}{1 - 0,92} + \frac{1}{3} = \frac{0,36667}{0,08} + \frac{1}{3} \approx 4,16667 \text{ s}$$

$$E[t_{2/A}] = \frac{1 - E[S_2]}{1 - \rho_2} + E[S_2] = \frac{0,576 \cdot 1/5}{1 - 0,576} + \frac{1}{5} = \frac{0,1152}{0,424} + 0,2 \approx 0,471698 \text{ s}$$

$$E[t_1] = \nu_{1/A} E[t_1] + \nu_{2/A} E[t_2] = 7,143606 \text{ s}$$

Ora gli esercizi "per casa":

$$\begin{aligned} S_{CPU} &= 4 \text{ sec/trans} \\ U_{CPU} &= 0,5 \\ R &= 15 \text{ s} \\ Z &= 25 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{CPU} &= X_0 S_{CPU} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{CPU}}{S_{CPU}} = 0,125 \text{ trans/sec} \\ M &= (R+Z) X_0 = (15+25) 0,125 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= 60 \text{ s} & M &= 80 & R &= 5 \text{ s} & C &= 60 & U_{CPU} &= 0,8 \\ U_{disk1} &= 0,5 & U_{disk2} &= 0,5 & & & \# think &= ? \end{aligned}$$

$$M = (R+Z) X_0$$

$$\Leftrightarrow X_0 = \frac{M}{R+Z} = \frac{80}{15+25} = 1 \text{ trans/s}$$

$$\rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{80}{1} - 5 = 75 \text{ s}$$

$$\# think = X_0 Z = 75$$

$$\begin{aligned} U_{CPU} &= 0,5 & R &= 15 \text{ s} & Z &= 5 \text{ s} & M &= 100 & S_{CPU} &=? \end{aligned}$$

$$M = (R+Z) X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{M}{R+Z} = \frac{100}{15+5} = 5 \text{ trans/s}$$

$$\Leftrightarrow U_{CPU} = X_0 S_{CPU} \Rightarrow S_{CPU} = \frac{U_{CPU}}{X_0} = 0,1 \text{ s}$$

$$T = 83600 \text{ s} \quad C = 900 \quad M = 60 \quad \# think = 57,5 \quad R = ?$$

$$X_0 = \frac{C}{T} = 0,25 \text{ transaz./s}$$

$$\# think = 2,5 = X_0 R \Rightarrow R = \frac{2,5}{0,25} = 10 \text{ s}$$

Modificare il costo del tanko ( $\text{€} \rightarrow \text{g}$ )

→ il costo dell'area giochi ( $10 \text{ €} \rightarrow 9 \text{ €}$ )

→ il costo delle casse automobili ( $0,10 \text{ €} \rightarrow 16 \text{ €}$ )

→ il numero di metri quadrati V serviti nell'area giochi ( $2 \text{ mq} \rightarrow 3 \text{ mq}$ )

## ~~Prenotazione Voli~~

- Frontend
- Schede del volo (può avere un database con i dati disponibili e le relative informazioni)
- Archivio di posti disponibili per ogni volo

## PMCSN - Foglio degli esercizi d'esame dato dalla prof:

$$C = 10^5 \text{ op/sec}$$

$$E[Z] = 6000 \text{ op} \rightarrow \text{distribuzione esponentiale}$$

$$\text{QoS: } E[\bar{T}_S] \leq 1,5 \text{ s} \quad E[T_{q_1}] \leq 0,5 \text{ s}$$

→ Size-based priority scheduling con prelazione  $\Rightarrow$  CLASSE 1: sotto QoS 0,4 s  
CLASSE 2: sopra QoS 0,4 s

$$\rho_1 = \int_0^{0,4} t f(t) dt = 2 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 2 \left\{ [t e^{-2,5t}]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5t} dt \right\} =$$

$$= 2 \left\{ [te^{-2,5t}]_0^{0,4} + [-0,4e^{-2,5t}]_0^{0,4} \right\} = 2 \left\{ -0,4e^{-1} - 0,4e^{-1} + 0,4 \right\} =$$

$$= 2(-0,294304 + 0,4) = 0,211392$$

$$\rho_2 = \lambda \int_{0,4}^{\infty} t f(t) dt = 2 \left\{ [-te^{-2,5t}]_{0,4}^{\infty} + [-0,4e^{-2,5t}]_{0,4}^{\infty} \right\} = 2(0,4e^{-1} + 0,4e^{-1}) =$$

$$= 2 \cdot 0,294304 = 0,588608$$

$$E[\bar{T}_{q_1}] = \frac{1}{2} \int_0^{0,4} t^2 f(t) dt + \frac{1}{2} \cdot 0,4^2 (1 - \rho_1) = \frac{\int_0^{0,4} t^2 f(t) dt + 0,16 \cdot 0,36789}{1 - 0,211392} =$$

$$(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^2 p_i^2)$$

$$= \frac{\int_0^{0,4} t^2 \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt + 0,058861}{0,788608} \rightarrow \boxed{TF_1}$$

$$\text{Risolv: } \int_0^{0,4} t^2 \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = \left[ -t^2 e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} 2t e^{-2,5t} dt = \left[ t e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} + 0,8 \int_0^{0,4} 2,5 t e^{-2,5t} dt$$

$$= [-0,16e^{-1}] + 0,8 \cdot 0,105696 = 0,025696$$

$$\Rightarrow E[\bar{T}_{q_1}] = \frac{0,025696 + 0,058861}{0,788608} = 0,107223 \rightarrow \text{perfetto}$$

$$E[\bar{T}_{q_2}] = \frac{\frac{1}{2} \int_{0,4}^{\infty} t^2 f(t) dt - \frac{1}{2} \cdot 0}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^2 p_i^2)} = \frac{\int_{0,4}^{\infty} t^2 \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt}{(1-p)(1-p^2)} = \frac{\int_{0,4}^{\infty} t^2 \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt}{(1-0,8)(1-0,211392)} = \rightarrow \boxed{PS}$$

## Forca prima sul PC :)

$$= \frac{1}{0,151}$$

$$= 6,$$

$$E[S_{min}]$$

$$E[S_{max}]$$

$$E[T_{S1}]$$

$$E[T_{S2}]$$

$$E[T_q]$$

$$E[T_s]$$

$$\rightarrow T_{th}$$

$$\rightarrow \boxed{TC}$$

$$\rightarrow \boxed{EL}$$

$$= \frac{1}{0,15+12,5} \int_{0,4}^{10} (-2 \cdot 2,5 e^{-2,5t}) dt = 6,340286 \left[ -t^2 e^{-2,5t} \right]_{0,4}^{10} + 0,8 \int_{0,4}^{10} 2,5 t e^{-2,5t} dt = \\ = 6,340286 \{ +0,16e^{-1} + 0,8 \cdot 0,294304 \} = 1,865971 s$$

$$\rightarrow E[S_{\text{wait},1}] = \frac{E[S_1]}{1 - \sum_{i=1}^2 p_i} = E[S_1] = \frac{p_1}{\lambda_1} = \frac{0,214392}{2 \cdot 0,632121} \approx 0,167208 s$$

$$\rightarrow E[S_{\text{wait},2}] = \frac{E[S_2]}{1 - \sum_{i=1}^2 p_i} = \frac{E[S_2]}{1 - p_1} = \frac{p_2}{\lambda_2(1-p_1)} = \frac{0,383668}{2 \cdot 0,367879 \cdot 0,388028} \approx 1,014448 s$$

$$E[T_s] = E[T_{q,1}] + E[S_{\text{wait},1}] = 0,274431 s$$

$$E[T_{s,2}] = E[T_{q,2}] + E[S_{\text{wait},2}] = 2,880919 s$$

$$E[T_q] = p_1 E[T_{q,1}] + p_2 E[T_{q,2}] = 0,75429 s$$

$$E[T_s] = p_1 E[T_{s,1}] + p_2 E[T_{s,2}] = 1,233119 s \quad \leftarrow \text{Perfetto anche questo}$$

$$\rightarrow \text{Throughput} = X = \lambda = 2 \text{ req/sec}$$

$$\rightarrow E[T_{sd}(0,1)] = \frac{E[T_{s,1}]}{0,1} = \frac{0,274431}{0,1} = 2,74431$$

$$\rightarrow E[T_{sd}(0,3)] = \frac{E[T_{s,2}]}{0,3} = \frac{1,233119}{0,3} = 4,110397$$

→ Secondo me è più corretto in quest'altro modo:

$$E[Sd(0,1)] = \frac{E[T_{s,1} + 0,1]}{0,1} = 2,07223$$

$$E[Sd(0,3)] = \frac{E[T_{s,2} + 0,3]}{0,3} = 1,35741$$

$$\rightarrow \text{PFO} \quad E[T_{q,2}] = \frac{\rho E[S^2]}{1-\rho} = \frac{\rho E[S]^2}{1-\rho} \quad \text{dove } \rho = E[S] = 0,8$$

$$\rightarrow E[T_{q,2}] = \frac{0,8 \cdot 0,4}{0,2} = 1,6 s$$

$$E[T_s] = E[T_q] + E[S] = 2,5$$

$$\Rightarrow E[Sd(0,1)] = \frac{E[T_s + 0,1]}{0,1} = \frac{E[T_s] + 0,1}{0,1} = 17$$

$$E[Sd(0,3)] = \frac{E[T_s + 0,3]}{0,3} = 6,333333$$

$$\rightarrow \text{PS} \quad E[Sd(0,1)] = E[Sd(0,3)] = \frac{1}{1-\rho} = \frac{1}{0,2} = 5$$

PMCSN - 23/01/2019

$$\lambda = 1,5 \text{ job/s} \quad L = 10^6 \text{ op. job} \leftarrow \text{Domanda media di un servizio esponenziale}$$

$$C = 10^5 \text{ op/s} \quad \Rightarrow E[S] = 0,4 \text{ s} ; \mu = 2,5 \text{ job/s}$$

Assumiamo che i job "grandi" siano quelli più grandi della media ( $> 0,4 \text{ s}$ ) \*

Dove calcolare, per i tre casi:

- $\rightarrow$  TEMPO MEDIO DI RISPOSTA GLOBALE
- $\rightarrow$  TEMPO MEDIO DI RISPOSTA PER I JOB GRANDI
- $\rightarrow$  SLOWDOWN MEDIO PER  $\lambda C = 0,8 \text{ s}$

$$\text{a)} E[T_{q1}] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{1-p} = \frac{pE[S]}{1-p} \quad \text{dove } p = \frac{\lambda}{\mu} = 0,6$$

$$\Rightarrow E[T_{q1}] = \frac{0,6 \cdot 0,4}{0,4} = 0,6 \text{ s}$$

$$E[T_{q1}] = E[T_q] + E[S] = 1 \text{ s}$$

$$E[sd(0,8)] = \frac{E[T_q] + 0,8}{0,8} = 1,75$$

$$\text{b)} E[T_{q2}] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^2 p_i)(1-\sum_{i=1}^2 p_i)} \quad * \quad p_1 = 0,632121$$

$$\rightarrow p_1 = \lambda \int_0^{0,4} t f(t) dt = 1,5 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 1,5 (-0,294304 + 0,4) = 0,158564$$

$$\rightarrow p_2 = 1 \int_{0,4}^{\infty} t f(t) dt = 1,5 \cdot 0,294304 = 0,441456$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}E[S^2] = p_1 E[S] = (p_1 + p_2) E[S] = 0,6 \cdot 0,4 = 0,24$$

$$\Rightarrow E[T_{q2}] = \frac{0,24}{1 - 0,158564} = 0,285220 \text{ s}$$

$$E[T_{s2}] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^2 p_i)(1-\sum_{i=1}^2 p_i)} = \frac{p_2 E[S]}{(1-p_1)(1-p_2)} = \frac{0,285220}{1 - 0,6} = 0,713050 \text{ s}$$

$$E[S_1] = \frac{p_1}{\mu} = \frac{0,158564}{1,5 \cdot 0,632121} = 0,167208 \text{ s}$$

$$E[S_2] = \frac{p_2}{\mu} = \frac{0,441456}{1,5 \cdot 0,367879} = 0,8 \text{ s}$$

$$E[T_{s1}] = E[T_{q1}] + E[S_1] = 0,452628 \text{ s}$$

$$E[T_{s2}] = E[T_{q2}] + E[S_2] = 1,513050 \text{ s} \quad \leftarrow$$

$$E[T_s] = p_1 E[T_{s1}] + p_2 E[T_{s2}] = 0,82089 \text{ s} \quad \leftarrow$$

$E[sd(0,8)]$

c) Qui Anche

$E[T_{q1}]$

$E[T_{q2}]$

$E[T_{s1}]$

$E[T_{s2}]$

$E[T_s]$

$E[sd(0,8)]$

$\rightarrow$  La  $p$

$\rightarrow$  To  $p$

$\rightarrow$  La  $p$

spost.

$\rightarrow$  La  $p$

perc

Sono

COSTRUIRE

a)  $p = 1,5$

$\rightarrow$  ~~0,632121~~

TO IPO D

a)  $E[T_q]$

$E[T_s]$

b)  $g(0) = ($

$$E[SD(0,8)] = \frac{E[T_R(0,8)] + 0,8}{0,8} = \frac{0,713050 + 0,8}{0,8} = 1,8913125$$

C) Qui  $p_1$  e  $p_2$  sono invertiti:  $p_1 = 0,441456$ ;  $p_2 = 0,158544$   
Anche  $P_1$  e  $P_2$  sono invertiti:  $P_1 = 0,367879$ ;  $P_2 = 0,632121$

$$E[T_{q,1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)} = \frac{0,94}{1 - p_1} \approx 0,629689 \text{ s}$$

$$E[T_{q,2}] = \frac{\frac{3}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)} = 0,713050 \text{ s} \rightarrow 1,0742225 \text{ s}$$

$$E[S] = 0,167208$$

~~E[S]~~ Chiaramente anche  $E[S_1]$ ,  $E[S_2]$  sono invertiti:  $E[S_1] = 0,8 \text{ s}$

$$ECT_{S_1} = E[T_{q,1}] + E[S_1] = 1,229689 \text{ s}$$

$$ECT_{S_2} = E[T_{q,2}] + E[S_2] = 0,880258 \text{ s}$$

$$ECT_S = P_1 E[T_{q,1}] + P_2 E[T_{q,2}] = 1,008806 \text{ s}$$

$$E[SD(0,8)] = \frac{E[T_R(0,8)] + 0,8}{0,8} = \frac{0,629689 + 0,8}{0,8} = 1,53711$$

→ La politica di scheduling che produce il minimo slippage catturazione è  
to per i job grandi è (c).

→ La politica di scheduling che produce il minimo tempo medio di risposta  
sposta globale è (b).

→ La politica di scheduling che produce il minimo tempo di risposta  
per job grandi è (c) (perché comunque, a parità di dimensione,  
sono soggetti a un tempo medio di attesa minore rispetto al caso FIFO).

COEFFICIENTI DI UTILIZZAZIONE:

$$a) \rho = 1 - E[S] \quad b) \rho = \frac{1 - 2E[S]}{2} = 1 - E[S]$$

$$c) \rho = \frac{1}{2} - \frac{E[S]}{2} = \frac{1}{2} - \lambda E[S]$$

→ Il sistema è presente un tempo di risposta maggiore

TEMPO DI RISPOSTA

$$a) ECT_{q,1} = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{1 - p} = \frac{E[S]}{1 - p} \quad \text{se il servizio è esponenziale}$$

$$ECT_{q,2} = ECT_{q,1} + E[S] = E[S] \left( 1 + \frac{1}{1 - p} \right)$$

$$b) P(n) = \left( \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(mp)^i}{i!} + \frac{(mp)^m}{m!(1-p)} \right)^{-1} = \left( \sum_{i=0}^1 \frac{(2p)^i}{i!} + \frac{(2p)^2}{2! (1-p)} \right)^{-1} =$$

$$= \left(1 + 2\rho + \frac{2\rho^2}{1-\rho}\right)^{-1}$$

Se scriviamo in forma parabolica poi non ci dà delle chiare indicazioni sulle prestaz.

Legge □

c)  $E[T_Q] = \frac{\rho \cdot E[S]}{1-\rho}$  (se il servizio è esponentiale)

$$E[T_S] = E[T_Q] + \rho E[S] = 2E[S] \left(1 + \frac{2\rho}{1-\rho}\right) = \text{il doppio rispetto al caso (a)}$$

R = 1,1

PHCSN

Il sistema (c) ha un tempo di risposta maggiore anche rispetto al caso (b): a parità di serventi, un sistema con un'unica coda limita il bilanciamento del carico tra i vari serventi, eliminando le perdite, cosa che invece non accade con un sistema con + code.

D<sub>1</sub> = 6s

D<sub>2</sub> = 6s

M = R +

X<sub>0</sub> è ma

⇒ R =

S = 0,2s

Di conseguenza, il sistema c è quello con maggior tempo di risposta.

(A) E[T]

E[Q]:

(B) E[T<sub>Q</sub>]

In particolare, grande è l'utilizzazione e alta, il guadagno sul tempo di attesa nel sistema (b) è considerevole rispetto alla penalità sul tempo di servizio. Al contrario, quando l'utilizzazione è bassa, è il sistema (a) a sperimentare il tempo di risposta più basso, poiché i job sperimentano un tempo medio di attesa molto basso di tutti i casi, ma un tempo di servizio pari alla metà rispetto agli altri due sistemi.

E[Q]

⇒ Il s

→ La a

tempo

E[T<sub>Q</sub>]

↔ i

Per quanto riguarda il sistema (c), infine, il peggioramento delle prestazioni potrebbe diventare più evidente con un'utilizzazione alta perché, in tal caso, la probabilità di avere uno sbilanciamento del carico tra le due code è più alta.

I<sub>2</sub> - 1

⇒ C

• CH:

• LA:

• T<sub>2</sub>:

• IL:

Ris

$$R_1 = 10 \text{ s}$$

$$R_2 = 2 \text{ s}$$

$$X_1 = 4 \text{ trans/s}$$

$$X_2 = 6 \text{ trans/s}$$

$$X_0 = 4 \text{ trans/s}$$

$$R = ?$$

Legge del flusso fiorato:  $X_1 = V_1 X_0 \Rightarrow V_1 = X_1 / X_0 = 1$   
 $X_2 = V_2 X_0 \Rightarrow V_2 = X_2 / X_0 = 1,5$

$$R = V_1 R_1 + V_2 R_2 = 1,0 + 1,5 \cdot 2 = 13 \text{ s}$$

PHCSN 13/02/2019

$$\begin{aligned} D_1 &= 6,3 \text{ s} \\ D_2 &= 6,1 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= ? \text{ 100} \\ R_{\min} &=? \end{aligned}$$

$M = (R+Z) X_0 \xrightarrow{\text{Assumo}} M = RX_0 \Rightarrow R = M/X_0 \Rightarrow R \text{ è minimizzato se } X_0 \text{ è massimizzato.}$   
 $X_0 \text{ è massimizzato se } X_0 = \frac{1}{D_{\max}} \Rightarrow X_0 = \frac{1}{D_2} = \frac{1}{6,1} \text{ transur/1s}$   
 $\Rightarrow R = M/X_0 = 100 \cdot 6,1 = 6100 \text{ s}$

$$S = 0,2 \text{ s } (\equiv E[S])$$

$$\lambda_1 = 4 \text{ 1/s}$$

$$\lambda_2 = 3 \text{ 1/s}$$

$$(A) E[T_{a_1}] = \frac{\rho_1 S}{1-\rho_1} \text{ dove } \rho_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} S = \frac{0,4}{0,4+0,6} S = 0,4 S \Rightarrow E[T_{a_1}] = \frac{0,4 \cdot 0,2}{0,6} = \frac{0,133333}{0,6} \text{ s}$$

$$E[T_{a_2}] = E[T_{a_1}] + E[S] = 0,333333 \text{ s}$$

$$(B) E[T_{a_2}] = \frac{\rho_2 S}{1-\rho_2} \text{ dove } \rho_2 = \lambda_2 S = 0,6 \Rightarrow E[T_{a_2}] = \frac{0,6 \cdot 0,2}{0,4} = 0,3 \text{ s}$$

$$E[T_{a_2}] = E[T_{a_1}] + E[S] = 0,5 \text{ s}$$

$\Rightarrow$  Il sistema (A) ha tempo di risposta minore.

$\rightarrow$  La differenza fra i tempi di risposta è data esclusivamente dai tempi di attesa: confrontiamo questi ultimi.

$$E[T_{a_2}] < E[T_{a_1}] \Leftrightarrow \frac{\rho_2 S}{1-\rho_2} < \frac{\rho_1 S}{1-\rho_1} \Leftrightarrow \frac{\lambda_2 S^2}{1-\lambda_1 S} < \frac{\lambda_1 S^2}{1-\lambda_2 S} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda_2}{1-\lambda_2 S} < \frac{\lambda_1}{1-\lambda_1 S} \Leftrightarrow \lambda_2 (1 - \frac{1}{2} \lambda_1 S) < \frac{1}{2} \lambda_1 (1 - \lambda_2 S) \Leftrightarrow$$

$$\lambda_2 - \frac{1}{2} \lambda_1 \lambda_2 S < \frac{1}{2} \lambda_1 - \frac{1}{2} \lambda_1 \lambda_2 S \Leftrightarrow \lambda_2 < \frac{1}{2} \lambda_1 \Leftrightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 2$$

$\rightarrow$  Di un viaggio su treno esiste:

$\rightarrow$  (P) Neglio

EMAIL-ID-PASSO-NONE PASSEGGERO-CI NOME PASSEG.

• CHI L'HA EFFETTUATO (EMAIL)

• LA DATA IN CUI È STATO EFFETTUATO

• IL VOLO PER IL CUI È STATO EFFETTUATO

• IL PREZZO EFFETTUATO

EMAIL-ID-SERVIZIO AGGIUNTIVO-PREZZO  
OTTENUTO SERVIZIO AGG.

Servizio  $\sim$  Uniform(2, 15)

$$\hookrightarrow E[S] = 8,5 \text{ min} \Rightarrow \mu = 0,117667 \text{ req/min}$$

con  
di 1

$$\rho = \lambda E[S] = 0,952$$

$$E[T_q] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{1-\rho} = \frac{0,112}{2(1-0,952)} (D^2[S] + E^2[S]) \approx 1,166667 \left[ \frac{(15-2)^2}{12} + \frac{(2+15)^2}{2} \right] =$$
$$= 1,166667 (14,083333 + 12,25) \approx 16,87 \text{ min}$$

1  
Total  
Poli

$$E[T_s] = E[T_q] + E[S] = 109,222222 \text{ min}$$

Supponiamo ora di utilizzare un size-based priority scheduling senza priorità  
con  $\rho_1 = E[S] = 8,5 \text{ min}$

$$E[T_{q,1}] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^1 p_i)(1-\sum_{j=1}^0 p_j)} = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{1-p_1}$$

$\begin{cases} \lambda \\ \pi \\ \pi_1 \\ \pi_2 \end{cases}$

$$\rightarrow \rho_1 = \lambda \int_0^{8,5} t f(t) dt = 0,112 \int_0^{8,5} t \cdot \frac{1}{15+2} \mathbb{1}_{[2,15]}(t) dt = 0,112 \int_2^{8,5} \frac{1}{13} t dt =$$

$\begin{cases} \pi_1 \\ \pi_2 \end{cases}$

$$= 0,112 \left[ \frac{1}{26} t^2 \right]_2^{8,5} = 0,112 (2,778846 - 0,153846) = 0,294$$

→

$$\rightarrow \rho_2 = \lambda \int_{8,5}^{\infty} t f(t) dt = 0,112 \left[ \frac{1}{26} t^2 \right]_{8,5}^{\infty} = 0,112 (8,653846 - 2,778846) = 0,658$$

$$\Rightarrow E[T_{q,1}] = \frac{0,056(14,083333 + 72,25)}{1-0,294} = 6,847970 \text{ min}$$

$$E[T_{q,2}] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^2 p_i)(1-\sum_{j=1}^1 p_j)} = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-p_1)(1-p_2)} = \frac{6,847970}{1-0,952} \approx 162,666037 \text{ min}$$

→ X

E[m]

$$E[T_{s,1}] = E[T_{q,1}] + E[S_1] = E[T_{q,1}] + \frac{p_1}{\lambda_1} = E[T_{q,1}] + \frac{p_1}{\frac{1}{2}\lambda} = 6,847970 + \frac{0,294}{0,056} =$$
$$= 12,097970 \text{ min}$$

$$E[T_{s,2}] = E[T_{q,2}] + E[S_2] = E[T_{q,2}] + \frac{p_2}{\lambda_2} = 162,666037 + \frac{0,658}{0,056} \approx 154,416077 \text{ min}$$

$$E[T_q] = p_1 E[T_{q,1}] + p_2 E[T_{q,2}] = \frac{1}{2} (6,847970 + 162,666037) = 74,7570035 \text{ min}$$

10  
1/10

$$E[T_s] = p_1 E[T_{s,1}] + p_2 E[T_{s,2}] = 83,2570035 \text{ min}$$

$$\rightarrow \text{FIFO: } E[S](5) = \frac{E[T_q] + 5}{5} = \frac{100,722222 + 5}{5} = 21,144444$$

$$E[Sd(10)] = \frac{E[T_q] + 10}{10} = 11,072222$$

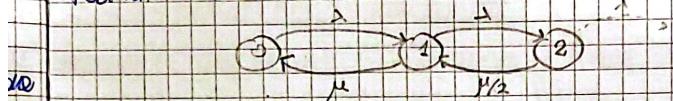
CON CLASSI  
DI PREFERENZA:

$$E[\text{sd}(5)] = \frac{E[T_{4,5}] + 5}{5} = \frac{6,847970 + 5}{5} = 2,369594$$

$$E[\text{sd}(10)] = \frac{E[T_{4,10}] + 10}{10} = \frac{142,666037 + 10}{10} = 15,2666037$$

Tornando al punto di esercizio d'esame dato dalla prof:

POLITICA PS CON 2 SOLI POSTI DISPONIBILI



10

$$\begin{cases} \lambda \pi_0 = \mu \pi_1 \\ (\lambda + \mu) \pi_1 = \lambda \pi_0 + \mu \pi_2 \\ \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi_1 = \frac{\lambda}{\mu} \pi_0 \\ \pi_2 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\lambda \pi_0 + \mu \pi_1) - \lambda \pi_0 \\ \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

558

$$\begin{cases} \pi_0 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \pi_0 [1 + \frac{\lambda}{\mu} \mu + 2(\frac{\lambda}{\mu})^2] = 1 \\ \pi_1 = \frac{\lambda}{\mu} \pi_0 \\ \pi_2 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\frac{\lambda}{\mu} \pi_0) = 2(\frac{\lambda}{\mu})^2 \pi_0 \end{cases} \Rightarrow \pi_0 = 1 / [1 + \frac{\lambda}{\mu} \mu + 2(\frac{\lambda}{\mu})^2]$$

$\Rightarrow \pi_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} \mu + 2(\frac{\lambda}{\mu})^2} = P(\text{idle})$

$\pi_1 = \frac{\lambda}{\mu [1 + \frac{\lambda}{\mu} \mu + 2(\frac{\lambda}{\mu})^2]}$

$\pi_2 = \frac{2 \lambda^2}{\mu^2 [1 + \frac{\lambda}{\mu} \mu + 2(\frac{\lambda}{\mu})^2]} = P(\text{loss})$

$\rightarrow X = \lambda = \lambda (1 - P(\text{loss})) = \lambda - \frac{2 \lambda^3}{\mu^2 [1 + \frac{\lambda}{\mu} \mu + 2(\frac{\lambda}{\mu})^2]}$

min

$E[m] = \pi_1 + 2\pi_2 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} \mu + 2(\frac{\lambda}{\mu})^2} \left( \frac{\lambda}{\mu} + \frac{4\lambda^2}{\mu^2} \right)$

=

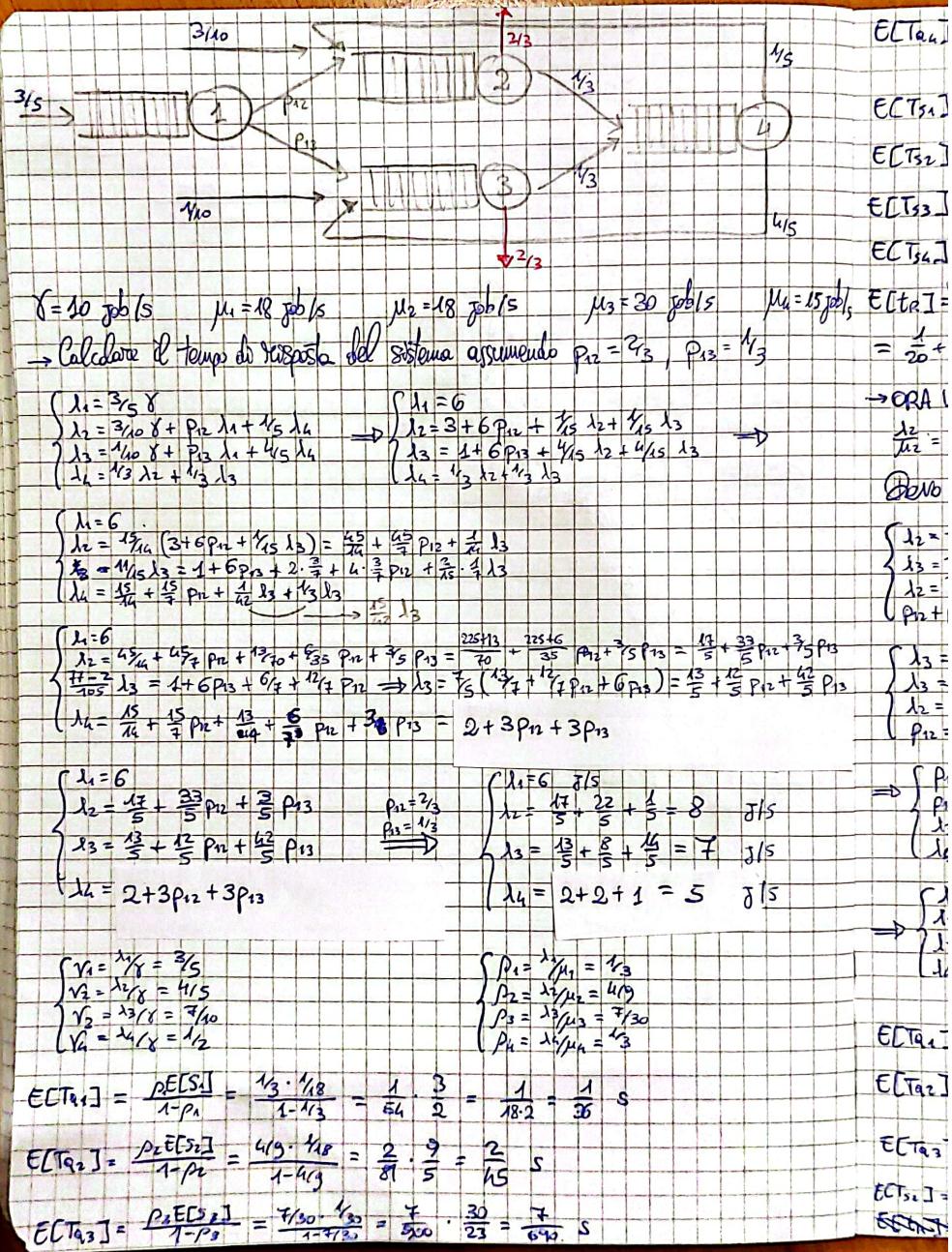
$E[m^2] = \pi_1 + \lambda \pi_2 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} \mu + 2(\frac{\lambda}{\mu})^2} \left( \frac{\lambda}{\mu} + \frac{8\lambda^2}{\mu^2} \right)$

1607

$D^2[m] = E[m^2] - E^2[m]$

min

1/10	# GR	AEROPORTO	AEROPORTO	CAMPAGNA	PREZZO
AL VIVO		Partenza	Arrivo	Aerea	base



$$E[T_{q_4}] = \frac{P_4 E[S_4]}{1-P_4} = \frac{1/3 \cdot 1/5}{1-1/3} = \frac{1}{45} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{30} \text{ s}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_1] = \frac{1}{36} + \frac{1}{18} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \text{ s}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_2] = \frac{2}{45} + \frac{1}{18} = \frac{4+5}{90} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

$$E[T_{s_3}] = E[T_{q_3}] + E[S_3] = \frac{7}{60} + \frac{1}{30} = \frac{7+23}{60} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

$$E[T_{s_4}] = E[T_{q_4}] + E[S_4] = \frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

per:  
 $E[T_R] = E[T_{s_1}] + E[T_{s_2}] + E[T_{s_3}] + E[T_{s_4}] = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{12} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{10} + \frac{7}{60} \cdot \frac{1}{23} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{2}{25} + \frac{7}{230} + \frac{1}{20} \approx 0,210435 \text{ s}$

→ ORA VOLIAMO CHE I CENTRI 2, 3 ABBIANO LA STESSA UTILIZZAZIONE

$$\frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{\lambda_3}{\mu_3} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{18} = \frac{\lambda_3}{30} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{6} = \frac{\lambda_3}{10} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{3} = \frac{\lambda_3}{5}$$

Dobbiamo risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} \lambda_2 = \frac{1}{5} \lambda_3 + \frac{3}{5} P_{12} + \frac{3}{5} P_{13} \\ \lambda_3 = \frac{1}{3} \lambda_2 + \frac{1}{5} P_{21} + \frac{1}{2} P_{13} \\ \lambda_2 = \frac{3}{5} \lambda_3 \\ P_{12} + P_{13} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = \frac{5}{3} (\frac{1}{5} \lambda_3 + \frac{3}{5} P_{12} + \frac{3}{5} P_{13}) \\ \lambda_3 = \frac{1}{3} \lambda_2 + \frac{1}{5} P_{21} + \frac{1}{2} P_{13} \\ \lambda_2 = \frac{3}{5} \lambda_3 \\ P_{12} = 1 - P_{13} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \lambda_3 = \frac{1}{3} \lambda_3 + 11 - 10 P_{13} = \frac{50}{3} - 10 P_{13} \\ \lambda_3 = \frac{5}{3} + 6 P_{13} \\ \lambda_2 = \frac{3}{5} \lambda_3 \\ P_{12} = 1 - P_{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{35}{3} - 16 P_{13} \Rightarrow P_{13} = \frac{1}{16} \cdot \frac{35}{3} \\ \lambda_3 = \frac{5}{3} + 6 P_{13} \\ \lambda_2 = \frac{3}{5} \lambda_3 \\ P_{12} = 1 - P_{13} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{13} = \frac{35}{48} \\ P_{12} = \frac{13}{48} \\ \lambda_3 = \frac{5}{3} + \frac{35}{8} = \frac{75}{8} \text{ J/s} \\ \lambda_2 = \frac{45}{8} \text{ J/s} \end{cases} \text{ INFATTI } \begin{cases} P_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} = \frac{75}{8 \cdot 30} = \frac{5}{8 \cdot 8} = \frac{5}{64} \\ P_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{45}{8 \cdot 18} = \frac{5}{8 \cdot 2} = \frac{5}{16} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 6 \text{ J/s} \\ \lambda_2 = \frac{45}{8} \text{ J/s} \\ \lambda_3 = \frac{75}{8} \text{ J/s} \\ \lambda_4 = 2 + 3 \cdot \frac{75}{64} + 3 \cdot \frac{35}{64} = 2 + \frac{13}{16} + \frac{35}{16} = 5 \text{ J/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 1/3 \\ P_2 = 5/16 \\ P_3 = 5/16 \\ P_4 = 1/3 \end{cases}$$

$$E[T_{q_1}] = \frac{1}{36} \text{ s } [\text{COME PRIMA}] ; E[T_{q_4}] = \frac{1}{30} \text{ s } [\text{COME PRIMA}]$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{P_2 E[S_2]}{1-P_2} = \frac{5/16 \cdot 1/18}{1-5/16} = \frac{5}{16 \cdot 18} \cdot \frac{16}{11} = \frac{5}{198} \text{ s}$$

$$E[T_{q_3}] = \frac{P_3 E[S_3]}{1-P_3} = \frac{5/16 \cdot 1/30}{1-5/16} = \frac{1}{16 \cdot 6} \cdot \frac{16}{11} = \frac{1}{66} \text{ s}$$

$$E[T_{s_2}] = \frac{5}{198} + \frac{1}{18} = \frac{16}{198} = \frac{8}{99} \text{ s} ; E[T_{s_3}] = \frac{1}{66} + \frac{1}{30} = \frac{5+11}{330} = \frac{16}{330} = \frac{8}{165} \text{ s}$$

$$\begin{cases} \nu_1 = \lambda_1/\gamma = 3/5 \\ \nu_2 = \lambda_2/\gamma = 3/16 \\ \nu_3 = \lambda_3/\gamma = 15/16 \\ \nu_4 = \lambda_4/\gamma = 1/2 \end{cases}$$

$$E[T_{R_i}] = \nu_1 E[T_{S_1}] + \nu_2 E[T_{S_2}] + \nu_3 E[T_{S_3}] + \nu_4 E[T_{S_4}] \quad \lambda = 45$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{12} + \frac{3}{16} \cdot \frac{8}{99} + \frac{15}{16} \cdot \frac{8}{105} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} =$$

$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{22} + \frac{1}{22} + \frac{1}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} \approx 0,190909 \text{ s}$$

Max  $\lambda$

$$C = 10^3 \text{ op/sec}$$

L'80% dei job ha domanda media  $Z = 1875 \text{ op/job}$   
il 20% dei job ha domanda media  $Z = 7500 \text{ op/job}$   
↳ Servizio iperespontaneo

z ora è

$$E[T_{Q_1}]$$

→ Then

→ abstract priority scheduling (J guess senza priorità), con  $p_1 = p_2 = 0,5$

$$\text{Max } \lambda \text{ per avere } E[T_S] < 10 \text{ s} = ?$$

→ 2,

Esempio L'80% dei job ha domanda media  $S = 1,875 \text{ s}$   
il 20% dei job ha domanda media  $S = 7,5 \text{ s}$

$$E[T_{Q_1}]$$

$$E[T_{S_1}] =$$

z assum

$$E[S^2]$$

$$E[S] = 0,8 \cdot 1,875 + 0,2 \cdot 7,5 = 3 \text{ s} \Rightarrow \mu = 1/3 \text{ jobs/s} \Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = 3\lambda \Rightarrow p_1 = p_2 = 1,5\lambda$$

$$\sigma^2(S) = g(\rho) E^2[S] = \left( \frac{1}{2\rho(1-\rho)} - 1 \right) E^2[S] = \left( \frac{1}{2 \cdot 0,2 \cdot 0,8} - 1 \right) 9 = 19,125 \text{ s}^2$$

$$E[S^2] = E^2[S] + \sigma^2(S) = 28,25 \text{ s}^2$$

$$E[T_{Q_1}]$$

$$E[T_{Q_1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^4 p_i^2)(1 - \sum_{i=1}^4 p_i^2)} = \frac{14,0625 \lambda}{1 - p_1} = \frac{14,0625 \lambda}{1 - 1,5\lambda}$$

$$E[T_{Q_1}] =$$

$$E[T_{Q_2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^4 p_i^2)(1 - \sum_{i=1}^4 p_i^2)} = \frac{E[T_{Q_1}]}{1 - \rho} = \frac{14,0625 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)}$$

$$E[T_{Q_2}] =$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S] = \frac{14,0625 \lambda}{1 - 1,5\lambda} + 3$$

$$E[T_{Q_2}] =$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S] = \frac{14,0625 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)} + 3$$

$$E[T_{S_2}] =$$

$$E[T_{Q_1}] = \frac{1}{2} E[T_{Q_1}] + \frac{1}{2} E[T_{Q_2}] = \frac{7,03125 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)} + \frac{7,03125 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)}$$

$$E[T_{Q_1}] =$$

$$E[T_{S_1}] = \frac{1}{2} E[T_{S_1}] + \frac{1}{2} E[T_{S_2}] = \frac{7,03125 \lambda}{1 - 1,5\lambda} + \frac{7,03125 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)} + 3 < 10$$

$$D_1 = 10$$

$$\Rightarrow \frac{7,03125 \lambda (1 - 3\lambda) + 7,03125 \lambda - 7(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)} < 0$$

$$N = (R+Z)$$

→ Si deve avere che il denominatore deve essere positivo e, in particolare,  $\lambda < \frac{1}{3}$

$$B_{\text{max}} = 8$$

$$\Rightarrow \forall i E[$$

$$\Rightarrow 7,03125 \lambda - 21,09375 \lambda^2 + 7,03125 \lambda + (7 + 10,5\lambda)(1 - 3\lambda) < 0 \Rightarrow$$

$$R_1(1) = 7$$

$$\Rightarrow 14,0625 \lambda - 21,09375 \lambda^2 - 7 + 21\lambda + 10,5\lambda - 3\lambda^2 < 0$$

$$R_2(1) = 7$$

$$\Rightarrow -52,59375 \lambda^2 + 45,5625\lambda - 7 < 0 \Rightarrow 52,59375 \lambda^2 - 45,5625\lambda + 7 > 0$$

$$X_0(1) = \frac{7}{2}$$

$$Q_1(1) = 7$$

$E[T_{1,1}] = \frac{45,5625 \pm \sqrt{2075,96140625 + 1472,625}}{105,1875} = \begin{cases} 2,13 \text{ job/s} \\ 0,199643 \text{ job/s} \end{cases}$

Max lambda ammissibile:  $0,199643 \text{ job/s}$   
 $\Rightarrow$  ora prendo un  $\lambda \approx 0,2 \text{ job/s} \rightarrow E[T_{1,1}] \leq 2 \text{ s}$   
 $E[T_{1,1}] = \frac{14,0625 \lambda}{1-0,5\lambda} \approx 4,017857 \text{ s} \rightarrow$  No, lo studio non sarebbe rispettato.  
 → Trovo il  $p_1$  per rispettare lo studio:  $\frac{14,0625 \cdot 0,2}{1-3 \cdot 0,2 p_1} \leq 2 \Rightarrow \frac{2,8125}{1-0,6p_1} \leq 2$   
 $\Rightarrow 2,8125 \leq 2 - 1,2p_1 \Rightarrow 1,2p_1 \leq 2 - 2,8125$  Valore  $p_1$  dovrebbe essere proprio negativo...  
 $E[T_{1,1}] = 4,017857 \text{ s}$   
 $E[T_{1,2}] = 10,0166425 \text{ s}$   
 $E[T_{2,1}] = 7,017857 \text{ s}$   
 $E[T_{2,2}] = 13,0166425 \text{ s}$

$\Rightarrow$  ASSUMIAMO ORA UN TEMPO DI SERVIZIO ESponentiale  
 Caso FIFO:  $E[CT_1] = E[T_{1,1}] + E[S] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} + E[S] = E[S] \cdot \frac{1}{1-\rho}$   
 Caso con le due classi di priorità:  $E[T_{1,1}] = \frac{\rho E[S]}{(1-p_1)} ; E[T_{1,2}] = \frac{\rho E[S]}{(1-p_1)(1-p)}$   
 $\Rightarrow E[CT_1] = p_1 E[T_{1,1}] + (1-p_1) E[T_{1,2}] = p_1 \frac{\rho E[S]}{1-p_1} + (1-p_1) \frac{\rho E[S]}{(1-p_1)(1-p)} =$   
 $= \frac{p_1(p-p_1^2)E[S] + (1-p_1)pE[S]}{(1-p_1)(1-p)} = E[S] \frac{p_1(1-p)^2 + p_1p}{(1-p_1)(1-p)} = E[S] \frac{p-p_1^2}{(1-p_1)(1-p)} =$   
 $= E[S] \frac{p(1-p_1)}{(1-p_1)(1-p)} = \frac{\rho E[S]}{1-\rho}$   
 $E[CT_1] = E[T_{1,1}] + E[S] = E[S] \cdot \frac{1}{1-\rho} \quad \leftarrow$  PARO PARO AL CASO FIFO

---

$D_1 = 10 \quad D_2 = 5 \quad Z = 10 \quad N = 3 \quad R = ?$   
 $N = (R+Z)X_0$  Devo procedere con la mean value analysis...

$\lambda < 3$   
 Bestia:  $E[CT_i(N)] = \lambda \cdot E[S_i] \cdot (1 + E[m_i(N)])$   
 $\Rightarrow R_i E[CT_i(N)] = R_i E[S_i] \cdot (1 + E[m_i(N-1)]) \Rightarrow R_i(N) = D_i (1 + Q_i(N-1))$   
 $R_1(1) = D_1 (1 + Q_1(0)) = D_1 + 10$   
 $R_2(1) = D_2 (1 + Q_2(0)) = D_2 + 5$   
 $X_0(1) = \frac{1}{\sum_{i=1}^2 R_i(1)} = \frac{1}{10+5} = \frac{1}{15}$   
 $Q_1(1) = X_0(1) R_1(1) = \frac{2}{3}$   
 $Q_2(1) = X_0(1) R_2(1) = \frac{1}{3}$

$$R_1(2) = D_1(1 + Q_1(1)) = 10\left(1 + \frac{2}{3}\right) = 10 \cdot \frac{5}{3} = \frac{50}{3}$$

$$R_2(2) = D_2\left(1 + Q_2(1)\right) = 5\left(1 + \frac{4}{3}\right) = 5 \cdot \frac{7}{3} = \frac{35}{3}$$

$$X_0(2) = \frac{2}{\sum_{i=1}^2 R_i(2)} = \frac{2}{\frac{50}{3} + \frac{35}{3}} = 2 \cdot \frac{3}{70} = \frac{3}{35}$$

$$Q_1(2) = X_0(2) R_1(2) = \frac{3}{35} \cdot \frac{50}{3} = \frac{10}{7}$$

$$Q_2(2) = X_0(2) R_2(2) = \frac{3}{35} \cdot \frac{35}{3} = \frac{6}{7}$$

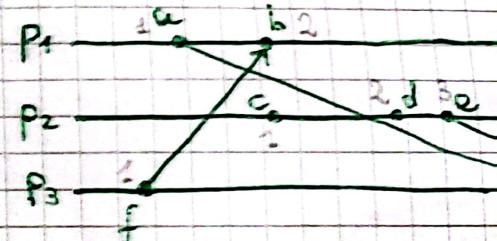
$$R_1(3) = D_1\left(1 + Q_1(2)\right) = 10\left(1 + \frac{10}{7}\right) = 10 \cdot \frac{17}{7} = \frac{170}{7}$$

$$R_2(3) = D_2\left(1 + Q_2(2)\right) = 5\left(1 + \frac{6}{7}\right) = 5 \cdot \frac{11}{7} = \frac{55}{7}$$

$$X_0(3) = \frac{3}{\sum_{i=1}^2 R_i(3)} = \frac{3}{\frac{170}{7} + \frac{55}{7}} = 3 \cdot \frac{7}{225} = \frac{21}{225}$$

$$\rightsquigarrow \text{Ora applico } N = (R+Z)X_0 \Rightarrow R+Z = \frac{N}{X_0} \Rightarrow R = \frac{N}{X_0} - Z = \frac{3}{3} \cdot \frac{75}{7} - 10 = \frac{155}{7}$$

SOPP



Col clock logico rettangolare:

$$a: \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$b: \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$22,14,2857_s$$

$$f: \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

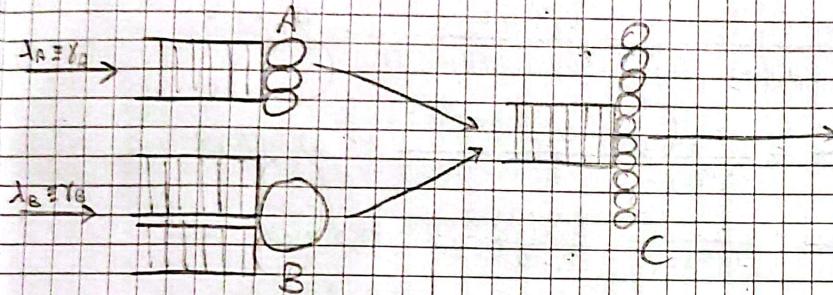
$$g: \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

FMSN - PROSEGNO IL FOGLIO

A

$$x_0 = x_1$$

FYCSN - PROSEGUO IL FOGLIO DI ESEMPIO DI ESAME DATO DALLA PROF



B  
C  
D  
E  
F  
G  
H  
I  
J  
K  
L  
M  
N  
O  
P  
Q  
R  
S  
T  
U  
V  
W  
X  
Y  
Z

### SERVER A

$$E[S_A] = \frac{2}{\mu_A} = 0,8 \text{ ms} \Rightarrow \mu_A = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ job/ms}$$

$$\rho_A = \frac{\lambda_A}{m_A \mu_A} = \frac{1,5}{3 \cdot 1,25} = 0,4$$

$$P_A(0) = \left( \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(3\rho_A)^i}{i!} + \frac{(M\rho_A)^m}{m! (1-\rho_A)} \right)^{-1} = \left( 1 + 0,72 + 0,48 \right)^{-1} \approx 0,296118$$

$$P_{QA} = \frac{(3\rho_A)^3}{3! (1-\rho_A)} P_A(0) = 0,28 \cdot 0,296118 = 0,141177$$

$$E[T_{QA}] = \frac{P_{QA} E[S_A]}{1-P_A} = \frac{0,141177 \cdot 0,8/3}{1-0,4} = 0,062745 \text{ ms}$$

D: a b c d  
p q r s  
t u v w  
x y z

$$E[T_{sp}] = E[T_{qa}] + E[S_B] = 0,062745 + 0,862745 \text{ ms}$$

### SERWER B

$$E[S_B] = \frac{1}{C_B} = 0,4 \text{ ms} \Rightarrow \mu_B = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ job/ms}$$

$$\rho_B = \frac{\lambda_B}{\mu_B} = \frac{2 \text{ job/ms}}{2,5 \text{ job/ms}} = 0,8$$

mark = 1

$$\begin{aligned} P_{B_1} &= 0,632121 \\ P_{B_2} &= 0,367879 \end{aligned}$$

SI. DS - BASED NON PREEMPTIVE PRIORITY QUEUE (hanno priorità i job < 0,4 ms)  $P_{B_1}$

$$E[T_{B_1}] = \frac{\rho_B E[S_B]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_{B_i})(1 - \sum_{j=1}^2 \rho_{S_j})} \quad \text{dove:}$$

$$\rho_{B_1} = \lambda_B \int_0^{0,4} t f(t) dt = 2 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 0,211392$$

$$\rho_{B_2} = \lambda_B \int_{0,4}^{\infty} t f(t) dt = 2 \int_{0,4}^{\infty} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 0,588608$$

$$E[T_{B_1}] = \frac{0,8 \cdot 0,4}{1 - 0,211392} = 0,405778 \text{ ms}$$

$$E[T_{B_2}] = \frac{\rho_B E[S_B]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{j=1}^1 \rho_j)} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{(1 - 0,211392)(1 - 0,8)} = 2,028891 \text{ ms}$$

$$E[S_{B_1}] = \frac{\rho_{B_1}}{\lambda_B} = \frac{\rho_{B_1}}{\lambda_B \rho_{B_1}} = \frac{0,211392}{2 \cdot 0,632121} \approx 0,167208 \text{ ms}$$

$$E[S_{B_2}] = \frac{\rho_{B_2}}{\lambda_B} = \frac{\rho_{B_2}}{\lambda_B \rho_{B_2}} = \frac{0,588608}{2 \cdot 0,367879} = 0,8 \text{ ms}$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{B_1}] + E[S_{B_1}] = 0,572986 \text{ ms}$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{B_2}] + E[S_{B_2}] = 2,828891 \text{ ms}$$

$$E[T_{B_1}] = \rho_{B_1} E[T_{B_1}] + \rho_{B_2} E[T_{B_2}] = 1,002887 \text{ ms}$$

$$E[T_{S_B}] = \rho_{B_1} E[T_{B_1}] + \rho_{B_2} E[T_{B_2}] = 1,402886 \text{ ms}$$

### SERWER C

$$\lambda_C = \lambda_A + \lambda_B = 3,5 \text{ job/s} ; \quad E[S_{C_i}] = \frac{1}{C_i} = 2 \text{ ms} \Rightarrow$$

$$E[S_C] = \frac{1}{10} E[S_C] = 0,2 \text{ ms} ; \quad \mu_C = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ job/ms}$$

$$\rho_C = \frac{\lambda_C}{\mu_C} = \frac{3,5}{10 \cdot 0,5} = 0,7$$

$$P_C(0) = \left( \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(10\rho_C)^i}{i!} + \frac{(10\rho_C)^{10}}{10!(1-\rho_C)} \right)^{-1} =$$

$$= \left( 1 + 7 + 24,5 + 57,166667 + 100,041667 + 140,058333 + 189,750452 + 189,750452 + 166,036895 + 129,139807 + 301,326217 \right)^{-1}$$

$$= 0,0007658$$

$$(1) P_{ac} = \frac{(10p_c)^{10}}{10!(1-p_c)} P_e(0) = 381,326217 \cdot 0,0007658 = 0,230763$$

$$E[T_{ac}] = \frac{P_{ac} E[S_c]}{1-p_c} = \frac{0,230763 \cdot 0,2}{0,3} = 0,153842 \text{ ms}$$

$$E[T_{ac}] = E[T_{sa}] + E[S_c] = 2,153842 \text{ ms}$$

$$\gamma_{A/A} = \frac{\lambda_A}{\gamma_A} = 1 ; \quad \gamma_{B/A} = \frac{\lambda_B}{\gamma_A} = \frac{2}{1,5} = 1,333333$$

$$\gamma_{C/A} = \frac{\lambda_C}{\gamma_A} = \frac{2,5}{1,5} = 2,333333$$

$$E[T_{sa}] = \gamma_{A/A} E[T_{sa}] + \gamma_{B/A} E[T_{sa}] + \gamma_{C/A} E[T_{sa}] = \\ = 0,862745 + 1,333333 - 1,602886 + 2,333333 \cdot 2,153842 = 7,758891 \text{ ms}$$

$$\gamma_A = \frac{\lambda_A}{\gamma} = \frac{1,5}{3,5} = 0,428571$$

$$\gamma_B = \frac{\lambda_B}{\gamma} = \frac{2}{3,5} = 0,571428$$

$$E[T_{sa}] = \gamma_A E[T_{sa}] + \gamma_B E[T_{sa}] + \gamma_C E[T_{sa}] = 3,325238 \text{ ms}$$

$$E[Sd_A(0,4)] = \frac{E[T_{sa}] + o_A}{0,4} = \frac{0,4662745}{0,4} = 1,1668625$$

$$E[Sd_B(0,2)] = \frac{E[T_{sa}] + o_B}{0,2} = \frac{0,605778}{0,2} = 3,02889$$

$$E[Sd_C(0,2)] = \frac{E[T_{sa}] + o_C}{0,2} = \frac{0,353842}{0,2} = 1,76921$$

Ora di un volo con: (1)

$\Rightarrow$  ORARIO ARRIVO  
PRESA ARIA      AEROMARZO  
ARRIVO            PIASTRA

CAMPAGNA      VOLATO  
ACREFA

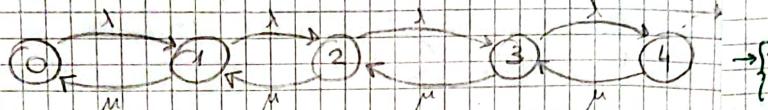
1) A1 A2 A3... B1 B2 B3... 10 SERVIZIO AGG.1 SERVIZIO AGG.2

Tutti e cinque dei cinque servizi sono già effettuati. Un quinto appena nato se il servizio non è previsto.

$$\lambda = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ jobs/s}$$

$$\mu = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ jobs/s}$$

$$\lambda = c$$



$$\left\{ \pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 \quad \forall i=1, \dots, 4 \right.$$

$$\left\{ \sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \Rightarrow \pi_0 \left[ 1 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^1 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^4 \right] = 1 \Rightarrow 5\pi_0 = 1 \Rightarrow \pi_0 = \frac{1}{5} \right.$$

$$\Rightarrow \pi_0 = \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow P(\text{loss}) = \pi_4 = \frac{1}{5} \Rightarrow X = \lambda = \lambda(1 - P(\text{loss})) = 5 \cdot \frac{4}{5} = 4 \text{ jobs/s}$$

SUPPONIAMO CHE ORA μ SIA UGUALE A  $\frac{1}{0,15} = 6,666667 \text{ jobs/s}$

$$\left\{ \pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 \quad \forall i=1, \dots, 4 \right.$$

$$\left\{ \sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \Rightarrow \pi_0 \left[ 1 + 0,25 + 0,5625 + 0,140625 + 0,31640625 \right] = 1 \right.$$

$$\Rightarrow \pi_0 = 0,327785$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi_0 = 0,327785 \\ \pi_1 = 0,245839 \\ \pi_2 = 0,184379 \\ \pi_3 = 0,138281 \\ \pi_4 = 0,103713 \end{array} \right. = P(\text{loss})$$

$$X = \lambda' = \lambda(1 - P(\text{loss})) = 5(1 - 0,103713) = 4,481435 \text{ jobs/s}$$

SUPPONIAMO ORA DI AVERE UN QUAD-CORE CON  $\mu = \frac{1}{0,3} = 3,333333 \text{ jobs/s}$

$$\left\{ \pi_i = \frac{1}{i!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 = \frac{1}{i!} (1,5)^i \pi_0 \right.$$

$$\left\{ \sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \Rightarrow \pi_0 \left[ 1 + 1,5 + 1,125 + 0,5625 + 0,2109375 \right] = 1 \right.$$

$$\Rightarrow \pi_0 = 0,227353$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi_0 = 0,227353 \\ \pi_1 = 0,341030 \\ \pi_2 = 0,255143 \\ \pi_3 = 0,127886 \\ \pi_4 = 0,047957 \end{array} \right. = P(\text{loss})$$

$$X = \lambda' = \lambda(1 - P(\text{loss})) = 5(1 - 0,047957) = 4,760215 \text{ jobs/s}$$

$$\lambda = 0,23 \text{ req/min}$$

$$E[S] = 4 \text{ min} \Rightarrow \mu = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ req/min}$$

$$P = 0,35$$

$$\rightarrow p E[S_1] + (1-p) E[S_2] = E[S]$$

$$( \mu_1 = 2p \mu \Rightarrow \frac{1}{E[S_1]} = \frac{2p}{E[S]} \Rightarrow E[S_1] = \frac{E[S]}{2p} )$$

$$\Rightarrow \frac{E[S^2]}{2} + (1-p) E[S_2] = E[S] \Rightarrow E[S_2] = \frac{1}{1-p} \left[ E[S] - \frac{E[S]}{2p} \right] = \frac{E[S]}{2(1-p)}$$

$$\frac{1}{E[S]} = \frac{E[S]}{2p}$$

$$\Rightarrow E[S_1] = \frac{4}{0,7} = 5,714286 \text{ min}$$

$$E[S_2] = \frac{4}{1,3} = 3,076923 \text{ min}$$

$$\sigma^2(S) = g(p) E^2[S] = \left( \frac{1}{2p(1-p)} - 1 \right) E^2[S] = \left( \frac{1}{2 \cdot 0,35 \cdot 0,65} - 1 \right) \cdot 16 = 19,164835 \text{ min}^2$$

$$E[S^2] = \sigma^2(S) + E^2[S] = 19,164835 + 16 = 35,164835 \text{ min}^2$$

$$\frac{1}{2} E[S^2] = 4,043956 \text{ (min)}$$

~~ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (NON PREEMPTIVE) CON 2 PROCESSI~~

~~Secondo me a destra un miccavagno che scriveva che l'istante req1 e req2 non esistono.~~

~~per quanto riguarda req2 e req3...~~

~~ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (PREEMPTIVE) CON  $P_i =$~~

$$\rightarrow \text{ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (PREEMPTIVE) CON } p_1 = 0,15; p_2 = 0,25; p_3 = 0,6$$

$$p_1 = \lambda_1 E[S_0] = p_1 \lambda E[S] = 0,15 \cdot 0,23 \cdot 4 = 0,138$$

$$p_2 = \lambda_2 E[S] = p_2 \lambda E[S] = 0,25 \cdot 0,23 \cdot 4 = 0,23$$

$$p_3 = \lambda_3 E[S] = p_3 \lambda E[S] = 0,6 \cdot 0,23 \cdot 4 = 0,552$$

$$E[T_{req}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^3 p_i)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 35,164835 \cdot 0,15 \cdot 0,23}{1 - 0,138} = 0,703705 \text{ min}$$

$$E[S_{req-1}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^2 p_i} = E[S] = 4 \text{ min}$$

$$\Rightarrow E[T_{req}] = E[T_{req}] + E[S_{req-1}] = 4,703705 \text{ min}$$

$$E[T_{req}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^3 p_i)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 35,164835 \cdot 0,23 (0,15 + 0,25)}{(1 - 0,138)(1 - 0,138 - 0,23)} = 2,969708 \text{ min}$$

→ ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (PREEMPTIVE) CON  
 $p_1 = 0,15$ ,  $p_2 = 0,6$ ,  $p_3 = 0,25$

$$\Rightarrow \rho_1 = 0,138, \quad \rho_2 = 0,552, \quad \rho_3 = 0,23$$

Dal punto di vista della classe 1 non cambia nulla rispetto  
 a prima

$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i)} = \frac{0,5 \cdot 35,166,835}{(1 - 0,138 - 0,552)(1 - 0,138)} \approx 11,35005 \text{ min}$$

$$E[S_{int,2}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^k p_i} = \frac{E[S]}{1 - p_1} = \frac{6}{1 - 0,138} = 6,640371 \text{ min}$$

$$\Rightarrow E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_{int,2}] = 15,990446 \text{ min}$$

FORSE POSSIAMO pure RISPARMIARE LA PREEMPTION(:)

Considero il caso KP:

$$E[T_q] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{1 - p} = \frac{6,043956}{1 - 0,92} = 50,54945 \text{ min}$$

$$E[S_d(1)] = \frac{E[T_q] + 1}{\lambda} = 51,54945$$

$$\text{CASO PS: } E[S_d(1)] = \frac{1}{1 - p} = \frac{1}{1 - 0,92} = 12,5 \quad (\text{qui è molto + basso})$$

(oggi) dimostrare che nell'abstract priority scheduling preemptive vale:

$$E[T_{q,k}] \leq E(T_{q,k+1}) \\ \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^{k+1} \rho_i)} \leq \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k+1} \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^{k+1} \rho_i)}$$

$$\rightarrow \text{SICURAMENTE VALE } \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \lambda_i E[S^2] \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k+1} \lambda_i E[S^2]$$

POICHÉ CERTAMENTE  $\frac{1}{2} \lambda_{k+1} E[S^2] \geq 0$ .

$$\rightarrow \text{ORA PROVO A DEDURRE CHE } (1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^{k+1} \rho_i) >$$

$$(1 - \sum_{i=1}^{k+1} \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^k p_i) \Rightarrow 1 - \sum_{i=1}^{k+1} \rho_i > 1 - \sum_{i=1}^k p_i$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k+1} \rho_i \leq \sum_{i=1}^k p_i \Rightarrow 0 \leq p_{k+1} + p_{k+2} \rightarrow \text{DVRIO}$$

→ Ho dunque provato che  $E[T_{\text{aux}}] = E[T_{\text{aux+1}}]$

Ora provo che  $E[S_{\text{visit\_k}}] \leq E[S_{\text{visit\_k+1}}]$

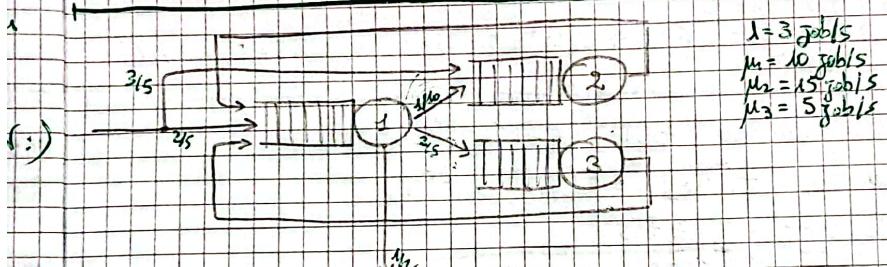
spesso

$$\frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i} \leq \frac{E[S_k]}{1 - \sum_{i=1}^k p_i} \Rightarrow 1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i \geq 1 - \sum_{i=1}^k p_i \Rightarrow$$

$$\sum_{i=1}^{k-1} p_i \leq \sum_{i=1}^k p_i \Rightarrow 0 \leq p_k \rightarrow \text{ovvio anche questo}$$

In conclusione, abbiamo:  $E[T_{\text{aux}}] + E[S_{\text{visit\_k}}] \leq E[T_{\text{aux+1}}] + E[S_{\text{visit\_k+1}}]$

$$\Rightarrow E[T_{\text{aux}}] \leq E[T_{\text{aux+1}}] \checkmark$$



(\*)

$$\begin{cases} \lambda_1 = 2/5 \lambda \\ \lambda_2 = 3/5 \lambda \\ \lambda_3 = 2/5 \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2/5 \lambda_1 = 6/5 + \lambda_2 \\ \lambda_2 = 9/5 + 1/10 \lambda_1 \\ \lambda_3 = 2/5 \lambda_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 + 5/3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = 9/5 + 1/5 + 1/6 \lambda_2 \\ \lambda_3 = 2/5 \lambda_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 + 4/6 \\ 5/6 \lambda_2 = 2 \Rightarrow \lambda_2 = 12/5 \\ \lambda_3 = 12/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nu_1 = \lambda_1/\lambda = 2 \\ \nu_2 = \lambda_2/\lambda = 4/5 = 0,8 \\ \nu_3 = \lambda_3/\lambda = 4/5 = 0,8 \end{cases}$$

Valori:

$$p_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$E[T_{\text{aux}}] = \frac{p_1 E[S_1]}{1 - p_1} = \frac{3/5 \cdot 1/10}{1 - 3/5} = \frac{3}{50} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{20} = 0,15 \text{ s}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{\text{aux}}] + E[S_1] = 0,15 + 0,1 = 0,25 \text{ s}$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_1} = \frac{12/5}{10} = \frac{6}{25}$$

$$E[T_{\text{aux}}] = \frac{p_2 E[S_2]}{1 - p_2} = \frac{6/25 \cdot 1/15}{1 - 6/25} = \frac{6}{25} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{25}{21} = \frac{6}{315} \approx 0,0192698 \text{ s}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{\text{aux}}] + E[S_2] = 0,0192698 + 0,066667 \approx 0,079365 \text{ s}$$

$$\rho_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_2} = \frac{12/5}{15} = \frac{4}{25} \quad E[T_{\text{aux}}] = \frac{12/25 \cdot 1/5}{13/15} = \frac{12}{25} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{13} = \frac{12}{65} = \frac{9}{52} = 0,173077 \text{ s}$$

$$E[T_{s_3}] = E[T_{\text{aux}}] + E[S_3] = 0,173077 + 0,2 = 0,386615 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_R] = V_1 E[t_1] + V_2 E[t_2] + V_3 E[t_3] = \\ = 2 \cdot 0,25 + 0,8 \cdot 0,079365 + 0,8 \cdot 0,324615 = 0,871184 \text{ s}$$

Per minimizzare il tempo medio di risposta, credo (e spero!) si debba minimizzare  $V_3$  in favore di  $V_2$ . Cioè si fa ponendo  $P_{12} = \frac{1}{2}$ ,  $P_{13} = 0$ .

Di fatto, in questo modo  $V_3$  sarebbe rimanere uguale:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0/s + \lambda_2 + \lambda_3 \\ \lambda_2 = 9/s + \lambda_1 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 6/s + \lambda_2 \\ \lambda_2 = 9/s + \lambda_1 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 9/s + 2/s = 6 \\ \lambda_2 = 18/s + 6/s = 24/s \\ \lambda_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = \lambda_1/\lambda = 2 \\ V_2 = \lambda_2/\lambda = 1,6 \\ V_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow E[T_R] = 2 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,079365 = 0,626984 \text{ s}$$

Sarà pertanto:  $E[T_S]^{NP} = E[T_{Q_i}]^{NP} + E[S]$

con  $E[T_{S,i}]^{NP} = E[T_{Q,i}]^{NP} + E[S]$

dove  $E[T_{Q,i}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^i p_k)(1 - \sum_{k=i+1}^{i-1} p_k)}$

Con relazione:  $E[T_S]^P = E[T_{Q,i}]^P + E[S_{virt}]$

con  $E[T_{S,i}]^P = E[T_{Q,i}]^P + E[S_{virt,i}]$

dove  $E[T_{Q,i}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^i \lambda_k E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^i p_k)(1 - \sum_{k=i+1}^{i-1} p_k)}$

$$E[S_{virt,i}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{k=1}^i p_k}$$

Quindi bisognerebbe fare il seguente confronto:

$$\frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^i p_k)(1 - \sum_{k=i+1}^{i-1} p_k)} + E[S] \stackrel{?}{\leq} \frac{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^i \lambda_k E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^i p_k)(1 - \sum_{k=i+1}^{i-1} p_k)} + \frac{E[S]}{1 - \sum_{k=1}^i p_k} \Rightarrow E[$$

$\hookrightarrow$  In generale non si può dire chi sia maggiore; nel caso di arrivi Poissoniani e a servizi disponibili, per esempio, minimoless property, si comprova

$$C = 10^5 \text{ op/s} \quad Z = 5 \cdot 10^4 \text{ op/job} \quad \rho = 0,75 \quad \rho_1 = 0,3; \rho_2 = 0,7$$

→ ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING WITH PREEMPTION

$$\mu = \frac{C}{Z} = 2 \text{ job/s} \Rightarrow E[S] = \frac{1}{\mu} = 0,5 \text{ s}$$

$$\lambda = \rho \mu = 1,5 \text{ job/s}$$

$$\lambda_1 = \rho_1 \lambda = 0,75 \text{ job/s} \quad \rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu} = 0,225$$

$$\lambda_2 = \rho_2 \lambda = 1,05 \text{ job/s} \quad \rho_2 = \lambda_2 / \mu = 0,525$$

$$E[T_{Q,1}] = \frac{\sum_{i=1}^1 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)} = \frac{E^2[S] \lambda_1}{1 - \rho_1} = \frac{0,25 \cdot 0,45}{1 - 0,225} \approx 0,145161 \text{ sec}$$

$$E[S_{\text{wait},1}] = \frac{ECS}{1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i} = E[S] = 0,5 \text{ s}$$

$$E[T_{S,1}] = E[T_{Q,1}] + E[S_{\text{wait},1}] = 0,145161 + 0,5 = 0,645161 \text{ s}$$

$$\rightarrow \text{SRPT} \quad E[T_{Q,1}] = \frac{\frac{1}{2} \int_0^1 t^2 dF(t) + \frac{1}{2} 1^2 (1 - F(1))}{(1 - \lambda \int_0^1 t dF(t))^2}$$

$$\bullet \text{ PROVATO A RISOLVERE } \frac{1}{2} \cdot 1^2 (1 - F(1)) = 0,75 (1 - 1 + e^{-2}) \approx 0,101501$$

$$\bullet \text{ PROVATO A RISOLVERE } \int_0^1 t^2 dF(t) = \int_0^1 t^2 f(t) dt = \left[ \int_0^1 t^2 \cdot 2e^{-2t} dt \right] =$$

$$\left[ -t^2 e^{-2t} \right]_0^1 + \int_0^1 2t e^{-2t} dt = \left[ -t^2 e^{-2t} \right]_0^1 + \left[ -t e^{-2t} \right]_0^1 + \int_0^1 e^{-2t} dt = \\ = \left[ -t^2 e^{-2t} \right]_0^1 + \left[ -t e^{-2t} \right]_0^1 + \left[ -\frac{1}{2} e^{-2t} \right]_0^1 =$$

$$= -1e^{-2} - 1 \cdot e^{-2} - \frac{1}{2} e^{-2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} e^{-2} \approx 0,161662$$

$$\bullet \text{ PROVATO A RISOLVERE } \int_0^1 t dF(t) = \int_0^1 t f(t) dt = \int_0^1 t \cdot 2e^{-2t} dt =$$

$$= \left[ -t e^{-2t} \right]_0^1 + \left[ -\frac{1}{2} e^{-2t} \right]_0^1 = -e^{-2} - \frac{1}{2} e^{-2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} e^{-2} \approx 0,296947$$

$$S \Rightarrow E[T_{Q,1}] = \frac{0,75 \cdot 0,161662 + 0,296947}{(1 - 1,5 \cdot 0,296947)^2} = \frac{0,2227675}{0,304475} \approx 0,724441 \text{ sec}$$

$$\rho_1 \quad \text{il numero di job che sperimentano un'attesa minore è } F(1) = 1 - e^{-2} = \\ = 0,864665$$

AVVISO → Per i job della dimensione 1 sicuramente comunque lo scheduling astratto.

$$T = 600 \text{ s} \quad M = 50 \quad 10 \text{ servizi} \quad \cancel{R = 20 \text{ s}} \quad R = 20 \text{ s}$$

$D_{\max} = 1 \text{ s}$

$$D_{\text{fit}} = 2 \text{ s}$$

$$C = 50$$

# thinking = ?

$$X_0 = \frac{C}{T} = 0,15 \text{ trans./s}$$

$$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow R+Z = \frac{M}{X_0} \Rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{50}{0,15} - 20 \approx 313,333333 \text{ s}$$

$$\# \text{ thinking} = ZX_0 = 47$$

P<sub>1</sub>

P<sub>2</sub>

P <sub>1</sub>	W(x)a	W(x)b
P <sub>2</sub>	R(x)b	R(x)a

①

P <sub>1</sub>	W(x)a
P <sub>2</sub>	R(x)a

②

Torna allo slide di esercizi di PCSN...

$$C = 10^5 \text{ op/sec}$$

$$Z = 4 \cdot 10^4 \text{ op/job (ESponentiale)}$$

$$\rho = 0,6$$

→ SIZE-BASED PRIORITY SCHEDULING WITHOUT PREEMPTION

↳ la dimensione media dei job determina il classificazione delle classi

$$E[S] = Z/C = 0,4 \text{ s} \Rightarrow \mu = 2,5 \text{ job/s}$$

$$P_x = F(0,4) = 1 - e^{-0,4} = 0,632121$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \Rightarrow \lambda = \rho \mu = 1,5 \text{ job/s}$$

$$P_x = 1 - F(0,4) = e^{-0,4} = 0,367879$$

$$\rho_1 = \lambda \int_0^{0,4} t f(t) dt = 1,5 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 1,5 \left\{ -t e^{-2,5t} \right|_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5t} dt = \\ = 1,5 \left\{ \left[ -t e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} + \left[ -0,4 e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} \right\} = 1,5 \left\{ -0,4 e^{-1} - 0,4 e^{-1} + 0,4 \right\} = \\ = 0,158545$$

$$\rho_2 = \rho - \rho_1 = 0,641455$$

$$E[T_{a_1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^n p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = \frac{\rho E[S]}{1 - \rho_1} = \frac{0,6 \cdot 0,4}{1 - 0,158545} \approx 0,285220 \text{ s}$$

$$E[T_{a_2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^n p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = \frac{\rho E[S]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} = \frac{0,285220}{1 - 0,6} \approx 0,713051 \text{ s}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{a_1}] + E[S_1] = \frac{\rho_1}{\lambda_1} = \frac{0,158545}{1,5 - 0,632121} \approx 0,167230 \text{ s}$$

$$E[S_2] = \frac{\rho_2}{\lambda_2} = \frac{0,641455}{1,5 - 0,367879} \approx 0,8 \text{ s}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{a_2}] + E[S_2] = 0,713051 \text{ s}$$

$$E[T_s] = p_1 E[T_{s_1}] + p_2 E[T_{s_2}] = 0,849610 \text{ s}$$

Supponiamo di avere adesso un dual-core. Le metriche di performance dovrebbero approssimativamente seguire le leggi della probabilità esposta:

$$E[T_{a_1}] = \frac{p_1 E[S_1]}{(1 - \sum_{i=1}^n p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = \frac{p_1 E[S_1]}{1 - \rho_1}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{a_1}] + E[S_1]$$

$$E[T_{a_2}] = \frac{p_2 E[S_2]}{(1 - \sum_{i=1}^n p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = \frac{p_2 E[S_2]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{a_2}] + E[S_2]$$

$$E[N_s] = \frac{1}{\lambda} - 1 = \frac{1 - \lambda}{\lambda} = \frac{\rho}{1 - \rho} \quad E[T_s] = \frac{E[N_s]}{\lambda} = \frac{\gamma_N}{1 - \rho} = \frac{E[S]}{1 - \rho}$$

$$E[T_s] = \frac{p_1 \mu}{1 - \rho} + \frac{1}{\mu} = \frac{p_1 + \rho}{\mu(1 - \rho)} = \frac{1}{\mu - \rho \mu} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$T = 300 \text{ s}$

$\Delta_{\max} = 1 \text{ s}$

$M = 50$

$D_{\text{tot}} = 2 \text{ s}$

10 Sewer

$C = 75$

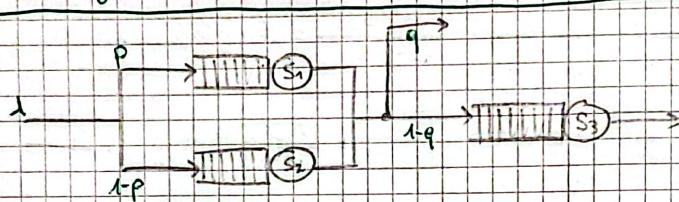
$R = 20 \text{ s}$

# thinking = ?

$X_0 = \frac{C}{T} = 0,25 \text{ trans/s}$

$M = (R+T)X_0 \Rightarrow P \frac{M}{X_0} - R = T = \frac{50}{0,25} - 20 = 180 \text{ s}$

$\# \text{thinking} = Z X_0 = 45$



$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda p \\ \lambda_2 = \lambda(1-p) \end{cases}$

$\lambda_3 = (\lambda_1 + \lambda_2)(1-q) = (\lambda p + \lambda(1-p))(1-q) = \lambda(1-q)$

$\begin{cases} \rho_1 = \lambda_1 S = \lambda p S \\ \rho_2 = \lambda_2 S = \lambda(1-p)S \\ \rho_3 = \lambda_3 S = \lambda(1-q)S \end{cases}$

$E[T_{R1}] = \frac{\rho_1 S}{1-\rho_1} = \frac{\lambda p S^2}{1-\lambda p S}$

$E[T_{S1}] = E[T_{R1}] + S = S \left( 1 + \frac{\lambda p S}{1-\lambda p S} \right)$

$E[T_{R2}] = \frac{\rho_2 S}{1-\rho_2} = \frac{\lambda(1-p)S^2}{1-\lambda(1-p)S}$

$E[T_{S2}] = E[T_{R2}] + S = S \left( 1 + \frac{\lambda(1-p)S}{1-\lambda(1-p)S} \right)$

$E[T_{R3}] = \frac{\rho_3 S}{1-\rho_3} = \frac{\lambda(1-q)S^2}{1-\lambda(1-q)S}$

$E[T_{S3}] = E[T_{R3}] + S = S \left( 1 + \frac{\lambda(1-q)S}{1-\lambda(1-q)S} \right)$

$E[T_R] = \nu_1 E[T_{S1}] + \nu_2 E[T_{S2}] + \nu_3 E[T_{S3}] = pS \left( 1 + \frac{\lambda p S}{1-\lambda p S} \right) +$

$+ (1-p)S \left( 1 + \frac{\lambda(1-p)S}{1-\lambda(1-p)S} \right) + (1-q)S \left( 1 + \frac{\lambda(1-q)S}{1-\lambda(1-q)S} \right)$

$\rightarrow X_{\max} = 1 \quad (\text{suppongo})$

PMCSN - 21/01/2022

Tempo medio di interruzione = 6 s  $\Rightarrow \lambda = \frac{1}{6}$  job/s  
 $Z = 5000$  op./job ;  $C = 1000$  op./s  $\Rightarrow \mu = C/Z = \frac{1}{5}$  job/s  $\Rightarrow E[S] = 5$  s

$\rightarrow$  FIFO  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{6} \cdot 5 = \frac{5}{6}$

$$E[T_{qF}] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{\frac{5}{6} \cdot 5}{1-\frac{5}{6}} = \frac{25}{6} \cdot 6 = 25 \text{ s}$$

$$E[N_S] = \lambda E[T_S] = 5$$

$$\text{BFS} Z = 500 \Rightarrow S = \frac{500}{2000} = 0,25 \text{ s} ; E[sd(0,5)] = \frac{E(T_q) + 0,5}{0,5} = 51$$

$\rightarrow$  SIZE-BASED PRIORITY SCHEDULING (NON-PREEMPTIVE)

Scelta  $E[S]$  come dimensione che separa le due classi di priorità

$$P_1 = 0,632121 ; P_2 = 0,367879$$

$$\rho_1 = \lambda \int_0^S t f(t) dt = \frac{1}{6} \int_0^S t \cdot \frac{5}{6} e^{-\frac{t}{6}} dt = \frac{1}{6} \left\{ -te^{-\frac{t}{6}} \Big|_0^S + \int_0^S e^{-\frac{t}{6}} dt \right\} =$$

$$= \frac{1}{6} \left\{ -te^{-\frac{t}{6}} \Big|_0^S + [-5e^{-\frac{t}{6}}] \Big|_0^S \right\} = \frac{1}{6} \left\{ -5e^{-\frac{S}{6}} - 5e^0 + 5 \right\} \approx 0,220201$$

$$\rho_2 = \rho - \rho_1 = \frac{5}{6} - 0,220201 = 0,613132$$

$$E[T_{q1}] = \frac{\rho E[S]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)} = \frac{\rho E[S]}{1 - \rho_1} = \frac{\frac{5}{6} \cdot 5}{1 - 0,220201} \approx 5,343257 \text{ s}$$

$$E[T_{q2}] = \frac{\rho E[S]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)} = \frac{\rho E[S]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} = \frac{5,343257}{1 - \frac{5}{6}} = 32,059546 \text{ s}$$

$$E[S_1] = \frac{\rho_1}{\lambda_1} = \frac{\rho_1}{\lambda \rho_1} = \frac{0,220201}{1/6 \cdot 0,632121} = 2,090116 \text{ s}$$

$$E[S_2] = \frac{\rho_2}{\lambda_2} = \frac{\rho_2}{\lambda \rho_2} = \frac{0,613132}{1/6 \cdot 0,367879} = 10 \text{ s}$$

$$E[T_{s1}] = E[T_{q1}] + E[S_1] = 5,343257 + 2,090116 \approx 7,433373 \text{ s}$$

$$E[T_{s2}] = E[T_{q2}] + E[S_2] = 32,059546 + 10 = 42,059546 \text{ s}$$

$$E[T_q] = P_1 E[T_{q1}] + P_2 E[T_{q2}] \approx 15,171618 \text{ s}$$

$$E[T_q] = P_1 E[T_{q1}] + P_2 E[T_{q2}] \approx 20,171618 \text{ s} = E[T_q] + E[S] \checkmark$$

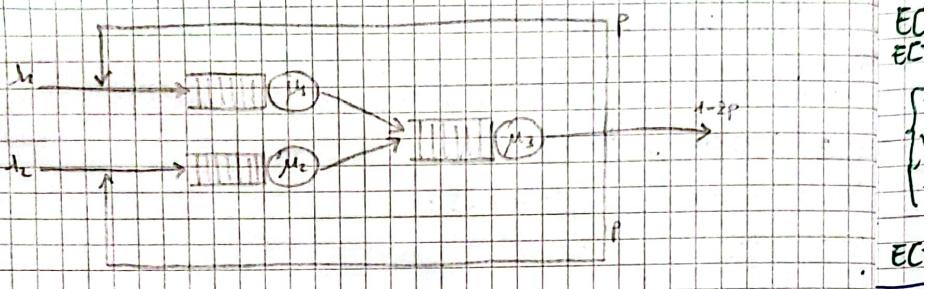
$$E[N_S] = \lambda E[T_S] \approx 3,364936$$

$$E[sd(0,5)] = \frac{E(T_q) + 0,5}{0,5} = 11,686944$$

$\rightarrow$  Calcolo lo speedup per il tempo di risposta:  $\frac{30}{20,171618} = 1,487238$

$\rightarrow$  Slowdown per il caso fair (PS):  $\frac{1}{1-\rho} = \frac{1}{1-\frac{5}{6}} = 6$

LA PROX VOLTA FARLO SU  
TEMPO DI ATTESA



$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_2 = 20 \\ \mu_1 &= 30 \quad \mu_2 = 40 \quad \mu_3 = 60 \end{aligned}$$

Per avere una distribuzione stazionaria di probabilità, deve avere  $p_1, p_2, p_3 < 1$ .

$$\begin{aligned} \begin{cases} \lambda'_1 = \lambda_1 + p\lambda'_3 \\ \lambda'_2 = \lambda_2 + p\lambda'_3 \\ \lambda'_3 = \lambda'_1 + \lambda'_2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = 20 + p\lambda'_3 \\ \lambda'_2 = 20 + p\lambda'_3 \\ \lambda'_3 = \lambda'_1 + \lambda'_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \lambda'_2 \\ \lambda'_3 = 2\lambda'_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \lambda'_2 \\ \lambda'_3 = 2\lambda'_2 \\ \lambda'_1 = 20 + 2p\lambda'_2 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \lambda'_2 \\ \lambda'_2(1-2p) = 20 \\ \lambda'_3 = 2\lambda'_2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \frac{20}{1-2p} \\ \lambda'_2 = \frac{20}{1-2p} \\ \lambda'_3 = \frac{40}{1-2p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \lambda'_1 / \mu_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-2p} \\ p_2 = \lambda'_2 / \mu_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-2p} \\ p_3 = \lambda'_3 / \mu_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-2p} \end{cases} \end{aligned}$$

È necessario impostare:

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-2p} < 1 \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-2p} < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} < 1-2p \\ \frac{1}{2} < 1-2p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p < 1 - \frac{2}{3} \\ 2p < 1 - \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p < \frac{1}{6} \\ p < \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow p < \frac{1}{6}$$

→ Assumiamo che  $p = 0,1$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \frac{20}{1-0,2} = 25 \\ \lambda'_2 = 25 \\ \lambda'_3 = \frac{40}{1-0,2} = 50 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-0,2} = 0,833333 \\ p_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-0,2} = 0,625 \\ p_3 = 0,833333 \end{cases} \end{aligned}$$

$$E[T_{q1}] = \frac{p_1 E[S_1]}{1-p_1} = \frac{0,833333 \cdot \frac{1}{60}}{1-0,833333} \approx 0,16667 \text{ s}$$

$$E[T_{q2}] = \frac{p_2 E[S_2]}{1-p_2} = \frac{0,625 \cdot \frac{1}{60}}{1-0,625} \approx 0,041667 \text{ s}$$

$$E[T_{q3}] = \frac{p_3 E[S_3]}{1-p_3} = \frac{0,833333 \cdot \frac{1}{60}}{1-0,833333} \approx 0,083333 \text{ s}$$

$$E[T_{q1}] + E[S_1] = 0,2 \text{ s}$$

$$E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 0,066667 \text{ s}$$

$$E[T_{S3}] = E[T_{Q3}] + E[S_3] = 0,1 \text{ s}$$

$$\left\{ V_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{25}{40} = 0,625 \right.$$

$$\left\{ V_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{25}{40} = 0,625 \right.$$

$$\left\{ V_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{50}{40} = 1,25 \right.$$

$$E[T_R] = V_1 E[T_{S1}] + V_2 E[T_{S2}] + V_3 E[T_{S3}] = 0,291667 \text{ s}$$

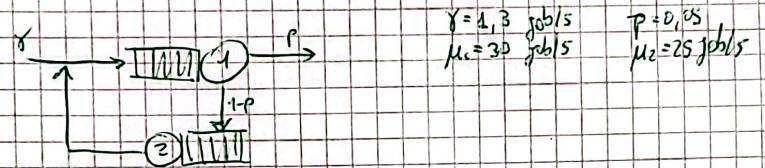
$$P = \frac{\lambda}{\mu} = P(\lambda) \cdot P(\mu)$$

$$E[S^2] = \sigma^2[S] + E^2[S]$$

→ Minimizzare il tempo di risposta  $\Rightarrow$  impostare  $\rho_1 = \rho_2$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{\lambda_2}{\mu_2} \Rightarrow \frac{Yq}{\mu_1} = \frac{Y(1-q)}{\mu_2} \Rightarrow \frac{q}{\mu_1} = \frac{1-q}{\mu_2} \Rightarrow q\mu_2 = (1-q)\mu_1$$

$$\Rightarrow 24,73919 = 33,3 - 33,3q \Rightarrow 55,07249 = 33,3 \Rightarrow q = 0,6053$$



$$\begin{cases} \lambda_1 = Y + \lambda_2 \\ \lambda_2 = \lambda_1(1-p) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 - \lambda_1(1-p) = Y \\ \lambda_2 = \lambda_1(1-p) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \frac{Y}{p} = 26 \text{ job/s} \\ \lambda_2 = \frac{Y}{p} - Y = 24,7 \text{ job/s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{26}{30} = 0,86667 \\ \rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{24,7}{25} = 0,988 \end{cases}$$

$$E[CT_{A,1}] = \frac{\rho_1 E[Si]}{1-\rho_1} = 0,216667 \text{ s}$$

$$E[TS_1] = E[CT_{A,1}] + E[Si] = 0,25 \text{ s}$$

$$E[CT_{A,2}] = \frac{\rho_2 E[Si]}{1-\rho_2} = 3,243333 \text{ s}$$

$$E[TS_2] = E[CT_{A,2}] + E[Si] = 3,333333 \text{ s}$$

$$E[Tr] = \nu_1 E[CT_{A,1}] + \nu_2 E[CT_{A,2}] = 68,333333 \text{ s}$$

→ Se invece avessi dovuto scegliere il max Y prima della separazione

$$\begin{cases} Y_p < \mu_2 \\ Y(1-p) < \mu_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y < \mu_2 p \\ Y < \mu_2 \frac{p}{1-p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y < 2,5 \text{ job/s} \\ Y < 1,315789 \text{ job/s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E[m_i(N)] = * E[t_i(N)] \cdot \lambda_i(N) \\ E[m_i(N)] = E[t_i(N)] \cdot \lambda_i(N) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)] \\ E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)] \end{cases}$$

$$\begin{cases} E[t_i(N)] = E[Si] (1 + E[m_i(N-1)]) \\ E[t_i(N)] = E[Si] (1 + E[m_i(N-1)]) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E[t_i(N)] = E[Si] (1 + E[m_i(N-1)]) \\ E[t_i(N)] = E[Si] (1 + E[m_i(N-1)]) \end{cases}$$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j \nu_{ji} E[t_j(N)]}$$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j \nu_{ji} E[t_j(N)]}$$

$$E[t_i(N)] = \sum_j \nu_{ji} E[Si] (1 + E[m_i(N-1)])$$

$$\begin{cases} E[t_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)] \\ E[t_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)] \end{cases}$$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j \nu_{ji} E[t_j(N)]}$$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j \nu_{ji} E[t_j(N)]}$$

$$X_{disk} = 10 \text{ req/s}$$

$$X_{disk} = V_{disk} X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{X_{disk}}{V_{disk}} = 2 \text{ req/s}$$

$$V_{disk} = 5$$

$$A_i = 7 \text{ job}$$

$$B_i = 16 \text{ s}$$

$$C_i = 10 \text{ job}$$

$$M_i(0) = 3 \text{ jobs}$$

$$T = 20 \text{ s}$$

$$W_i = 60 \text{ job/s}$$

$$U_i = \frac{C_i}{T} = 0,5 \text{ job/s}$$

$$S_i = B_i/C_i = 1,6 \text{ s}$$

$$U_i = X_i S_i = \checkmark$$

$$\bar{M}_i = \frac{W_i}{T} = 3 \text{ job}$$

$$R_i = \frac{W_i}{C_i} = 6 \text{ s}$$

$$\bar{m}_i = X_i R_i \quad \checkmark$$

$$X_i = \frac{A_i}{T} = 0,35 \text{ job/s}$$

$$V_{disk} = 20$$

$$M = 25$$

$$U_{disk} = 0,5$$

$$Z = 18 \text{ s}$$

$$S_{disk} = 25 \text{ ms}$$

$$R = ?$$

$$M = (R + Z) X_0$$

$$\text{Flusso fermo: } V_i X_i = V_i X_0 \rightarrow X_{disk} = V_{disk} X_0$$

$$U_{disk} = X_{disk} S_{disk} \Rightarrow X_{disk} = U_{disk} / S_{disk} = 0,02 \text{ job/ms}$$

$$\Rightarrow X_0 = X_{disk} / V_{disk} = 0,001 \text{ job/ms} = 1 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow R = \frac{M}{X_0} - Z = \frac{25}{1} - 18 = 7 \text{ s}$$

$$M = 40 \quad Z = 15 \text{ s} \quad R = 5 \text{ s} \quad S_{disk} = 0,04 \text{ s} \quad V_{disk} = 10 \quad V_{disk}^b = 5$$

$$U_{disk} = 0,9$$

$X_0^b = ?$   
 $\rightarrow$  So l'ui truffa, qual è  $R_{min}$ ?

$$\rightarrow \text{Legge del flusso fermo: } X_{disk}^b = X_0^b V_{disk}^b$$

$$\rightarrow M = (R + Z) X_0^b$$

$$\rightarrow \text{Legge del flusso fermo: } X_{disk}^b = X_0^b V_{disk}^b$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = U_{disk} / S_{disk}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = X_{disk} - X_0^b$$

$$\rightarrow X_0^b = \frac{M}{R+Z} = \frac{40}{5+15} = 2 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = X_0^b V_{disk}^b = 20 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = \frac{U_{disk}}{S_{disk}} = 22,5 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = X_{disk} - X_0^b = 2,5 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_0^b = \frac{X_{disk}^b}{V_{disk}^b} = 0,5 \text{ job/s}$$

Supponiamo che  $X_0^b = 1,5 \text{ job/s} \Rightarrow R_{min}^b = ?$

$$M = (R^b + Z) X_0^b \Rightarrow R^b = \frac{M}{X_0^b} - Z \rightarrow \text{è minimale se } X_0^b \text{ è massimale}$$

~~$X_0^b = 2,5 \text{ job/s}$~~   ~~$R_{min}^b = 10 \text{ s}$~~   ~~$X_0^b = 2,5 \text{ job/s}$~~   ~~$R_{min}^b = 10 \text{ s}$~~

~~$X_0'$  è massimizzato se  $X_0 - X_0^b$  è massimizzato, altrimenti se  $X_0$  è massimizzato.~~  $X_0 =$   
 ~~$X_0$  è massimizzato se  $X_0$  =~~

~~$X_0'$  è massimizzato se  $X_{disk}^b / V_{disk}$  è massimizzato, altrimenti se  $X_{disk}$  è massimizzato.~~  $X_{disk} =$   
~~È pos~~

~~$X_{disk}'$  è massimizzato se  $X_{disk} - X_{disk}^b$  è massimizzato, altrimenti se  $X_{disk}$  è massimizzato.~~  $H = 1$   
~~→~~

~~$X_{disk}$  è massimizzato se  $X_{disk} - X_{disk}^b$  è massimizzato, altrimenti se  $X_{disk}$  è massimizzato.~~  $L$   
~~→~~

~~$X_{disk}$  è massimizzato se  $X_{disk} = S_{disk}^{-1}$~~  soluzione  $L$   
~~→~~

$$\rightarrow X_{disk} = S_{disk}^{-1} = 25 \text{ jobs/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = X_0^b V_{disk}^b = 1,5 \cdot 5 = 7,5 \text{ jobs/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}' = X_{disk} - X_{disk}^b = 17,5 \text{ jobs/s}$$

$$\rightarrow X_0 - \frac{X_{disk}}{V_{disk}} = \frac{17,5}{10} = 1,75 \text{ jobs/s}$$

$$\rightarrow R' = \frac{H}{X_0} - L = \frac{60}{1,75} - 15 \approx 7,85143 \text{ s}$$

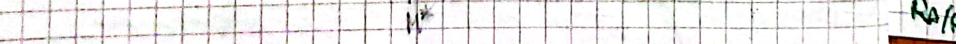
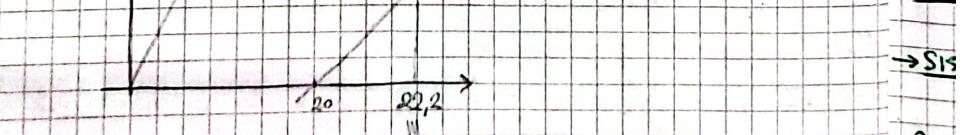
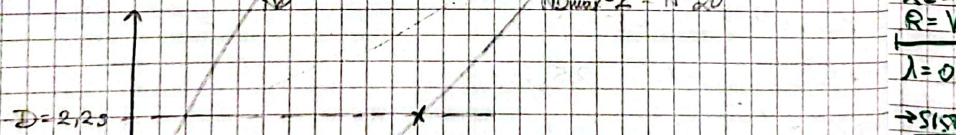
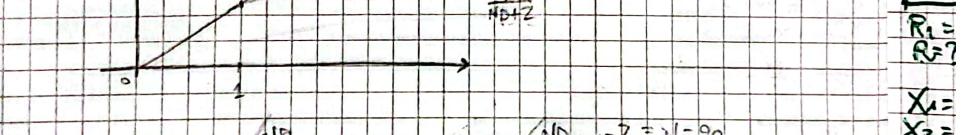
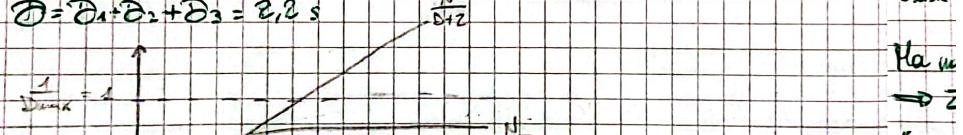
$$T = 20 \text{ s} \quad D_1 = 0,05 \text{ s} \quad S_2 = 0,08 \text{ s} \quad S_3 = 0,04 \text{ s}$$

$$\rightarrow \text{fissiamo arbitrariamente } V_3 = 1$$

$$\begin{cases} V_0 = 0,05 \\ V_1 = 0,05 \\ V_2 = 0,05 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_1 = 20 \\ V_2 = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = V_1 S_1 = 1 \text{ s} \\ D_2 = V_2 S_2 = 0,88 \text{ s} \\ D_3 = V_3 S_3 = 0,32 \text{ s} \end{cases} \leftarrow \text{il centro è bottleneck}$$

$$\begin{cases} V_0 = 0,05 \\ V_1 = 0,05 \\ V_2 = 0,05 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_1 = 20 \\ V_2 = 11 \\ V_3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = V_1 S_1 = 1 \text{ s} \\ D_2 = V_2 S_2 = 0,88 \text{ s} \\ D_3 = V_3 S_3 = 0,32 \text{ s} \end{cases}$$

$$D = D_1 + D_2 + D_3 = 2,2 \text{ s}$$



$$X_0 = 0,715 \text{ job/s} \quad R_0 = 5,2 \text{ s} \quad M = ?$$

Non è che banalmente  $M = (R_0 + Z) X_0 = (5,2 + 20) \cdot 0,715 = 18,075$

È possibile che con 3 terminali il tempo di risposta sia di 8 secondi?

$$M = (R_0 + Z) X_0 \Rightarrow \cancel{M = 18,075} \quad Z = [R_0 + Z] \frac{1}{D_{\max}} \Rightarrow Z = R_0 + 20 \Rightarrow R_0 = 10 \text{ s}$$

$\rightarrow$  impossibile.

$\hookrightarrow$  Bisognerebbe avere:  $Z = (8+20) X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{Z}{8+20} = 1,071429 \text{ job/s}$

$$\Rightarrow D_{\min} = \frac{1}{X_0} = 0,933333 \text{ s} = D_1 = V_1 S_1$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{D_1}{V_1} = 0,046667 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \text{SPEEDUP} = \frac{\cancel{D_{\min}}}{\cancel{D_{\max}}} \frac{0,05}{0,046667} = 1,071429$$

$\hookrightarrow$  ora il binario per il tempo di risposta è dato da:

$$\Rightarrow \text{MIN: } \min \{ 5, 10, 15, 20 \} = \min \{ 2, 1, 1, 1, 1 \} = 2 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \text{MAX: } \max \{ 5, 10, 15, 20 \} = 20 \text{ s}$$

$$T = 300 \text{ s} \quad U_{\min} = 0,3 \quad D_{\max} = 0,6 \text{ s} \quad V_{\max} = 10 \text{ job/s}$$

$$U_{\max} = 0,4 \quad R = 5 \text{ s} \quad M = ?$$

$$M = (R+Z) X_0$$

$$D_{\max} = S_1 D_{\min} \Rightarrow S_1 = \frac{D_{\max}}{V_{\max}} = 0,06 \text{ s}$$

$$U_{\max} = X_0 D_{\max} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{\max}}{S_1} = 10 \text{ job/s}$$

$$\text{Ma non è che (?) } U_{\max} = X_0 D_{\min} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{\max}}{D_{\min}} = \frac{0,4}{0,06} = 6,666667 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{50}{6,666667} - 5 = 3,33 \text{ s}$$

$$R_1 = 10 \text{ s} \quad R_2 = 5 \text{ s} \quad X_1 = 4 \text{ job/s} \quad X_2 = 8 \text{ job/s} \quad X_0 = 6,666667 \text{ job/s}$$

$$X_1 = V_1 X_0 \Rightarrow V_1 = X_1 / X_0 = 1$$

$$X_2 = V_2 X_0 \Rightarrow V_2 = X_2 / X_0 = 2$$

$$R = V_1 R_1 + V_2 R_2 = 10 + 2 = 12 \text{ s}$$

$$\lambda = 0,4 \text{ job/s} \quad S = 0,5 \text{ s} \quad R_A / R_B = ?$$

$$\Rightarrow \text{SIST. A} \quad \rho = \lambda S = 0,2 \quad E[T_A] = \frac{\rho S}{1-\rho} = 0,125 \text{ s} \quad E[T_B] = E[T_A] + S = 0,625 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \text{SIST. B} \quad \rho = \lambda \cdot 2S = 0,4 \quad E[T_B] = \frac{2S}{1-\rho} = 0,666667 \text{ s}$$

$$\Rightarrow R_B = E[T_B] = 0,666667 \text{ s}$$

$$R_A / R_B = 0,75$$

$$\oplus_1 = 1s \quad \oplus_2 = 2s \quad \oplus_3 = 2s \quad Z = 6s \quad X_{\max} = ?$$

$$X_{\max} = \min \left\{ \frac{1}{D_{\max}}, \frac{N}{D+Z} \right\} \quad \text{dove } D_{\max} = 2s, \quad D = 5s$$

Se assumo unico utente, allora ho:

$$X_{\max} = \min \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{11} \right\} = \frac{1}{11} = 0,090909 \text{ transat./s}$$

Per il caso generale, devo calcolare  $N^*$  di saturazione, che è dato da  $\frac{1}{\sum R_i} = \frac{N^*}{D+Z} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{N^*}{11} \Rightarrow N^* = \frac{11}{2} = 5,5$

→ Per  $N \leq 5$ , ho che  $X_{\max} = \frac{N}{11}$  transat./s

Per  $N > 5$ , ho che  $X_{\max} = \frac{1}{2} = 0,5$  transat./s

$$\oplus_1 = 1s \quad \oplus_2 = 2s \quad \oplus_3 = 2s \quad N = 2 \quad X_0 = ?$$

$$\text{Ricordati che vale } E[t_i(N)] = \sum_{j=1}^N E[S_j] (1 + E[C_{ij}(N-1)])$$

$$\text{Se moltiplico a sx e a dx per } N: \quad R_i(N) = D_i (1 + Q_i(N-1))$$

$$\rightarrow Q_i(0) = 0 \quad \forall i$$

$$\rightarrow R_1(1) = D_1 (1 + Q_1(0)) = 1s$$

$$\rightarrow R_2(1) = D_2 (1 + Q_2(0)) = 2s$$

$$\rightarrow R_3(1) = D_3 (1 + Q_3(0)) = 2s$$

$$\rightarrow X_0(1) = \frac{1}{\sum R_i(1)} = \frac{1}{5} \text{ transat./s}$$

$$\rightarrow Q_1(1) = X_0(1) R_1(1) = 1/5 = 0,2$$

$$\rightarrow Q_2(1) = X_0(1) R_2(1) = 2/5 = 0,4$$

$$\rightarrow Q_3(1) = X_0(1) R_3(1) = 2/5 = 0,4$$

$$\rightarrow R_1(2) = D_1 (1 + Q_1(1)) = 1 \cdot 1,2 = 1,2s$$

$$\rightarrow R_2(2) = D_2 (1 + Q_2(1)) = 2 \cdot 1,2 = 2,4s$$

$$\rightarrow R_3(2) = D_3 (1 + Q_3(1)) = 2 \cdot 1,2 = 2,4s$$

$$\rightarrow X_0(2) = \frac{2}{R_1(2) + R_2(2) + R_3(2)} = \frac{2}{1,2 + 2,4 + 2,4} = \frac{2}{5,8} \approx 0,3448 \text{ transat./sec}$$

$$\oplus_{CPU} = 4s \quad U_{CPU} = 0,5 \quad R = 1s \quad Z = 2s \quad N = ?$$

$$N = (R+Z) X_0 = \\ U_{CPU} = X_0 \oplus_{CPU} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{CPU}}{\oplus_{CPU}} = 0,125 \text{ transat./s} \\ \Rightarrow N = (1s + 2s) \cdot 0,125 = 3$$

$$T = 60s \quad M = 80 \quad R = 5s \quad C = 60 \quad U_{CPU} = 0,8 \quad U_{disk1} = 0,5 \quad U_{disk2} = 0,5$$

# thinking = ?

$$X_0 = \frac{C}{T} = 1 \text{ transat./s}$$

$$M = (R+Z) X_0 \Rightarrow Z = X_0 - R = \frac{80}{1} - 5 = 75s$$

$$\text{Lavoro: # thinking} = ZX_0 = 75$$

$$\mu_s = 3 p$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 8 \\ \lambda_2 = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \\ \lambda_2 = \end{cases}$$

$$\mu_1 = 3 \text{ pkt/s} \quad \mu_2 = 5 \text{ pkt/s} \quad Y_2 = ? \text{ pkt/s} \quad Y_{\max} = ?$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \lambda_2 = Y_2 + \frac{1}{3} \lambda_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \lambda_2 = 1 + \frac{1}{3} \lambda_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \frac{2}{3} \lambda_2 = 1 + \frac{1}{3} \lambda_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \lambda_2 = 1 + \frac{1}{3} Y_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \lambda_2 = \frac{9}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \frac{6}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_2 < \mu_1 \\ \lambda_2 = \frac{9}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_1 < \mu_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{6}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_2 < 3 - \frac{3}{5} \lambda_2 \Rightarrow Y_1 < \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{15} \Rightarrow Y_1 < 2 \\ \frac{9}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_1 < 5 - \frac{9}{5} \lambda_1 \Rightarrow 6 Y_1 < 5 \cdot \frac{15}{3} \Rightarrow Y_1 < \frac{25}{6} \end{cases}$$

da definire,  $Y_1 < 2$

Se  $Y_1 = 1,8 \text{ pkt/s}$ , qual è il tempo di risposta per un pacchetto che entra nel sistema dal punto A?

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{6}{5} \cdot 1,8 + \frac{3}{5} \lambda_2 = 2,76 \text{ pkt/s} \\ \lambda_2 = \frac{9}{5} \cdot 1,8 + \frac{3}{5} \lambda_1 = 2,88 \text{ pkt/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = \lambda_1 / \mu_1 = 0,92 \\ \rho_2 = \lambda_2 / \mu_2 = 0,576 \end{cases}$$

$$E[T_{S1}] = \frac{\rho_1 E[S_1]}{1-\rho_1} = + E[S_1] = 4,16667 \text{ s}$$

$$E[T_{S2}] = \frac{\rho_2 E[S_2]}{1-\rho_2} = + E[S_2] = 0,671698 \text{ s}$$

$$V_{S1A} = \lambda_1 / \mu_1 = 2,76 / 1,8 = 1,533333$$

$$V_{S2A} = \lambda_2 / \mu_1 = 2,88 / 1,8 = 1,6$$

$$E[t_{\text{TRA}}] = V_{S1A} E[T_{S1}] + V_{S2A} E[T_{S2}] = 7,143606 \text{ s}$$

$$D_{CPU} = 0,5 \quad R = 0,15 \text{ s} \quad Z = 5 \text{ s} \quad N = 150 \quad D_{CPU} = ?$$

$$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{M}{R+Z} = \frac{100}{20} = 5 \text{ transaz./s}$$

$$U_{CPU} = X_0 \cdot D_{CPU} \Rightarrow X_0 \cdot D_{CPU} = D_{CPU} = \frac{U_{CPU}}{X_0} = \frac{0,5}{5} = 0,1 \text{ s}$$

$$T = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$$

$$C = 900$$

$$H = 60$$

$$\# \text{ thinking} = 57,5$$

$$X_0 = \frac{C}{H} = 0,25 \text{ transaz./s}$$

$$Z = \frac{\# \text{ thinking}}{X_0} = \frac{57,5}{0,25} = 230 \text{ s}$$

$$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow R = M / X_0 - Z = \frac{60}{0,25} - 230 = 10 \text{ s}$$