

Lezione R5

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Sistemi embedded e real-time

9 ottobre 2020

Marco Cesati

Dipartimento di Ingegneria Civile e Ingegneria Informatica
Università degli Studi di Roma Tor Vergata



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

Test di schedulabilità

SERT'20 R5.1

Di cosa parliamo in questa lezione?

In questa lezione si discute l'ottimalità o meno degli algoritmi di schedulazione priority-driven



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

Test di schedulabilità

- ➊ Il problema della validazione
- ➋ Il fattore di utilizzazione
- ➌ Il test di schedulabilità

SERT'20 R5.2

Il problema della validazione

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati

Gli algoritmi priority-driven in generale:

- sono semplici da implementare
- sono flessibili (non devo conoscere tutti i loro parametri)
- non richiedono necessariamente di conoscere esattamente il modello di carico
- è non banale dimostrare formalmente che i vincoli temporali dei job hard real-time saranno sempre rispettati, soprattutto se i parametri temporali non sono ben precisati

Il problema della validazione

Dati un insieme di job, processori e risorse utilizzabili dai job, e l'algoritmo di schedulazione e accesso alle risorse, determinare se tutti i job rispetteranno i vincoli temporali

soprattutto con migliorative:

TOLGO JOB, Potenzio processore ...

NON MI ASPETTERE PROBLEMI

SERT'20

R5.3

Validazione di algoritmi priority-driven

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati

Per gli algoritmi priority-driven il problema della validazione è difficile da risolvere a causa delle *anomalie di schedulazione* (o *Richard's anomalies*, Graham 1976)

Sono comportamenti temporali inattesi che si verificano anche in sistemi semplici

Ad esempio, in un sistema con job non interrompibili il tempo di risposta dell'ultimo job che termina (*makespan*) può peggiorare se:

- Si aumenta il periodo (diminuisce la frequenza) di un job
- Si riduce il tempo di esecuzione di un job
- Si riducono le dipendenze tra i job
- Si aumenta la velocità del processore (Buttazzo 2006)

inattese

Perché le anomalie complicano il problema della validazione?

Se i parametri dei job di un sistema possono variare, non si può validare il sistema esaminando solo il "caso peggiore": è necessario esaminare tutte le combinazioni di parametri

Se prendo tempo ev. peggiore e dunque proc. dimostrazione salta

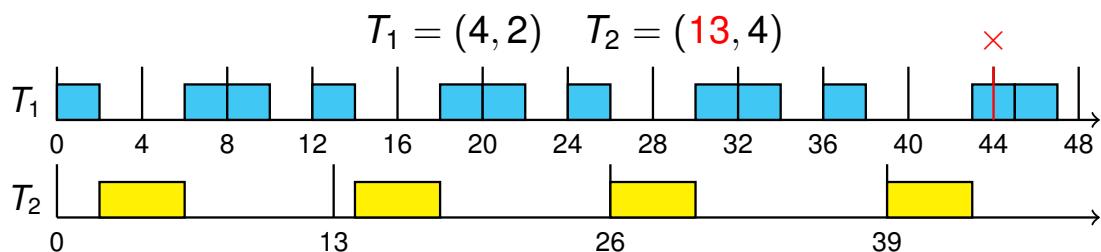
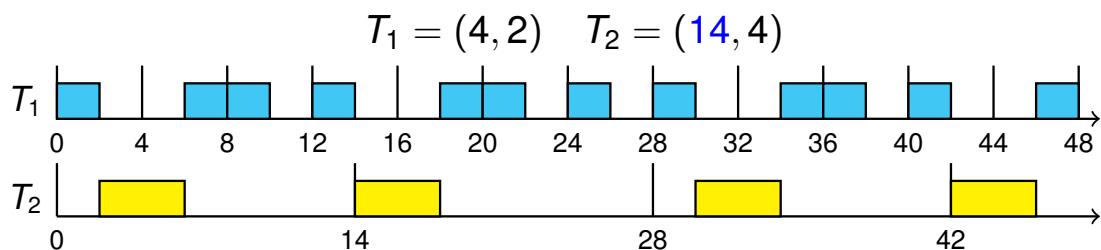
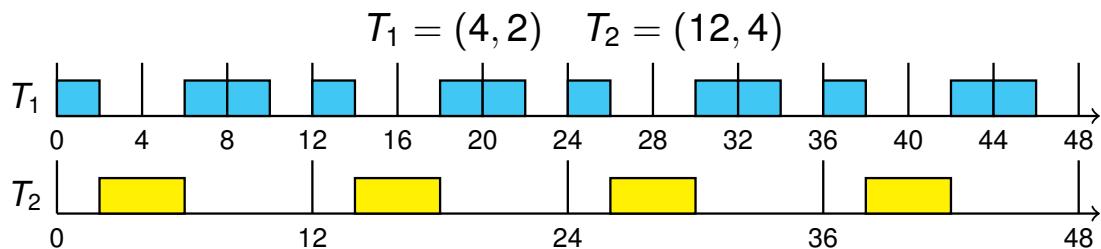
SERT'20

R5.4

Esempio di anomalia di schedulazione (periodo)

(può accadere anche se interrumpibili)

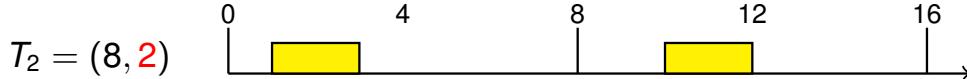
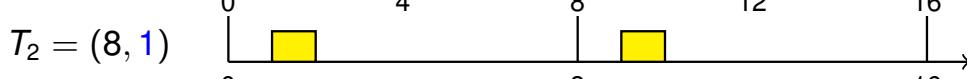
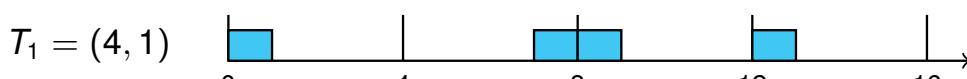
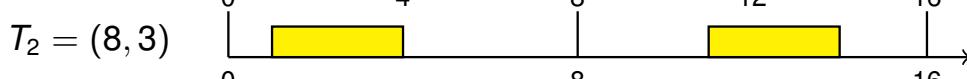
Due task **non** interrumpibili schedulati con RM su 1 processore



12 OK, 13 NO, 14 OK \rightarrow Caso peggiore!

Esempio di anomalia di schedulazione (tempo d'esecuzione)

Tre task **non** interrumpibili schedulati con RM su 1 processore

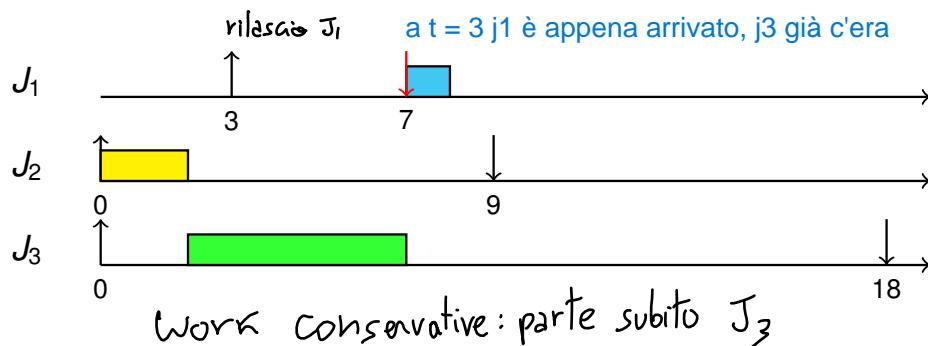
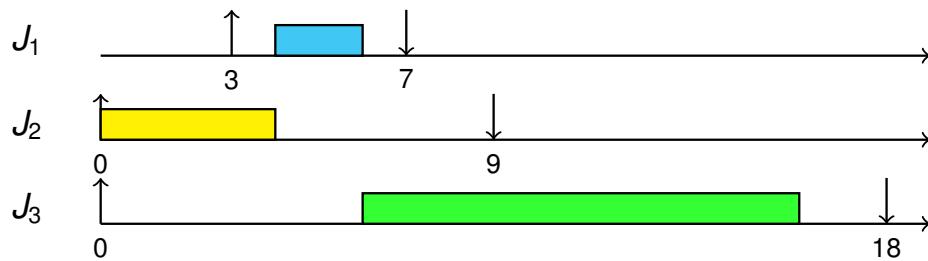


Colpo di T_3 , e RM è work conservative!



Esempio di anomalia di schedulazione (velocità processore)

Tre job **non interrompibili** schedulati con EDF su un processore
(scad. più vicina)



Una anomalia analoga si verifica con due job interrompibili che accedono ad una risorsa condivisa (Buttazzo 2006)



Esecuzione predibile

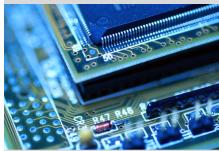
Fissato un algoritmo, la schedulazione prodotta considerando i tempi d'esecuzione massimi (minimi) per tutti i job è detta **schedulazione massima (minima)**

L'esecuzione di un job è **predicibile** se è sempre entro i limiti temporali stabiliti dalle schedulazioni minima e massima

(rilasceo)

- siano σ^- e ϵ^- gli istanti di attivazione e completamento di un job nella schedulazione minima
- siano σ^+ e ϵ^+ gli istanti di attivazione e completamento dello stesso job nella schedulazione massima
- il job ha esecuzione **predicibile** se l'istante di attivazione è sempre in $[\sigma^-, \sigma^+]$ e l'istante di completamento è sempre in $[\epsilon^-, \epsilon^+]$

Fissato un algoritmo, un insieme di job è **predicibile** se lo è l'esecuzione di ciascuno dei suoi job $\forall J_{\text{job}}$



Predicibilità per gli algoritmi priority-driven

Teorema (Ha & Liu, 1993)

Un insieme di job interrompibili, indipendenti, e con istanti di rilascio fissati schedulato su un processore da un algoritmo priority-driven è predicibile → esiste caso peggiore

(no ris. condivise)

tipo task periodica

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

Test di schedulabilità

Qual è il vantaggio di lavorare con insiemi predicibili?

Il processo di validazione è facile perché possiamo verificare solo il caso della schedulazione massima

Come applicare il teorema a sistemi con più processori?

Legando l'esecuzione di ciascun job ad un singolo processore (sistema statico) ($J_1, J_2 \in Proc_1, J_3, J_4 \in Proc_2$)

tuttavia VIOLA L'INDIPENDENZA, C'è sempre qualcosa in comune (dovrei usare 2 macchine diverse MA dovrei studiare cosa per cosa)

SERT'20

R5.9

Fattore di utilizzazione

- Algoritmi come FIFO e LIFO non considerano l'urgenza dei job: nei sistemi real-time hanno prestazioni pessime
- Algoritmi fixed-priority con priorità associate alla importanza relativa dei task hanno prestazioni cattive
- Gli algoritmi migliori sono quelli che assegnano la priorità in base a parametri temporali, parametri oggettivi!

Come valutare le prestazioni degli algoritmi di schedulazione basati su parametri temporali?

Fissato un algoritmo di schedulazione X , il suo fattore di utilizzazione (o schedulable utilization) è un valore $U_X \in [0, 1]$ tale che l'algoritmo può determinare una schedulazione fattibile per qualunque insieme di task periodici su un processore se l'utilizzazione totale dei task è minore o uguale ad U_X

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

Test di schedulabilità

Tanto maggiore è U_X , tanto migliore è l'algoritmo ($U_X = 1$ ottimale)
esistono anche $U_X > 0,5$ ma comunque non usabili

SERT'20

R5.10

Confronto tra algoritmi di schedulazione (2)

Qual è il fattore di utilizzazione dell'algoritmo FIFO? **Zero!**

Esiste un insieme di due task con fattore di utilizzazione pari a $\epsilon > 0$ piccolo a piacere che non è schedulabile con FIFO:

$$T_1 = (10, 5\epsilon), T_2 = (20/\epsilon, 10) \quad \frac{5\epsilon}{10} + \frac{10\epsilon}{20} = \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} = \epsilon$$

Qual è il fattore di utilizzazione dell'algoritmo EDF? **Uno!**

Ma non dovremmo dimostrarlo?! (Sappiamo solo che EDF è ottimale per job interrompibili ed indipendenti...) $EDF=1 = \text{sched. valida in tutti i casi}$

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

Test di schedulabilità

"se \exists soluz. valida EDF trova"

cause esterne

L'algoritmo EDF è semplice e ottimale, perché dovremmo studiare/adottare/cercare altri algoritmi? poco predicibile (es: problemi mon previsi)

- Non esiste un modo efficiente per determinare quali job saranno in ritardo in caso di sovraccarico o overrun in una schedulazione a priorità dinamica quale EDF
- Qual è la priorità EDF di un job in ritardo? (EDF si basa sulla scadenza, ma l'ho mancata)
- Il comportamento di un algoritmo a priorità fissa è (RM) predicibile anche in caso di sovraccarico o overrun (hanno sempre stessa priorità, non impattano gli altri job.)

SERT'20

R5.11

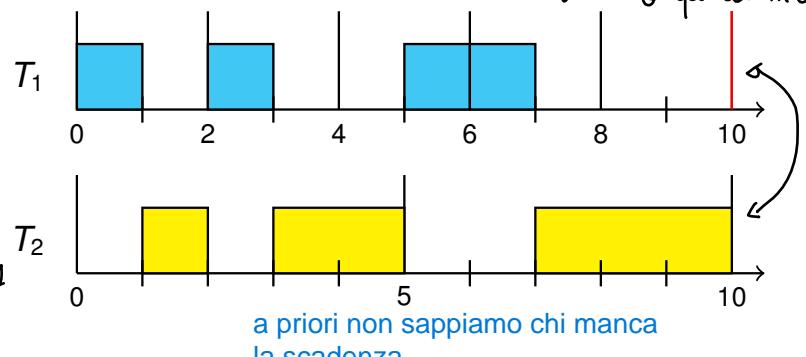
Comportamento di EDF con sovraccarico

$$T_1 = (2, 1)$$

$$T_2 = (5, 3)$$

$$(U = 1.1)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = 1.1 > 1$$



mancava una scadenza

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

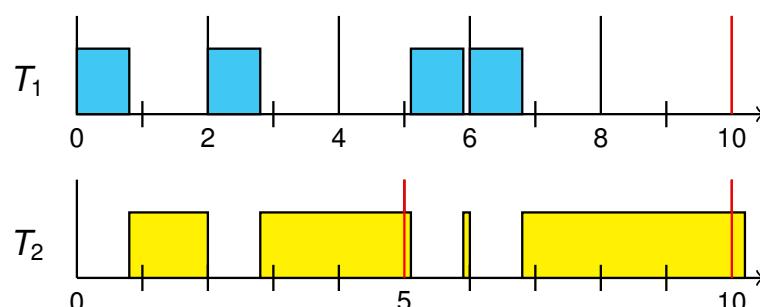
Test di schedulabilità

$$T_1 = (2, 0.8)$$

$$T_2 = (5, 3.5)$$

$$(U = 1.1)$$

non era prevedibile
in via ANALITICA



in 5 T2 manca proprio la scadenza,
tra 8 e 10 possiamo avere risultati diversi
in base a chi lasciamo eseguire tra T1 e T2

SERT'20

R5.12

Fattore di utilizzazione di EDF

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati



Teorema (Liu & Layland, 1973) !!! (da esame)

Un sistema \mathcal{T} di task indipendenti ed interrompibili con scadenze relative uguali ai rispettivi periodi e fattore di utilizzazione $U_{\mathcal{T}}$ ha una schedulazione fattibile su un singolo processore se e solo se $U_{\mathcal{T}} \leq 1$

(scad. implicite)

Nota fanfara: dimostrò il teorema PROVANDO con EDF, da cui poi ottengo il corollario.

Corollario

L'algoritmo **EDF** ha fattore di utilizzazione $U_{\text{EDF}} = 1$ per sistemi di task indipendenti, interrompibili e con scadenze relative uguali o maggiori dei rispettivi periodi

Dim. del Teorema (sketch):

- La parte “solo se” è banale (se $U_{\mathcal{T}} > 1$ non schedulabile con scadenze, es: durata film/ore libere la serata)
- Per la parte “se”: troviamo un algoritmo che produce una schedulazione fattibile di ogni sistema \mathcal{T} con $U_{\mathcal{T}} \leq 1$
- Candidati? **EDF!**

SERT'20

R5.13

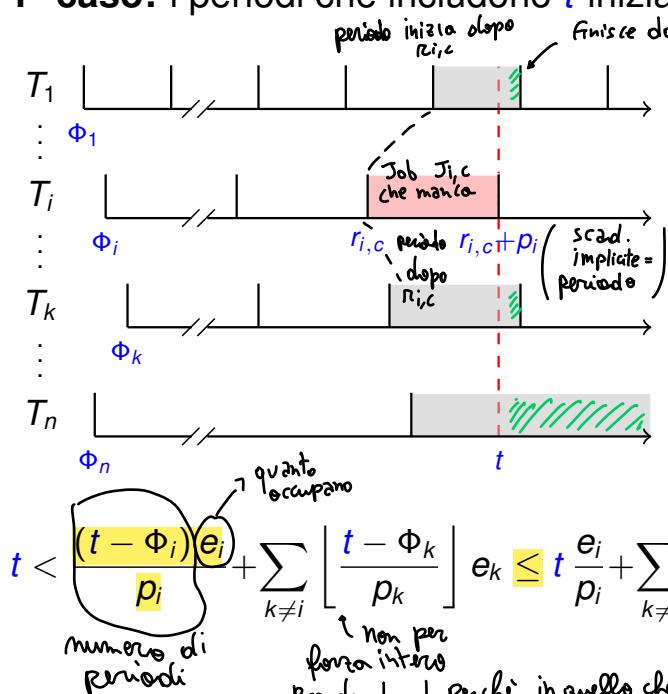
Fattore di utilizzazione di EDF (2)

Da dimostrare: se EDF non trova una schedulazione fattibile, allora $U_{\mathcal{T}} > 1$

Al tempo t il (primo) job $J_{i,c}$ non completa entro la scadenza

Assumiamo che il processore non sia mai idle prima di t (work conservative senso traslo)

1° caso: i periodi che includono t iniziano sempre dopo $r_{i,c}$



Tutti i job nei periodi che includono t non sono eseguiti prima di t perché hanno scadenze dopo $J_{i,c}$

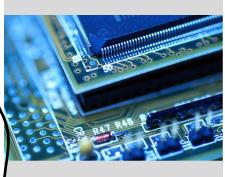
Non ha tempo a suff per svolgere il lavoro = mancare scadenza

$$U_{\mathcal{T}} > 1$$

prendo L-1 perché in quello che resta il proc. non li può eseguire

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati



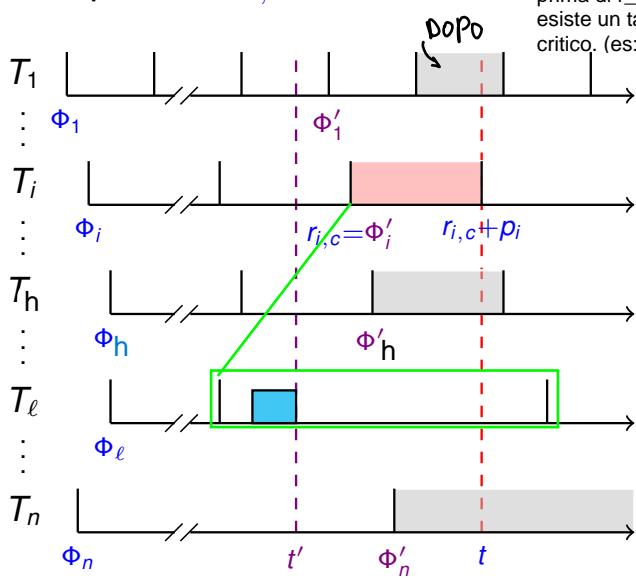
SERT'20

R5.14

Fattore di utilizzazione di EDF (3)

2° caso: l'insieme dei task \mathcal{T}' in cui il periodo che include t inizia prima di $r_{i,c}$ è non vuoto

C'è un job con scadenza dopo t , ma viene rilasciato prima di $r_{i,c}$. Oppure posso vederlo come: esiste un task il cui periodo contiene il periodo del job critico. (es: il periodo verde T_1 contiene il periodo rosso).



Task in \mathcal{T}' possono essere eseguiti nel periodo che include t prima di $r_{i,c}$

Sia t' l'ultimo istante di esecuzione dei task in \mathcal{T}' prima di t

Per ogni task in $\mathcal{T} \setminus \mathcal{T}'$, Φ'_k è l'istante di rilascio del primo job in $[t', t]$

$$t - t' < \frac{(t - \Phi'_i) e_i}{p_i} + \sum_{\substack{T_k \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}' \\ k \neq i}} \left\lfloor \frac{t - \Phi'_k}{p_k} \right\rfloor e_k \leq (t - t') \sum_{T_k \in \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}'} \frac{e_k}{p_k}$$

primo rilascio dopo t'

$$\leq (t - t') U_T \Rightarrow U_T > 1$$

prendo sempre $\lfloor \cdot \rfloor$ perché non li eseguirò.

Ripeto partendo da $t - t'$, non da 0 come prima

SERT'20

R5.15

ecco perché EDF, nelle sue condizioni, non funisce.

Riassumendo...

Si assumono task indipendenti, interrompibili e schedulati su un singolo processore

Abbiamo stabilito che:

- Se un sistema di task ammette una schedulazione fattibile, l'algoritmo EDF ottiene una schedulazione fattibile per quel sistema di task
- Un sistema di task ammette una schedulazione fattibile se e solo se $U_T \leq 1$
- L'algoritmo EDF ha fattore di utilizzazione $U_{EDF} = 1$ (almeno per scadenze uguali ai periodi) impilate

Tra poco dimostreremo che l'algoritmo EDF ha fattore di utilizzazione $U_{EDF} = 1$ anche quando le scadenze sono uguali o maggiori dei periodi

Ottimalità di algoritmi
priority-driven

Marco Cesati



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

Test di schedulabilità

Ottimalità di algoritmi
priority-driven

Marco Cesati



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

Test di schedulabilità

SERT'20

R5.16

Densità di un sistema di task

Il teorema appena dimostrato non è valido se qualche task ha scadenza relativa inferiore al periodo; ad esempio:

- $T_1 = (2, 0.9), T_2 = (5, 2.3) \Rightarrow U = 0.91 < 1 \Rightarrow$ schedulabile
- $T_1 = (2, 0.9), T_2 = (5, 2.3, 3) \Rightarrow$ non schedulabile ($\Delta = 1.22$)
 \hookrightarrow Cade all'interno del periodo

Si definisce **densità** di un task (Φ, p, e, D) il rapporto $\frac{e}{\min(D, p)}$
↑ relativa

Teorema

Un sistema \mathcal{T} di task indipendenti ed interrompibili e densità $\Delta_{\mathcal{T}}$ ha una schedulazione fattibile su un singolo processore se $\Delta_{\mathcal{T}} \leq 1$

- È condizione sufficiente, non necessaria (PRIMA era "se e solo se")
- $T_1 = (2, 0.6, 1), T_2 = (5, 2.3) \Rightarrow \Delta = 1.06$ ma è schedulabile!

se è ≤ 1 sono certo di schedularlo,
se > 1 dovrei comunque vedere cosa si può fare

SERT'20 R5.17

Fattore di utilizzazione e densità

In un sistema \mathcal{T} di task interrompibili con fattore di utilizzazione $U_{\mathcal{T}} = \sum_k e_k / p_k$ ed un singolo processore:

- implicita
- T1) Se, per ogni task $T_i, D_i = p_i$, allora esiste una schedulazione fattibile se e solo se $U_{\mathcal{T}} \leq 1$
 - C1) Se, per ogni task $T_i, D_i \geq p_i$, allora esiste una schedulazione fattibile se e solo se $U_{\mathcal{T}} \leq 1$
 - C2) Il fattore di utilizzazione di EDF per task con $D_i \geq p_i$ è $U_{\text{EDF}} = 1$ (ossia EDF determina una schedulazione fattibile se $U_{\mathcal{T}} \leq 1$)
 - T2) Se per qualche task $T_i, D_i < p_i$, allora esiste una schedulazione fattibile se $\Delta_{\mathcal{T}} = \sum_k e_k / \min(p_k, D_k) \leq 1$

Quando si verifica il caso $U_{\mathcal{T}} > \Delta_{\mathcal{T}}$? **Mai!**

- Se $\exists T_i$ tale che $D_i < p_i$, allora $U_{\mathcal{T}} < \Delta_{\mathcal{T}}$ basta confrontare i denominatori
- Se $\forall T_i, D_i \geq p_i$, allora $U_{\mathcal{T}} = \Delta_{\mathcal{T}}$, perchè nella densità avrà al denominatore $p(i)$, ma allora coincide con la definizione della formula di $U(T)$

SERT'20 R5.18



Fattore di utilizzazione e scadenze oltre i periodi (anche oltre l'iperperiodo)

Dimostriamo che: se per ogni task $D_i \geq p_i$, allora esiste una schedulazione fattibile solo se $U_T \leq 1$ (non supera il 100%)
 ↳ somma manca scadenza (anche se tra 2 anni)

- Per un solo task (base dell'induzione): periodo

$$e \leq D, \quad 2e \leq \overbrace{D + p}^{\text{ASSOLUTA}} \dots \quad (k+1)e \leq D + kp \quad \dots$$

1° Job 2° Job ↳ rilascio scad. relativa

$$\text{Quindi } \forall k \geq 1, \quad \frac{e}{p} < \underbrace{\frac{k+1}{k}}_{>1} \cdot \frac{e}{p} \leq 1 + \underbrace{\left(\frac{D}{pk}\right)}_{\xrightarrow{k \rightarrow \infty} \text{cost}} \Rightarrow \frac{e}{p} \leq 1$$

(va all'infinito)

- Sia vero per $n-1$ task in fase, allora per T_n e ogni k intero:

$$(k+1)e_n \leq (D_n + kp_n) \cdot \left(1 - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{e_i}{p_i}\right) \quad \begin{array}{l} \text{ho gli n-1 task da eseguire, perché} \\ \text{il processore non è "tutto per me"} \end{array}$$

$$\forall k \geq 1, \quad \frac{e_n}{p_n} < \left(\frac{D_n}{kp_n} + 1\right) \cdot \left(1 - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{e_i}{p_i}\right) \Rightarrow U_T \leq 1$$

- Per task non in fase: stessa idea applicata dall'istante della fase maggiore

SERT'20 R5.19

Test di schedulabilità per EDF

Nel caso $D_i = p_i$, allora al denominatore della densità ci va p_i , ma allora nella densità ci va e_i/p_i = Utilizzazione. Se $\Delta T > 1$, allora in questo caso, coincidendo con l'utilizzazione, $U > 1$.

Dato un sistema T completamente definito di task interrompibili, come stabilire se è schedulabile con EDF?

- Se $\Delta_T \leq 1$ è schedulabile (T2 e C1)
- Altrimenti: se $D_i \geq p_i$ per ogni i non è schedulabile (C1)
- Altrimenti: se i task sono in fase applichiamo EDF per un segmento lungo $2H + \max p_i + \max D_i$, ove H è l'iperperiodo (Baruah, Howell, Rosier 1993)

$\Delta T > 1$
Non vale neanche
 $D_i = p_i$

E se il sistema non è completamente determinato? Ad esempio, i tempi di esecuzione o gli istanti di rilascio possono variare

Il sistema continua ad essere schedulabile anche quando:

- i tempi di esecuzione sono più corti dei tempi di esecuzione massimi (sistema predicibile)
- i task sono sporadici, ossia gli intervalli di rilascio dei job sono maggiori dei rispettivi periodi (dalla dimostrazione del teorema)

...ma se le fasi sono sconosciute non si può simulare!

Ottimalità di algoritmi
priority-driven

Marco Cesati



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

Test di schedulabilità

Ottimalità di algoritmi
priority-driven

Marco Cesati



Schema della lezione

Validazione

Fattore di utilizzazione

Test di schedulabilità

Nel secondo 'altrimenti' viene meno $D_i = p_i$ PER OGNI I, quindi è "mischiato"... posso solo simulare se ho tutte le info.

Analisi di schedulabilità per EDF

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati

Se alcuni task hanno scadenze relative inferiori ai periodi, la condizione di schedulabilità è sufficiente ma non necessaria

sappiamo che la schedulabilità basata su T è sufficiente ma non necessaria.

Teorema (Baruah & al., 1990)

che sicuramente ricorderò

Un sistema \mathcal{T} con task periodici indipendenti, interrompibili, con $\underbrace{U_T < 1}_{\text{Non arriverà a "2"}}$, è schedulabile con EDF se e solo se

Non arriverà a "2".

$$\forall L > 0, \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{L + p_i - D_i}{p_i} \right\rfloor \cdot e_i \leq L$$

↑ parte intera inferiore

La formula deve essere controllata soltanto per i valori L multipli dei periodi dei task entro l'iperperiodo e tali che

$$L \leq \max \left\{ D_1, \dots, D_n, \frac{\sum_{i=1}^n (p_i - D_i) \cdot (e_i/p_i)}{1 - U_T} \right\}$$

controllo multipli periodi nell'iperperiodo
perché ho $\lfloor L \rfloor$

SERT'20

R5.21

Schedulabilità di algoritmi a priorità fissa

Ottimalità di algoritmi priority-driven

Marco Cesati

Gli algoritmi a priorità fissa sono in generale peggiori di quelli a priorità dinamica rispetto alla capacità di determinare schedulazioni fattibili (Schedulazione di meno)

Ad esempio: $T_1 = (2, 1)$ e $T_2 = (5, 2.5)$: *z only. priorità FISSA che li schedula a LIV. TASK (RM/DM)*

- $U = 1$, quindi sono schedulabili (ad esempio con EDF)
- $J_{1,1}$ e $J_{1,2}$ devono avere priorità maggiore di $J_{2,1}$ ($T_1 > T_2$)
- $J_{2,1}$ deve avere priorità maggiore di $J_{1,3}$ ($T_2 > T_1$)
- Se le priorità sono fisse, o $T_1 > T_2$ oppure $T_2 > T_1$

$U = 1$, con job interrompibili? posso sempre usare EDF

Esistono classi di sistemi che ammettono un algoritmo a priorità fissa ottimale? Sì! a parte periodicità sembrano inutili.

Esempio: sistemi di task semplicemente periodici (o armonici)

Task semplicemente periodici

Per ogni coppia di task T_i e T_k con $p_i < p_k$, p_k è un multiplo intero di p_i

SERT'20

R5.22

Ottimalità dell'algoritmo RM

Teorema

Un sistema \mathcal{T} di task semplicemente periodici, interrompibili ed indipendenti le cui scadenze relative sono non inferiori ai rispettivi periodi ha una schedulazione RM fattibile su un singolo processore se e solo se $U_{\mathcal{T}} \leq 1$ (va bene come EDF) ma conico proc. al 100%

Dim. (sketch): supponiamo che tutti i task siano in fase, che le scadenze siano uguali ai periodi e che il processore non sia mai idle

Il task T_i manca la scadenza al tempo t

Ogni task T_k con priorità maggiore di T_i ha periodo più piccolo di p_i , perciò t è un multiplo intero di tutti i p_k

I task $T(k)$ con più priorità rispetto $T(i)$ hanno periodo più piccolo (e frequenza maggiore) di $p(i)$. Quindi, se scadenza = periodo $\rightarrow t$ coincide con periodo, e inoltre $*t*$ deve essere un multiplo di tutti i periodi precedenti! (perchè sistema di task armonici!) Se T_i manca la scadenza, allora il tempo t non basta per completare le esecuzioni di tutti i task precedenti a $T(i)$ cioè più importanti di $T(i)$.

$$t < \sum_{k=1}^i \frac{e_k \cdot t}{p_k} = t \cdot \sum_{k=1}^i \frac{e_k}{p_k} \leq t \cdot U_{\mathcal{T}} \Rightarrow U_{\mathcal{T}} > 1$$

(periodi multipli interi)

cioè $t <$ tempo esecuzione task da 1 (il più importante) al task i che ha mancato la scadenza

Ottimalità dell'algoritmo DM (meglio di RM)

Teorema (Leung & Whitehead, 1982)

Se per un sistema di task periodici, indipendenti ed interrompibili che sono in fase ed hanno scadenze relative minori o uguali ai rispettivi periodi esiste un algoritmo a priorità fissa che produce una schedulazione fattibile, allora anche l'algoritmo DM produrrà una schedulazione fattibile

Se ci riesce un alg. a priorità fissa \Rightarrow anche DM riesce!

L'algoritmo DM coincide con RM se tutte le scadenze relative sono proporzionali ai rispettivi periodi

Corollario

L'algoritmo RM è ottimale tra tutti gli algoritmi a priorità fissa qualora le scadenze relative dei task siano non superiori e proporzionali ai rispettivi periodi (task armonici)

Perché il corollario non richiede che i task siano tutti in fase?

Perché avere i task in fase è il caso peggiore possibile!

EDF ottimale fra tutti gli sched.

DM ottimale se ci riesce un alg. priorità fissa
RM ottimale con i task armonici

