PMCNS formulario

Servente singolo, coda infinita

$E(S) = \frac{1}{\mu}$ Tempo di servizio medio

$E(r) = \frac{1}{\lambda}$ Tempo di interarrivo medio

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ Utilizzazione media

$E(T_s) = E(T_q) + E(S)$ Tempo di risposta medio

$E(N_s) = E(N_q) + \rho$ Popolazione media

$\chi = \begin{cases} \lambda & se\ \rho < 1 \\ \mu & se\ \rho \geq 1 \end{cases}$ Throughput

$E(N_q) = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}[1 + \frac{\sigma^2(s)}{E(S)^2}]$ Khinchin-Pollaczek equation M/G/1

$E(N_q) = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}$ $E(T_q) = \frac{\rho E(S)}{2(1-\rho)}$ KP per M/D/1

$E(N_q) = \frac{\rho^2}{1-\rho}$ $E(T_q) = \frac{\rho E(S)}{1-\rho}$ KP per M/M/1

$E(N_q) = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}(1 + \frac{1}{k})$ $E(T_q) = \frac{\rho E(S)}{2(1-\rho)}(1 + \frac{1}{k})$ KP per M/E_k/1

$E(N_q) = \frac{\rho^2}{2(1-\rho}(1 + g(p))$ $E(T_q) = \frac{\rho E(S)}{2(1-\rho)}(1 + g(p))$ KP per M/H_2/1

$g(p) = \frac{1}{2p(1-p} - 1$

$E(S_{rem}) = \frac{\lambda}{2}E(S^2)$ Tempo di servizio rimanente

$E(S_{rem}) = \rho E(S)$ Tempo di servizio rimanente per distribuzione esponenziale

$E(T_q) = \frac{E(S_{rem})}{1-\rho}$ Tempo di attesa in coda

$E(sd(x) = \frac{E(T_s(x))}{x} = 1 + \frac{\frac{\lambda}{2}E(S^2)}{x(1-\rho)}$ Slowdown medio per un job di taglia x

$$E(sd) = \int_x E(sd(x))$$ Slowdown totale

Processor sharing

$$E(N_s) = \frac{\rho}{1-\rho} \qquad E(T_s) = \frac{E(S)}{1-\rho} \qquad E(sd(x)) = \frac{1}{1-\rho}$$

$$Pr\{N_s = n\} = \rho^n(1-\rho)$$ Probabilità di avere n job nel sistema

Multiserver

$$\rho = \rho_{globale} = \rho_i = \frac{\lambda}{m\mu}$$

Leggi di Little

$$E(N_s) = \lambda E(T_s) \qquad \int_0^\tau l(t)dt = \sum_{i=0}^n w_i \rightarrow \bar{l} = \frac{n}{\tau}\bar{w}$$

$$E(N_q) = \lambda E(T_q) \qquad \int_0^\tau q(t)dt = \sum_{i=0}^n d_i \rightarrow \bar{q} = \frac{n}{\tau}\bar{d}$$

$$\rho = \lambda E(S) \qquad \int_0^\tau x(t)dt = \sum_{i=0}^n s_i \rightarrow \bar{x} = \frac{n}{\tau}\bar{s}$$

Statistiche

$$\bar{r} = \frac{a_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n r_i$$ Tempo di interarrivo medio

$$\bar{s} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n s_i$$ Tempo di servizio medio

$$\bar{d} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n d_i$$ Tempo medio di attesa

$$\bar{w} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n w_i = \bar{d} + \bar{s}$$ Tempo medio di risposta

$$\bar{l} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau l(t)dt$$ Popolazione totale nel servizio

$\bar{q} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau q(t)dt$ Popolazione totale in coda

$\bar{x} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau x(t)dt$ Utilizzazione media

---

Generatore di Lehmer

$x_i = g(x_{i-1}) = ax_{i-1} mod\ m$ Dove a è un intero fissato e m il modulo primo

$g(x) = \gamma(x) + m\delta(x) \quad \begin{cases} \gamma(x) = a(x\ mod\ q) - r\lfloor x/q \rfloor \\ \delta(x) = \lfloor x/q \rfloor - \lfloor ax/q \rfloor \end{cases}$ Dove r è il resto e q il quoziente di m/a

---

Server singolo con feedback

$\lambda' = \lambda + \beta\bar{x}\nu$ Arrivi, ν è il tasso di servizio, diverso dal tasso di uscita

$\mu = \bar{x}(1-\beta)\nu$ Tasso di uscita

$\lambda = \bar{x}(1-\beta)\nu$ Bilanciamento

$\rho = \frac{\lambda'}{\nu} = \frac{\lambda}{(1-\beta)\nu}$ Utilizzazione

---

Distribuzioni

Pareto $f(x) = \alpha k^\alpha x^{-\alpha-1} \quad k \le x \le \infty,\ 0 \le \alpha \le 2$

$$E(x) = \frac{\alpha k}{\alpha - 1} \qquad \sigma^2(x) = \frac{\alpha k^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$$

Bounded Pareto $f(x) = \alpha x^{-\alpha-1}\frac{k^\alpha}{1-(\frac{k}{p})^\alpha} \quad k \le \alpha \le p,\ 0 < \alpha < 2$

Troncamento di distribuzione

$$Pr(a \le X \le b) = F(b) - F(a-1) \Rrightarrow f_t(x) = \frac{F(x) - F(a-1)}{F(b) - F(a-1)}$$

Erlang-C: M/M/m abstract scheduling

$p(n) = \begin{cases} \frac{1}{n!}(m\rho)^n p(0)\ per\ n = 1 \ldots m \\ \frac{m^m}{m!}\rho^n p(0) \quad per\ n > m \end{cases}$ Probabilità di n elementi nel servizio

$p(0) = (\sum_{i=0}^{m-1}\frac{(m\rho)^i}{i!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)})^{-1}$ Probabilità sistema vuoto

$$Pq = \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} p(0)$$ Probabilità che ci sia coda

$$E(Nq) = Pq \frac{\rho}{1-\rho}$$ Numero di job in coda

$$E(Tq) = \frac{PqE(S)}{1-\rho}$$ Tempo di attesa in coda

$$E(S) = \frac{E(S_i)}{m} = \frac{1}{m\mu}$$ Tempo di servizio medio

$$E(c) = \sum_{n=0}^{m-1} np(n) + \sum_{n=m}^{\infty} mp(n) = m\rho$$ Numero medio di server occupati

$$\rho = P_q + \sum_{n=0}^{m-1} \frac{n}{m} p(n)$$ Utilizzazione

---

Servente singolo, coda finita

$$\pi_i = (\frac{\lambda}{\mu})^i = \pi_0$$ Probabilità di i job nel sistema

$$\pi_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{c} (\frac{\lambda}{\mu})^i}$$ Probabilità sistema vuoto, c è la capienza massima

$$p_{loss} = \pi_c = (\frac{\lambda}{\mu})^c \pi_0$$ Probabilità che un job venga perso

$$\lambda' = \lambda(1 - p_{loss})$$ Arrivi effettivi

Erlang B:M/M/m/m, multiserver senza coda

$$\pi_i = (\frac{\lambda}{\mu})^i \frac{1}{i!} \pi_0$$ Probabilità di i job nel sistema

$$\pi_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{m} (\frac{\lambda}{\mu})^i \frac{1}{i!}}$$ Probabilità che il sistema sia vuoto

$$p_{loss} = \pi_m = (\frac{\lambda}{\mu})^m \frac{1}{m!} \pi_0$$ Probabilità di perdita

Priorità astratta

$E(S_k) = E(S) = \frac{1}{\mu}$ $\sigma^2(S_k) = \sigma^2(S)$ $\rho_k = \lambda_k E(S)$

$E(T_{q_k}) = \frac{\frac{\lambda}{2}E(S)}{(1 - \sum_{i=1}^{k} \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i)}$ Attesa in coda per la classe k senza prelazione

$p_k = \frac{\lambda_k}{\lambda}$ Probabilità di avere un job di classe k

$E(T_q) = E(E(T_{q_k})) = \sum_{k=1}^{r} p_k E(T_{q_k})$ Attesa in coda media del sistema senza prelazione

$E(S_{rem_k}) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k} \lambda_i E(S^2)$ Tempo di servizio rimanente per un job di classe k

$E(T_{q_k}) = \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k} \lambda_i E(S^2)}{(1 - \sum_{i=1}^{k} \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i)}$ Attesa in coda per la classe k con prelazione

$E(S_{virt_k}) = \frac{E(S)}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i}$ Tempo di servizio virtuale

$E(T_q) = p_1 \frac{P_{q_1}E(S)}{1-\rho_1} + p_2 \frac{P_q E(S)}{(1-\rho)(1-\rho_1)}$ Tempo di attesa per servente multiplo con due code

$P_{q_1} = \frac{(m\rho_1)^2}{m!(1-\rho_1)} p(0)$ Probabilità che in ogni servente ci sia un job di classe 1

Size based-priority

$E(S_k) = \int_{x_{k-1}}^{x_k} t f^n(t) dt$ Tempo di servizio per la classe k

$f^n(t) = \frac{f(t)}{F(x_k) - F(x_{k-1})}$ Densità normalizzata

$\rho_k = \lambda \int_{x_{k-1}}^{x_k} t f(t) dt$ Utilizzazione per la classe k

$E(T_{q_k}) = \frac{\frac{\lambda}{2}E(S^2}{(1 - \lambda\int_0^{x_k} tf(t)dt)(1 - \lambda\int_0^{x_{k-1}} tf(t)dt)}$ Tempo di attesa in coda per la classe k

senza prelazione

$$E(T_q) = \frac{\lambda}{2} E(S^2) \int_0^\infty \frac{dF(x)}{1 - \lambda \int_0^x tf(t)dt)^2}$$ Shortest job first, tempo di attesa

$$E(T_{q_k}) = \frac{\frac{\lambda}{2}\int_0^{x_k} t^2 dF(t) + \frac{\lambda}{2} x_k^2 (1 - F(x_k))}{(1 - \sum_{i=0}^{k} \rho_i)(1 - \sum_{i=0}^{k-1} \rho_i)}$$ Tempo di attesa in coda per la classe k

con prelazione

$$E(T_q) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty \frac{\int_0^x t^2 dF(t) + (1 - F(x))x^2}{(1 - \lambda \int_0^x tf(t)dt)^2} dF(x)$$ Shortest remaining process time

$$E(T_q(x)) = \frac{\frac{\lambda}{2}\int_0^x t^2 f(t)dt + \frac{\lambda}{2} x^2 (1 - F(x))}{(1 - \rho_x)^2}$$ SRPT attesa per job con taglia x

$$E(T_s(x)) = E(T_q(x)) + \int_0^x \frac{dt}{1 - p_t}$$ SRPT tempo di risposta per job con taglia x