Performance Modeling of Computer Systems and Networks

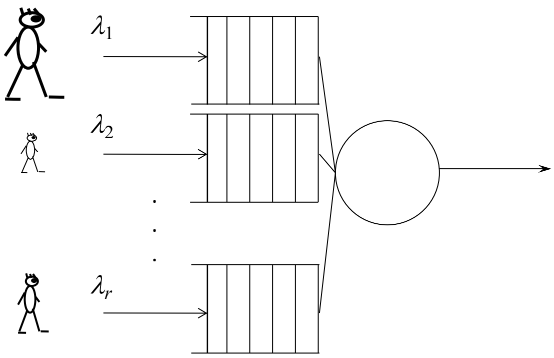
Prof. Vittoria de Nitto Personè

Size-Based Priority scheduling

Università degli studi di Roma Tor Vergata
Department of Civil Engineering and Computer Science Engineering

1

Size-Based Priority classes



abstract

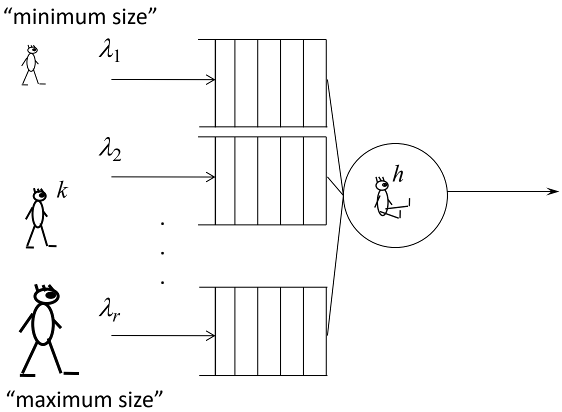
size based

preemptive

not-preemptive

2

Size-Based Priority classes



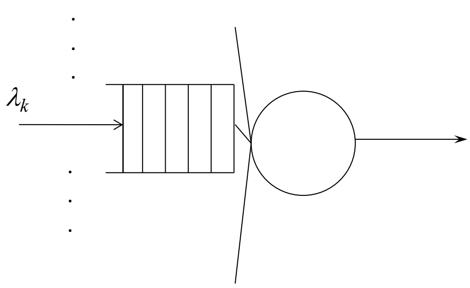
$h < k$

$\downarrow$

$E(S_h) < E(S_k)$

Size-based priority without preemption

u belongs to class k if $S \in (x_{k-1}, x_k]$



S_k

$E(S_k) = \frac{1}{\mu_k}$ $\sigma^2(S_k)$

$\rho_k = \lambda_k E(S_k)$ $\rho = \sum_{i=1}^{r} \rho_i$

$\lambda = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i$

λ_k , $E(S_k)$ depend on the distribution "shape"

$$E(S_k) = \int_{x_{k-1}}^{x_k} t f^n(t)dt$$

$$f^n(t) = \frac{f(t)}{F(x_k) - F(x_{k-1})}$$

densità normalizzata, così le medie sono 'corrette' in modo che la somma sia 1.

$$\lambda_k = \lambda\left(F(x_k) - F(x_{k-1})\right), \quad p_k = \frac{\lambda_k}{\lambda} = F(x_k) - F(x_{k-1})$$ = probabilità di essere di classe k

$$\rho_k = \lambda_k E(S_k) = \lambda\left(F(x_k) - F(x_{k-1})\right) \int_{x_{k-1}}^{x_k} t f^n(t)dt$$

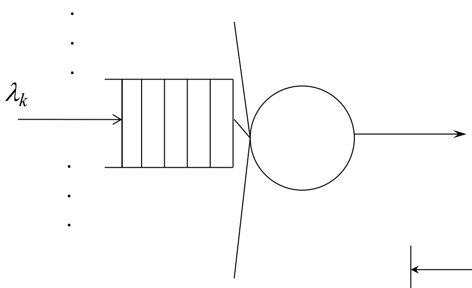
$$= \lambda\cancel{\left(F(x_k) - F(x_{k-1})\right)} \int_{x_{k-1}}^{x_k} t \frac{f(t)}{\cancel{F(x_k) - F(x_{k-1})}} dt$$

$$= \lambda \int_{x_{k-1}}^{x_k} t f(t)dt$$

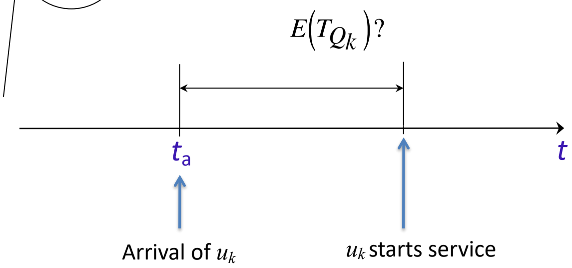
comunque lambda è sempre dipendente dalla classe k, anche se qui si semplifica.

Size-based priority without preemption

local performance measures

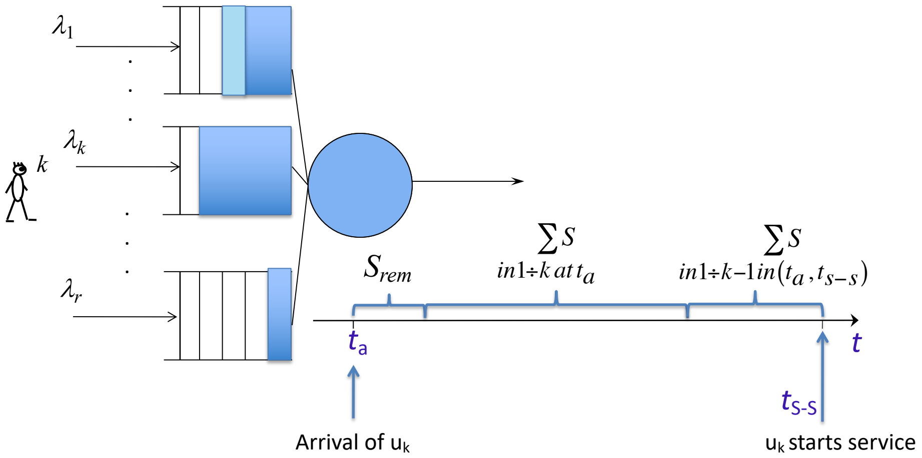


La logica dell'attesa è come abbiamo già visto.



Size-based priority without preemption

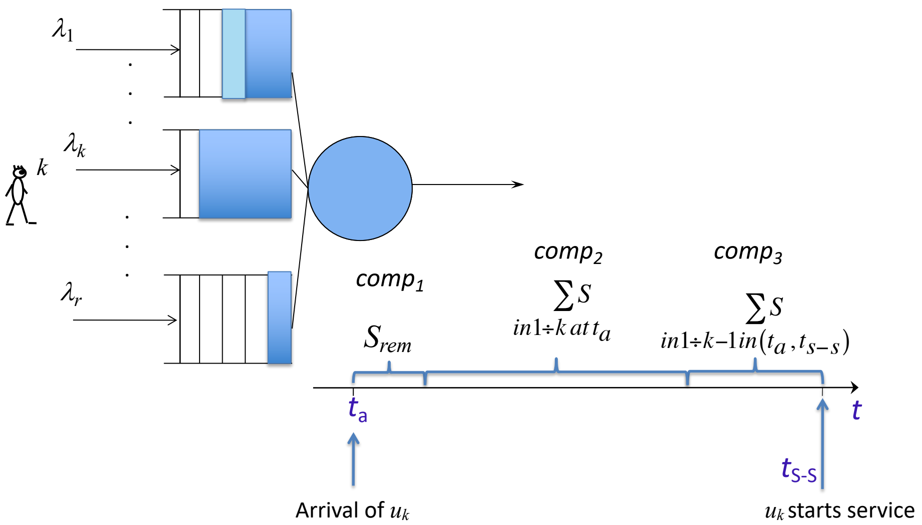
local performance measures



7

Size based priority without preemption

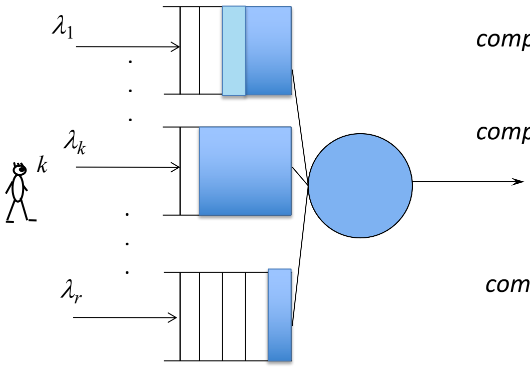
local performance measures



8

Size based priority without preemption

local performance measures



comp$_1$: $E(S_{rem}) = \frac{\lambda}{2} E(S^2)$

comp$_2$: proportional to the load of queues 1:k $= \dfrac{1}{1 - \sum_{i=1}^{k} \rho_i}$

comp$_3$: proportional to the load of queues 1:k-1 $= \dfrac{1}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i}$

$$E(T_{Q_k})^{SB\_NP\_priority} = \frac{\frac{\lambda}{2} E(S^2)}{\left(1 - \sum_{i=1}^{k} \rho_i\right)\left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i\right)}$$

9

ciò che cambia è come scriviamo "rho",
le formule sono uguali.

$$\rho_k = \lambda \int_{x_{k-1}}^{x_k} t f(t) dt$$

$$\sum_{i=1}^{k} \rho_i = \sum_{i=1}^{k} \lambda \int_{x_{i-1}}^{x_i} t f(t) dt$$

$$= \lambda \int_{0}^{x_k} t f(t) dt$$

$$E(T_{Q_k})^{SB\_NP\_priority} = \frac{\frac{\lambda}{2} E(S^2)}{\left(1 - \lambda \int_0^{x_k} t f(t) dt\right)\left(1 - \lambda \int_0^{x_{k-1}} t f(t) dt\right)}$$

10

Size based priority without preemption

global performance measures

And the "global" performance?

somma pesata delle attese delle varie classi.

$$E(T_Q)^{SB\_NP\_priority} = E(E(T_{Qk})) = \sum_{k=1}^{r} p_k E(T_{Qk})$$

$$p_k = \frac{\lambda_k}{\lambda} = \frac{\lambda(F(x_k) - F(x_{k-1}))}{\lambda} = F(x_k) - F(x_{k-1})$$

probabilità per ogni "k"

$$E(T_Q)^{SB\_NP} = \frac{\lambda}{2} E(S^2) \sum_{k=1}^{r} \frac{F(x_k) - F(x_{k-1})}{\left(1 - \lambda \int_0^{x_k} tf(t)dt\right)\left(1 - \lambda \int_0^{x_{k-1}} tf(t)dt\right)}$$

11

Size-based vs abstract priority

local performance measures

$$E(T_{Qk})^{NP\_priority} = \frac{\frac{\lambda}{2} E(S^2)}{\left(1 - \sum_{i=1}^{k} \rho_i\right)\left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i\right)}$$

$$\boxed{E(T_{Qk})^{SB\_NP} \le E(T_{Qk})^{abstract\_NP}}$$

$$\left[\left(1 - \sum_{i=1}^{k} \rho_i\right)\left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i\right)\right]^{SB\_NP} \ge \left[\left(1 - \sum_{i=1}^{k} \rho_i\right)\left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i\right)\right]^{abstract\_NP}$$

$$\left[\sum_{i=1}^{h} \rho_i\right]^{SB\_NP} \le \left[\sum_{i=1}^{h} \rho_i\right]^{abstract\_NP}$$ for each h

$$E(T_{S_k})^{SB\_NP} \overset{?}{\le} E(T_{S_k})^{abstract\_NP}$$

Sulla risposta classe per classe
non posso dire nulla,
Il tempo di servizio SIZEBASED
sulle classi meno importanti,
possono eccedere la media del tempo.
Non posso dirlo a priori.

12

Size-based vs abstract priority

global performance measures

(come indice globale, non in funzione della classe)

$$\boxed{E(T_Q)^{SB\_NP} \le E(T_Q)^{abstract\_NP}}$$

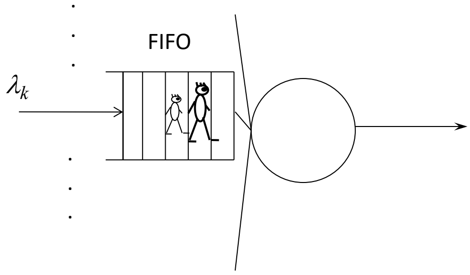
$$\boxed{E(T_S)^{SB\_NP} \le E(T_S)^{abstract\_NP}}$$

$$E(T_S)^{x\_NP} = E(T_Q)^{x\_NP} + E(S)^{x\_NP}$$

(sia size based che astratto)

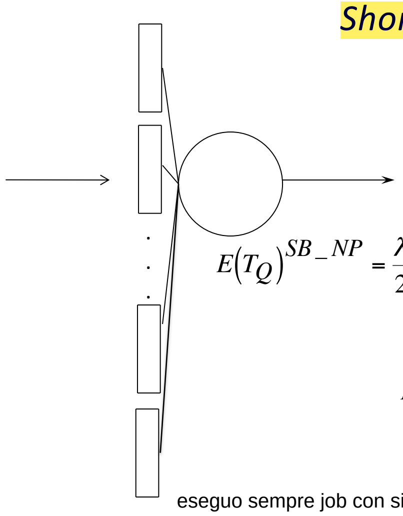
$$E(S)^{SB\_NP} = E(S)^{abstract\_NP} = E(S)$$

Size based priority without preemption



Nelle singole classi, abbiamo ordine FIFO. Senza prelazione, nella coda posso avere disordine in base alla size. Per ordinare, perchè non ordino tra le size presenti? cioè invece di raggruppare per classi, raggruppo per singolo tempo di servizio richiesto.

Size based priority without preemption
Shortest Job First



$r \to \infty$

faccio il limite di E[Tq] SB_NP

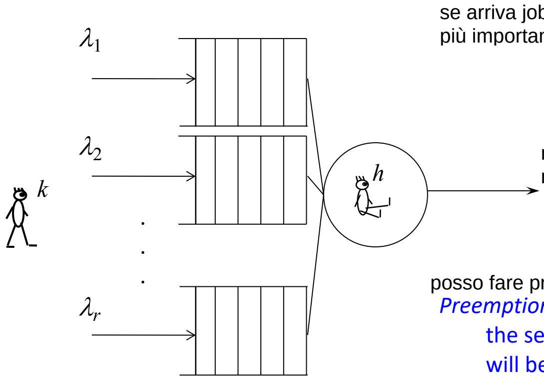
$$E(T_Q)^{SB\_NP} = \frac{\lambda}{2}E(S^2)\sum_{k=1}^{r}\frac{F(x_k)-F(x_{k-1})}{\left(1-\lambda\int_0^{x_k} tf(t)dt\right)\left(1-\lambda\int_0^{x_{k-1}} tf(t)dt\right)}$$

$$E(T_Q)^{SJF} = \frac{\lambda}{2}E(S^2)\int_0^{\infty}\frac{dF(x)}{\left(1-\lambda\int_0^{x} t\,f(t)dt\right)^2}$$

eseguo sempre job con size più piccola (ovviamente sapendo la size).
Per r->infinito, non calcolo più prestazioni singola classe (questo "concetto" sparisce) ma solo prestazioni globali, in quanto "ordino il singolo".

15

SB preemptive priority



se arriva job più importante $k < h$

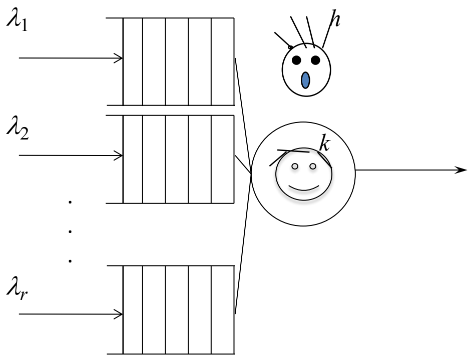
$E(S_k) < E(S_h)$

ma se il job h stava proprio per finire, mi conviene cambiarli?

posso fare prelazione solo se:
Preemption without loss:
the service of the interrupted job will be resumed from the interruption point

16

SB preemptive priority



$k < h$

$E(S_k) < E(S_h)$

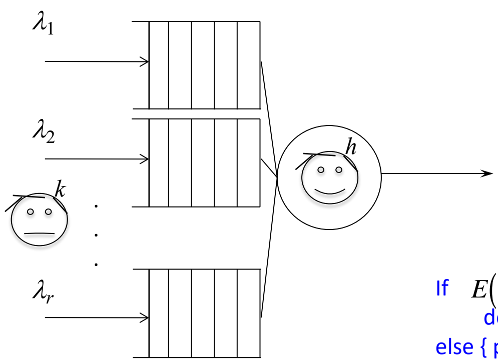
$E(S_k) < E(S_{h\_rem})$

invece di confrontare quanto i due job starebbero in servizio, confronto quello che vorrebbe entrare in servizio con quanto rimane a quello che già sta in esecuzione.

Se invece faccio lo scambio, il job tolto lo metto non nella sua classe di origine, bensì nella classe in funzione a quanto tempo di servizio gli rimane!
(es: classe 0: esecuzione 1 min, classe 1: esecuzione 2 min)
Se job classe 1 esegue, e gli rimangono 58 secondi, ma viene sostituito, viene messo in classe 0, non in classe 1.

17

SB preemptive priority



$k < h$

$E(S_k) < E(S_h)$

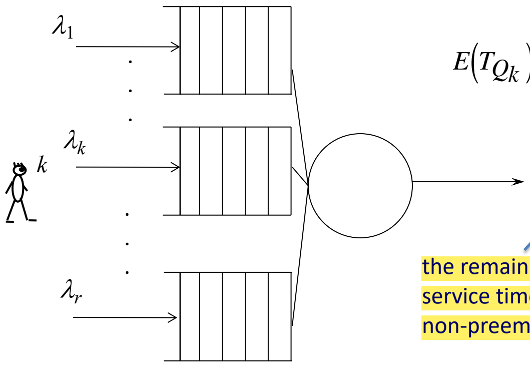
$E(S_{h\_rem}) < E(S_k)$

If $E(S_{h\_rem}) < E(S_k)$
don't preempt!
else { preemtion!
put the preempted
job in class h'
s.t. $x_{h'-1} < E(S_{h\_rem}) \le x_{h'}$ }

18

SB preemptive priority

local performance measures



$$E\left(T_{Q_k}\right)^{SB\_P} = \frac{\boxed{??}}{\left(1-\sum_{i=1}^{k}\rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{k-1}\rho_i\right)}$$

the remaining service time of the non-preemptible jobs + the remaining service time of the preemptible jobs that immediately restart service

(non interrompibili)

(interrompibili, ma nel valutarlo vedo che tempo rimanente è <k, e quindi riprendono servizio subito)

19

SB preemptive priority

local performance measures

the remaining service time of the non-preemptible jobs

$$\frac{\lambda}{2}\int_0^{x_k} t^2 dF(t)$$

abstract: $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\lambda_i E\left(S^2\right)$ tempo servizio rimanente con prelazione

size based: $E\left(S_k^2\right) = \int_{x_{k-1}}^{x_k} t^2 f^n(t)\,dt$

20

SB preemptive priority

local performance measures

the remaining service time of the non-preemptible jobs

$$\frac{\lambda}{2}\int_0^{x_k} t^2 dF(t)$$

the remaining service time of the preemptible jobs that immediately restart service

$$\frac{\lambda}{2}x_k^2$$

$$\text{Prob}\{\text{preemptible job}\} = \text{Prob}\{S > x_k\} = 1\text{-Prob}\{S \le x_k\}$$

SB preemptive priority

local performance measures

$$E(T_{Q_k})^{SB\_P} = \frac{\frac{\lambda}{2}\left[\int_0^{x_k} t^2 dF(t) + (1 - F(x_k))x_k^2\right]}{\left(1 - \sum_{i=1}^{k}\rho_i\right)\left(1 - \sum_{i=1}^{k-1}\rho_i\right)}$$

$$E(T_{Q_k}) \le E(T_{Q_{k+1}})$$

$$E(T_{Q_k})^{SB\_P} \le E(T_{Q_k})^{SB\_NP}$$

$$E(T_{S_k}) = E(T_{Q_k}) + E(S_{virt-k})$$

dove conto tutte le "interruzioni"

$$E(S_{virt-k}) = \frac{E(S_k)}{1 - \sum_{i=1}^{k-1}\rho_i}$$

allungamento tempo di servizio proporzionale al carico delle classi che hanno diritto di interrompere.

SB preemptive priority

global performance measures

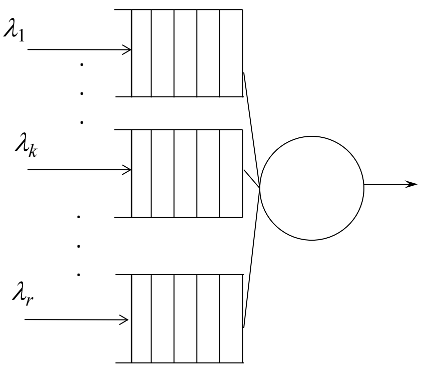
$$E(T_Q)^{SB\_P} = E\left(E(T_{Q_k})^{SB\_P}\right) = \sum_{k=1}^{r} p_k E(T_{Q_k})^{SB\_P}$$

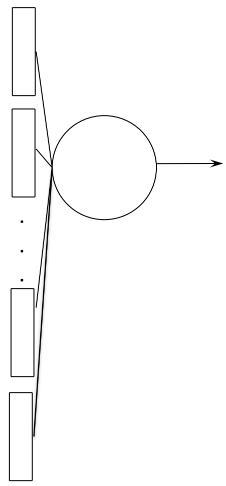
$$p_k = \frac{\lambda_k}{\lambda} = F(x_k) - F(x_{k-1})$$

$$E(T_Q)^{SB\_P} = \frac{\lambda}{2}\sum_{k=1}^{r}\frac{[F(x_k)-F(x_{k-1})]\left[\int_0^{x_k} t^2 dF(t) + (1-F(x_k))x_k^2\right]}{\left(1-\sum_{i=1}^{k}\rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{k-1}\rho_i\right)}$$

SB_P vs *SJF*

Quale va meglio??

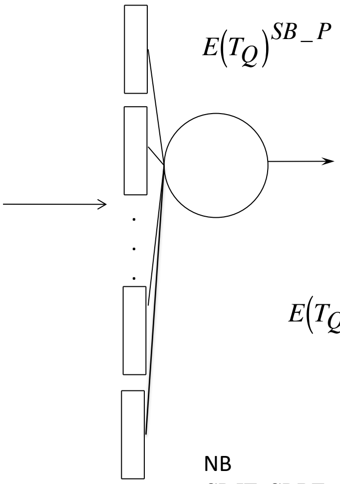




Non esiste risposta generale, dipende dal numero di classi che ho, se ne ho troppe il caso sinistro tende a quello a destra.
Meno classi sono più la singola classe "pesa", mantiene più cose.
Molto dipende anche dalla variabilità, se lo è poco il peso della singola classe è poco, e conviene prendere i vantaggi della prelazione.
Perchè non mettere la prelazione nel caso SJF? E infatti...

(fortemente utilizzata nei web server)

Shortest Remaining Processing Time



$$E(T_Q)^{SB\_P} = \frac{\lambda}{2}\sum_{k=1}^{r} \frac{[F(x_k)-F(x_{k-1})]\left[\int_0^{x_k} t^2 dF(t) + (1-F(x_k))x_k^2\right]}{\left(1-\sum_{i=1}^{k}\rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{k-1}\rho_i\right)}$$

$r \rightarrow \infty$

$$E(T_Q)^{SRJF} = \frac{\lambda}{2}\int_0^{\infty} \frac{\left[\int_0^{x} t^2 dF(t) + (1-F(x))x^2\right]}{\left(1-\lambda\int_0^x t f(t)dt\right)^2} dF(x)$$

web servers under overload

NB
SRJF=SRPT

prelazione valutata su tempo di servizio rimanente,
sia per sostituzione che per posizionamento.

Shortest Remaining Processing Time

non interrompibili

interrompibili (sarebbe F>x)
ma che riprendono servizio subito

$$E(T_Q(x)) = \frac{\frac{\lambda}{2}\int_{t=0}^{x} t^2 f(t)dt + \frac{\lambda}{2}x^2(1-F(x))}{(1-\rho_x)^2}$$

rho di x

In questa prima formula, se volessi sapere tempo attesa di tutti i job che hanno una certa size "x", non ho il problema dell'integrale doppio, è un caso "più semplice".

$$E(T_S(x)) = E(T_Q(x)) + \int_{t=0}^{x} \frac{dt}{1-\rho_t}$$

tempo di servizio virtuale, varia nel tempo.
Il job diventa più piccolo quando tempo avanza,
e sale di priorità. (anche rho cambia, è in funzione di t, perchè
sono sempre meno i job che possono interromperlo.

$$\rho_x = \lambda\int_0^x tf(t)dt$$

Queste formule avanzate, se ci fossero, verranno fornite all'esame.
Quelle base no.