PMCSN | Esercizio 1 lect 03:

$\mu = 1{,}2$ job/s $\qquad \lambda = 0{,}45$ job/s $\qquad E[N_q] = 0{,}225$

$\rho = ?$ $\qquad E[T_s] = ?$

$\rightarrow \lambda < \mu \Rightarrow \rho = \lambda/\mu = \dfrac{0{,}45 \text{ job/s}}{1{,}2 \text{ job/s}} = 0{,}375$

$\rightarrow E[N_s] = E[N_q] + \rho = 0{,}225 + 0{,}375 = 0{,}6$

$E[N_s] = \lambda E[T_s] \Rightarrow E[T_s] = \frac{1}{\lambda} E[N_s] = \frac{1}{0{,}45} \cdot 0{,}6 \approx 1{,}3333$ s

$\rightarrow E[N_q] = \lambda E[T_q] \Rightarrow E[T_q] = \frac{1}{\lambda} E[N_q] = \dfrac{0{,}225}{0{,}45} = 0{,}5$ s

$E[T_s] = E[T_q] + \frac{1}{\mu} = 0{,}5 \text{ s} + \frac{1}{1{,}2} \text{ s} \approx 1{,}3333$ s

---

$\lambda' = 1{,}20\,\lambda \qquad E[N_q'] = 0{,}3681818$

$\rho' = ? \qquad E[T_s'] = ?$

$\rightarrow \lambda' = 1{,}20 \cdot 0{,}45 \text{ job/s} = 0{,}54 \text{ job/s} < \mu \Rightarrow \rho' = \dfrac{\lambda'}{\mu} = \dfrac{0{,}54 \text{ job/s}}{1{,}2 \text{ job/s}} = 0{,}45$

$\rightarrow E[N_s'] = E[N_q'] + \rho' = 0{,}3681818 + 0{,}45 = 0{,}8181818$

$E[T_s'] = \frac{1}{\lambda} E[N_s'] = \frac{1}{0{,}54} \cdot 0{,}8181818 \approx 1{,}51515$ s

---

Ora voglio fare in modo che il server collassi ($\rightarrow$ il tasso di arrivo diventi uguale al tasso di servizio).

$\rightsquigarrow \lambda'' = \mu = 1{,}2 \text{ job/s} \Rightarrow \lambda'' = x\lambda' \Rightarrow 1{,}2 = x \cdot 0{,}54 \Rightarrow x = \dfrac{1{,}2}{0{,}54} \approx 2{,}2222$

$\Rightarrow$ C'è stato un <u>ulteriore</u> incremento del 122,22% (circa) dell tasso di arrivo.

$\rightsquigarrow$ Qui è abbastanza chiaro che $\rho = 1$ e che $E[T_s]$ inizi a divergere dato che anche $E[N_s]$ inizia a divergere (NON siamo in una situazione di stazionarietà)!

Esercizio 2 lect 03:

$\mu = 0{,}8$ job/s

08:00 – 12:00 $\Rightarrow \lambda_1 = 1{,}5$ job/s
12:00 – 14:00 $\Rightarrow \lambda_2 = 0{,}5$ job/s
14:00 – 19:00 $\Rightarrow \lambda_3 = 1{,}5$ job/s
19:00 – 21:00 $\Rightarrow \lambda_4 = 0{,}5$ job/s
21:00 – 08:00 $\Rightarrow \lambda_5 = 0{,}05$ job/s

$\lambda_{AVG} = ?$
$\rho_{AVG} = ?$
$X_{AVG} = ?$
$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 = ?$

$$\rightarrow \lambda_{AVG} = \frac{1}{24}\left(4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 5\lambda_3 + 2\lambda_4 + 11\lambda_5\right) = 0{,}66875 \text{ job/s} \qquad (<\mu)$$

→ Assumo il centro vuoto alle 08:00.

- NUMERO DI JOB CHE ARRIVANO TRA LE 08:00 E LE 12:00 : $1{,}5 \cdot 3600 \cdot 4 = 21600$
- NUMERO DI JOB SERVITI TRA LE 08:00 E LE 12:00 : $0{,}8 \cdot 3{,}600 \cdot 4 = 11520$

$\Rightarrow$ NUMERO DI JOB NEL CENTRO ALLE 12:00 : $21600 - 11520 = 10080$

- NUMERO DI JOB CHE ARRIVANO TRA LE 12:00 E LE 14:00 : $0{,}5 \cdot 3600 \cdot 2 = 3600$
- NUMERO DI JOB SERVITI TRA LE 12:00 E LE 14:00 : $0{,}8 \cdot 3600 \cdot 2 = 5760$

$\Rightarrow$ NUMERO DI JOB NEL CENTRO ALLE 14:00 : $10080 + 3600 - 5760 = 7920$

- NUMERO DI JOB CHE ARRIVANO TRA LE 14:00 E LE 19:00 : $1{,}5 \cdot 3600 \cdot 5 = 27000$
- NUMERO DI JOB SERVITI TRA LE 14:00 E LE 19:00 : $0{,}8 \cdot 3600 \cdot 5 = 14400$

$\Rightarrow$ NUMERO DI JOB NEL CENTRO ALLE 19:00 : $7920 + 27000 - 14400 = 20520$

- NUMERO DI JOB CHE ARRIVANO TRA LE 19:00 E LE 21:00 : $0{,}5 \cdot 3600 \cdot 2 = 3600$
- NUMERO DI JOB SERVITI TRA LE 19:00 E LE 21:00 : $0{,}8 \cdot 3600 \cdot 2 = 5760$

$\Rightarrow$ NUMERO DI JOB NEL CENTRO ALLE 21:00 : $20520 + 3600 - 5760 = 18360$

- NUMERO DI JOB CHE ARRIVANO TRA LE 21:00 E LE 08:00 : $0{,}05 \cdot 3600 \cdot 11 = 1980$
- NUMERO DI JOB (POTENZ.) SERVITI TRA LE 21:00 E LE 08:00 : $0{,}8 \cdot 3600 \cdot 11 = 31680$

↳ In pratica, tra le 21:00 e le 08:00 vengono smaltiti tutti e i $18360 + 1980 = 20340$ job rimanenti.

$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 1$

$$\rho_5 = \frac{\text{\# job smaltiti tra le 21:00 e le 08:00}}{\text{\# job che il server è in grado di smaltire in 11 h}}$$

$$\Rightarrow \rho_5 = \frac{20340}{31680} \approx 0{,}6420$$

$$\Rightarrow \rho_{AVG} = \frac{1}{24}\left(4\rho_1 + 2\rho_2 + 5\rho_3 + 2\rho_4 + 11\rho_5\right) = \frac{1}{24}\left(13 + 11 \cdot 0{,}6420\right) = 0{,}8359 = \lambda_{AVG}/\mu$$

$\rightarrow X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = \mu = 0{,}8$ job/s

$$\rightarrow X_5 = \frac{\text{\# job smaltiti tra le 21:00 e le 08:00}}{\text{\# secondi tra le 21:00 e le 08:00}} = \frac{20360}{11 \cdot 3600} \approx 0{,}5136 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow X_{AVG} = \frac{1}{24}\left(4X_1 + 2X_2 + 5X_3 + 2X_4 + 11X_5\right) = \frac{1}{24}\left(0{,}8 \cdot 13 + 0{,}5136 \cdot 11\right)$$

$$\approx 0{,}6687 \text{ job/s}$$

30

Esercizio sul quaderno:

$\lambda = 15$ (frequenza di arrivo Markoviana)

$E[S] = 58{,}37\,ms = 0{,}05837$ s (distribuzione GENERICA del tempo di servizio)

Ma se λ aumenta del 10% ?

V

$\rightarrow \lambda' = 1{,}10\,\lambda = 16{,}5$ job/s

$$\rightarrow E[T_Q] = \frac{\rho}{1-\rho}\,\frac{C^2+1}{2}\,E[S]$$

$$\rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda E[S] = 0{,}87555 \quad \Rightarrow E[T_Q] \approx 0{,}205327\,(C^2+1)$$

$$E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 0{,}263697 + 0{,}205327\,C^2$$

$$\rightarrow \rho' = \frac{\lambda'}{\mu} = \lambda' E[S] \approx 0{,}963105 \quad \Rightarrow E[T_Q'] = \frac{\rho'}{1-\rho'}\,\frac{C^2+1}{2}\,E[S] \approx 0{,}761844\,(C^2+1)$$

$$E[T_S'] = E[T_Q'] + E[S] = 0{,}820214 + 0{,}761844\,C^2$$

$$\left(\frac{0{,}761844}{0{,}205327} - 1\right) \cdot 100$$

$\rightsquigarrow$ In breve, il tempo medio di attesa è aumentato del 271,0314%, mentre il tempo di servizio è rimasto invariato. Nel caso generale, possiamo descrivere così l'aumento del tempo di risposta.

Per dare una percentuale precisa dell'aumento del tempo di risposta, è necessario trattare i casi particolari (servizio esponenziale, erlangiano, iperesponenziale, ecc.)

~~Una verifica su dei valori riportati nelle slide:~~

$\mu = 0{,}666667$ job/s

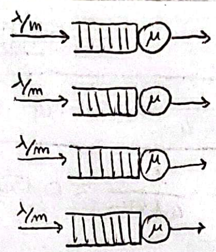
$T = \frac{1}{\lambda} = 2$ s

$\frac{1}{\mu} = 1{,}5$

$\rho = \bar{x} = \lambda \ldots = 0{,}75$

$$\frac{\rho}{2(1-\rho)}\left[1 + \frac{\sigma^2(S)}{E(S)^2}\right] = \frac{0{,}75^2}{0{,}5}\left[1 + \frac{1/12}{1{,}5^2}\right] = \frac{0{,}5625}{0{,}5}\left(1 + \ldots\right) = 1{,}166667$$

$\boxed{\rho = 0{,}533334}$ **CASO 1**



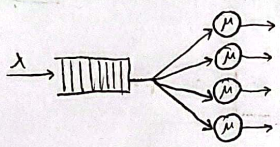
Assumo di cambiare μ a parità di λ/m:

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\lambda}{m\rho} = \frac{1}{0{,}533334} = 1{,}8750 \ j/s$$

$$\boxed{E[T_s] = \frac{1}{\mu - \lambda/m} = \frac{1}{1{,}8750 - 1} \approx 1{,}142857 \ s}$$

$$\boxed{E[T_Q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0{,}533334}{0{,}466666} \cdot \frac{1}{1{,}8750} \simeq 0{,}609525 \ s}$$

CASO 2



$$p[0] = \left[\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m\rho)^i}{i!} + \frac{(m\rho)^m}{m(1-\rho)}\right]^{-1} = \left[\frac{(4\cdot 0{,}533334)^0}{0!} + \frac{(4\cdot 0{,}533334)^1}{1!} + \frac{(4\cdot 0{,}533334)^2}{2!} + \frac{(4\cdot 0{,}533334)^3}{3!} + \right.$$

$$\left. + \frac{(4\cdot 0{,}533334)^4}{4\cdot 0{,}466666}\right]^{-1} = \left[1 + 2{,}133336 + \frac{4{,}551122}{2} + \frac{9{,}709073}{6} + \frac{20{,}712716}{1{,}866664}\right]^{-1} =$$

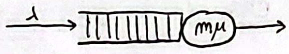
$$= \left[3{,}133336 + 2{,}275561 + 1{,}618179 + 11{,}096114\right]^{-1} \approx 0{,}055178$$

$$P_Q = \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} p(0) = \frac{20{,}712716}{24 \cdot 0{,}466666} \cdot 0{,}055178 \simeq 0{,}102044$$

$$E[T_s] = \frac{P_Q E[S]}{1-\rho} + E[S_i] = \frac{0{,}102044}{0{,}466666 \cdot 1{,}8750 \cdot 4} + \frac{1}{1{,}8750} \simeq 0{,}029155 + 0{,}533333 =$$
$$= 0{,}562488 \ s$$

$$\boxed{E[T_Q] = \frac{P_Q E[S]}{1-\rho} = 0{,}029155 \ s}$$

CASO 3

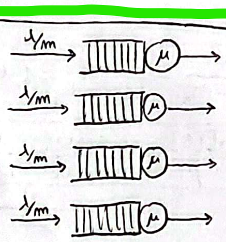


$$\boxed{E[T_s] = \frac{1}{m\mu-\lambda} = \frac{1}{4\cdot 1{,}8750 - 4} \approx 0{,}285714 \ s}$$

$$E[T_Q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0{,}533334}{0{,}466666}\cdot\frac{1}{4\cdot 1{,}8750} \approx 0{,}152381 \ s$$

V

$\rho = 0{,}8$ | CASO 1

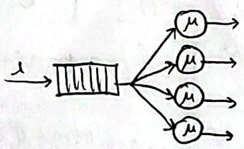


$$\mu = \frac{\lambda}{m\rho} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25 \ j/s$$

$$\boxed{E[T_s] = \frac{1}{\mu - \lambda/m} = \frac{1}{1{,}25-1} = 4 \ s}$$

$$\boxed{E[T_Q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0{,}8}{0{,}2}\cdot\frac{1}{1{,}25} = 3{,}2 \ s}$$

CASO 2



$$P[0] = \left[\sum_{i=0}^{m-1}\frac{(m\rho)^i}{i!} + \frac{(m\rho)^m}{m(1-\rho)}\right]^{-1} = \left[\frac{(3{,}2)^0}{0!} + \frac{(3{,}2)^1}{1!} + \frac{(3{,}2)^2}{2!} + \frac{(3{,}2)^3}{3!} + \frac{(3{,}2)^4}{0{,}8}\right]^{-1} =$$

manca fattoriale

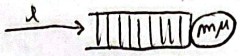
$$= \left[1 + 3{,}2 + 5{,}12 + 5{,}461333 + 131{,}072\right]^{-1} \approx 0{,}006856$$

$$P_Q = \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} P(0) = \frac{(3{,}2)^4}{24\cdot 0{,}2}\cdot 0{,}006856 = 0{,}149772$$

$$\boxed{E[T_s] = \frac{P_Q E[S]}{1-\rho} + E[S_i] = \frac{0{,}149772}{0{,}2\cdot 1{,}25\cdot 4} + \frac{1}{1{,}25} \approx 0{,}149772 + 0{,}8 = 0{,}949772 \ s}$$

$$\boxed{E[T_Q] = \frac{P_Q E[S]}{1-\rho} \approx 0{,}149772 \ s}$$

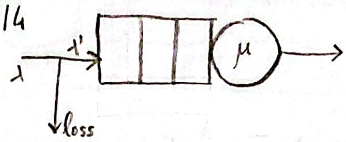
CASO 3



$$E[T_s] = \frac{1}{m\mu - \lambda} = \frac{1}{4 \cdot 1{,}25 - 4} = 1 \text{ s}$$

$$E[T_Q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0{,}8}{0{,}2} \cdot \frac{1}{4 \cdot 1{,}25} = 0{,}8 \text{ s}$$

ESERCIZIO: Coda M/G/1/4

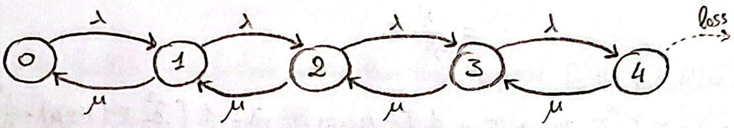


$\lambda = \frac{1}{0{,}2}$ J/s $= 5$ J/s

$\mu = \frac{1}{0{,}2}$ J/s $= 5$ J/s

1) Il sistema è stazionario perché ha una coda finita.

2)



Risolvendo le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 & \forall i = 1,2,3,4 \\ \sum_{i=0}^{4} \pi_i = 1 \end{cases}$$

otteniamo che $\pi_0 = \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 1/5$.

- $P_{loss} = \pi_4 = 1/5$
- $\lambda' = \lambda(1 - P_{loss}) = 5 \cdot 4/5$ J/s $= 4$ J/s
- $\rho = \frac{\lambda'}{\mu} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

3) $X = \lambda' = 4$ J/s

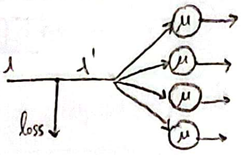
INTERLEAVING: $W_1(x)a$, $R_2(x)a$, $W_2(x)b$, $R_1(x)b$, $W_1(x)c$, $R_2(x)c$

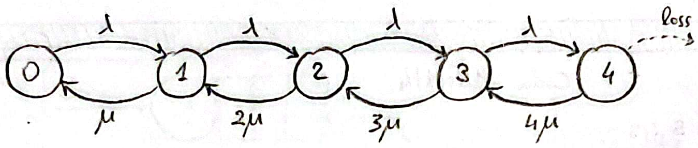
Proseguo sul retro...

Coda M/G/4/4

$\lambda = 5$ J/s

$\mu = \frac{1}{300}$ J/ms $= 3{,}333333$ J/s





V

$$\pi_0 \lambda = \pi_1 \mu \Rightarrow \pi_1 = \frac{\lambda}{\mu} \pi_0$$

$$\pi_1(\lambda+\mu) = \pi_0 \lambda + \pi_2 \cdot 2\mu \Rightarrow \pi_2 = \frac{1}{2\mu}\left[\frac{\lambda}{\mu}\pi_0(\lambda+\mu) - \pi_0\lambda\right] = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{\lambda^2}{\mu} + \lambda - \lambda\right)\pi_0 =$$

$$= \frac{\lambda^2}{2\mu^2}\pi_0$$

$$\pi_2(\lambda+2\mu) = \pi_1\lambda + \pi_3 \cdot 3\mu \Rightarrow \pi_3 = \frac{1}{3\mu}\left[\pi_2(\lambda+2\mu) - \pi_1\lambda\right] = \frac{1}{3\mu}\left[\frac{\lambda^2}{2\mu^2}\pi_0(\lambda+2\mu) - \frac{\lambda^2}{\mu}\pi_0\right] =$$

$$= \frac{1}{3\mu}\left(\frac{\lambda^3}{2\mu^2} + \frac{\lambda^2}{\mu} - \frac{\lambda^2}{\mu}\right)\pi_0 = \frac{\lambda^3}{6\mu^3}\pi_0$$

Analogamente, $\pi_4 = \frac{\lambda^4}{4!\,\mu^4}\pi_0 = \frac{\lambda^4}{24\mu^4}\pi_0$

$$\sum_{i=0}^{4} \pi_i = 1 \Rightarrow \pi_0\left(1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2\mu^2} + \frac{\lambda^3}{6\mu^3} + \frac{\lambda^4}{24\mu^4}\right) = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\pi_0 \cdot \frac{24\mu^4 + 24\lambda\mu^3 + 12\lambda^2\mu^2 + 4\lambda^3\mu + \lambda^4}{24\mu^4} = 1 \quad \Rightarrow \pi_0 \cdot 4{,}398438 = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\pi_0 \approx 0{,}227353$$

$$\Rightarrow \pi_4 = \frac{\lambda^4}{24\mu^4}\pi_0 \approx 0{,}047957 = P_{loss}$$

- $\lambda' = \lambda(1 - P_{loss}) = 4{,}760215$ J/s
- $X = \lambda' = 4{,}760215$ J/s

E[Ts] va calcolata con Little:

$$E[T_s] = \frac{E[N_s]}{\lambda'} = \left(\sum_{i=0}^{4} i\pi_i\right)\frac{1}{\lambda'}$$

$$E[N_s] = \pi_1 + 2\pi_2 + 3\pi_3 + 4\pi_4 =$$
$$= 0{,}3410295 + 0{,}51154425 +$$
$$+ 0{,}3836582 + 0{,}19182909 =$$
$$= 1{,}42806104$$

V

$$E[sd(x)] = \frac{E[T_s(x)]}{x} = \frac{x+E[T_q(x)]}{x} = 1+\frac{E[T_q]}{x} = 1+\frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\rho)x}$$

$\bar{x}\nu - \bar{x}\beta\nu = \bar{x}\nu(1-\beta) = 1^{(1-\beta)}$

$\frac{(1-\beta)\nu}{\lambda} \to 1 \Rightarrow 1-\beta \to \frac{\lambda}{\nu}$

$\Rightarrow \beta \to 1-\frac{\lambda}{\nu}$

...ne la raggiungo per

Confronto m centri separati vs un centro con m server vs server singolo
(arrivi e servizi markoviani)

$\lambda = 4$ j/s ; $m=4$; $\rho=0.8$

→ m centri separati

$\rho = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\lambda}{m\rho} = \frac{5}{4}$ j/s $= 1,25$ j/s $\Rightarrow E[S]=\frac{1}{\mu}=0,8$ s

$$E[T_Q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0,8}{0,2}\cdot 0,8 = 3,2 \text{ s}$$

$$E[T_S]=E[T_Q]+E[S] = 4,0 \text{ s}$$

già fatto

→ un centro con m server

$\rho = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu=\frac{\lambda}{m\rho} = 1,25$ j/s $\Rightarrow E[S_i]=0,8$ s $\Rightarrow E[S] = \frac{E[S_i]}{m} = 0,2$ s

$$E[T_Q] = \frac{P_Q E[S]}{1-\rho}$$

$P_Q = \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} p(0)$ dove $p(0) = \left(\sum_{i=0}^{m-1}\frac{(m\rho)^i}{i!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}\right)^{-1} =$

$$= \left(1+3,2+\frac{3,2^2}{2}+\frac{3,2^3}{6}+\frac{3,2^4}{24\cdot 0,2}\right)^{-1} = (4,2+5,12+5,461333+21,845333)^{-1} =$$

$$=0,027303$$

$\Rightarrow P_Q = 21,845333 \cdot 0,027303 \approx 0,596443$

$\Rightarrow E[T_Q] = \dfrac{P_Q E[S]}{1-\rho} = \dfrac{0,596443 \cdot 0,2}{0,2} = 0,596443 \text{ s}$

$E[T_S] = E[T_Q] + E[S_i] = 1,376443 \text{ s}$

$\rightarrow$ server singolo

$\rho = \dfrac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \dfrac{\lambda}{m\rho} = 1,25 \text{ j/s} \Rightarrow E[S] = \dfrac{1}{m\mu} = 0,2 \text{ s}$

$E[T_Q] = \dfrac{\rho E[S]}{1-\rho} = \dfrac{0,8 \cdot 0,2}{0,2} = 0,8 \text{ s}$

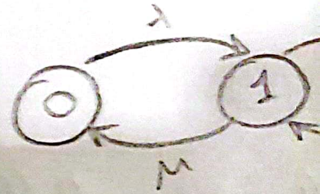
$E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 1 \text{ s}$

30

MARKOV

$C = 4 \qquad \lambda = 5 \text{ job/s}$

↑ stavolta abbiamo 4



$\pi_i = \left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^i \cdot \dfrac{1}{i!} \pi_0$

$\sum_{i=0}^{4} \pi_i = 1 \Rightarrow \sum$

CL[illegible]SI FASTJSON

ser[illegible]zer/P[illegible]rCon[illegible]Test.java

Ser[illegible]/Fiel[illegible]derTe[illegible]va

pu[illegible] st[illegible] T [illegible]seObject(S[illegible]ng in[illegible], Type[illegible], [illegible]ser[illegible]config [illegible] Featu... [illegible]ures)

$1-\rho_1\rho = \frac{[illegible]}{QoS}$ [illegible] $\rho = 1-$ [illegible] $\Rightarrow p_1$ [illegible] $\frac{E[S]}{QoS}$

Esercizio: $\lambda = 0{,}8$ J/s

$E[S] = 0{,}4$ s $\longrightarrow$ TEMPO DI SERVIZIO ESPONENZIALE

$E[T_Q] =$ "QoS" $= 0{,}1$ s
- $\to$ Se rispettato $\Rightarrow$ guadagno di $C_1 = 5$
- $\to$ Se non rispettato $\Rightarrow$ perdita di $C_2 = 3$

Calcolare p_1, p_2 affinché $R = p_1C_1 - p_2C_2$ sia massimizzato. $\rightsquigarrow$ PARLIAMO DI UN SERVIZIO A CODE DI PRIORITÀ ABSTRACT-PREEMPTIVE

$\rho = \lambda E[S] = 0{,}32$

$$E[T_{Q_1}] = \frac{\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{2}\lambda_i E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{k}\rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{k-1}\rho_i\right)} \overset{k=1}{=} \frac{\frac{1}{2}\lambda_1 E[S^2]}{1-\rho_1} \overset{\text{servizio esp.}}{=} \frac{\rho_1 E[S]}{1-\rho_1} = \text{"QoS"} = 0{,}1 \text{ s}$$

$$\xrightarrow{\rho_1 = \rho p_1} 0{,}1 = \frac{\rho p_1 E[S]}{1-\rho p_1} = \frac{0{,}128\, p_1}{1-0{,}32\, p_1} \Rightarrow 1-0{,}32\, p_1 = 1{,}28\, p_1 \Rightarrow p_1(1{,}28+0{,}32) = 1$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{1}{1{,}6} = 0{,}625$$

$$\Rightarrow p_2 = 1 - p_1 = 0{,}375$$

$$\Rightarrow R = p_1C_1 - p_2C_2 = 2$$

- $E[T_{Q_1}] = 0{,}1 \text{ s} \Rightarrow E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S] = 0{,}5$ s
- $$E[T_{Q_2}] = \frac{\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{2}\lambda_i E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{k}\rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{k-1}\rho_i\right)} \overset{k=2}{=} \frac{\frac{1}{2}E[S^2](\lambda_1+\lambda_2)}{1-(\rho_1+\rho_2)(1-\rho_1)} = \frac{\frac{1}{2}\lambda E[S^2]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{\rho E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} =$$

$$= \frac{0{,}32 \cdot 0{,}4}{0{,}68 \cdot (1-0{,}32\cdot 0{,}625)} \approx \frac{0{,}188235}{0{,}8} \approx 0{,}235294 \text{ s}$$

$\Rightarrow$ • $$E[S_{virt\_2}] = \frac{E[S]}{1-\sum_{i=1}^{k-1}\rho_i} \underset{k=2}{=} \frac{E[S]}{1-\rho_1} = \frac{0{,}4}{0{,}8}\text{ s} = 0{,}5 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_{virt\_2}] = 0{,}735294 \text{ s}$$

inizio esercizi size based

ESERCIZIO 1:

- PROCESSORE SINGOLO DI CAPACITÀ 10^5 op/sec
- IL NUM. DI OP. È MODELLATO CON UNA V.A. ESPONENZIALE DI MEDIA $4 \cdot 10^4$ op/job
- $\rho = 0,6$
- SIZE BASED PRIORITY SCHEDULING WITHOUT PREEMPTION
  - classe 1: job con $\# op \leq 4 \cdot 10^4$
  - classe 2: job con $\# op > 4 \cdot 10^4$
- $E[T_{S_1}] = ?$ $\quad E[T_{S_2}] = ?$ $\quad E[T_S] = ?$

Il tempo di servizio dei job è modellato con v.a. esponenz. di media $\frac{1}{\mu} = \frac{4 \cdot 10^4 \text{ op/job}}{10^5 \text{ op/sec}} = 0,4$ s

$\Rightarrow \mu = 2,5$ job/s = tasso medio di servizio

$p_1 = P(\text{appartenere alla classe } 1) = P(\# op \leq 4 \cdot 10^4) = P(S \leq 0,4) = 1 - e^{-0,4\mu} = 1 - e^{-1} \approx 0,6321$

$\Rightarrow p_2 = P(\text{appartenere alla classe } 2) = 1 - p_1 = 0,3679$

$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \Rightarrow \lambda = \rho\mu = 1,5$ job/s = tasso medio di arrivo

$\lambda_1 = p_1 \lambda = 0,94815$ job/s $\qquad \lambda_2 = p_2 \lambda = 0,55185$ job/s

$$E[S_k] = \int_{x_{k-1}}^{x_k} t f''(t)\,dt = \int_{x_{k-1}}^{x_k} t \frac{f(t)}{P(\text{appartenere alla classe } k)}\,dt = \int_{x_{k-1}}^{x_k} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{P(\text{appartenere alla classe } k)}\,dt$$

$$\rightarrow E[S_1] = \int_{x_0}^{x_1} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{p_1}\,dt = \int_0^{0,4} t \frac{2,5 e^{-2,5t}}{0,6321}\,dt = \frac{1}{0,6321}\left[\left[-e^{-2,5t} \cdot t\right]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5t}\,dt\right] =$$

$$= 1,5820\left[-e^{-2,5 \cdot 0,4} \cdot 0,4 + \left[-\frac{e^{-2,5t}}{2,5}\right]_0^{0,4}\right] = 1,5820\left[-0,14715 - \frac{e^{-2,5 \cdot 0,4}}{2,5} + \frac{1}{2,5}\right] =$$

$$= 1,5820(-0,14715 - 0,14715 + 0,4) \approx 0,1672 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[S_2] = \int_{x_1}^{x_2} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{p_2}\,dt = \int_{0,4}^{+\infty} t \frac{2,5 e^{-2,5t}}{0,3679}\,dt = \frac{1}{0,3679}\left[\left[-e^{-2,5t} \cdot t\right]_{0,4}^{+\infty} + \int_{0,4}^{+\infty} e^{-2,5t}\,dt\right] =$$

$$= 2,7181\left[e^{-2,5 \cdot 0,4} \cdot 0,4 + \left[-\frac{e^{-2,5t}}{2,5}\right]_{0,4}^{+\infty}\right] = 2,7181\left[0,14715 + \frac{e^{-2,5 \cdot 0,4}}{2,5}\right] \approx 0,8000 \text{ s}$$

$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = 0{,}94815 \cdot 0{,}1672 = 0{,}15853$

$\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = 0{,}55185 \cdot 0{,}8 = 0{,}44148$

MAI dire $\rho_1 = p_1 \rho$ NEL MOMENTO IN CUI LO SCHEDULING È SIZE-BASED

$\rightarrow E[T_{Q_1}] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho_1} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{1-0{,}15853} \approx 0{,}2852 \text{ s}$

$\rightarrow E[T_{Q_2}] = \frac{\rho E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0{,}2852}{1-0{,}6} \approx 0{,}7130 \text{ s}$

$\rightarrow E[T_Q] = p_1 E[T_{Q_1}] + p_2 E[T_{Q_2}] \approx 0{,}4426 \text{ s}$

- $E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_1] = 0{,}2852 \text{ s} + 0{,}1672 \text{ s} = 0{,}4524 \text{ s}$
- $E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_2] = 0{,}7130 \text{ s} + 0{,}8 \text{ s} = 1{,}5130 \text{ s}$
- $E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 0{,}4426 \text{ s} + 0{,}4 \text{ s} = 0{,}8426 \text{ s}$

- SUPPONIAMO ORA DI DISPORRE DI UN DUAL CORE DOVE CIASCUN CORE HA CAPACITÀ $0{,}5 \cdot 10^5$ op/sec.

$$p(0) = \left[\sum_{i=0}^{1} \frac{(2\rho)^i}{i!} + \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)}\right]^{-1} = \left[1 + 2\rho + \frac{4\rho^2}{2(1-\rho)}\right]^{-1} = \left[1 + 1{,}2 + 1{,}8\right]^{-1} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$P_Q = \frac{2^2}{2!} p(0) \rho^2 \frac{1}{1-\rho} = 1{,}8 \cdot 0{,}25 = 0{,}45$$

$\rightarrow E[T_{Q_1}] = \frac{P_Q E[S]}{1-\rho_1} = \frac{0{,}45 \cdot 0{,}4}{1-0{,}15853} \approx 0{,}2139 \text{ s}$

$\rightarrow E[T_{Q_2}] = \frac{P_Q E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0{,}2139}{1-0{,}6} = 0{,}53475 \text{ s}$

$\rightarrow E[T_Q] = p_1 E[T_{Q_1}] + p_2 E[T_{Q_2}] \approx 0{,}33194 \text{ s}$

- $E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + 2 E[S_1] = 0{,}2139 \text{ s} + 2 \cdot 0{,}1672 \text{ s} = 0{,}5483 \text{ s}$
- $E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + 2 E[S_2] = 0{,}53475 \text{ s} + 2 \cdot 0{,}8 \text{ s} = 2{,}13475 \text{ s}$
- $E[T_S] = E[T_Q] + 2 E[S] = 0{,}33194 \text{ s} + 2 \cdot 0{,}4 \text{ s} = 1{,}13194 \text{ s}$

In conclusione, la configurazione dual core porta a una riduzione dei tempi medi di attesa per entrambe le classi, ma anche a un aumento dei tempi medi di risposta per entrambe le classi.

4) 10 800
5) 14 400
6) 3600

PMCSN ESERCIZIO 2 IN LECT 21

~~SIZE-BASED PRIORITY SCHEDULING~~

→ ~~Processore con capacità $C = 10^5$ op/sec~~
→ ~~Richiesta media (esponenziale) $Z = 4 \cdot 10^4$ op/job~~
→ ~~Utilizzazione $\rho = 0,6$~~

→ Il tempo di servizio ha distribuzione Uniforme(2, 15) [MINUTI]
→ $\lambda = 0,112$ req/min

a) SCHEDULING ASTRATTO (Coda M/G/1)
b) SCHEDULING CON CLASSI DI PRIORITÀ SIZE-BASED (SENZA PRELAZIONE)

↳ Calcolare il tempo di attesa e il tempo di risposta per questi 2 casi.
↳ Calcolare lo slowdown condizionato per richieste di 5 min e 10 min per questi due casi.

$E[S_2] = \int_{x_1} t \frac{f(t)}{F(x_2)-F(x_1)}$ ...

$= 0,076923(15^2 - 8$ ...

$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] =$ ...

$\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] =$ ...

$E[T_{Q1}] = \frac{\frac{\lambda}{2} E ...}{(1-\Sigma ...}$

$= \frac{0,056(14 ...}{...}$

$E[T_{Q2}] = \frac{\frac{\lambda}{2} ...}{(1-\Sigma ...}$

a) $\mu = \frac{2}{2+15}$ req/min $\simeq 0,117647$ req/min

$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,952$

$E[S] = \frac{17}{2}$ min $= 8,5$ min

$\sigma^2[S] = \frac{(15-2)^2}{12} = 14,083333$ min^2

$$\Rightarrow E[N_Q] = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}\left[1+\frac{\sigma^2[S]}{E[S^2]}\right] = \frac{0,952^2}{2(1-0,952)}\left(1+\frac{14,083333}{8,5^2}\right) = \frac{0,453152}{0,048}\cdot 1,194915$$

11,280889

$$\Rightarrow E[T_Q] = \frac{1}{\lambda}E[N_Q] = \cancel{106,166705 \text{ min}}\ 100,722222 \text{ min}$$

$$E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = \cancel{114,666705 \text{ min}}\ 109,222222 \text{ min}$$

b) SCEGLO DUE CLASSI DI PRIORITÀ: UNA CON TEMPO DI SERVIZIO SOTTO LA MEDIA E UNA CON TEMPO DI SERVIZIO SOPRA LA MEDIA.

$p_1 = p_2 = 0,5$ $\qquad x_0 = 0;\ x_1 = 8,5;\ x_2 = \infty$

SIZE SPARTIACQUE TRA UNA CLASSE E L'ALTRA

$$E[S_1] = \int_{x_0}^{x_1} t f^n(t)\,dt = \frac{1}{F(x_1)-F(x_0)}\int_{x_0}^{x_1} t f(t)\,dt = \frac{1}{0,5-0}\int_{0}^{8,5}\frac{t}{15-2}\,1_{[2,15]}(t)\,dt$$

$$= 2\int_2^{8,5}\frac{1}{13}t\,dt = 0,153846\left[\frac{1}{2}t^2\right]_2^{8,5} = 0,076923\,(72,25-4) = 5,25 \text{ min}$$

$$E[S_2] = \int_{x_1}^{x_2} t\frac{f(t)}{F(x_2)-F(x_1)}\,dt = \frac{1}{1-0,5}\int_{8,5}^{15}\frac{1}{13}t\,dt = 0,076923\left[t^2\right]_{8,5}^{15} =$$

$$= 0,076923\,(15^2-8,5^2) = 11,75 \text{ min}$$

$$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = \lambda p_1 E[S_1] = 0,112\cdot 0,5\cdot 5,25 = 0,294$$

$$\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = \lambda p_2 E[S_2] = 0,112\cdot 0,5\cdot 11,75 = 0,658$$

$$E[T_{Q_1}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{\left(1-\sum_{k=1}^{1}\rho_k\right)\left(1-\sum_{k=1}^{0}\rho_k\right)} = \frac{0,056\,(\sigma^2(S)+E^2[S])}{1-\rho_1} =$$

$$= \frac{0,056\,(14,083333+72,25)}{0,706} \simeq 6,847970 \text{ min}$$

$$E[T_{Q_2}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{\left(1-\sum_{k=1}^{2}\rho_k\right)\left(1-\sum_{k=1}^{1}\rho_k\right)} = \frac{6,847970}{1-\rho} \simeq 142,666037 \text{ min}$$

$E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + E[S_1] = 12,097970$ min

$E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 154,416037$ min

→ (a) $E[sd(5)] = \frac{E[T_S]}{5} = \frac{109,222222}{5} = 21,844444$

$E[sd(10)] = \frac{E[T_S]}{10} = 10,922222$

(b) $E[sd(5)] = \frac{E[T_{S1}]}{5} = \frac{12,097970}{5} = 2,419594$ ← Molto meglio

$E[sd(10)] = \frac{E[T_{S2}]}{10} = 15,441604$

Tornando al punto (b): $E[T_Q] = p_1 E[T_{Q1}] + p_2 E[T_{Q2}] = 74,757004$ min

$E[T_S] = p_1 E[T_{S1}] + p_2 E[T_{S2}] = 83,257004$ min

Ora è fatto bene :) 30

thread 1 → readElem()
thread 2 → takeElem()
thread 3 → writeElem()
thread 4 → takeElem()
thread 5 → readElem()
thread 6 → writeElem()

PMCSN ESERCIZIO 3

CAPACITÀ • $C = 10^5$ op/sec

$\lambda = 2$ req/s

IN ALTRE PAROLE ABBIAMO:

→ $E[S] = E[Z]/C = 0,$

→ Il tempo di servizio

Here !

ESERCIZIO 3:

- CAPACITÀ SERVER $= C = 10^5$ op/sec
- $\lambda = 2$ job/s
- IL NUM. DI OP. È MODELLATO CON UNA V.A. ESPONENZIALE DI MEDIA 40 000 op/job
- DUE RICHIESTE QoS
  - $\to E[T_S] \leq 1{,}5\,s$ PER TUTTE LE RICHIESTE
  - $\to E[T_Q] \leq 0{,}5\,s$ PER $Z < 40\,000$ op
- $X = ?$ $\quad E[sd(0,1)] = ?$ $\quad E[sd(0,3)] = ?$

  $E[sd(0,1)]^{FIFO} = ?$ $\quad E[sd(0,3)]^{FIFO} = ?$

  $E[sd(0,1)]^{PS} = ?$ $\quad E[sd(0,3)]^{PS} = ?$

Il tempo di servizio dei job è modellato con una v.a. esponenz. di media $\frac{1}{\mu} = \frac{40000 \text{ op/job}}{10^5 \text{ op/sec}} = 0{,}4\,s$

$\Rightarrow \mu = 2{,}5$ job/s = tasso medio di servizio

$\Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0{,}8$

FIFO

$E[T_Q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}4}{1-0{,}8} = 1{,}6\,s$

$\Rightarrow E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 2{,}0\,s$

$E[sd(0,1)] = \frac{E[T_S]}{0{,}1} = 20 \qquad E[sd(0,3)] = \frac{E[T_S]}{0{,}3} \approx 6{,}6667$

PROCESSOR SHARING

$E[T_Q] = 0\,s$

$E[T_S] = \frac{E[S]}{1-\rho} = \frac{0{,}4\,s}{1-0{,}8} = 2{,}0\,s$

$E[sd(0,1)] = E[sd(0,3)] = \frac{1}{1-\rho} = \frac{1}{1-0{,}8} = 5$

Proviamo ora a introdurre due classi di priorità per un priority scheduling senza prelazione.

- $\to$ CLASSE 1: $Z < 40\,000$ op.
- $\to$ CLASSE 2: $Z \geq 40\,000$ op.

$p_1 = P(\text{appartenere alla classe } 1) = P(\#op < 40000) = P(S < \frac{1}{\mu}) = 1 - e^{-0{,}4\mu} = 1 - e^{-1} \approx 0{,}6321$

$p_2 = 1 - p_1 = 0{,}3679$

Proviamo inoltre a introdurre un dual core, dove ciascun core ha capacità $C/2$.

$$p(0) = \left[\sum_{i=0}^{1} \frac{(2\rho)^i}{i!} + \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)} \right]^{-1} = \left[1 + 2\rho + \frac{2\rho^2}{1-\rho} \right]^{-1} = \left[1+1,6+6,4 \right]^{-1} = \frac{1}{9} \approx 0,111$$

$$P_Q = \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)} p(0) = 6,4 \cdot 0,111 = 0,7111$$

$\lambda_1 = p_1 \lambda = 1,2642$ job/s $\qquad \lambda_2 = p_2 \lambda = 0,7358$ job/s

$$E[S_k] = \int_{x_{k-1}}^{x_k} t f^n(t) dt = \int_{x_{k-1}}^{x_k} t \frac{f(t)}{P(\text{appartenere alla classe K})} dt = \int_{x_{k-1}}^{x_k} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{p_k} dt$$

$$\rightarrow E[S_1] = \int_{x_0}^{x_1} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{p_1} dt = \int_0^{0,4} t \frac{2,5e^{-2,5t}}{0,6321} \approx 0,1672 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[S_2] = \int_{x_1}^{x_2} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{p_2} dt = \int_{0,4}^{+\infty} t \frac{2,5e^{-2,5t}}{0,3679} dt = 0,8 \text{ s}$$

$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = 0,21137 \qquad \rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = 0,58864$

$$\rightarrow E[T_{Q1}] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho_1} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{1-0,21137} \approx 0,40577 \text{ s} \quad \rightarrow \text{QoS 1 SODDISFATTO} \checkmark$$

$$\rightarrow E[T_{Q2}] = \frac{\rho E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0,40577}{1-0,8} \approx 2,02883 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_Q] = p_1 E[T_{Q1}] + p_2 E[T_{Q2}] = 1,0027 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + E[S_1] = 0,40577 \text{ s} + 0,1672 \text{ s} = 0,57297 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 2,02883 \text{ s} + 0,8 \text{ s} = 2,82883 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 1,0027 \text{ s} + 0,4 \text{ s} = 1,4027 \text{ s}$$

→ QoS 2 SODDISFATTO SE SI RIFERISCE ALLE PRESTAZIONI GLOBALI (ALTRIMENTI NON SAPREI COME FARE)

A questo punto sarebbe andato bene anche un servente singolo ma ormai va bene così

$X = \lambda = 2$ job/s

$$E[sd(0,1)] = \frac{E[T_{S1}]}{0,1} = \frac{0,57297}{0,1} = 5,7297$$

→ MIGLIORATO MOLTISSIMO RISPETTO A FIFO
PEGGIORATO LEGGERMENTE RISPETTO A PS

$$E[sd(0,3)] = \frac{E[T_{S1}]}{0,3} = \frac{0,57297}{0,3} = 1,9099$$

→ MIGLIORATO MOLTO RISPETTO A FIFO E PS

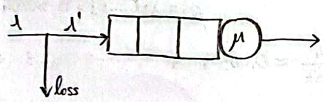
ESERCIZIO 4:

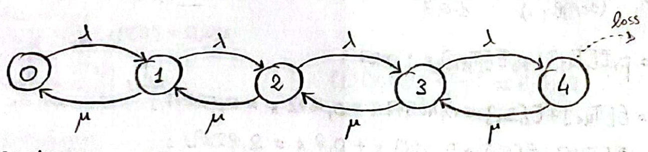
- $\lambda = \frac{1}{200\,ms} = \frac{1}{0,2\,s} = 5$ job/s
- DIM. BUFFER (INCLUSO JOB IN SERVIZIO) $= N = 4$
- $E[S] = 1/\mu = 200\,ms = 0,2\,s \Rightarrow \mu = 5$ job/s
- $X = ?$

VEDERE INIZIO DEL QUADERNINO (COM'È POSSIBILE VEDERE L'INIZIO DEL QUADERNINO PER IL CASO 3, CON L'UTILIZZO DEL QUAD-CORE).

- $\lambda = 5$ job/s (QUESTO È IL CASO 2)
- $N = 4$
- $E[S] = 0,15\,s \Rightarrow \mu = \frac{1}{0,15\,s} \approx 6,6667$ job/s

CODA M/G/1/4





Risolvendo le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 & \forall i = 1,2,3,4 \\ \sum_{i=0}^{4} \pi_i = 1 \end{cases}$$

otteniamo che:

$$\begin{cases} \pi_1 = 0,75\,\pi_0 \\ \pi_2 = 0,5625\,\pi_0 \\ \pi_3 = 0,421875\,\pi_0 \\ \pi_4 = 0,31640625\,\pi_0 \\ \pi_0(1+0,75+0,5625+0,421875+0,31640625) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi_1 \approx 0,245839 \\ \pi_2 \approx 0,184379 \\ \pi_3 \approx 0,138284 \\ \pi_4 \approx 0,103713 \\ \pi_0 \approx 0,327785 \end{cases}$$

$\rightarrow P_{loss} = \pi_4 = 0{,}103713$

$\rightarrow \lambda' = \lambda(1 - P_{loss}) = 5(1 - 0{,}103713) = 4{,}481435$ job/s

$\rightarrow X = \lambda' = 4{,}481435$ job/s

DOMANDE PER FALESSI 11/05/2022

1) All'inizio del corso abbiamo detto che una scala numerica NON è anche ordinale? In tal caso com'è possibile? Qual è la differenza tra le due scale?

PMCSN | Esercizi size-based priority:

→ NESSUNA PENALITÀ SE $T_Q \leq 0{,}4\,s$

→ GUADAGNO SE $T_Q < 0{,}4$

→ Non dovrebbe esserci prelazione

→ E non dovrebbe neanche essere size-based :')

$E[S] = 0{,}4\,s$ (ESPONENZIALE)

$\lambda = 1{,}5\ j/s$

$p_1 = p_2 = 0{,}5$

$$\rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1{,}5\ job/s}{2{,}5\ job/s} = 0{,}6 \quad \rightarrow \rho_1 = \frac{p_1 \lambda}{\mu} = p_1 \rho = 0{,}3 = \rho_2$$

$$E[T_{Q_1}] = \frac{\lambda/2\, E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_i\right)\cdot 1} = \frac{\frac{\lambda}{2}\cdot 2E^2[S]}{1-\rho_1} = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}16}{1-0{,}3} = 0{,}342857\ s$$

$$E[T_{Q2}] = \frac{\lambda/2\, E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{2} \rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_i\right)} = \frac{\lambda E^2[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{1{,}5\cdot 0{,}16}{0{,}4\cdot 0{,}7} = 0{,}857143\ s$$

INTRODUCIAMO ORA LA ~~PRELAZIONE~~ SIZE-BASED:

I JOB ~~APPARTENGONO~~ ALLA PRIMA CLASSE SE HANNO UNA DIMENSIONE MINORE DI $E[S]$.

~~APPARTENGONO~~ ALLA SECONDA CLASSE ALTRIMENTI.

$$\rightarrow p_1 = P(X \leq E[S]) = F(E[S]) = 1 - e^{-\mu E[S]} = 1 - \frac{1}{e} \simeq 0{,}6321$$

$$\Rightarrow p_2 = 1 - p_1 = 0{,}3679$$

$$E[S_1] = \int_0^{E[S]} t f^{*}(t)\,dt = \int_0^{0{,}4} t \cdot \frac{2{,}5 e^{-2{,}5t}}{0{,}6321}\,dt =$$

$$= \frac{1}{0{,}6321}\left\{\left[-te^{-2{,}5t}\right]_0^{0{,}4} + \int_0^{0{,}4} e^{-2{,}5t}\,dt\right\} =$$

$$= \frac{1}{0{,}6321}\left\{-0{,}4e^{-1} + \left[-\frac{1}{2{,}5}e^{-2{,}5t}\right]_0^{0{,}4}\right\} =$$

$$= \frac{1}{0{,}6321}\left[0{,}147152 - 0{,}4e^{-1} + 0{,}4\right] = \frac{0{,}105696}{0{,}6321} \simeq 0{,}167214\ s$$

$$E[S_2] = \int_{0{,}4}^{\infty} t f^{*}(t)\,dt = \int_{0{,}4}^{\infty} t\,\frac{2{,}5e^{-2{,}5t}}{0{,}3679}\,dt =$$

$$= \frac{1}{0{,}3679}\left\{\left[-te^{-2{,}5t}\right]_{0{,}4}^{\infty} + \left[-\frac{1}{2{,}5}e^{-2{,}5t}\right]_{0{,}4}^{\infty}\right\} =$$

$$= \frac{1}{0,3679}\left[0,147152 + 0,147152\right] = 0,8 \text{ s}$$

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = p_1 \lambda E[S_1] = 0,6321 \cdot 1,5 \cdot 0,167214 \simeq 0,158521$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = p_2 \lambda E[S_2] = 0,3679 \cdot 1,5 \cdot 0,8 = 0,44148$$

$$E[T_{q1}] = \frac{\frac{\lambda}{2} E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_1\right) \cdot 1} = \frac{\frac{\lambda}{2} E[S^2]}{1-\rho_1} = \frac{\lambda E^2[S]}{1-\rho_1} =$$

$$= \frac{1,5 \cdot 0,16}{0,841148} \approx 0,2852 \text{ s}$$

Prova del nove:

$$E[T_{q1}] = \frac{\frac{\lambda}{2} E[S^2]}{\left(1-\lambda \int_0^{0,4} t f(t)\,dt\right) \cdot 1} = \frac{\lambda E^2[S]}{1-1,5 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t}\,dt} =$$

$$= \frac{1,5 \cdot 0,16}{1-1,5 \cdot 0,105696} \approx 0,2852 \text{ s}$$

Ottimo

$$E[T_{q2}] = \frac{\frac{\lambda}{2} E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{2} \rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_1\right)} = \frac{\lambda E^2[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0,2852 \text{ s}}{0,4} = 0,713 \text{ s}$$

ORA AGGIUNGIAMO LA PRELAZIONE PER ENTRAMBI I CASI:

CASO 1: abstract ~~[illegible]~~ priority scheduling

$E[S] = 0,4$ s

$\lambda = 1,5$ job/s

$p_1 = p_2 = 0,5$ $\Rightarrow \rho = 0,6$; $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,75$; $\rho_1 = \rho_2 = 0,3$

$$E[T_{q1}] = \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{1} \lambda_i E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_i\right) \cdot 1} = \frac{\frac{1}{2}\lambda_1 E[S^2]}{1-\rho_1} = \frac{\lambda_1 E^2[S]}{1-\rho_1} = \frac{0,75 \cdot 0,16}{0,7} = 0,171429 \text{ s}$$

$$E[T_{Q_2}] = \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \lambda_i E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{2}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)} = \frac{\lambda E^2[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{1,5 \cdot 0,16}{0,4 \cdot 0,7} = 0,857143 \text{ s}$$

$$E[S_{virt-1}] = \frac{E[S]}{1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i} = E[S] = 0,4 \text{ s}$$

$$E[S_{virt-2}] = \frac{E[S]}{1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i} = \frac{E[S]}{1-\rho_1} = \frac{0,4}{0,7} \approx 0,571429 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_{virt-1}] = 0,171429 \text{ s} + 0,4 \text{ s} = 0,571429 \text{ s}$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_{virt-2}] = 0,857143 \text{ s} + 0,571429 \text{ s} = 1,428572 \text{ s}$$

<u>CASO 2</u>: size-based priority scheduling

$E[S] = 0,4 \text{ s}$

$\lambda = 1,5$ job/s

$p_1 = 0,6321$; $p_2 = 0,3679$

$\Rightarrow$ $\rho = 0,6$

$\lambda_1 = p_1\lambda = 0,94815$ job/s

$\lambda_2 = p_2\lambda = 0,55185$ job/s

$$E[S_1] = \int_0^{0,4} t f^{u}(t)\,dt = 0,167214 \text{ s}$$

$$E[S_2] = \int_{0,4}^{\infty} t f^{u}(t)\,dt = 0,8 \text{ s}$$

$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = 0,15852$

$\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = 0,44148$

$$E[T_{Q_1}] = \frac{\frac{\lambda}{2}\int_0^{0,4} t^2\,dF(t) + \frac{\lambda}{2}\cdot 0,4^2(1-F(0,4))}{(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i)} =$$

$$= \frac{0,75\int_0^{0,4} t^2\,dF(t) + 0,75\cdot 0,16(1-0,6321)}{1-0,15852} = \frac{0,75\int_0^{0,4} t^2\,dF(t) + 0,044148}{0,84148}$$

$\rightsquigarrow$ Risolviamo $\int_0^{0,4} t^2\,dF(t)$

$F(t) = y \Rightarrow 1-e^{-2,5t} = y \Rightarrow e^{-2,5t} = 1-y$

$\hookrightarrow -2,5t = \ln(1-y) \Rightarrow t = -0,4\ln(1-y)$

E poi teoricamente $dF(t) = dy$

$t=0 \Rightarrow y = 1-e^{0} = 0$

$t=0,4 \Rightarrow y = 1-e^{-1} = 0,6321$

$\Downarrow$

$$\int_0^{0,6321} 0,16\ln^2(1-y)\,dy$$

$$\int_0^{0,6321} 0,16 \cdot \ln^2(1-y)\, dy = \cancel{\left[0,16 y \ln^2(1-y)\right]_0^{0,6321} + \int_0^{0,6321} 0,16y \cdot 2\ln(1-y) \cdot \frac{1}{1-y}}$$

$z = 1-y \Rightarrow y = 1-z \Rightarrow dy = -dz$

$$= -\int_1^{0,3679} 0,16 \ln^2(z)\, dz = \int_{0,3679}^1 0,16 \ln^2(z)\, dz =$$

$$= \left[0,16 z \ln^2(z)\right]_{0,3679}^1 - \int_{0,3679}^1 0,16 \cancel{z} \cdot 2\ln(z) \cdot \frac{1}{\cancel{z}} dz =$$

$$= -0,058864 - \int_{0,3679}^1 0,32 \ln(z)\, dz = -0,058864 - \left\{\left[0,32 z \ln(z)\right]_{0,3679}^1 + \right.$$

$$\left. - \int_{0,3679}^1 0,32 z \cdot \frac{1}{z} dz = -0,058864 + \left\{+0,117721 + \left[0,32 z\right]_{0,3679}^1\right\}\right. =$$

$$= -0,058864 + 0,117721 + 0,32 - 0,117728 = 0,231353$$

$$\Rightarrow E[T_{Q1}] = \frac{0,75 \cdot 0,231353 + 0,044148}{0,844048} = 0,258667 \quad s$$

$$E[T_{Q2}] = \frac{\frac{\lambda}{2}\int_0^\infty t^2 dF(t) + 0}{\left(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i\right)\left(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i\right)} = \frac{0,75 \int_0^\infty t^2 dF(t)}{0,4 \cdot 0,84148} \approx 2,228217 \int_0^\infty t^2 dF(t)$$

$$\rightarrow \int_0^\infty t^2 dF(t) \underset{\uparrow}{=} \int_0^1 0,16 \ln^2(1-y)\, dy \underset{\underset{z=1-y}{\uparrow}}{=} \int_0^1 0,16 \ln^2(z)\, dz =$$

$F(t) = y \Rightarrow t = -0,4 \ln(1-y)$

$t = 0 \Rightarrow y = 0$

$t = \infty \Rightarrow y = 1$

Scansionato con CamScanner

$y \cdot 2\ln(1-y) \cdot \frac{1}{1-y}$

$=$

$\left[0{,}32\, z \ln(z)\right]_{0{,}3679}^{1} +$

$\left[0{,}32\, z\right]_{0{,}3679}^{1} \Big\} =$

$$= \left[0{,}16\, z \ln^2(z)\right]_0^1 - \int_0^1 0{,}32 \ln(z)\, dz = -\left\{ \left[0{,}32\, z \ln(z)\right]_0^1 - \int_0^1 0{,}32\, dz \right\} =$$

$$= \int_0^1 0{,}32\, dz = \left[0{,}32\, z\right]_0^1 = 0{,}32.$$

$$\Rightarrow E[T_{Q_2}] = 2{,}228217 \cdot 0{,}32 = 0{,}713029 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[S_{virt\_1}] = \frac{E[S_1]}{1 - \sum_{i=1}^{0} \rho_i} = E[S_1] = 0{,}167214 \text{ s}$$

$$E[S_{virt\_2}] = \frac{E[S_2]}{1 - \sum_{i=1}^{1} \rho_i} = \frac{E[S_2]}{1-\rho_1} = \frac{0{,}8}{0{,}841148} = 0{,}950706 \text{ s}$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_{virt\_1}] = 0{,}258667 \text{ s} + 0{,}167214 \text{ s} = 0{,}425881 \text{ s}$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_{virt\_2}] = 0{,}713029 \text{ s} + 0{,}950706 \text{ s} = 1{,}663735 \text{ s}$$

Pronuncia:

... 2145 CRV ... 2122 ✓

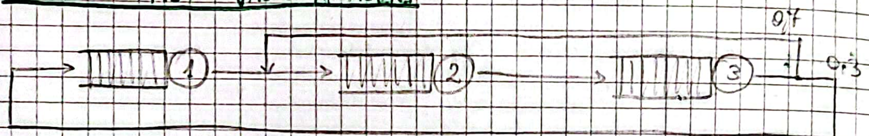
~~CEN... $E[T_{S_5}] = E[S_{5i}] = 30$ min~~ ✱

~~$\Rightarrow E[t_r] = V_1 E[T_{S_1}] + V_2 E[T_{S_2}] + V_3 E[T_{S_3}] + V_4 E[T_{S_4}] + V_5 E[T_{S_5}] =$~~

~~$= 81{,}076332$ ...~~

~~$\Rightarrow$ ... RISPOSTA DELL'INTERO CENTRO $= \dots \simeq 4864{,}57992$ s~~

ESERCIZIO MEAN VALUE ANALYSIS



$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0{,}3 & 0{,}7 & 0 \end{bmatrix}$$

$N = 3$

$\mu_1 = 1$ job/s

$\mu_2 = \mu_3 = 2$ job/s

$$\begin{cases} y_1 = 0{,}3\, y_3 \\ y_2 = y_1 + 0{,}7\, y_3 \\ y_3 = y_2 \end{cases} \xRightarrow{\text{Fisso } y_3 = 1} \begin{cases} y_1 = 0{,}3 \\ y_2 = 1 \\ y_3 = 1 \end{cases}$$

$E[n_1(0)] = E[n_2(0)] = E[n_3(0)] = 0$

$E[t_1(1)] = E[S_1]\,(1 + E[n_1(0)]) = E[S_1] = 1$ s

$E[t_2(1)] = E[S_2]\,(1 + E[n_2(0)]) = E[S_2] = 0{,}5$ s

$E[t_3(1)] = E[S_3]\,(1 + E[n_3(0)]) = E[S_3] = 0{,}5$ s

$$\lambda_1(1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{3} V_{j/1} E[t_j(1)]} = \frac{1}{y_1/y_1 \cdot 1 + y_2/y_1 \cdot 0{,}5 + y_3/y_1 \cdot 0{,}5} = \frac{1}{1 + 1{,}666667 + 1{,}666667} = 0{,}230769$$

$$\lambda_2(1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{3} V_{j/2} E[t_j(1)]} = \frac{1}{y_1/y_2 \cdot 1 + y_2/y_2 \cdot 0{,}5 + y_3/y_2 \cdot 0{,}5} = \frac{1}{0{,}3 + 0{,}5 + 0{,}5} = 0{,}769231$$

$$\lambda_3(1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{3} V_{j/3} E[t_j(1)]} = \frac{1}{y_1/y_3 \cdot 1 + y_2/y_3 \cdot 0{,}5 + y_3/y_3 \cdot 0{,}5} = \frac{1}{0{,}3 + 0{,}5 + 0{,}5} = 0{,}769231$$

$E[n_1(1)] = \lambda_1(1)\, E[t_1(1)] = 0{,}230769$

$E[n_2(1)] = \lambda_2(1)\, E[t_2(1)] = 0{,}384615$

$E[n_3(1)] = \lambda_3(1)\, E[t_3(1)] = 0{,}384615$

$E[t_1(2)] = E[S_1]\,(1 + E[n_1(1)]) = 1 + 0{,}230769 = 1{,}230769$ s

$E[t_2(2)] = E[S_2]\,(1 + E[n_2(1)]) = 0{,}5\,(1 + 0{,}384615) = 0{,}6923075$ s

$E[t_3(2)] = E[S_3]\,(1 + E[n_3(1)]) = 0{,}6923075$ s

$$\lambda_1(2) = \frac{2}{\sum_{j=1}^{3} V_{j/1} E[t_j(2)]} = \frac{2}{1{,}230769 + 3{,}333333 \cdot 0{,}6923075 + 3{,}333333 \cdot 0{,}6923075} = 0{,}342105$$

$$\lambda_2(2) = \frac{2}{\sum_{j=1}^{3} V_{j/2} E[t_j(2)]} = \frac{2}{0{,}369231 + 0{,}6923075 + 0{,}6923075} = 1{,}140351$$

$$\lambda_3(2) = \frac{2}{\sum_{j=1}^{3} v_{j13} E[t_j(2)]} = 1{,}140351$$

$E[n_1(2)] = \lambda_1(2)\, E[t_1(2)] = 0{,}421052$
$E[n_2(2)] = \lambda_2(2)\, E[t_2(2)] = 0{,}789474$
$E[n_3(2)] = \lambda_3(2)\, E[t_3(2)] = 0{,}789479$

$E[t_1(3)] = E[S_1](1+E[n_1(2)]) = 1{,}421052\ s$
$E[t_2(3)] = E[S_2](1+E[n_2(2)]) = 0{,}5(1+0{,}789474) = 0{,}894737\ s$
$E[t_3(3)] = E[S_3](1+E[n_3(2)]) = 0{,}894737\ s$

$$\lambda_1(3) = \frac{3}{\sum_{j=1}^{3} v_{j12} E[t_j(3)]} = \frac{3}{1{,}421052+3{,}333333\cdot 0{,}894737+3{,}333333\cdot 0{,}894737} = 0{,}406176$$

$$\lambda_2(3) = \frac{3}{\sum_{j=1}^{3} v_{j12} E[t_j(3)]} = \frac{3}{0{,}426316+0{,}894737+0{,}894737} = 1{,}353919$$

$$\lambda_3(3) = \frac{3}{\sum_{j=1}^{3} v_{j12} E[t_j(3)]} = 1{,}353919$$

$E[n_1(3)] = \lambda_1(3)\, E[t_1(3)] = 0{,}577197$
$E[n_2(3)] = \lambda_2(3)\, E[t_2(3)] = 1{,}211401$
$E[n_3(3)] = \lambda_3(3)\, E[t_3(3)] = 1{,}211401$

Era facile :)

~~$\pi_1 = 0{,}787500\,\pi_0$, $\pi_2 = 0{,}31\,\pi_0$, $\pi_3 = 0{,}081396\,\pi_0$, $\pi_0(1+0{,}7875+\dots 6) = 1 \Rightarrow \pi_0 = 0{,}458948$~~

~~$\pi_0 = 0{,}458948$, $\pi_1 = 0{,}361422$, $\pi_2 = 0{,}1422\dots$ … 037357 ⇒ # perdite su 1024 job = $= 1024\,P(loss) = 38{,}253090$~~

~~$\frac{\dots(1-P(loss))}{3\mu_5} = \frac{0{,}02625(1-0{,}037357)}{3\cdot 0{,}033333} \simeq 0{,}252694$~~

$E[N_{s_5}] = \rho_5 \cdot 3 \simeq 0{,}758081$

QUALCOSA SULL'ANALISI OPERAZIONALE:

$V_D = 5 \quad X_D = 10 \Rightarrow X_D = V_D X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{X_D}{V_D} = 2$ job/s

$A_i = 7$ job $\quad B_i = 16\,s \quad C_i = 10$ job $\quad n_i(0) = 3$ job $\quad T = 20\,s$
$W_i = 40$ job s $\quad$ ↳ POPOLAZ. INIZIALE

$U_i = B_i/T = 0{,}8 \quad S_i = B_i/C_i = 1{,}6\ s \quad X_i = C_i/T = 0{,}5$ job/s

$\lambda_i = A_i/T = 0{,}35$ job/s $\quad \bar{n}_i = W_i/T = 2 \quad R_i = W_i/C_i = 4\ s$

$V_D = 20$ $\quad U_D = 0{,}5$ $\quad S_D = 25\ ms$ $\quad M = 25$ $\quad Z = 18\ s$

$M = (R+Z)X_0$

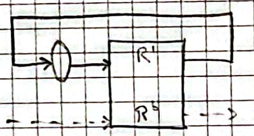
$\rightarrow U_D = X_D S_D \Rightarrow X_D = U_D / S_D = \frac{0{,}5}{0{,}025} = 20\ job/s$

$\rightarrow X_D = V_D X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{X_D}{V_D} = 1\ job/s$

$\Rightarrow R+Z = \frac{M}{X_0} \Rightarrow R = \frac{M}{X_0} - Z = 7\ s$

$M = 40$ $\quad Z = 15\ s$ $\quad R' = 5\ s$ $\quad S_D = 0{,}04\ s$ $\quad V_D' = 10$ $\quad V_D^b = 5$ $\quad U_D = 0{,}9$

- $X_0^b = ?$
- Se X_0^b triplica, qual è il tempo di risposta minimo per il sistema interattivo?



$X_D^b = V_D^b X_0^b$; $\quad X_D = X_D^b + X_D' \Rightarrow X_D^b = X_D - X_D'$

$U_D = X_D S_D$; $\quad X_D' = V_D' X_0'$; $\quad M = (R'+Z) X_0'$

$X_0' = \frac{M}{R'+Z} = \frac{40}{5+15} = 2\ job/s$

$X_D' = V_D' X_0' = 10 \cdot 2 = 20\ job/s$

$X_D = \frac{U_D}{S_D} = \frac{0{,}9}{0{,}04} = 22{,}5\ job/s$

$X_D^b = X_D - X_D' = 2{,}5\ job/s$

$X_0^b = X_D^b / V_D^b = 2{,}5 / 5 = 0{,}5\ job/s$

Supponiamo ora che $X_0^b = 1{,}5\ job/s$

$M = (R'+Z) X_0' \Rightarrow R'+Z = M/X_0' \Rightarrow R' = M/X_0' - Z$ $\rightsquigarrow$ R' è minimizzato se X_0' è massimizzato

$\rightarrow X_0' = \frac{X_D'}{V_D'}$ $\rightsquigarrow$ X_0' è massimizzato se X_D' è massimizzato

$\rightarrow X_D^b = X_0^b V_D^b = 1{,}5\ job/s \cdot 5 = 7{,}5\ job/s$

$\rightarrow X_D = X_D^b + X_D'$ $\rightsquigarrow$ X_D' è massimizzato se X_D è massimizzato ~~...~~

$\Rightarrow X_D$ è massimizzato se $X_D = \mu_D = \frac{1}{S_D} = 25\ job/s$

$\Rightarrow X_D' = X_D - X_D^b = 25 - X_D^b = 25 - X_0^b V_D^b = 25 - 1{,}5 \cdot 5 = 17{,}5\ job/s$

$\Rightarrow X_0' = X_D' / V_D' = 17{,}5 / 10 = 1{,}75\ job/s$

$\Rightarrow R' = M/X_0' - Z = 40/1{,}75 - 15 = 7{,}857143\ s$

Esempio di analisi del bottleneck:

$Z = 20\,s$ $\quad S_1 = 0{,}05\,s$ $\quad S_2 = 0{,}08\,s$ $\quad S_3 = 0{,}04\,s$

FISSO ARBITRARIAMENTE $V_0 = 1$

$$\begin{cases} V_0 = 0{,}05\,V_1 \\ V_1 = V_0 + V_2 + V_3 \\ V_2 = 0{,}55\,V_1 \\ V_3 = 0{,}4\,V_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_1 = 20 \\ V_2 = 11 \\ V_3 = 8 \end{cases}$$

$D_1 = V_1 S_1 = 1\,s$ ← bottleneck

$D_2 = V_2 S_2 = 0{,}88\,s$

$D_3 = V_3 S_3 = 0{,}32\,s$

$\Rightarrow D = D_1 + D_2 + D_3 = 2{,}2\,s$

\# terminali nel centro di thinking $= M_T = X_0 Z = Z/D_1 = 20$

$X_0 = 0{,}715$ job/s $\quad R_0 = 5{,}2\,s \quad \rightsquigarrow M = (R_0 + Z)X_0 \approx 18$ terminali collegati

$M = 30 \overset{?}{\Rightarrow} R_0 = 8\,s \quad \rightsquigarrow M = (R_0 + Z)X_0 \Rightarrow R_0 = \frac{M}{X_0} - Z$ → Per minimizzarlo, devo massimizzare X_0, in particolare ponendolo uguale a $1/D_{max} = 1/D_1 = 1$

~~$\Rightarrow R_0 = MD_1 - Z = 30 - 20 = 10\,s > 8\,s$ → HI DISP :C~~

→ Vediamo quanto deve valere D_1 affinché $R_0 = 8\,s$:

$D_1 = \frac{R_0 + Z}{M} = \frac{8+20}{30} = 0{,}933333\,s \Rightarrow S_1 = \frac{D_1}{V_1} = 0{,}046667\,s$

$\Rightarrow$ SPEEDUP $= \frac{0{,}05}{0{,}046667} \approx 1{,}071429$

Esercizio 1:

$T = 300\,s$ $\quad U_{CPU} = 0{,}3$ $\quad D_{DISK} = 0{,}4$ $\quad V_{DISK} = 10$ $\quad U_{DISK} = 0{,}4$

$R = 15\,s$ $\quad M = 50$ $\quad Z = ?$

$M = (Z+R)X_0 \Rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{50}{1} - 15 = 35\,s$

$X_{DISK} = X_0 V_{DISK} \Rightarrow X_0 = \frac{X_{DISK}}{V_{DISK}} = 1$ job/s

$U_{DISK} = X_{DISK} S_{DISK} \Rightarrow X_{DISK} = \frac{U_{DISK}}{S_{DISK}} = 10$ job/s

$D_{DISK} = V_{DISK} S_{DISK} \Rightarrow S_{DISK} = \frac{D_{DISK}}{V_{DISK}} = 0{,}04\,s$

Esercizio 2:

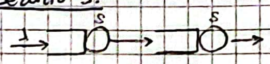
$R_1 = 10\,s$ $\quad R_2 = 1\,s$ $\quad X_1 = 4$ job/s $\quad X_2 = 8$ job/s $\quad X_0 = 4$ job/s $\quad R = ?$

$X_1 = X_0 V_1 \Rightarrow V_1 = X_1/X_0 = 1$

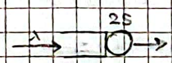
$X_2 = X_0 V_2 \Rightarrow V_2 = X_2/X_0 = 2$

$R = V_1 R_1 + V_2 R_2 = 10 + 2 = 12\,s$

Esercizio 3:



SISTEMA A



SISTEMA B

$\lambda = 0{,}4$ job/s $\quad S = 0{,}5\,s \quad R_A/R_B = ?$

$R_A/R_B = 0{,}75$

$\rho_A = \lambda S = 0{,}2 \quad \rho_B = \lambda \cdot 2S = 0{,}4$

$R_A = 2\left(\frac{\rho S}{1-\rho_A}\right) + 2S = 0{,}25\,s + 1\,s = 1{,}25\,s$; $R_B = \frac{\rho_B \cdot 2S}{1-\rho_B} + 2S \approx 0{,}666667\,s + 1\,s \Rightarrow R_B = 1{,}666667\,s$

Esercizio 4:

$D_1 = 1s$ $D_2 = 1s$ $D_3 = 2s$ $Z = 6s$ Throughput max = ?

$\rightarrow D_{max} = D_3 = 2s$

$\rightarrow$ Devo trovare l'intersezione tra $\frac{1}{D_{max}}$ e $\frac{N^*}{D+Z}$ $\Rightarrow \frac{N^*}{D+Z} = \frac{1}{D_{max}} \Rightarrow N^* = \frac{D+Z}{D_{max}} =$

$= \frac{1+1+2+6}{2} = 5$

⇝ Fino a 5 job il throughput massimo è $X_0 = \frac{N}{D+Z} = \frac{N}{10}$ job/s

⇝ Dopo i 5 job il throughput massimo è $X_0 = 1/D_{max} = 0,5$ job/s

Esercizio 5:

$D_1 = 1s$ $D_2 = 2s$ $D_3 = 2s$ $N = 2s$ $X_0 = ?$

$\rightarrow \frac{N}{ND+Z} = \frac{N}{ND} = \frac{1}{D} = \frac{1}{1+2+2} = \frac{1}{5}$

$\rightarrow \frac{N}{D+Z} = \frac{N}{D} = \frac{2}{5}$ $\rightarrow \frac{1}{D_{max}} = \frac{1}{2}$

⇝ Sicuramente il throughput è compreso tra $1/5$ e $2/5$.

PMCSN AGAIN $\quad D_1 = 1s \quad D_2 = 2s \quad D_3 = 2s \quad N = 2 \quad X_0 = ?$

Riprendiamo la MVA:

$E[t_i(N)] = E[S_i](1 + E[n_i(N-1)])$

$\Rightarrow v_i E[t_i(N)] = v_i E[S_i](1 + E[n_i(N-1)])$

$\Rightarrow R_i(N) = D_i(1 + \underbrace{Q_i(N-1)}_{})$ → modo abbreviato per indicare $E[n_i(N-1)]$

$Q_1(0) = Q_2(0) = Q_3(0) = 0$ (ovv)

$R_1(1) = D_1(1 + Q_1(0)) = D_1 = 1\ s$

$R_2(1) = D_2(1 + Q_2(0)) = D_2 = 2\ s$

$R_3(1) = D_3(1 + Q_3(0)) = D_3 = 2\ s$

$X_0(1) = \frac{1}{R_1(1) + R_2(1) + R_3(1)} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

$Q_1(1) = X_0(1) R_1(1) = 0{,}2$

$Q_2(1) = X_0(1) R_2(1) = 0{,}4$

$Q_3(1) = X_0(1) R_3(1) = 0{,}4$

$R_1(2) = D_1(1 + Q_1(1)) = 1(1 + 0{,}2) = 1{,}2\ s$

$R_2(2) = D_2(1 + Q_2(1)) = 2(1 + 0{,}4) = 2{,}8\ s$

$R_3(2) = D_3(1 + Q_3(1)) = 2(1 + 0{,}4) = 2{,}8\ s$

$X_0(2) = \frac{2}{R_1(2) + R_2(2) + R_3(2)} = 0{,}147059 \cdot 2 = 0{,}294118$ transaz./sec

---

Esercizio 1 del 27/05/2022:

$\mu_1 = 3$ pkt/s $\quad \mu_2 = 5$ pkt/s $\quad \gamma_2 = 1$ pkt/s $\quad \gamma_1$ max prima della saturaz?

$\begin{cases} \lambda_1 = \gamma_1 + \frac{1}{3}\lambda_2 \\ \lambda_2 = \gamma_2 + \frac{1}{3}\lambda_1 + \frac{1}{3}\lambda_2 \end{cases}$ → Ho la saturazione per $\rho_1 = 1 \vee \rho_2 = 1$ → $\Rightarrow \lambda_1 = \mu_1 \vee \lambda_2 = \mu_2$

1° CASO – $\lambda_1 = \mu_1$ $\quad \begin{cases} 3 = \gamma_1 + \frac{1}{3}\lambda_2 \\ \lambda_2 = 1 + \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{1}{3}\lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = \gamma_1 + 1 \Rightarrow \gamma_1 = 2 \\ \frac{2}{3}\lambda_2 = 2 \Rightarrow \lambda_2 = 3 \end{cases}$

2° CASO – $\lambda_2 = \mu_2$ $\quad \begin{cases} \lambda_1 = \gamma_1 + \frac{5}{3} \\ 5 = 1 + \frac{1}{3}\lambda_1 + \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7 = \gamma_1 + \frac{5}{3} \Rightarrow \gamma_1 = \frac{16}{3} = 5{,}333333 \\ \frac{1}{3}\lambda_1 = \frac{7}{3} \Rightarrow \lambda_1 = 7 \end{cases}$

→ Ho la saturazione per $\gamma_1 = \min\{2,\ 5{,}333333\} = 2$ pkt/s

SE $\gamma_1 = 1{,}8$ PKT/s, QUAL È IL TEMPO DI RISPOSTA PER UN PACCHETTO CHE ENTRA NEL SISTEMA DAL PUNTO A?

$\begin{cases} \lambda_1 = \gamma_1 + \frac{1}{3}\lambda_2 \\ \lambda_2 = \gamma_2 + \frac{1}{3}\lambda_1 + \frac{1}{3}\lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1{,}8 + \frac{1}{3}\lambda_2 \\ \frac{2}{3}\lambda_2 = 1 + \frac{1}{3}\lambda_1 = 1 + \frac{1}{3}(1{,}8 + \frac{1}{3}\lambda_2) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1{,}8 + \frac{1}{3}\lambda_2 = 1{,}8 + 0{,}96 = 2{,}76 \text{ pkt/s} \\ \frac{2}{3}\lambda_2 = 1{,}6 + \frac{1}{9}\lambda_2 \Rightarrow \frac{5}{9}\lambda_2 = 1{,}6 \Rightarrow \lambda_2 = 2{,}88 \text{ pkt/s} \end{cases}$

$V_{1/A} = \frac{\lambda_1}{\gamma_A} = 1{,}533333 \qquad V_{2/A} = \frac{\lambda_2}{\gamma_A} = 1{,}6$

$E[t_1] = \frac{\rho_1 E[S_1]}{1-\rho_1} + E[S_1] = \frac{0{,}92 \cdot \frac{1}{3}}{1 - 0{,}92} + \frac{1}{3} \quad \frac{0{,}306667}{0{,}08} + \frac{1}{3} \approx 4{,}166667\ s$

$E[t_2] = \frac{\rho_2 E[S_2]}{1-\rho_2} + E[S_2] = \frac{0{,}576 \cdot \frac{1}{5}}{1 - 0{,}576} + \frac{1}{5} = \frac{0{,}1152}{0{,}424} + 0{,}2 \approx 0{,}471698\ s$

$E[t_A] = v_{1/A}\, E[t_1] + v_{2/A}\, E[t_2] = 7,143606\ s$

Ora gli esercizi "per casa":

$S_{CPU} = 4$ sec/trans $\quad M = ?$
$U_{CPU} = 0,5$
$R = 15\ s$
$Z = 25\ s$

$U_{CPU} = X_0 S_{CPU} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{CPU}}{S_{CPU}} = 0,125$ trans/sec
$M = (R+Z)X_0 = (15+25)\,0,125 = 5$

$T = 60\ s \quad M = 80 \quad R = 5\ s \quad C = 60 \quad U_{CPU} = 0,8$
$U_{DISK1} = 0,5 \quad U_{DISK2} = 0,5 \quad$ #thinking = ?

$M = (R+Z)X_0$
$X_0 = \frac{C}{T} = 1$ trans/s
$\rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{80}{1} - 5 = 75\ s$

$\#thinking = X_0 Z = 75$

$U_{CPU} = 0,5 \quad R = 15\ s \quad Z = 5\ s \quad M = 100 \quad S_{CPU} = ?$
$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{M}{R+Z} = \frac{100}{20} = 5$ trans/s
$U_{CPU} = X_0 S_{CPU} \Rightarrow S_{CPU} = \frac{U_{CPU}}{X_0} = 0,1\ s$

$T = 3600\ s \quad C = 900 \quad M = 60 \quad \#thinking = 57,5 \quad R = ?$
$X_0 = \frac{C}{T} = 0,25$ transaz./s
$\#no\ thinking = 2,5 = X_0 R \Rightarrow R = \frac{2,5}{0,25} = 10\ s$

Modificare ~~il costo del tavolo (5€ → 9€)~~
~~e il costo dell'area giochi (10 € → 9 €)~~
e il costo delle casse automatiche (0,10€ → 1€)
e il numero di metri quadrati ∀ servente nell'area giochi (2 mq → 3 mq)

~~PRENOTAZIONE VOLI~~

~~→ Frontend~~
~~→ Selezione del volo (può avere un database coi voli disponibili e le relative informazioni)~~
~~→ Archivio di posti disponibili per ogni volo~~

Faccio prima sul PC :)

PMCSN – Foglio degli esercizi d'esame dato dalla prof:

$C = 10^5$ op/sec $\qquad \lambda = 2$ req/sec

$E[Z] = 4000$ op → Distribuzione esponenziale $\rightsquigarrow E[S] = \frac{E[Z]}{C} = 0{,}4\ s \Rightarrow \mu = 2{,}5$ req/s
→ $p_1 = 0{,}632121$; $p_2 = 0{,}367879$

QoS: $E[T_S] \le 1{,}5\ s \qquad E[T_{q_1}] \le 0{,}5\ s$

→ Size-based priority scheduling con prelazione
→ CLASSE 1: SOTTO GLI 0,4 s
→ CLASSE 2: SOPRA GLI 0,4 s

$$\rho_1 = \lambda \int_0^{0,4} t f(t)\,dt = 2\int_0^{0,4} t \cdot 2{,}5 e^{-2,5t}\,dt = 2\left\{\left[-t e^{-2,5t}\right]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5t}\,dt\right\} =$$

$$= 2\left\{\left[-t e^{-2,5t}\right]_0^{0,4} + \left[-0{,}4 e^{-2,5t}\right]_0^{0,4}\right\} = 2\left\{-0{,}4e^{-1} - 0{,}4e^{-1} + 0{,}4\right\} =$$

$$= 2(-0{,}294304 + 0{,}4) = 0{,}211392$$

$$\rho_2 = \lambda \int_{0,4}^{\infty} t f(t)\,dt = 2\left\{\left[-t e^{-2,5t}\right]_{0,4}^{\infty} + \left[-0{,}4 e^{-2,5t}\right]_{0,4}^{\infty}\right\} = 2\left(+0{,}4e^{-1} + 0{,}4e^{-1}\right) =$$

$$= 2 \cdot 0{,}294304 = 0{,}588608$$

$$E[T_{q_1}] = \frac{\frac{\lambda}{2}\int_0^{0,4} t^2 f(t)\,dt + \frac{\lambda}{2}\cdot 0{,}4^2 (1 - 0{,}632121)}{(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i)} = \frac{\int_0^{0,4} t^2 f(t)\,dt + 0{,}16 \cdot 0{,}367879}{1 - 0{,}211392} =$$

$$= \frac{\int_0^{0,4} t^2 \cdot 2{,}5 e^{-2,5t}\,dt + 0{,}058861}{0{,}788608}$$

Risolvo $\int_0^{0,4} t^2 \cdot 2{,}5 e^{-2,5t}\,dt = \left[-t^2 e^{-2,5t}\right]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} 2t e^{-2,5t}\,dt = \left[-t^2 e^{-2,5t}\right]_0^{0,4} + 0{,}8\int_0^{0,4} 2{,}5t e^{-2,5t}\,dt$

$$= \left[-0{,}16e^{-1}\right] + 0{,}8 \cdot 0{,}105696 = 0{,}025696$$

$$\rightarrow E[T_{q_1}] = \frac{0{,}025696 + 0{,}058861}{0{,}788608} = 0{,}107223\ s$$ ← Perfetto

$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{\lambda}{2}\int_{0,4}^{\infty} t^2 f(t)\,dt - \frac{\lambda}{2}\,0}{(1-\sum_{i=1}^{2}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)} = \frac{\int_{0,4}^{\infty} t^2 \cdot 2{,}5 e^{-2,5t}\,dt}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{\int_{0,4}^{\infty} t^2 \cdot 2{,}5 e^{-2,5t}\,dt}{(1-0{,}8)(1-0{,}211392)} =$$

$$= \frac{1}{0{,}1577216} \int_{0{,}4}^{\infty} t^2 \cdot 2{,}5 e^{-2{,}5t}\, dt = 6{,}340286 \left\{ \left[-t^2 e^{-2{,}5t} \right]_{0{,}4}^{\infty} + 0{,}8 \int_{0{,}4}^{\infty} 2{,}5 t e^{-2{,}5t}\, dt \right\} =$$

$$= 6{,}340286 \left\{ +0{,}16 e^{-1} + 0{,}8 \cdot 0{,}294304 \right\} = 1{,}865971 \text{ s}$$

$$E[S_{virt\_1}] = \frac{E[S_1]}{1 - \sum_{i=1}^{0} \rho_i} = E[S_1] = \frac{\rho_1}{\lambda_1} = \frac{0{,}211392}{2 \cdot 0{,}632121} \approx 0{,}167208 \text{ s}$$

$$E[S_{virt\_2}] = \frac{E[S_2]}{1 - \sum_{i=1}^{1} \rho_i} = \frac{E[S_2]}{1 - \rho_1} = \frac{\rho_2}{\lambda_2 (1 - \rho_1)} = \frac{0{,}383608}{2 \cdot 0{,}367879 \cdot 0{,}788608} \approx 1{,}014448 \text{ s}$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_{virt\_1}] = 0{,}274431 \text{ s}$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_{virt\_2}] = 2{,}880419 \text{ s}$$

$$E[T_Q] = p_1 E[T_{Q_1}] + p_2 E[T_{Q_2}] = 0{,}754229 \text{ s}$$

$$E[T_S] = p_1 E[T_{S_1}] + p_2 E[T_{S_2}] = 1{,}233119 \text{ s}$$ ← Perfetto anche questo

→ Throughput $= X = \lambda = 2$ req/sec

→ $\xcancel{E[sd(0{,}1)] = \frac{E[T_S(0{,}1)]}{0{,}1} = \frac{0{,}274431}{0{,}1} = 2{,}74431}$

$\xcancel{E[sd(0{,}3)] = \frac{E[T_S(0{,}3)]}{0{,}3} = \frac{0{,}274431}{0{,}3} = 0{,}91477}$

↳ Secondo me è più corretto in quest'altro modo:

$$E[sd(0{,}1)] = \frac{E[T_{Q_1}] + 0{,}1}{0{,}1} = 2{,}07223$$

$$E[sd(0{,}3)] = \frac{E[T_{Q_2}] + 0{,}3}{0{,}3} = 1{,}35741$$

→ $\boxed{\text{FIFO}}$ $E[T_Q] = \dfrac{\frac{\lambda}{2} E[S^2]}{1-\rho} = \dfrac{\rho E[S]}{1-\rho}$ dove $\rho = \lambda E[S] = 0{,}8$

$$\Rightarrow E[T_Q] = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}4}{0{,}2} = 1{,}6 \text{ s}$$

$$E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 2 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[sd(0{,}1)] = \frac{E[T_Q] + 0{,}1}{0{,}1} = 17$$

$$E[sd(0{,}3)] = \frac{E[T_Q] + 0{,}3}{0{,}3} = 6{,}333333$$

→ $\boxed{\text{PS}}$ $E[sd(0{,}1)] = E[sd(0{,}3)] = \dfrac{1}{1-\rho} = \dfrac{1}{0{,}2} = 5$

PMCSN – 23/01/2019

$\lambda = 1{,}5$ job/s $4 \cdot 10^4$ op/job ← Domanda media di un servizio esponenziale

$C = 10^5$ op/s $\Rightarrow E[S] = 0{,}4\,s$; $\mu = 2{,}5$ job/s

Assumo che i job "grandi" siano quelli più grandi della media ($>0{,}4\,s$) ⊛

Devo calcolare, per i tre casi:
- → TEMPO MEDIO DI RISPOSTA GLOBALE
- → TEMPO MEDIO DI RISPOSTA PER I JOB GRANDI
- → SLOWDOWN MEDIO PER $x = 0{,}8\,s$

a) $$E[T_Q] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{1-\rho} = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} \quad \text{dove } \rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0{,}6$$

$$\Rightarrow E[T_Q] = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{0{,}4} = 0{,}6\,s$$

$$E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 1\,s$$

$$E[sd(0{,}8)] = \frac{E[T_Q] + 0{,}8}{0{,}8} = 1{,}75$$

b) $$E[T_{Q1}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i\right)}$$

⊛ $p_1 = 0{,}632121$
$p_2 = 0{,}367879$

$$\rightarrow \rho_1 = \lambda \int_0^{0{,}4} t f(t)\,dt = 1{,}5 \int_0^{0{,}4} t \cdot 2{,}5\, e^{-2{,}5t}\,dt = 1{,}5(-0{,}294304 + 0{,}4) = 0{,}158544$$

$$\rightarrow \rho_2 = \lambda \int_{0{,}4}^{\infty} t f(t)\,dt = 1{,}5 \cdot 0{,}294304 = 0{,}441456$$

$$\rightarrow \frac{\lambda}{2}E[S^2] = \rho E[S] = (\rho_1 + \rho_2)E[S] = 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}24$$

$$\Rightarrow E[T_{Q1}] = \frac{0{,}24}{1 - 0{,}158544} \simeq 0{,}285220\,s$$

$$E[T_{Q2}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{2}\rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i\right)} = \frac{\rho E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0{,}285220}{1-0{,}6} \simeq 0{,}713050\,s$$

$$E[S_1] = \frac{\rho_1}{\lambda_1} = \frac{0{,}158544}{1{,}5 \cdot 0{,}632121} \simeq 0{,}167208\,s$$

$$E[S_2] = \frac{\rho_2}{\lambda_2} = \frac{0{,}441456}{1{,}5 \cdot 0{,}367879} = 0{,}8\,s$$

$E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + E[S_1] = 0{,}452428\,s$

$E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 1{,}513050\,s$ ←

$E[T_S] = p_1 E[T_{S1}] + p_2 E[T_{S2}] = 0{,}842609\,s$ ←

$E[sd(0,8)] = \frac{E[T_Q(0,8)] + 0,8}{0,8} = \frac{0,713090 + 0,8}{0,8} = 1,8913125$

c) ~~Qui ρ_1 e ρ_2 sono invertiti:~~ $\rho_1 = 0,441456$; $\rho_2 = 0,158544$
Anche p_1 e p_2 sono invertiti: $p_1 = 0,367879$; $p_2 = 0,632121$

$E[T_{Q_1}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i)} = \frac{0,24}{1-\rho_1} \simeq 0,429689\ s$

$E[T_{Q_2}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{2}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)} = 0,713050\ s \rightarrow 1,0742225\ s$

$E[S_2] = 0,167208\ s$

~~$E[T_{S_1}]$~~ Chiaramente anche $E[S_1]$, $E[S_2]$ sono invertiti: $E[S_1] = 0,8\ s$

$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_1] = 1,229689\ s$ ←
$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_2] = 0,880258\ s$
$E[T_S] = p_1 E[T_{S_1}] + p_2 E[T_{S_2}] = 1,008806\ s$ ←

$E[sd(0,8)] = \frac{E[T_Q(0,8)] + 0,8}{0,8} = \frac{0,429689 + 0,8}{0,8} = 1,537111$

→ La politica di scheduling che produce il minimo slowdown condizionato per i job grandi è (c).

→ La politica di scheduling che produce il minimo tempo medio di risposta globale è (b).

→ La politica di scheduling che produce il minimo tempo di risposta per job grandi è (c) (perché comunque, a parità di dimensione, sono soggetti a un tempo medio di attesa minore rispetto al caso FIFO).

COEFFICIENTI DI UTILIZZAZIONE:

a) $\rho = \lambda E[S]$ b) $\rho = \frac{\lambda \cdot 2E[S]}{2} = \lambda E[S]$ c) $\rho = \frac{1}{2} \cdot 2E[S] = \lambda E[S]$

~~→ Il sistema c presenta un tempo di risposta maggiore~~

TEMPO DI RISPOSTA

a) $E[T_Q] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{1-\rho} \overset{\text{se il servizio è esponenziale}}{=} \frac{\rho E[S]}{1-\rho}$

$E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = E[S]\left(1 + \frac{\rho}{1-\rho}\right)$

b) $p(0) = \left(\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m\rho)^i}{i!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}\right)^{-1} = \left(\sum_{i=0}^{1} \frac{(2\rho)^i}{i!} + \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)}\right)^{-1} =$

$$= \left(1 + 2\rho + \frac{2\rho^2}{1-\rho}\right)^{-1}$$ → Se rimane in forma parametrica poi non ci dà delle chiare indicazioni sulle prestaz.

c) $E[T_a] = \frac{\rho \cdot 2E[S]}{1-\rho}$ (se il servizio è esponenziale)

$E[T_s] = E[T_a] + 2E[S] = 2E[S]\left(1 + \frac{\rho}{1-\rho}\right)$ = IL DOPPIO RISPETTO AL CASO (a)

Il sistema (C) ha un tempo di risposta maggiore anche rispetto al caso (b): a parità di serventi, un sistema con un'unica coda ottimizza il bilanciamento del carico tra i vari serventi, ottimizzando le prestazioni, cosa che invece non accade con un sistema con + code. Di conseguenza, il sistema c è quello con maggior tempo di risposta.
Il sistema (b), rispetto al sistema (a), presenta un minor tempo di attesa per via di un maggior numero di serventi, ma anche un maggior tempo di servizio per via di una velocità minore del singolo servente.
In particolare, quando l'utilizzazione è alta, il guadagno sul tempo di attesa nel sistema (b) è considerevole rispetto alla penalità sul tempo di servizio. Al contrario, quando l'utilizzazione è bassa, è il sistema (a) a sperimentare il tempo di risposta più basso, poiché i job sperimentano un tempo medio di attesa molto basso in tutti i casi, ma un tempo di servizio pari alla metà rispetto agli altri due sistemi.
Per quanto riguarda il sistema (C), infine, il peggioramento delle prestazioni potrebbe diventare + evidente con un'utilizzazione alta perché, in tal caso, la probabilità di avere uno sbilanciamento di carico tra le due code è più alta.

$R_1 = 10\ s$ $X_1 = 4$ trans/s $R = ?$
$R_2 = 2\ s$ $X_2 = 6$ trans/s
$X_0 = 4$ trans/s

Legge del flusso forzato: $X_1 = V_1 X_0 \Rightarrow V_1 = X_1 / X_0 = 1$

$X_2 = V_2 X_0 \Rightarrow V_2 = X_2 / X_0 = 1{,}5$

$R = V_1 R_1 + V_2 R_2 = 10 + 1{,}5 \cdot 2 = 13\ s$

PMCSN 13/02/2019

$D_1 = 43\ s$ $\qquad M = 100$

$D_2 = 61\ s$ $\qquad R_{min} = ?$

$M = (R+Z) X_0 \xRightarrow[Z=0]{\text{Assumo}} M = R X_0 \Rightarrow R = M/X_0 \Rightarrow$ R è minimizzato se X_0 è massimizzato.

X_0 è massimizzato se $X_0 = 1/D_{max} \Rightarrow X_0 = 1/D_2 = \frac{1}{61}$ transaz./s

$\Rightarrow R = M/X_0 = 100 \cdot 61 = 6100\ s$

$S = 0{,}2\ s \quad (\equiv E[S])$ $\qquad \lambda_1 = 4\ j/s$, $\lambda_2 = 3\ j/s$

(A) $E[T_{Q_1}] = \frac{\rho_1 S}{1-\rho_1}$ dove $\rho_1 = \frac{1}{2}\lambda_1 S = 0{,}4 \Rightarrow E[T_{Q_1}] = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}2}{0{,}6} = 0{,}133333\ s$

$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S] = 0{,}333333\ s$

(B) $E[T_{Q_2}] = \frac{\rho_2 S}{1-\rho_2}$ dove $\rho_2 = \lambda_2 S = 0{,}6 \Rightarrow E[T_{Q_2}] = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}2}{0{,}4} = 0{,}3\ s$

$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S] = 0{,}5\ s$

$\Rightarrow$ Il sistema (A) ha tempo di risposta minore.

$\rightarrow$ La differenza tra i tempi di risposta è data esclusivamente dai tempi di attesa: confrontiamo questi ultimi.

$$E[T_{Q_2}] < E[T_{Q_1}] \Leftrightarrow \frac{\rho_2 S}{1-\rho_2} < \frac{\rho_1 S}{1-\rho_1} \Leftrightarrow \frac{\lambda_2 S^2}{1-\lambda_2 S} < \frac{\frac{1}{2}\lambda_1 S^2}{1-\frac{1}{2}\lambda_1 S} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda_2}{1-\lambda_2 S} < \frac{\frac{1}{2}\lambda_1}{1-\frac{1}{2}\lambda_1 S} \Leftrightarrow \lambda_2\left(1-\tfrac{1}{2}\lambda_1 S\right) < \tfrac{1}{2}\lambda_1\left(1-\lambda_2 S\right) \Leftrightarrow$$

$$\lambda_2 - \tfrac{1}{2}\lambda_1\lambda_2 S < \tfrac{1}{2}\lambda_1 - \tfrac{1}{2}\lambda_1\lambda_2 S \Leftrightarrow \lambda_2 < \tfrac{1}{2}\lambda_1 \Leftrightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 2$$

$\rightarrow$ Di un pagamento voglio sapere:

- CHI L'HA EFFETTUATO (EMAIL)
- LA DATA IN CUI È STATO EFFETTUATO
- IL VOLO PER CUI È STATO EFFETTUATO
- IL PREZZO BASE

PK

$\rightarrow$ Poi voglio

EMAIL – ID – POSTO – NOME PASSEGGERO – COGNOME PASSEGG.

EMAIL – ID – SERVIZIO AGGIUNTIVO SELEZIONATO – PREZZO SERVIZIO AGG.

Servizio ~ Uniform (2, 15) $\quad \lambda = 0{,}112$ req/min

$\hookrightarrow E[S] = 8{,}5$ min $\Rightarrow \mu = 0{,}117647$ req/min

$\rho = \lambda E[S] = 0{,}952$

$$E[T_Q] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{1-\rho} = \frac{0{,}112}{2(1-0{,}952)}\left(D^2[S] + E^2[S]\right) \approx 1{,}166667\left[\frac{(15-2)^2}{12} + \left(\frac{(2+15)}{2}\right)^2\right] =$$

$$= 1{,}166667\,(14{,}083333 + 72{,}25) = \cancel{10..}\ 100{,}722222 \text{ min}$$

$$E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 109{,}222222 \text{ min}$$

Supponiamo ora di avere un size-based priority scheduling senza prelazione con $x_1 = E[S] = 8{,}5$ min

$$E[T_{Q_1}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i\right)} = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{1-\rho_1}$$

$$\rightarrow \rho_1 = \lambda\int_0^{8,5} t f(t)\,dt = 0{,}112\int_0^{8,5} t\cdot\frac{1}{15-2}\,\mathbb{1}_{[2,15]}(t)\,dt = 0{,}112\int_2^{8,5}\frac{1}{13}t\,dt =$$

$$= 0{,}112\left[\frac{1}{26}t^2\right]_2^{8,5} = 0{,}112\,(2{,}778846 - 0{,}153846) = 0{,}294$$

$$\rightarrow \rho_2 = \lambda\int_{8,5}^{\infty} t f(t)\,dt = 0{,}112\left[\frac{1}{26}t^2\right]_{8,5}^{15} = 0{,}112\,(8{,}653846 - 2{,}778846) = 0{,}658$$

$$\Rightarrow E[T_{Q_1}] = \frac{0{,}056\,(14{,}083333 + 72{,}25)}{1-0{,}294} = 6{,}847970 \text{ min}$$

$$E[T_{Q_2}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{2}\rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i\right)} = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{6{,}847970}{1-0{,}952} \approx 142{,}666037 \text{ min}$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_1] = E[T_{Q_1}] + \frac{\rho_1}{\lambda_1} = E[T_{Q_1}] + \frac{\rho_1}{\frac{1}{2}\lambda} = 6{,}847970 + \frac{0{,}294}{0{,}056} =$$

$$= 12{,}097970 \text{ min}$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_2] = E[T_{Q_2}] + \frac{\rho_2}{\frac{1}{2}\lambda} = 142{,}666037 + \frac{0{,}658}{0{,}056} \approx 154{,}416037 \text{ min}$$

$$E[T_Q] = p_1 E[T_{Q_1}] + p_2 E[T_{Q_2}] = \frac{1}{2}(6{,}847970 + 142{,}666037) = 74{,}7570035 \text{ min}$$

$$E[T_S] = p_1 E[T_{S_1}] + p_2 E[T_{S_2}] = 83{,}2570035 \text{ min}$$

$\rightarrow$ **FIFO**: $E[Sd(5)] = \dfrac{E[T_Q]+5}{5} = \dfrac{100{,}722222+5}{5} = 21{,}144444$

$E[Sd(10)] = \dfrac{E[T_Q]+10}{10} = 11{,}072222$

CON CLASSI DI PRIORITÀ:

$$E[Sd(5)] = \frac{E[T_{q_1}]+5}{5} = \frac{6,847970+5}{5} = 2,369594$$

$$E[Sd(10)] = \frac{E[T_{q_2}]+10}{10} = \frac{142,666037+10}{10} = 15,2666037$$

<u>Tornando al foglio di esercizi d'esame dato dalla prof:</u>

POLITICA PS CON 2 SOLI POSTI DISPONIBILI

$$\begin{tikzcd} 0 \arrow[r, bend left, "\lambda"] & 1 \arrow[l, bend left, "\mu"] \arrow[r, bend left, "\lambda"] & 2 \arrow[l, bend left, "\mu/2"] \end{tikzcd}$$

$$\begin{cases} \lambda\pi_0 = \mu\pi_1 \\ (\lambda+\mu)\pi_1 = \lambda\pi_0 + \frac{\mu}{2}\pi_2 \\ \pi_0+\pi_1+\pi_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi_1 = \frac{\lambda}{\mu}\pi_0 \\ \pi_2 = \frac{2}{\mu}\left[\lambda\frac{\lambda}{\mu}\pi_0 + \mu\frac{\lambda}{\mu}\pi_0 - \lambda\pi_0\right] \\ \pi_0+\pi_1+\pi_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \pi_0\left[1+\frac{\lambda}{\mu}+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2\right] = 1 \Rightarrow \pi_0 = 1/\left[1+\frac{\lambda}{\mu}+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2\right] \\ \pi_1 = \frac{\lambda}{\mu}\pi_0 \\ \pi_2 = \frac{2}{\mu}\left(\frac{\lambda^2}{\mu}\pi_0\right) = 2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2\pi_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi_0 = \frac{1}{1+\frac{\lambda}{\mu}+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2} = P(idle) \\ \pi_1 = \frac{\lambda}{\mu\left[1+\frac{\lambda}{\mu}+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2\right]} \\ \pi_2 = \frac{2\lambda^2}{\mu^2\left[1+\frac{\lambda}{\mu}+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2\right]} = P(loss) \end{cases}$$

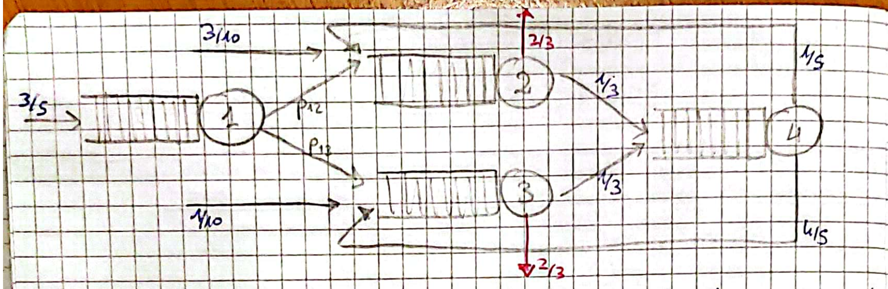
$$\rightarrow X = \lambda' = \lambda(1-P(loss)) = \lambda - \frac{2\lambda^3}{\mu^2\left[1+\frac{\lambda}{\mu}+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2\right]}$$

$$E[n] = \pi_1+2\pi_2 = \frac{1}{1+\frac{\lambda}{\mu}+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}\left(\frac{\lambda}{\mu}+\frac{4\lambda^2}{\mu^2}\right)$$

$$E[n^2] = \pi_1+4\pi_2 = \frac{1}{1+\frac{\lambda}{\mu}+2\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}\left(\frac{\lambda}{\mu}+\frac{8\lambda^2}{\mu^2}\right)$$

$$\sigma^2[n] = E[n^2] - E^2[n]$$

ID VOLO	#GG AL VOLO	AEROPORTO PARTENZA	AEROPORTO ARRIVO	COMPAGNIA AEREA	PREZZO BASE



$\gamma = 10$ job/s $\quad \mu_1 = 18$ job/s $\quad \mu_2 = 18$ job/s $\quad \mu_3 = 30$ job/s $\quad \mu_4 = 15$ job/s

→ Calcolare il tempo di risposta del sistema assumendo $p_{12} = 2/3$, $p_{13} = 1/3$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 3/5\,\gamma \\ \lambda_2 = 3/10\,\gamma + p_{12}\lambda_1 + 1/5\,\lambda_4 \\ \lambda_3 = 1/10\,\gamma + p_{13}\lambda_1 + 4/5\,\lambda_4 \\ \lambda_4 = 1/3\,\lambda_2 + 1/3\,\lambda_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 6 \\ \lambda_2 = 3 + 6p_{12} + 1/15\,\lambda_2 + 1/15\,\lambda_3 \\ \lambda_3 = 1 + 6p_{13} + 4/15\,\lambda_2 + 4/15\,\lambda_3 \\ \lambda_4 = 1/3\,\lambda_2 + 1/3\,\lambda_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 6 \\ \lambda_2 = 15/14\,(3 + 6p_{12} + 1/15\,\lambda_3) = \frac{45}{14} + \frac{45}{7}p_{12} + \frac{1}{14}\lambda_3 \\ \cancel{\lambda_3} = 11/15\,\lambda_3 = 1 + 6p_{13} + 2\cdot\frac{3}{7} + 4\cdot\frac{3}{7}p_{12} + \frac{2}{15}\cdot\frac{1}{7}\lambda_3 \\ \lambda_4 = \frac{15}{14} + \frac{15}{7}p_{12} + \underbrace{\frac{1}{42}\lambda_3 + 1/3\,\lambda_3}_{\frac{15}{42}\lambda_3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 6 \\ \lambda_2 = 45/14 + 45/7\,p_{12} + 13/70 + 6/35\,p_{12} + 3/5\,p_{13} = \frac{225+13}{70} + \frac{225+6}{35}p_{12} + 3/5\,p_{13} = \frac{17}{5} + \frac{33}{5}p_{12} + 3/5\,p_{13} \\ \frac{77-2}{105}\lambda_3 = 1 + 6p_{13} + 6/7 + 12/7\,p_{12} \Rightarrow \lambda_3 = 7/5\,(13/7 + 12/7\,p_{12} + 6p_{13}) = \frac{13}{5} + \frac{12}{5}p_{12} + \frac{42}{5}p_{13} \\ \lambda_4 = \frac{15}{14} + \frac{15}{7}p_{12} + \frac{13}{14} + \frac{6}{7}p_{12} + 3p_{13} = 2 + 3p_{12} + 3p_{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 6 \\ \lambda_2 = \frac{17}{5} + \frac{33}{5}p_{12} + \frac{3}{5}p_{13} \\ \lambda_3 = \frac{13}{5} + \frac{12}{5}p_{12} + \frac{42}{5}p_{13} \\ \lambda_4 = 2 + 3p_{12} + 3p_{13} \end{cases} \xRightarrow[p_{13} = 1/3]{p_{12} = 2/3} \begin{cases} \lambda_1 = 6 \text{ j/s} \\ \lambda_2 = \frac{17}{5} + \frac{22}{5} + \frac{1}{5} = 8 \text{ j/s} \\ \lambda_3 = \frac{13}{5} + \frac{8}{5} + \frac{14}{5} = 7 \text{ j/s} \\ \lambda_4 = 2 + 2 + 1 = 5 \text{ j/s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = \lambda_1/\gamma = 3/5 \\ v_2 = \lambda_2/\gamma = 4/5 \\ v_3 = \lambda_3/\gamma = 7/10 \\ v_4 = \lambda_4/\gamma = 1/2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho_1 = \lambda_1/\mu_1 = 1/3 \\ \rho_2 = \lambda_2/\mu_2 = 4/9 \\ \rho_3 = \lambda_3/\mu_3 = 7/30 \\ \rho_4 = \lambda_4/\mu_4 = 1/3 \end{cases}$$

$$E[T_{Q1}] = \frac{\rho_1 E[S_1]}{1-\rho_1} = \frac{1/3 \cdot 1/18}{1 - 1/3} = \frac{1}{54}\cdot\frac{3}{2} = \frac{1}{18\cdot 2} = \frac{1}{36} \text{ s}$$

$$E[T_{Q2}] = \frac{\rho_2 E[S_2]}{1-\rho_2} = \frac{4/9 \cdot 1/18}{1 - 4/9} = \frac{2}{81}\cdot\frac{9}{5} = \frac{2}{45} \text{ s}$$

$$E[T_{Q3}] = \frac{\rho_3 E[S_3]}{1-\rho_3} = \frac{7/30 \cdot 1/30}{1 - 7/30} = \frac{7}{900}\cdot\frac{30}{23} = \frac{7}{690} \text{ s}$$

$$E[T_{q4}] = \frac{\rho_4 E[S_4]}{1-\rho_4} = \frac{1/3 \cdot 1/45}{1 - 1/3} = \frac{1}{45} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{30} \text{ s}$$

$$E[T_{s1}] = E[T_{q1}] + E[S_1] = \frac{1}{36} + \frac{1}{18} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \text{ s}$$

$$E[T_{s2}] = E[T_{q2}] + E[S_2] = \frac{2}{45} + \frac{1}{18} = \frac{4+5}{90} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

$$E[T_{s3}] = E[T_{q3}] + E[S_3] = \frac{7}{690} + \frac{1}{30} = \frac{7+23}{690} = \frac{1}{23} \text{ s}$$

$$E[T_{s4}] = E[T_{q4}] + E[S_4] = \frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

$$E[t_R] = v_1 E[T_{s1}] + v_2 E[T_{s2}] + v_3 E[T_{s3}] + v_4 E[T_{s4}] = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{12} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{10} + \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{23} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} =$$

$$= \frac{1}{20} + \frac{2}{25} + \frac{7}{230} + \frac{1}{20} \approx 0{,}210435 \text{ s}$$

→ ORA VOGLIO CHE I CENTRI 2, 3 ABBIANO LA STESSA UTILIZZAZIONE

$$\frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{\lambda_3}{\mu_3} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{18} = \frac{\lambda_3}{30} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{6} = \frac{\lambda_3}{10} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{3} = \frac{\lambda_3}{5}$$

Devo risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} \lambda_2 = 17/5 + 33/5\, p_{12} + 3/5\, p_{13} \\ \lambda_3 = 13/5 + 12/5\, p_{12} + 42/5\, p_{13} \\ \lambda_2 = 3/5\, \lambda_3 \\ p_{12} + p_{13} = 1 \Rightarrow p_{12} = 1 - p_{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = 5/3\,(17/5 + 33/5 - 33/5\, p_{13} + 3/5\, p_{13}) \\ \lambda_3 = 13/5 + 12/5 - 12/5\, p_{13} + 42/5\, p_{13} \\ \lambda_2 = 3/5\, \lambda_3 \\ p_{12} = 1 - p_{13} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \lambda_3 = 17/3 + 11 - 10\, p_{13} = 50/3 - 10\, p_{13} \\ \lambda_3 = 5 + 6\, p_{13} \\ \lambda_2 = 3/5\, \lambda_3 \\ p_{12} = 1 - p_{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{35}{3} - 16\, p_{13} \Rightarrow p_{13} = \frac{1}{16} \cdot \frac{35}{3} \\ \lambda_3 = 5 + 6\, p_{13} \\ \lambda_2 = 3/5\, \lambda_3 \\ p_{12} = 1 - p_{13} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_{13} = 35/48 \\ p_{12} = 13/48 \\ \lambda_3 = 5 + 35/8 = 75/8 \text{ J/s} \\ \lambda_2 = 45/8 \text{ J/s} \end{cases} \xrightarrow{\text{INFATTI}} \begin{cases} \rho_3 = \lambda_3/\mu_3 = \frac{75}{8 \cdot 30} = \frac{5}{8 \cdot 2} = \frac{5}{16} \\ \rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{45}{8 \cdot 18} = \frac{5}{8 \cdot 2} = \frac{5}{16} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 6 \text{ J/s} \\ \lambda_2 = 45/8 \text{ J/s} \\ \lambda_3 = 75/8 \text{ J/s} \\ \lambda_4 = 2 + 3 \cdot 13/48 + 3 \cdot 35/48 = 2 + \frac{13}{16} + \frac{35}{16} = 5 \text{ J/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = 1/3 \\ \rho_2 = 5/16 \\ \rho_3 = 5/16 \\ \rho_4 = 1/3 \end{cases}$$

$E[T_{q1}] = 1/36$ s [COME PRIMA] ; $E[T_{q4}] = 1/30$ s [COME PRIMA]

$$E[T_{q2}] = \frac{\rho_2 E[S_2]}{1-\rho_2} = \frac{5/16 \cdot 1/18}{1 - 5/16} = \frac{5}{16 \cdot 18} \cdot \frac{16}{11} = \frac{5}{198} \text{ s}$$

$$E[T_{q3}] = \frac{\rho_3 E[S_3]}{1-\rho_3} = \frac{5/16 \cdot 1/30}{1 - 5/16} = \frac{1}{16 \cdot 6} \cdot \frac{16}{11} = \frac{1}{66} \text{ s}$$

$E[T_{s2}] = \frac{5}{198} + \frac{1}{18} = \frac{16}{198} = \frac{8}{99}$ s ; $E[T_{s3}] = \frac{1}{66} + \frac{1}{30} = \frac{5+11}{330} = \frac{8}{165}$ s

~~E[t_R] =~~

$$\begin{cases} v_1 = \lambda_1/\gamma = 3/5 \\ v_2 = \lambda_2/\gamma = 9/16 \\ v_3 = \lambda_3/\gamma = 15/16 \\ v_4 = \lambda_4/\gamma = 1/2 \end{cases}$$

$$E[t_R] = v_1 E[T_{S_1}] + v_2 E[T_{S_2}] + v_3 E[T_{S_3}] + v_4 E[T_{S_4}]$$
$$= \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{12} + \frac{9}{16}\cdot\frac{8}{99} + \frac{15}{16}\cdot\frac{8}{165} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10} =$$
$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{22} + \frac{1}{22} + \frac{1}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} \simeq 0{,}190909 \text{ s}$$

$C = 10^3$ op/sec

L'80% dei job ha domanda media $Z = 1875$ op/job
Il 20% dei job ha domanda media $Z = 7500$ op/job
↳ Servizio iperesponenziale

→ Abstract priority scheduling (I guess senza prelazione), con $p_1 = p_2 = 0{,}5$

Max λ per avere $E[T_S] < 10$ s = ??

L'80% DEI JOB HA DOMANDA MEDIA $S = 1{,}875$ s
IL 20% DEI JOB HA DOMANDA MEDIA $S = 7{,}5$ s

$E[S] = 0{,}8 \cdot 1{,}875 + 0{,}2 \cdot 7{,}5 = 3$ s $\Rightarrow \mu = 1/3$ job/s $\Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = 3\lambda \Rightarrow \rho_1 = \rho_2 = 1{,}5\lambda$

$$\sigma^2(S) = g(p)E^2[S] = \left(\frac{1}{2p(1-p)} - 1\right)E^2[S] = \left(\frac{1}{2\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8} - 1\right)9 = 19{,}125 \text{ s}^2$$

$$E[S^2] = E^2[S] + \sigma^2[S] = 28{,}125 \text{ s}^2$$

$$E[T_{Q_1}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i)} = \frac{14{,}0625\lambda}{1-\rho_1} = \frac{14{,}0625\lambda}{1-1{,}5\lambda}$$

$$E[T_{Q_2}] = \frac{\frac{\lambda}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{2}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)} = \frac{E[T_{Q_1}]}{1-\rho} = \frac{14{,}0625\lambda}{(1-1{,}5\lambda)(1-3\lambda)}$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S] = \frac{14{,}0625\lambda}{1-1{,}5\lambda} + 3$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S] = \frac{14{,}0625\lambda}{(1-1{,}5\lambda)(1-3\lambda)} + 3$$

$$E[T_Q] = \frac{1}{2}E[T_{Q_1}] + \frac{1}{2}E[T_{Q_2}] = \frac{7{,}03125\lambda}{1-1{,}5\lambda} + \frac{7{,}03125\lambda}{(1-1{,}5\lambda)(1-3\lambda)}$$

$$E[T_S] = \frac{1}{2}E[T_{S_1}] + \frac{1}{2}E[T_{S_2}] = \frac{7{,}03125\lambda}{1-1{,}5\lambda} + \frac{7{,}03125\lambda}{(1-1{,}5\lambda)(1-3\lambda)} + 3 < 10$$

$$\Rightarrow \frac{7{,}03125\lambda(1-3\lambda) + 7{,}03125\lambda - 7(1-1{,}5\lambda)(1-3\lambda)}{(1-1{,}5\lambda)(1-3\lambda)} < 0$$

⤳ Sicuramente il denominatore deve essere positivo e, in particolare, $\lambda < \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 7{,}03125\lambda - 21{,}09375\lambda^2 + 7{,}03125\lambda + (-7 + 10{,}5\lambda)(1-3\lambda) < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 14{,}0625\lambda - 21{,}09375\lambda^2 - 7 + 21\lambda + 10{,}5\lambda - 31{,}5\lambda^2 < 0$

$\Rightarrow -52{,}59375\lambda^2 + 45{,}5625\lambda - 7 < 0 \Rightarrow 52{,}59375\lambda^2 - 45{,}5625\lambda + 7 > 0$

$$\lambda = \frac{45{,}5625 \pm \sqrt{2075{,}94140625 - 1472{,}625}}{105{,}1875} = \begin{cases} \nearrow \ 2/3 \ \ j/s \\ \searrow \ 0{,}199643 \ \ j/s \end{cases}$$

Max λ ammissibile: $0{,}199643$ job/s

$\rightarrow$ ORA PRENDO UN λ DI $0{,}2$ job/s $\rightarrow E[T_{q_1}] \overset{?}{\leq} 2$ s

$$E[T_{q_1}] = \frac{14{,}0625\,\lambda}{1-1{,}5\,\lambda} \simeq 4{,}017857 \text{ s}$$ $\rightarrow$ No, lo SLO non sarebbe rispettato.

$\rightarrow$ Trovo il p_1 per rispettare lo SLO: $\dfrac{14{,}0625 \cdot 0{,}2}{1-3 \cdot 0{,}2\,p_1} \leq 2 \Rightarrow \dfrac{2{,}8125}{1-0{,}6\,p_1} \leq 2$

$\Rightarrow 2{,}8125 \leq 2 - 1{,}2\,p_1 \Rightarrow 1{,}2\,p_1 \leq 2 - 2{,}8125$ Vabbè p_1 dovrebbe essere proprio negativo...

$E[T_{q_1}] = 4{,}017857$ s $\qquad E[T_{q_2}] = 10{,}046625$ s

$E[T_{s_1}] = 7{,}017857$ s $\qquad E[T_{s_2}] = 13{,}046625$ s

$\rightarrow$ ASSUMIAMO ORA UN TEMPO DI SERVIZIO ESPONENZIALE

Caso FIFO: $E[T_s] = E[T_q] + E[S] = \dfrac{\rho E[S]}{1-\rho} + E[S] = E[S] \cdot \dfrac{1}{1-\rho}$

Caso con le due classi di priorità: $E[T_{q_1}] = \dfrac{\rho E[S]}{(1-\rho_1)}$; $E[T_{q_2}] = \dfrac{\rho E[S]}{(1-\rho_1)(1-\rho)}$

$$\Rightarrow E[T_q] = p_1 E[T_{q_1}] + p_2 E[T_{q_2}] = p_1 \frac{\rho E[S]}{1-\rho_1} + p_2 \frac{\rho E[S]}{(1-\rho_1)(1-\rho)} =$$

$$= \frac{p_1(\rho-\rho^2)E[S] + p_2 \rho E[S]}{(1-\rho_1)(1-\rho)} = E[S] \frac{p_1\rho - p_1\rho^2 + p_2\rho}{(1-\rho_1)(1-\rho)} = E[S] \frac{\rho - \rho \cdot p_1 \rho}{(1-\rho_1)(1-\rho)} =$$

$$= E[S] \frac{\rho(1-\rho_1)}{(1-\rho_1)(1-\rho)} = \frac{\rho E[S]}{1-\rho}$$

$E[T_s] = E[T_q] + E[S] = E[S] \cdot \dfrac{1}{1-\rho}$ $\leftarrow$ PARI PARI AL CASO FIFO

$D_1 = 10 \qquad D_2 = 5 \qquad Z = 10 \qquad N = 3 \qquad R = ?$

$N = (R+Z)X_0$ Devo procedere con la mean value analysis...

$E[t_i(N)] = E[S_i]\,(1 + E[m_i(N-1)])$

$\Rightarrow v_i E[t_i(N)] = v_i E[S_i]\,(1 + E[m_i(N-1)]) \Rightarrow R_i(N) = D_i\,(1 + Q_i(N-1))$

$R_1(1) = D_1(1 + Q_1(0)) = D_1 = 10$

$R_2(1) = D_2(1 + Q_2(0)) = D_2 = 5$

$X_0(1) = \dfrac{1}{\sum_{i=1} R_i(1)} = \dfrac{1}{10+5} = \dfrac{1}{15}$

$Q_1(1) = X_0(1)\,R_1(1) = \dfrac{2}{3} \qquad Q_2(1) = X_0(1)\,R_2(1) = 1/3$

$$R_1(2) = D_1(1+Q_1(1)) = 10\left(1+\frac{2}{3}\right) = 10\cdot\frac{5}{3} = \frac{50}{3}$$

$$R_2(2) = D_2(1+Q_2(1)) = 5\left(1+\frac{1}{3}\right) = 5\cdot\frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

$$X_0(2) = \frac{2}{\sum_{i=1}^{2} R_i(2)} = \frac{2}{\frac{50}{3}+\frac{20}{3}} = 2\cdot\frac{3}{70} = \frac{3}{35}$$

$$Q_1(2) = X_0(2)\,R_1(2) = \frac{3}{35}\cdot\frac{50}{3} = \frac{10}{7}$$

$$Q_2(2) = X_0(2)\,R_2(2) = \frac{3}{35}\cdot\frac{20}{3} = \frac{4}{7}$$

$$R_1(3) = D_1(1+Q_1(2)) = 10\left(1+\frac{10}{7}\right) = 10\cdot\frac{17}{7} = \frac{170}{7}$$

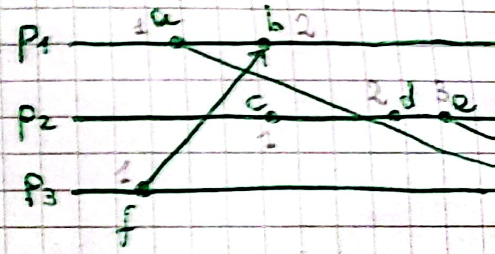
$$R_2(3) = D_2(1+Q_2(2)) = 5\left(1+\frac{4}{7}\right) = 5\cdot\frac{11}{7} = \frac{55}{7}$$

$$\cancel{R(3)}\; X_0(3) = \frac{3}{\sum_{i=1}^{2} R_i(3)} = \frac{3}{\frac{170}{7}+\frac{55}{7}} = 3\cdot\frac{7}{225} = \frac{7}{75}$$

22,142857 s

$\Rightarrow$ Ora applico $N=(R+Z)X_0 \Rightarrow R+Z = N/X_0 \Rightarrow R = N/X_0 - Z = 3\cdot\frac{75}{7} - 10 = \frac{155}{7}$ s

SPCC



Col clock logico vettoriale:

$a: \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$ $b: \begin{bmatrix}2\\0\\1\end{bmatrix}$

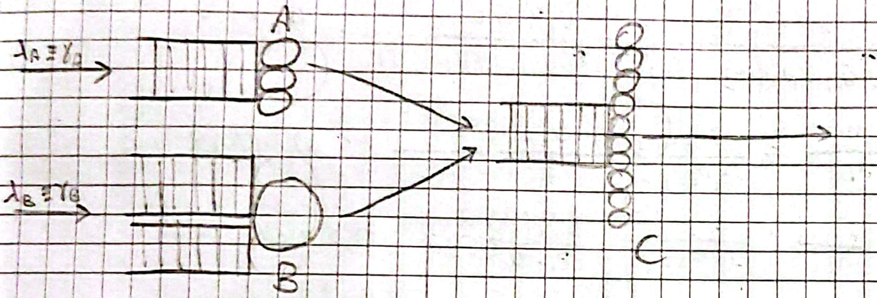
$f: \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$ $g: \begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}$

AMCSN – PROSEGUO IL FOGL

A

$\lambda_0 = X_0$

PMCSN – PROSEGUO IL FOGLIO DI ESERCIZI DI ESAME DATO DALLA PROF



SERVER A

$E[S_{A_i}] = z_A / C_{Ai} = 0{,}8 \text{ ms} \Rightarrow \mu_A = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25 \text{ job/ms}$

$\rho_A = \frac{\lambda_A}{m_A \mu_A} = \frac{1{,}5}{3 \cdot 1{,}25} = 0{,}4$

$P_A(0) = \left(\sum_{i=0}^{2} \frac{(3\rho_A)^i}{i!} + \frac{(m\rho_A)^m}{m!\,(1-\rho_A)} \right)^{-1} = \left(1 + 1{,}2 + 0{,}72 + 0{,}48 \right)^{-1} \approx 0{,}294118$

$P_{Q_A} = \frac{(3\rho_A)^3}{3!\,(1-\rho_A)} P_A(0) = 0{,}48 \cdot 0{,}294118 = 0{,}141177$

$E[T_{Q_A}] = \frac{P_{Q_A} E[S_A]}{1-\rho_A} = \frac{0{,}141177 \cdot 0{,}8/3}{1-0{,}4} = 0{,}062745 \text{ ms}$

$E[T_{S_A}] = E[T_{Q_A}] + E[S_{A_i}] = 0{,}862745 \text{ ms}$

SERVER B

$E[S_B] = Z_B/C_B = 0{,}4\ ms \implies \mu_B = \frac{1}{0{,}4} = 2{,}5\ job/ms$

$p_{B_1} = 0{,}632121$
$p_{B_2} = 0{,}367879$

$\rho_B = \frac{\lambda_B}{\mu_B} = \frac{2\ job/ms}{2{,}5\ job/ms} = 0{,}8$

SIZE-BASED NON PREEMPTIVE PRIORITY QUEUE (hanno priorità i job $< 0{,}4\ ms$)

$$E[T_{Q_{B1}}] = \frac{\rho_B E[S_B]}{(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_{B_i})(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_{B_i})} \quad \text{dove:}$$

$$\rho_{B_1} = \lambda_B \int_0^{0{,}4} t f(t)\,dt = 2\int_0^{0{,}4} t \cdot 2{,}5 e^{-2{,}5t}\,dt = 0{,}211392$$

$$\rho_{B_2} = \lambda_B \int_{0{,}4}^{\infty} t f(t) = 2\int_{0{,}4}^{\infty} t \cdot 2{,}5 e^{-t}\,dt = 0{,}588608$$

$$E[T_{Q_{B1}}] = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}4}{1-0{,}211392} = 0{,}405778\ ms$$

$$E[T_{Q_{B2}}] = \frac{\rho_B E[S_B]}{(1-\sum_{i=1}^{2}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)} = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}4}{(1-0{,}211392)(1-0{,}8)} = 2{,}028891\ ms$$

$$E[S_{B1}] = \frac{\rho_{B_1}}{\lambda_{B_1}} = \frac{\rho_{B_1}}{\lambda_B p_{B_1}} = \frac{0{,}211392}{2 \cdot 0{,}632121} \simeq 0{,}167208\ ms$$

$$E[S_{B2}] = \frac{\rho_{B_2}}{\lambda_{B_2}} = \frac{\rho_{B_2}}{\lambda_B p_{B_2}} = \frac{0{,}588608}{2 \cdot 0{,}367879} = 0{,}8\ ms$$

$E[T_{S_{B1}}] = E[T_{Q_{B1}}] + E[S_{B1}] = 0{,}572986\ ms$

$E[T_{S_{B2}}] = E[T_{Q_{B2}}] + E[S_{B2}] = 2{,}828891\ ms$

$E[T_{Q_B}] = p_{B_1} E[T_{Q_{B1}}] + p_{B_2} E[T_{Q_{B2}}] = 1{,}002887\ ms$

$E[T_{S_B}] = p_{B_1} E[T_{S_{B1}}] + p_{B_2} E[T_{S_{B2}}] = 1{,}402886\ ms$

SERVER C

$\lambda_C = \lambda_A + \lambda_B = 3{,}5\ job/s \quad ; \quad E[S_{C_i}] = Z_C/C_{C_i} = 2\ ms \implies$

$E[S_C] = \frac{1}{10} E[S_{C_i}] = 0{,}2\ ms \; ; \implies \mu_C = \frac{1}{2} = 0{,}5\ job/ms$

$\rho_C = \frac{\lambda_C}{10\mu_C} = \frac{3{,}5}{10 \cdot 0{,}5} = 0{,}7$

$$P_C(0) = \left(\sum_{i=0}^{9} \frac{(10\rho_C)^i}{i!} + \frac{(10\rho_C)^{10}}{10!(1-\rho_C)}\right)^{-1} =$$

$$= (1 + 7 + 24,5 + 57,166667 + 100,041667 + 140,058333 + 189,756452 + 189,756452 + 166,036895 + 124,139807 + 301,326217)^{-1} = 0,0007658$$

$$P_{Q_c} = \frac{(10\rho_c)^{10}}{10!\,(1-\rho_c)} P_c(0) = 301,326217 \cdot 0,0007658 = 0,230763$$

$$E[T_{Q_c}] = \frac{P_{Q_c} E[S_c]}{1-\rho_c} = \frac{0,230763 \cdot 0,2}{0,3} = 0,153842 \text{ ms}$$

$$E[T_{S_c}] = E[T_{Q_c}] + E[S_c] = 2,153842 \text{ ms}$$

$$v_{A/A} = \frac{\lambda_A}{\gamma_A} = 1 \quad ; \quad v_{B/A} = \frac{\lambda_B}{\gamma_A} = \frac{2}{1,5} = 1,333333$$

$$v_{C/A} = \frac{\lambda_C}{\gamma_A} = \frac{3,5}{1,5} = 2,333333$$

$$E[t_{R/A}] = v_{A/A} E[T_{SA}] + v_{B/A} E[T_{SB}] + v_{C/A} E[T_{SC}] = 0,862745 + 1,333333 \cdot 1,402886 + 2,333333 \cdot 2,153842 = 7,758891 \text{ ms}$$

$$v_A = \frac{\lambda_A}{\gamma} = \frac{1,5}{3,5} = 0,428571 \qquad v_C = \frac{\lambda_C}{\gamma} = 1$$

$$v_B = \frac{\lambda_B}{\gamma} = \frac{2}{3,5} = 0,571428$$

$$E[t_R] = v_A E[T_{SA}] + v_B E[T_{SB}] + v_C E[T_{SC}] = 3,325238 \text{ ms}$$

$$E[sd_A(0,4)] = \frac{E[T_{RA}] + 0,4}{0,4} = \frac{0,462745}{0,4} = 1,1568625$$

$$E[sd_B(0,2)] = \frac{E[T_{RB1}] + 0,2}{0,2} = \frac{0,605778}{0,2} = 3,02889$$

$$E[sd_C(0,2)] = \frac{E[T_{QC}] + 0,2}{0,2} = \frac{0,353842}{0,2} = 1,76921$$

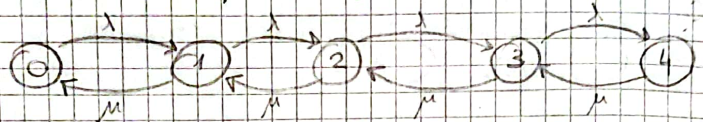
Quindi un volo con: ID

DATA | AEROPORTO PARTENZA | AEROPORTO ARRIVO | ORARIO PARTENZA | ORARIO ARRIVO

COMPAGNIA AEREA | PREZZO

ID A1 A2 A3 .. B1 B2 B3 ..	ID SERVIZIO AGG. 1 SERVIZIO AGG. 2
Tutti boolean che indicano se il posto è libero	Un prezzo oppure NULL se il servizio non è previsto

$\lambda = \frac{1}{0,2} = 5$ job/s $\qquad \mu = \frac{1}{0,2} = 5$ job/s



$$\begin{cases} \pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 & \forall i = 1, \dots, 4 \\ \sum_{i=0}^{4} \pi_i = 1 \end{cases} \Rightarrow \pi_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^1 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^4\right] = 1 \Rightarrow 5\pi_0 = 1 \Rightarrow \pi_0 = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \pi_0 = \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 1/5$$

$\rightarrow P(loss) = \pi_4 = 1/5 \Rightarrow X = \lambda' = \lambda(1 - P(loss)) = 5 \cdot \frac{4}{5} = 4$ job/s

SUPPONIAMO CHE ORA μ SIA UGUALE A $\frac{1}{0,15} = 6,666667$ job/s

$$\begin{cases} \pi_i = (\lambda/\mu)^i \pi_0 & \forall i = 1, \dots, 4 \\ \sum_{i=0}^{4} \pi_i = 1 \end{cases} \Rightarrow \pi_0 [1 + 0,75 + 0,5625 + 0,421875 + 0,31640625] = 1$$

$$\Rightarrow \pi_0 = 0,327785$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi_0 = 0,327785 \\ \pi_1 = 0,245839 \\ \pi_2 = 0,184379 \\ \pi_3 = 0,138284 \\ \pi_4 = 0,103713 \quad = P(loss) \end{cases}$$

$X = \lambda' = \lambda(1 - P(loss)) = 5(1 - 0,103713) = 4,481435$ job/s

SUPPONIAMO ORA ~~DI~~ AVERE UN QUAD-CORE CON $\mu = \frac{1}{0,3} = 3,333333$ job/s

$$\begin{cases} \pi_i = \frac{1}{i!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 = \frac{1}{i!}(1,5)^i \pi_0 \\ \sum_{i=0}^{4} \pi_i = 1 \end{cases} \Rightarrow \pi_0 [1 + 1,5 + 1,125 + 0,5625 + 0,2109375] = 1$$

$$\Rightarrow \pi_0 = 0,227353$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi_0 = 0,227383 \\ \pi_1 = 0,341030 \\ \pi_2 = 0,255773 \\ \pi_3 = 0,127886 \\ \pi_4 = 0,047957 \quad = P(loss) \end{cases}$$

$X = \lambda' = \lambda(1 - P(loss)) = 5(1 - 0,047957) = 4,760215$ job/s

$\lambda = 0{,}23$ req/min $\qquad E[S] = 4$ min $\Rightarrow \mu = \frac{1}{4} = 0{,}25$ req/min
$p = 0{,}35$

$$\rightarrow \begin{cases} pE[S_1] + (1-p)E[S_2] = E[S] \\ \mu_1 = 2p\mu \Rightarrow \frac{1}{E[S_1]} = \frac{2p}{E[S]} \Rightarrow E[S_1] = \frac{E[S]}{2p} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{E[S]}{2} + (1-p)E[S_2] = E[S] \Rightarrow E[S_2] = \frac{1}{1-p}\left[E[S] - \frac{E[S]}{2}\right] = \frac{E[S]}{2(1-p)} \\ E[S_1] = \frac{E[S]}{2p} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E[S_1] = \frac{4}{0{,}7} = 5{,}714286 \text{ min} \\ E[S_2] = \frac{4}{1{,}3} = 3{,}076923 \text{ min} \end{cases}$$

$$\sigma^2[S] = g(p)E^2[S] = \left(\frac{1}{2p(1-p)} - 1\right)E^2[S] = \left(\frac{1}{2\cdot 0{,}35\cdot 0{,}65} - 1\right)\cdot 16 = 19{,}164835 \text{ min}^2$$

$$E[S^2] = \sigma^2[S] + E^2[S] = 19{,}164835 + 16 = 35{,}164835 \text{ min}^2$$

$$\frac{1}{2}E[S^2] = 4{,}043956 \quad (\text{min})$$

~~ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (NON PREEMPTIVE) con 2 [illegible]~~

~~Secondo me a occhio un meccanismo che soddisfi insieme req1 e req2 non esiste.~~
~~Per quanto riguarda req2 e req3...~~
~~→ ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (PREEMPTIVE) CON $p_1 =$~~

→ ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (PREEMPTIVE) CON $p_1 = 0{,}15$; $p_2 = 0{,}25$; $p_3 = 0{,}6$

$$\rho_1 = \lambda_1 E[S] = p_1\lambda E[S] = 0{,}15\cdot 0{,}23\cdot 4 = 0{,}138$$
$$\rho_2 = \lambda_2 E[S] = p_2\lambda E[S] = 0{,}25\cdot 0{,}23\cdot 4 = 0{,}23$$
$$\rho_3 = \lambda_3 E[S] = p_3\lambda E[S] = 0{,}6\cdot 0{,}23\cdot 4 = 0{,}552$$

$$\rho = \lambda E[S] = 0{,}92$$

$$E[T_{Q1}] = \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{1}\lambda_i E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 35{,}164835\cdot 0{,}15\cdot 0{,}23}{1-0{,}138} = 0{,}703705 \text{ min}$$

$$E[S_{rizt\_1}] = \frac{E[S]}{1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i} = E[S] = 4 \text{ min}$$

$$\Rightarrow E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + E[S_{rizt\_1}] = 4{,}703705 \text{ min}$$ ✓

$$E[T_{Q2}] = \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\lambda_i E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{2}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 35{,}164835\cdot 0{,}23(0{,}15+0{,}25)}{(1-0{,}138)(1-0{,}138-0{,}23)} = 2{,}96928 \text{ min}$$ ✓

→ ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (PREEMPTIVE) CON
$p_1 = 0{,}15$, $p_2 = 0{,}6$, $p_3 = 0{,}25$

$\Rightarrow \rho_1 = 0{,}138$, $\rho_2 = 0{,}552$, $\rho_3 = 0{,}23$

Dal punto di vista della classe 1 non cambia nulla rispetto a prima ✓

$$E[T_{q2}] = \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} \lambda_i E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{2} \rho_i)(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_i)} = \frac{0{,}5 \cdot 35{,}164835 \cdot 0{,}23(0{,}15+0{,}6)}{(1-0{,}138-0{,}552)(1-0{,}138)}$$

$\approx 11{,}35075$ min

$$E[S_{virt\_2}] = \frac{E[S]}{1-\sum_{i=1}^{1} \rho_i} = \frac{E[S]}{1-\rho_1} = \frac{4}{1-0{,}138} = 4{,}640371 \text{ min}$$

$\Rightarrow E[T_{s2}] = E[T_{q2}] + E[S_{virt\_2}] = 15{,}990446$ min

← FORSE POTEVAMO PURE RISPARMIARCI LA PREEMPTION :)

Considero il caso KP:

$$E[T_q] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{1-\rho} = \frac{4{,}043956}{1-0{,}92} = 50{,}54945 \text{ min}$$

$$E[sd(1)] = \frac{E[T_q]+1}{1} = 51{,}54945$$

CASO PS: $E[sd(1)] = \frac{1}{1-\rho} = \frac{1}{1-0{,}92} = 12{,}5$ (qui è molto + basso)

Agg! dimostrare che, nell'abstract priority scheduling preemptive vale:

$E[T_{qk}] \leq E[T_{q_{k+1}}]$

$$\frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k} \lambda_i E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{k} \rho_i)(1-\sum_{i=1}^{k-1} \rho_i)} \leq \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k+1} \lambda_i E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{k+1} \rho_i)(1-\sum_{i=1}^{k} \rho_i)} \Rightarrow$$

→ SICURAMENTE VALE $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k} \lambda_i E[S^2] \leq \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k+1} \lambda_i E[S^2]$
POICHÉ CERTAMENTE $\frac{1}{2}\lambda_{k+1} E[S^2] \geq 0$.

→ ORA PROVO A DIMOSTRARE CHE $(1-\sum_{i=1}^{k} \rho_i)(1-\sum_{i=1}^{k-1} \rho_i) \geq$
$(1-\sum_{i=1}^{k+1} \rho_i)(1-\sum_{i=1}^{k} \rho_i) \Rightarrow 1-\sum_{i=1}^{k-1} \rho_i \geq 1-\sum_{i=1}^{k+1} \rho_i$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i \leq \sum_{i=1}^{k+1} \rho_i \Rightarrow 0 \leq \rho_k + \rho_{k+1}$ → ovvio

→ Ho dunque provato che $E[T_{Q_k}] \le E[T_{Q_{k+1}}]$

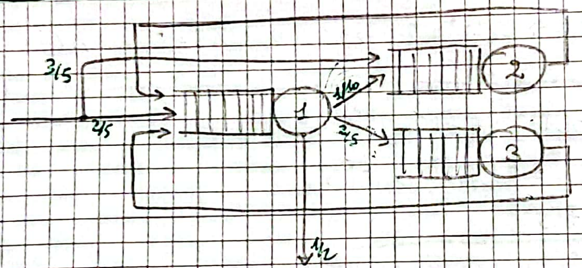
Ora provo che $E[S_{virt\_k}] \le E[S_{virt\_k+1}]$

$$\frac{E[S]}{1-\sum_{i=1}^{k-1}\rho_i} \le \frac{E[S]}{1-\sum_{i=1}^{k}\rho_i} \Rightarrow 1-\sum_{i=1}^{k-1}\rho_i \ge 1-\sum_{i=1}^{k}\rho_i \Rightarrow$$

$$\sum_{i=1}^{k-1}\rho_i \le \sum_{i=1}^{k}\rho_i \Rightarrow 0 \le \rho_k$$ → ovvio anche questo

In conclusione, abbiamo: $E[T_{Q_k}] + E[S_{virt\_k}] \le E[T_{Q_{k+1}}] + E[S_{virt\_k+1}]$

$\Rightarrow E[T_{S_k}] \le E[T_{S_{k+1}}]$ ✓



$\lambda = 3$ job/s
$\mu_1 = 10$ job/s
$\mu_2 = 15$ job/s
$\mu_3 = 5$ job/s

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{2}{5}\lambda + \lambda_2 + \lambda_3 \\ \lambda_2 = \frac{3}{5}\lambda + \frac{1}{10}\lambda_1 \\ \lambda_3 = \frac{2}{5}\lambda_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{5}\lambda_1 = \frac{6}{5} + \lambda_2 \\ \lambda_2 = \frac{9}{5} + \frac{1}{10}\lambda_1 \\ \lambda_3 = \frac{2}{5}\lambda_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 + \frac{5}{3}\lambda_2 \\ \lambda_2 = \frac{9}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\lambda_2 \\ \lambda_3 = \frac{2}{5}\lambda_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 + 4 = 6 \\ \frac{5}{6}\lambda_2 = 2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{12}{5} \\ \lambda_3 = \frac{12}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \lambda_1/\lambda = 2 \\ v_2 = \lambda_2/\lambda = 4/5 = 0{,}8 \\ v_3 = \lambda_3/\lambda = 4/5 = 0{,}8 \end{cases}$$

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$E[T_{Q_1}] = \frac{\rho_1 E[S_1]}{1-\rho_1} = \frac{3/5 \cdot 1/10}{1-3/5} = \frac{3}{50} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3}{20} = 0{,}15\ s$$

$$E[t_1] = E[T_{Q_1}] + E[S_1] = 0{,}15 + 0{,}1 = 0{,}25\ s$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{12/5}{15} = \frac{4}{25}$$

$$E[T_{Q_2}] = \frac{\rho_2 E[S_2]}{1-\rho_2} = \frac{4/25 \cdot 1/15}{1-4/25} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{25}{21} = \frac{4}{315} \simeq 0{,}012698\ s$$

$$E[t_2] = E[T_{Q_2}] + E[S_2] = 0{,}012698 + 0{,}066667 \simeq 0{,}079365\ s$$

$$\rho_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} = \frac{12/5}{5} = \frac{12}{25} \qquad E[T_{Q_3}] = \frac{12/25 \cdot 1/5}{13/25} = \frac{12}{25} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{13} = \frac{12}{65} = 0{,}184615\ sec$$

$$E[t_3] = E[T_{Q_3}] + E[S_3] = 0{,}184615 + 0{,}2 = 0{,}384615\ s$$

$$\Rightarrow E[t_R] = v_1 E[t_1] + v_2 E[t_2] + v_3 E[t_3] =$$
$$= 2 \cdot 0,25 + 0,8 \cdot 0,079365 + 0,8 \cdot 0,384615 = 0,871484 \text{ s}$$

Per minimizzare il tempo medio di risposta, credo (e spero!) si debba minimizzare v_3 a favore di v_2. Ciò si fa ponendo $p_{12} = 1/2$, $p_{13} = 0$.

Di fatto, in questo modo v_1 dovrebbe rimanere uguale:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 6/5 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ \lambda_2 = 9/5 + 1/2 \lambda_1 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 6/5 + \lambda_2 \\ \lambda_2 = 9/5 + 3/5 + 1/2 \lambda_2 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 6/5 + 24/5 = 6 \\ \lambda_2 = 18/5 + 6/5 = 24/5 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = \lambda_1/\lambda = 2 \\ v_2 = \lambda_2/\lambda = 1,6 \\ v_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow E[t_R] = 2 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,079365 = 0,626984 \text{ s}$$

Senza prelazione: $E[T_S]^{NP} = E[T_Q]^{NP} + E[S]$

con $E[T_{S_i}]^{NP} = E[T_{Q_i}]^{NP} + E[S]$

dove $$E[T_{Q_i}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^{i} \rho_k)(1 - \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k)}$$

Con prelazione: $E[T_S]^P = E[T_Q]^P + E[S_{virt}]$

con $E[T_{S_i}]^P = E[T_{Q_i}]^P + E[S_{virt\_i}]$

dove $$E[T_{Q_i}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{i} \lambda_k E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^{i} \rho_k)(1 - \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k)}$$

$$E[S_{virt\_i}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{k=1}^{i-1} \rho_i}$$

Quindi bisognerebbe fare il seguente confronto:

$$\frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^{i} \rho_k)(1 - \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k)} + E[S] \overset{?}{\gtrless} \frac{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{i} \lambda_k E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^{i} \rho_k)(1 - \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k)} + \frac{E[S]}{1 - \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k}$$

↳ In generale non si può dire chi sia maggiore; nel caso di arrivi Poissoniani e a servizi esponenziale, per la memoryless property, si comp

$C = 10^5$ op/s $\quad Z = 5 \cdot 10^4$ op/job $\quad \rho = 0{,}75 \quad p_1 = 0{,}3 \; ; \; p_2 = 0{,}7$

→ ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING WITH PREEMPTION

$\mu = C/Z = 2$ job/s $\Rightarrow E[S] = 1/\mu = 0{,}5$ s

$\lambda = \rho\mu = 1{,}5$ job/s

$\lambda_1 = p_1 \lambda = 0{,}45$ job/s $\qquad \rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu} = 0{,}225$

$\lambda_2 = p_2 \lambda = 1{,}05$ job/s $\qquad \rho_2 = \lambda_2/\mu = 0{,}525$

$$E[T_{Q_1}] = \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{1} \lambda_i E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i)} = \frac{E^2[S]\lambda_1}{1-\rho_1} = \frac{0{,}25 \cdot 0{,}45}{1-0{,}225} \approx 0{,}145161 \text{ sec}$$

$$E[S_{virt-1}] = \frac{E[S]}{1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i} = E[S] = 0{,}5 s$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_{virt-1}] = 0{,}145161 + 0{,}5 = 0{,}645161 s$$

→ <u>SRPT</u>

$$E[T_Q(1)] = \frac{\frac{\lambda}{2}\int_0^1 t^2 dF(t) + \frac{\lambda}{2} 1^2 (1-F(1))}{\left(1-\lambda\int_0^1 t\, dF(t)\right)^2}$$

- PROVO A RISOLVERE $\frac{\lambda}{2} \cdot 1^2 (1-F(1)) = 0{,}75\left(1-1+e^{-2}\right) \approx 0{,}101501$
- PROVO A RISOLVERE $\int_0^1 t^2 dF(t) = \int_0^1 t^2 f(t)\,dt = \int_0^1 t^2 \cdot 2e^{-2t}\,dt =$

$$\left[-t^2 e^{-2t}\right]_0^1 + \int_0^1 2t e^{-2t}\,dt = \left[-t^2 e^{-2t}\right]_0^1 + \left[-t e^{-2t}\right]_0^1 + \int_0^1 e^{-2t}\,dt =$$

$$= \left[-t^2 e^{-2t}\right]_0^1 + \left[-t e^{-2t}\right]_0^1 + \left[-\frac{1}{2}e^{-2t}\right]_0^1 =$$

$$= -1 \cdot e^{-2} - 1 \cdot e^{-2} - \frac{1}{2}e^{-2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}e^{-2} \approx 0{,}161662$$

- PROVO A RISOLVERE $\int_0^1 t\, dF(t) = \int_0^1 t f(t)\,dt = \int_0^1 t \cdot 2e^{-2t}\,dt =$

$$= \left[-t e^{-2t}\right]_0^1 + \left[-\frac{1}{2}e^{-2t}\right]_0^1 = -e^{-2} - \frac{1}{2}e^{-2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}e^{-2} \approx 0{,}296997$$

$$\Rightarrow E[T_Q(1)] = \frac{0{,}75 \cdot 0{,}161662 + 0{,}101501}{(1-1{,}5 \cdot 0{,}296997)^2} = \frac{0{,}2227475}{0{,}307475} \approx 0{,}724441 \text{ sec}$$

Il numero di job che sperimentano un'attesa minore è $F(1) = 1 - e^{-2} = 0{,}864665$

↳ Per i job di dimensione 1 sicuramente conviene lo scheduling astratto.

$T = 600\ s$ $\quad M = 50 \quad$ 10 server $\quad$ ~~ESSSSS~~ $R = 20\ s$

$D_{max} = 1\ s \quad D_{tot} = 2\ s \quad C = 90$

\# thinking = ?

$X_0 = \frac{C}{T} = 0{,}15$ trans./s

$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow R+Z = \frac{M}{X_0} \Rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{50}{0{,}15} - 20 \approx 313{,}333333\ s$

\# thinking $= ZX_0 = 47$

P1

P2

P1	W(x)a	W(x)b		
P2		R(x)b	R(x)a	

1

P1	W(x)a	
P2	R(x)a	W(y)b

2

Tornando al file di esercizi di PMCSN...

$C = 10^5$ op/sec $\quad$, $Z = 4 \cdot 10^4$ op/job (ESPONENZIALE) $\quad \rho = 0{,}6$

→ SIZE-BASED PRIORITY SCHEDULING WITHOUT PREEMPTION

↳ la dimensione media dei job determina il confine tra le due classi

$E[S] = Z/C = 0{,}4\ s \Rightarrow \mu = 2{,}5$ job/s

$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \Rightarrow \lambda = \rho\mu = 1{,}5$ job/s

$p_1 = F(0{,}4) = 1 - e^{-1} = 0{,}632121$

$p_2 = 1 - F(0{,}4) = e^{-1} = 0{,}367879$

$$\rho_1 = \lambda \int_0^{0,4} t f(t)\, dt = 1,5 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t}\, dt = 1,5 \left\{ \left[-te^{-2,5t} \right]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5t}\, dt \right\} =$$

$$= 1,5 \left\{ \left[-te^{-2,5t} \right]_0^{0,4} + \left[-0,4 e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} \right\} = 1,5 \left\{ -0,4e^{-1} - 0,4e^{-1} + 0,4 \right\} =$$

$$\simeq 0,158545$$

$$\rho_2 = \rho - \rho_1 = 0,441455$$

$$E[T_{q_1}] = \frac{\frac{\lambda}{2} E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{0} \rho_i\right)} = \frac{\rho E[S]}{1-\rho_1} = \frac{0,6 \cdot 0,4}{1-0,158545} \approx 0,285220 \text{ s}$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{\lambda}{2} E[S^2]}{\left(1-\sum_{i=1}^{2} \rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_i\right)} = \frac{\rho E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0,285220}{1-0,6} \approx 0,713051 \text{ s}$$

$$\cancel{E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_1]} \quad E[S_1] = \frac{\rho_1}{\lambda_1} = \frac{0,158545}{1,5 \cdot 0,632121} \approx 0,167210 \text{ s}$$

$$E[S_2] = \frac{\rho_2}{\lambda_2} = \frac{0,441455}{1,5 \cdot 0,367879} \simeq 0,8 \text{ s}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_1] = 0,452430 \text{ s}$$
$$E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_2] = 1,513051 \text{ s}$$

$$E[T_s] = p_1 E[T_{s_1}] + p_2 E[T_{s_2}] = 0,842610 \text{ s}$$

Supponiamo di avere adesso un dual-core. Le metriche di performance sarebbero APPROSSIMATIVAMENTE seguire le leggi della priorità astratta:

$$E[T_{q_1}] = \frac{P_Q E[S_B]}{\left(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{0} \rho_i\right)} = \frac{P_Q E[S_B]}{1-\rho_1}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_{1i}]$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{P_Q E[S_B]}{\left(1-\sum_{i=1}^{2} \rho_i\right)\left(1-\sum_{i=1}^{1} \rho_i\right)} = \frac{P_Q E[S_B]}{(1-\rho)(1-\rho_1)}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_{2i}]$$

$$E[N_s] = \frac{1}{1-\rho} - 1 = \frac{1-1+\rho}{1-\rho} = \frac{\rho}{1-\rho} \qquad E[T_s] = \frac{E[N]}{\lambda} = \frac{1/\mu}{1-\rho} = \frac{E[S]}{1-\rho}$$

$$E[T_s] = \frac{\rho/\mu}{1-\rho} + \frac{1}{\mu} = \frac{\rho + 1 - \rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu - \rho\mu} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

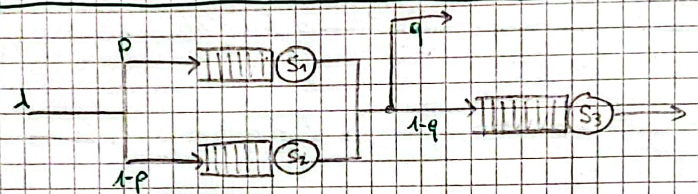
$T = 300\ s$ $\quad$ $M = 50$ $\quad$ 10 server $\quad$ $R = 20\ s$

$D_{max} = 1\ s$ $\quad$ $D_{tot} = 2\ s$ $\quad$ $C = 75$ $\quad$ # thinking = ?

$X_0 = \frac{C}{T} = 0{,}25$ trans/s

$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow \frac{M}{X_0} - R = Z = \frac{50}{0{,}25} - 20 = 180\ s$

$\#\text{thinking} = Z X_0 = 45$



$S_1 = S_2 = S_3 = S$

Assumo servizi esponenziali

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda p \\ \lambda_2 = \lambda(1-p) \\ \lambda_3 = (\lambda_1 + \lambda_2)(1-q) = (\lambda p + \lambda(1-p))(1-q) = \lambda(1-q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \lambda_1/\lambda = p \\ V_2 = \lambda_2/\lambda = 1-p \\ V_3 = \lambda_3/\lambda = 1-q \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_1 = \lambda_1 S = \lambda p S \\ \rho_2 = \lambda_2 S = \lambda(1-p)S \\ \rho_3 = \lambda_3 S = \lambda(1-q)S \end{cases}$$

$$E[T_{Q1}] = \frac{\rho_1 S}{1-\rho_1} = \frac{\lambda p S^2}{1-\lambda p S}$$

$$E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + S = S\left(1 + \frac{\lambda p S}{1-\lambda p S}\right)$$

$$E[T_{Q2}] = \frac{\rho_2 S}{1-\rho_2} = \frac{\lambda(1-p)S^2}{1-\lambda(1-p)S}$$

$$E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + S = S\left(1 + \frac{\lambda(1-p)S}{1-\lambda(1-p)S}\right)$$

$$E[T_{Q3}] = \frac{\rho_3 S}{1-\rho_3} = \frac{\lambda(1-q)S^2}{1-\lambda(1-q)S}$$

$$E[T_{S3}] = E[T_{Q3}] + S = S\left(1 + \frac{\lambda(1-q)S}{1-\lambda(1-q)S}\right)$$

$$E[t_R] = V_1 E[T_{S1}] + V_2 E[T_{S2}] + V_3 E[T_{S3}] = pS\left(1 + \frac{\lambda p S}{1-\lambda p S}\right) +$$
$$+ (1-p)S\left(1 + \frac{\lambda(1-p)S}{1-\lambda(1-p)S}\right) + (1-q)S\left(1 + \frac{\lambda(1-q)S}{1-\lambda(1-q)S}\right)$$

$\rightarrow X_{MAX} = \lambda$ (suppongo)

PMCSN – 21/01/2022

esponenziale

Tempo medio di interarrivo = 6 s $\Rightarrow \lambda = 1/6$ job/s

$Z = 5000$ op/job ; $C = 1000$ op/s $\Rightarrow \mu = C/Z = 1/5$ job/s $\Rightarrow E[S] = 5$ s

→ FIFO $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{6} \cdot 5 = \frac{5}{6}$

$$E[T_Q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{5/6 \cdot 5}{1/6} = \frac{25}{6} \cdot 6 = 25 \text{ s}$$

$E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 30$ s

$E[N_S] = \lambda E[T_S] = 5$

$Z = 500 \Rightarrow S = \frac{500}{1000} = 0,5$ s ; $E[sd(0,5)] = \frac{E[T_Q] + 0,5}{0,5} = 51$

→ SIZE-BASED PRIORITY SCHEDULING (NON-PREEMPTIVE)

Scelgo $E[S]$ come dimensione che separa le due classi di priorità

$\Rightarrow p_1 = 0,632121$; $p_2 = 0,367879$

$$\rho_1 = \lambda \int_0^5 t f(t)\,dt = \frac{1}{6} \int_0^5 t \cdot \frac{1}{5} e^{-1/5 t}\,dt = \frac{1}{6}\left\{\left[-te^{-1/5t}\right]_0^5 + \int_0^5 e^{-1/5t}\,dt\right\} =$$

$$= \frac{1}{6}\left\{\left[-te^{-1/5t}\right]_0^5 + \left[-5e^{-1/5t}\right]_0^5\right\} = \frac{1}{6}\left\{-5e^{-1} - 5e^{-1} + 5\right\} \simeq 0,220201$$

$$\rho_2 = \rho - \rho_1 = \frac{5}{6} - 0,220201 = 0,613132$$

$$E[T_{Q1}] = \frac{\rho E[S]}{(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{0}\rho_i)} = \frac{\rho E[S]}{1-\rho_1} = \frac{5/6 \cdot 5}{1-0,220201} \approx 5,343257 \text{ s}$$

$$E[T_{Q2}] = \frac{\rho E[S]}{(1-\sum_{i=1}^{2}\rho_i)(1-\sum_{i=1}^{1}\rho_i)} = \frac{\rho E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{5,343257}{1-5/6} \simeq 32,059544 \text{ s}$$

$$E[S_1] = \frac{\rho_1}{\lambda_1} = \frac{\rho_1}{\lambda p_1} = \frac{0,220201}{1/6 \cdot 0,632121} \simeq 2,090116 \text{ s}$$

$$E[S_2] = \frac{\rho_2}{\lambda_2} = \frac{\rho_2}{\lambda p_2} = \frac{0,613132}{1/6 \cdot 0,367879} = 10 \text{ s}$$

$E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + E[S_1] = 7,433373$ s

$E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 42,059544$ s

$E[T_Q] = p_1 E[T_{Q1}] + p_2 E[T_{Q2}] \simeq 15,171618$ s

$E[T_S] = p_1 E[T_{S1}] + p_2 E[T_{S2}] \simeq 20,171618$ s $= E[T_Q] + E[S]$ ✓

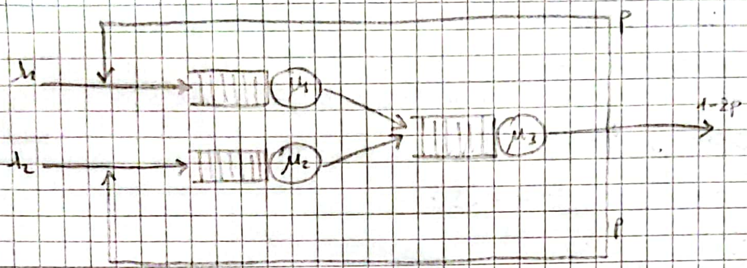
$E[N_S] = \lambda E[T_S] \simeq 3,361936$

$E[sd(0,5)] = \frac{E[T_{Q1}] + 0,5}{0,5} = 11,686514$

LA PROX VOLTA FALLO SUL TEMPO DI ATTESA

→ Calcolo lo speedup per il tempo di risposta: $\frac{30}{20,171618} = 1,487238$

→ Slowdown per il caso fair (PS): $\frac{1}{1-\rho} = \frac{1}{1-5/6} = 6$



$\lambda_1 = \lambda_2 = 20$

$\mu_1 = 30 \qquad \mu_2 = 40 \qquad \mu_3 = 60$

Per avere una distribuzione stazionaria di probabilità, devo avere $\rho_1, \rho_2, \rho_3 < 1$.

$$\begin{cases} \lambda_1' = \lambda_1 + p\lambda_3' \\ \lambda_2' = \lambda_2 + p\lambda_3' \\ \lambda_3' = \lambda_1' + \lambda_2' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1' = 20 + p\lambda_3' \\ \lambda_2' = 20 + p\lambda_3' \\ \lambda_3' = \lambda_1' + \lambda_2' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1' = \lambda_2' \\ \lambda_2' = 20 + p\lambda_3' \\ \lambda_3' = 2\lambda_2' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1' = \lambda_2' \\ \lambda_2' = 20 + 2p\lambda_2' \\ \lambda_3' = 2\lambda_2' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1' = \lambda_2' \\ \lambda_2'(1-2p) = 20 \\ \lambda_3' = 2\lambda_2' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1' = 20/1-2p \\ \lambda_2' = 20/1-2p \\ \lambda_3' = 40/1-2p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = \lambda_1'/\mu_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-2p} \\ \rho_2 = \lambda_2'/\mu_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{1-2p} \\ \rho_3 = \lambda_3'/\mu_3 = \frac{2}{3} \frac{1}{1-2p} \end{cases}$$

È necessario imporre:

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \frac{1}{1-2p} < 1 \\ \frac{1}{2} \frac{1}{1-2p} < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} < 1-2p \\ \frac{1}{2} < 1-2p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p < 1 - \frac{2}{3} \\ 2p < 1 - \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p < 1/6 \\ p < 1/4 \end{cases} \Rightarrow p < \frac{1}{6}$$

$\rightarrow$ Assumiamo ora $p = 0,1$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1' = \frac{20}{1-0,2} = 25 \\ \lambda_2' = 25 \\ \lambda_3' = \frac{40}{1-0,2} = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = \frac{2}{3} \frac{1}{1-0,2} \simeq 0,833333 \\ \rho_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{1-0,2} = 0,625 \\ \rho_3 = 0,833333 \end{cases}$$

$$E[T_{q1}] = \frac{\rho_1 E[S_1]}{1-\rho_1} = \frac{0,833333 \cdot 1/30}{1-0,833333} \simeq 0,166667 \text{ s}$$

$$E[T_{q2}] = \frac{\rho_2 E[S_2]}{1-\rho_2} = \frac{0,625 \cdot 1/40}{1-0,625} \simeq 0,041667 \text{ s}$$

$$E[T_{q3}] = \frac{\rho_3 E[S_3]}{1-\rho_3} = \frac{0,833333 \cdot 1/60}{1-0,833333} \simeq 0,083333 \text{ s}$$

$$E[T_{S1}] = E[T_{q1}] + E[S_1] = 0,2 \text{ s}$$

$E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 0{,}066667\ s$

$E[T_{S3}] = E[T_{Q3}] + E[S_3] = 0{,}1\ s$

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{\lambda_1'}{\lambda_1+\lambda_2} = \dfrac{25}{40} = 0{,}625 \\ V_2 = \dfrac{\lambda_2'}{\lambda_1+\lambda_2} = \dfrac{25}{40} = 0{,}625 \\ V_3 = \dfrac{\lambda_3'}{\lambda_1+\lambda_2} = \dfrac{50}{40} = 1{,}25 \end{cases}$$

$E[t_R] = V_1 E[T_{S1}] + V_2 E[T_{S2}] + V_3 E[T_{S3}] = 0{,}291667\ s$

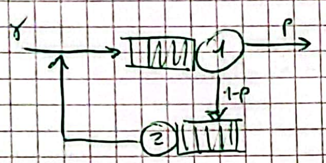
$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda E[S]$

$E[S^2] = \sigma^2[S] + E^2[S]$

→ Minimizzare il tempo di risposta = imporre $\rho_1 = \rho_2$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{\lambda_2}{\mu_2} \Rightarrow \frac{\gamma q}{\mu_1} = \frac{\gamma(1-q)}{\mu_2} \Rightarrow \frac{q}{\mu_1} = \frac{1-q}{\mu_2} \Rightarrow q\mu_2 = (1-q)\mu_1$$

$$\Rightarrow 21{,}7391\, q = 33{,}\overline{3} - 33{,}\overline{3}q \Rightarrow 55{,}0724\, q = 33{,}\overline{3} \Rightarrow q = 0{,}6053$$



$\gamma = 1{,}3$ job/s $\quad p = 0{,}05$

$\mu_1 = 30$ job/s $\quad \mu_2 = 25$ job/s

$$\begin{cases} \lambda_1 = \gamma + \lambda_2 \\ \lambda_2 = \lambda_1(1-p) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 - \lambda_1(1-p) = \gamma \\ \lambda_2 = \lambda_1(1-p) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \gamma/p = 26 \text{ job/s} \\ \lambda_2 = \gamma\frac{1-p}{p} = 24{,}7 \text{ job/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = \lambda_1/\gamma = 1/p = 20 \\ v_2 = \lambda_2/\gamma = 1/p - 1 = 19 \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho_1 = \lambda_1/\mu_1 = 26/30 = 0{,}866667 \\ \rho_2 = \lambda_2/\mu_2 = 24{,}7/25 = 0{,}988 \end{cases}$$

$$E[T_{Q1}] = \frac{\rho_1 E[S_1]}{1-\rho_1} \simeq 0{,}216667 \text{ s}$$

$$E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + E[S_1] = 0{,}25 \text{ s}$$

$$E[T_{Q2}] = \frac{\rho_2 E[S_2]}{1-\rho_2} = 3{,}293333 \text{ s}$$

$$E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 3{,}333333 \text{ s}$$

$$E[t_R] = v_1 E[T_{S1}] + v_2 E[T_{S2}] = 68{,}333333 \text{ s}$$

→ Se invece avessi dovuto scegliere il max γ prima della saturazione

$$\begin{cases} \gamma/p < \mu_1 \\ \gamma\frac{1-p}{p} < \mu_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma < \mu_1 p \\ \gamma < \mu_2 \frac{p}{1-p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma < 1{,}5 \text{ job/s} \\ \gamma < 1{,}315789 \text{ job/s} \end{cases}$$

$E[m_i(N)] = E[t_i(N)] \cdot \lambda_i(N)$

$E[m_i(N)] = E[t_i(N)]\, \lambda_i(N)$

$E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)]$

$E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)]$

$E[t_i(N)] = E[S_i]\,(1 + E[m_i(N-1)])$

$E[t_i(N)] = E[S_i]\,(1 + E[m_i(N-1)])$

$E[t_i(N)] = E[S_i]\,(1 + E[m_i(N-1)])$

$E[t_i(N)] = E[S_i]\,(1 + E[m_i(N-1)])$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j v_{j,i} E[t_j(N)]} \qquad \lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j v_{j,i} E[t_j(N)]}$$

$E[t_i(N)] = E[S_i]\,(1 + E[m_i(N-1)])$

$E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)]$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j v_{j,i} E[t_j(N)]}$$

$E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)]$

$E[t_i(N)] = E[S_i]\,(1 + E[m_i(N-1)])$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j v_{j,i} E[t_j(N)]}$$

$X_{DISK} = 10$ req/s $\qquad V_{DISK} = 5$

$X_{DISK} = V_{DISK} X_0 \Rightarrow X_0 = \dfrac{X_{DISK}}{V_{DISK}} = 2$ req/s

---

$A_i = 7$ job $\qquad B_i = 16$ s $\qquad C_i = 10$ job $\qquad n_i(0) = 3$ job

$T = 20$ s $\qquad W_i = 40$ job/s

$U_i = \dfrac{B_i}{T} = 0{,}8 \qquad X_i = \dfrac{C_i}{T} = 0{,}5$ job/s

$S_i = B_i / C_i = 1{,}6$ s $\qquad U_i = X_i S_i = \checkmark$

$\overline{n}_i = \dfrac{W_i}{T} = 2$ job $\qquad R_i = W_i / C_i = 4$ s $\qquad \overline{n}_i = X_i R_i \quad \checkmark$

$\lambda_i = \dfrac{A_i}{T} = 0{,}35$ job/s

$V_{DISK} = 20 \qquad U_{DISK} = 0{,}5 \qquad S_{DISK} = 25$ ms

$M = 25 \qquad Z = 18$ s $\qquad R = ?$

$M = (R+Z) X_0$

Flusso forzato: $\forall X_i = V_i X_0 \rightarrow X_{DISK} = V_{DISK} X_0$

$U_{DISK} = X_{DISK} S_{DISK} \Rightarrow X_{DISK} = U_{DISK} / S_{DISK} = 0{,}02$ job/ms

$\Rightarrow X_0 = X_{DISK} / V_{DISK} = 0{,}001$ job/ms $= 1$ job/s

$\Rightarrow R = \dfrac{M}{X_0} - Z = \dfrac{25}{1} - 18 = 7$ s

---

$M = 40 \qquad Z = 15$ s $\qquad R' = 5$ s $\qquad S_{DISK} = 0{,}04$ s $\qquad V'_{DISK} = 10 \qquad V^b_{DISK} = 5$

$U_{DISK} = 0{,}9 \qquad X_0^b = ?$

↳ SE [illegible] TRIPLICA, QUAL È R'_{min} ?

→ Legge del flusso forzato: $X^b_{DISK} = X^b_0 V^b_{DISK}$

→ $M = (R'+Z) X'_0$

→ Legge del flusso forzato: $X'_{DISK} = X'_0 V'_{DISK}$

→ $X_{DISK} = U_{DISK} / S_{DISK}$

→ $X^b_{DISK} = X_{DISK} - X'_{DISK}$

⇝ $X'_0 = \dfrac{M}{R'+Z} = \dfrac{40}{5+15} = 2$ job/s

⇝ $X'_{DISK} = X'_0 V'_{DISK} = 20$ job/s

⇝ $X_{DISK} = U_{DISK} / S_{DISK} = 22{,}5$ job/s

$\Rightarrow X^b_{DISK} = X_{DISK} - X'_{DISK} = 2{,}5$ job/s

$\Rightarrow X^b_0 = \dfrac{X^b_{DISK}}{V^b_{DISK}} = 0{,}5$ job/s

Supponiamo che $X^b_0 = 1{,}5$ job/s $\Rightarrow R'_{min} = ?$

$M = (R'+Z) X'_0 \Rightarrow R' = \dfrac{M}{X'_0} - Z$ → è minimizzato se X'_0 è massimizzato

~~X'_0 è massimizzato se $\frac{1}{D'_{max}}$ è massimizzato → se D'_{max} è minimizzato~~

~~X_0' è massimizzato se $X_0 - X_0^b$ è massimizzato, ovvero se X_0 è massimizzato.~~
~~X_0 è massimizzato se $X_0 =$~~

X_0' è massimizzato se X'_{DISK}/V'_{DISK} è massimizzato, ovvero se X'_{DISK} è massimizzato.

X'_{DISK} è massimizzato se $X_{DISK} - X^b_{DISK}$ è massimizzato, ovvero se X_{DISK} è massimizzato.

X_{DISK} è massimizzato se $X_{DISK} = S_{DISK}^{-1}$

DUNQUE

$\rightarrow X_{DISK} = S_{DISK}^{-1} = 25$ job/s

$\rightarrow X^b_{DISK} = X_0^b V^b_{DISK} = 1{,}5 \cdot 5 = 7{,}5$ job/s

$\rightarrow X'_{DISK} = X_{DISK} - X^b_{DISK} = 17{,}5$ job/s

$\rightarrow X_0' = \frac{X'_{DISK}}{V'_{DISK}} = \frac{17{,}5}{10} = 1{,}75$ job/s

$\rightarrow R' = \frac{M}{X_0'} - Z = \frac{40}{1{,}75} - 15 \approxeq 7{,}857143$ s

---

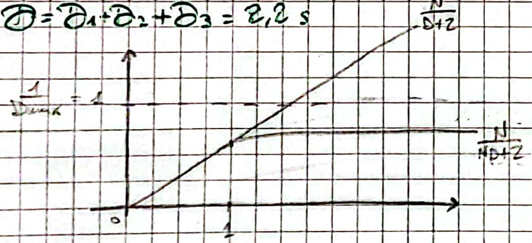
$Z = 20$ s $\quad S_1 = 0{,}05$ s $\quad S_2 = 0{,}08$ s $\quad S_3 = 0{,}04$ s

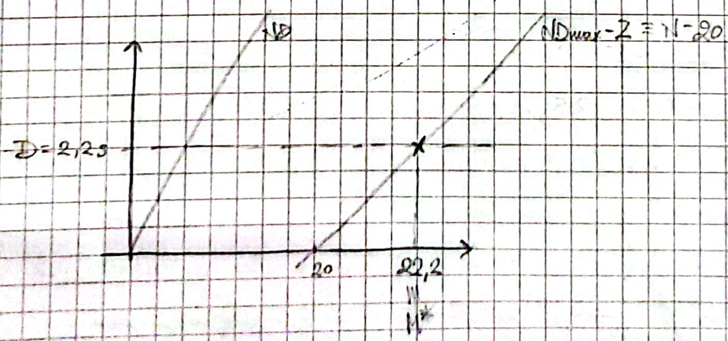
→ Fissiamo arbitrariamente $V_0 = 1$

$$\begin{cases} V_0 = 0{,}05\, V_1 \\ V_1 = V_0 + V_2 + V_3 \\ V_2 = 0{,}55\, V_1 \\ V_3 = 0{,}4\, V_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_1 = 20 \\ V_2 = 11 \\ V_3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = V_1 S_1 = 1\text{ s} \\ D_2 = V_2 S_2 = 0{,}88\text{ s} \\ D_3 = V_3 S_3 = 0{,}32\text{ s} \end{cases}$$

← il centro 1 è bottleneck

$D = D_1 + D_2 + D_3 = 2{,}2$ s





$X_0 = 0,715$ job/s $\quad R_0 = 5,2\ s \quad M = ?$

Non è che banalmente (?) $M = (R_0 + Z) X_0 = (5,2 + 20) \cdot 0,715 = 18,018$

È possibile che con 30 terminali il tempo di risposta sia di 8 secondi?

$M = (R_0 + Z) X_0 \Rightarrow 30 = (R + Z) \frac{1}{D_{max}} \Rightarrow 30 = R + 20 \Rightarrow R = 10\ s$

→ Impossibile.

↳ Bisognerebbe avere: $30 = (8+20) X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{30}{8+20} = 1,071429$ job/s

$\Rightarrow D_{max} = \frac{1}{X_0} = 0,933333\ s = D_1 = V_1 S_1$

$\Rightarrow S_1 = D_1 / V_1 = 0,046667\ s$

$\rightarrow \text{SPEEDUP} = \frac{0,05}{0,046667} = 1,071429$

⇨ Ora il bound per il tempo di risposta è dato da:

- MIN: $\max\{D, N D_{max} - Z\} = \max\{2, 13,3333, 8\} = 8\ s$
- MAX: $ND = 64\ s$

$T = 300\ s \quad U_{CPU} = 0,3 \quad D_{DISK} = 0,4\ s \quad V_{DISK} = 10$

$U_{DISK} = 0,4 \quad R = 15\ s \quad M = 50 \quad Z = ?$

$M = (R + Z) X_0$

$D_{DISK} = S_{DISK} V_{DISK} \Rightarrow S_{DISK} = \frac{D_{DISK}}{V_{DISK}} = 0,04\ s$

$U_{DISK} = X_{DISK} S_{DISK} \Rightarrow X_{DISK} = \frac{U_{DISK}}{S_{DISK}} = 10$ job/s

Ma non è che (?) $U_{DISK} = X_0 D_{DISK} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{DISK}}{D_{DISK}} = \frac{0,4}{0,4} = 1$ job/s

$\Rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{50}{1} - 15 = 35\ s$

$R_1 = 10\ s \quad R_2 = 1\ s \quad X_1 = 4$ tr/s $\quad X_2 = 8$ tr/s $\quad X_0 = 4$ tr/s

$R = ?$

$X_1 = V_1 X_0 \Rightarrow V_1 = X_1 / X_0 = 1$

$X_2 = V_2 X_0 \Rightarrow V_2 = X_2 / X_0 = 2$

$R = V_1 R_1 + V_2 R_2 = 10 + 2 = 12\ s$

$\lambda = 0,4$ tr/s $\quad S = 0,5\ s \quad R_A / R_B = ?$

→ SIST. A $\quad \rho = \lambda S = 0,2 \quad E[T_Q] = \frac{\rho S}{1-\rho} = 0,125\ s \quad E[T_S] = E[T_Q] + S = 0,625\ s$

$\Rightarrow R_A = 2 E[T_S] = 1,25\ s$

→ SIST. B $\quad \rho = \lambda \cdot 2S = 0,4 \quad E[T_Q] = \frac{\rho\, 2S}{1-\rho} = 0,666667\ s \quad E[T_S] = E[T_Q] + 2S = 1,666667\ s$

$\Rightarrow R_B = E[T_S] = 1,666667\ s$

$R_A / R_B = 0,75$

$D_1 = 1\,s \quad D_2 = 2\,s \quad D_3 = 2\,s \quad Z = 6\,s \quad X_{max} = ?$

$X_{max} = \min\left\{\frac{1}{D_{max}}, \frac{N}{D+Z}\right\}$ dove $D_{max} = 2\,s$, $D = 5\,s$

Se assumo un unico utente, allora ho:

$X_{max} = \min\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{11}\right\} = \frac{1}{11} = 0{,}090909$ transaz/s

Per il caso generale, devo calcolare N^* di saturazione, che è dato da $\frac{1}{D_{max}} = \frac{N^*}{D+Z} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{N^*}{11} \Rightarrow N^* = \frac{11}{2} = 5{,}5$

$\rightsquigarrow$ Per $N \leq 5$, ho che $X_{max} = \frac{N}{11}$ transaz./s

Per $N \geq 6$, ho che $X_{max} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ transaz./s

---

$D_1 = 1\,s \quad D_2 = 2\,s \quad D_3 = 2\,s \quad N = 2 \quad X_0 = ?$

Ricordati che vale $E[t_i(N)] = E[S_i]\,(1 + E[n_i(N-1)])$

Se moltiplico a sx e a dx per V_i: $R_i(N) = D_i\,(1 + Q_i(N-1))$

$\to Q_i(0) = 0 \quad \forall i$

$\to R_1(1) = D_1(1 + Q_1(0)) = 1\,s$

$\to R_2(1) = D_2(1 + Q_2(0)) = 2\,s$

$\to R_3(1) = D_3(1 + Q_3(0)) = 2\,s$

$\to X_0(1) = \frac{1}{\Sigma R_i(1)} = \frac{1}{5}$ transaz./s

$\to Q_1(1) = X_0(1) R_1(1) = 1/5 = 0{,}2$

$\to Q_2(1) = X_0(1) R_2(1) = 2/5 = 0{,}4$

$\to Q_3(1) = X_0(1) R_3(1) = 2/5 = 0{,}4$

$\to R_1(2) = D_1(1 + Q_1(1)) = 1 \cdot 1{,}2 = 1{,}2\,s$

$\to R_2(2) = D_2(1 + Q_2(1)) = 2 \cdot 1{,}4 = 2{,}8\,s$

$\to R_3(2) = D_3(1 + Q_3(1)) = 2 \cdot 1{,}4 = 2{,}8\,s$

$\to X_0(2) = \frac{2}{\Sigma R_i(2)} = \frac{2}{1{,}2 + 2{,}8 + 2{,}8} = \frac{2}{6{,}8} \approx 0{,}294118$ Transaz./sec

---

$D_{CPU} = 4\,s \quad U_{CPU} = 0{,}5 \quad R = 15\,s \quad Z = 25\,s \quad M = ?$

$M = (R+Z)X_0$

$U_{CPU} = X_0 D_{CPU} \Rightarrow X_0 = U_{CPU}/D_{CPU} = 0{,}125$ transaz./s

$\Rightarrow M = (15+25) \cdot 1/8 = 5$

$T = 60\,s \quad M = 80 \quad R = 5\,s \quad C = 60 \quad U_{CPU} = 0{,}8 \quad U_{DISK1} = 0{,}5 \quad U_{DISK2} = 0{,}5$

thinking = ?

$X_0 = \frac{C}{T} = 1$ transaz./s

$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow Z = M/X_0 - R = 80/1 - 5 = 75\,s$

Little: # thinking $= Z X_0 = 75$

$\mu_1 = 3\ pkt/s$ $\quad \mu_2 = 5\ pkt/s$ $\quad \gamma_2 = 1\ pkt/s$ $\quad \gamma_{1\,max} = ?$

$$\begin{cases} \lambda_1 = \gamma_1 + 1/3\, \lambda_2 \\ \lambda_2 = \gamma_2 + 1/3\, \lambda_1 + 1/3\, \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \gamma_1 + 1/3\, \lambda_2 \\ 2/3\, \lambda_2 = 1 + 1/3\, \lambda_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \gamma_1 + 1/3\, \lambda_2 \\ 2/3\, \lambda_2 = 1 + 1/3\, \gamma_1 + 1/9\, \lambda_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \gamma_1 + 1/3\, \lambda_2 \\ 5/9\, \lambda_2 = 1 + 1/3\, \gamma_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \gamma_1 + 1/3\, \lambda_2 = \gamma_1 + 3/5 + 1/5\, \gamma_1 = 6/5\, \gamma_1 + 3/5 \\ \lambda_2 = 9/5 + 3/5\, \gamma_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 6/5\, \gamma_1 + 3/5 < \mu_1 \\ \lambda_2 = 3/5\, \gamma_1 + 9/5 < \mu_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6/5\, \gamma_1 < 3 - 3/5 \Rightarrow \gamma_1 < 5/6 \cdot 12/5 \Rightarrow \gamma_1 < 2 \\ 3/5\, \gamma_1 < 5 - 9/5 \Rightarrow \gamma_1 < 5/3 \cdot 16/5 \Rightarrow \gamma_1 < 16/3 \end{cases}$$

In definitiva, $\gamma_1 < 2$

Se $\gamma_1 = 1{,}8\ pkt/s$, qual è il tempo di risposta per un pacchetto che entra nel sistema dal punto A?

$$\begin{cases} \lambda_1 = 6/5 \cdot 1{,}8 + 3/5 = 2{,}76\ pkt/s \\ \lambda_2 = 3/5 \cdot 1{,}8 + 9/5 = 2{,}88\ pkt/s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = \lambda_1/\mu_1 = 0{,}92 \\ \rho_2 = \lambda_2/\mu_2 = 0{,}576 \end{cases}$$

$$E[T_{S_1}] = \frac{\rho_1 E[S_1]}{1-\rho_1} + E[S_1] = 4{,}166667\ s$$

$$E[T_{S_2}] = \frac{\rho_2 E[S_2]}{1-\rho_2} + E[S_2] = 0{,}471698\ s$$

$$\begin{cases} V_{1/A} = \lambda_1/\gamma_1 = 2{,}76/1{,}8 = 1{,}533333 \\ V_{2/A} = \lambda_2/\gamma_1 = 2{,}88/1{,}8 = 1{,}6 \end{cases}$$

$$E[t_{R/A}] = V_{1/A}\, E[T_{S_1}] + V_{2/A}\, E[T_{S_2}] = 7{,}143606\ s$$

$U_{CPU} = 0{,}5$ $\quad R = 15\ s$ $\quad Z = 5\ s$ $\quad M = 100$ $\quad D_{CPU} = ?$

$$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{M}{R+Z} = \frac{100}{20} = 5\ transaz./s$$

$$U_{CPU} = X_0 D_{CPU} \Rightarrow D_{CPU} = U_{CPU}/X_0 = 0{,}5/5 = 0{,}1\ s$$

$T = 60\ min = 3600\ s$ $\quad R = ?$

$C = 900$

$M = 60$

$\#thinking = 57{,}5$

$$X_0 = \frac{C}{T} = 0{,}25\ transaz./s$$

$$Z = \frac{\#thinking}{X_0} = \frac{57{,}5}{0{,}25} = 230\ s$$

$$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow R = M/X_0 - Z = \frac{60}{0{,}25} - 230 = 10\ s$$