Performance Modeling of Computer Systems and Networks

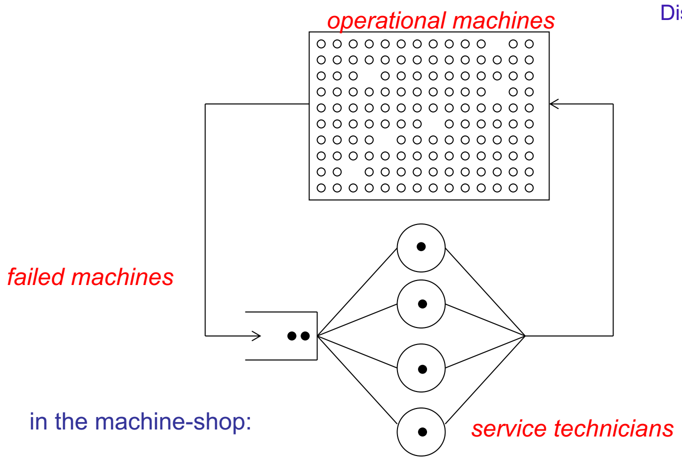
Prof. Vittoria de Nitto Personè

Trace-driven simulation
Case study 1

Università degli studi di Roma Tor Vergata
Department of Civil Engineering and Computer Science Engineering

1

Discrete-event simulation
conceptual model

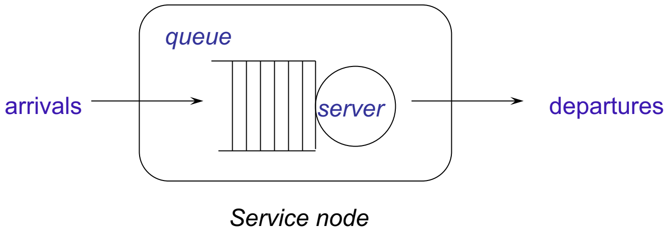


in the machine-shop:

- The "jobs" are the failed machines and the "servers" are the technies
- If there is only one service technician, the conceptual model includes a single-server queue

2

Single server queue



• *def. 1* a *single server service node* consists of a *server* plus its *queue*

terminology

synonymous
- queue/center/node
- job/user/request

usual		in the book
• waiting time	→	delay
• response/sojourn time	→	wait

Quali sono le grandezze in gioco?

delay = tempo attesa in coda = waiting time, quando macchina guasta deve attendere che le altre vengano riparate.

begins: momento in cui arrivo + tempo che attendo

tempo attesa = tempo risposta = quanto attendo in coda + tempo riparazione

quando riparto, departure, tempo completamento = quando arrivo + tempo che attendo per essere riparato

Discrete-event simulation
specification model

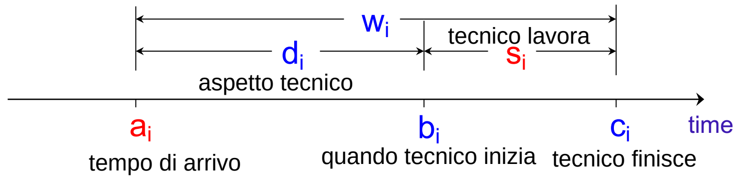
For a job *i*:

- The *arrival time* is a_i
- The *service time* is s_i

$\Big\}$ input variables

- The *delay* in the queue is d_i (delay, usually this is known as "waiting time")
- The time that service begins is $b_i = a_i + d_i$ (begin)
- The *wait* in the node is $w_i = d_i + s_i$ (wait, aka response time)
- The departure time is $c_i = a_i + w_i$ (completion)

$\Big\}$ output variables



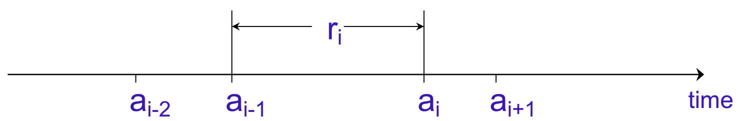
Discrete-event simulation
specification model

tempo di interarrivo

The *interarrival time* between jobs *i − 1* and *i* is

$$r_i = a_i - a_{i-1}$$

where, by definition, $a_0 = 0$



Assume only one arrival per time instant

$r_i > 0, \ \forall\, i$

NO bulk

ad ogni istante di tempo c'è un solo arrivo per volta. Non ci sono arrivi multipli nello stesso momento (bulk arrivals).

A volte ha senso considerare i bulk, altri no. Nel nostro caso potrei considerarli, perchè è possibile che si rompano due macchine nello stesso momento.

trace-driven simulation

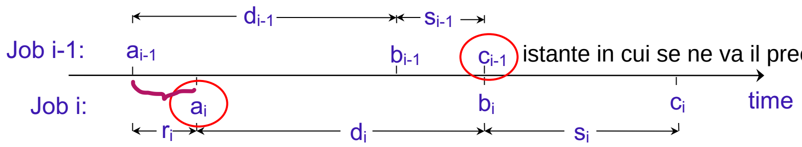
Ho i dati, come calcolo le misure di prestazione?

- The model is driven by external data:
  Given the arrival times a_i and service times s_i, can the delay times d_i be computed?
- For some queue disciplines, this question is difficult to answer
  Parliamo di ULTIMO COMPLETAMENTO, solo un job davanti a me.
- If the queue discipline is FIFO, d_i is determined by when a_i (the arrival) occurs relative to c_{i-1} (the previous departure)

Nell'esempio, l'ordine di riparazione è FIFO, altre volte è più complesso.
Se l'arrivo è dopo il completamento del job precedente a me (non ho attesa), il delay è 0.

Case 1. The job arrives *before* the previous job completes

$a_i < c_{i-1}$



istante in cui se ne va il precedente job.

Se io arrivo e il job precedente è ancora presente, attendo un tempo pari al tempo di completamento job precedente - tempo in cui sono arrivato io.

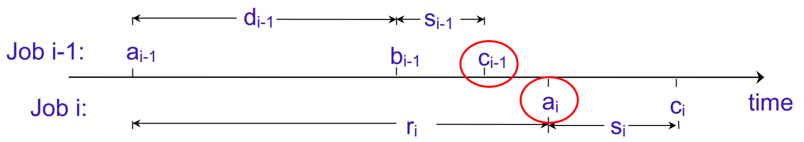
$\longrightarrow$ $d_i = c_{i-1} - a_i$

r1 = tempo interrarrivo tra i due job.
Inoltre in job (i-1) c'è un tempo "b(i-1)", perchè anche il job precedente avrà atteso il suo predecessore.

Discrete-event simulation
Trace-driven simulation

Case 2. The job arrives *after* the completion of the previous job

$a_i \geq c_{i-1}$



In questo caso, è come se arrivassi quando la fila è vuota, non aspetto.

$\longrightarrow d_i=0$

Prof. Vittoria de Nitto Personè 9

9

Discrete-event simulation
Output statistics

Output statistics

- The purpose of simulation is insight — gained by looking at statistics
- The importance of various statistics varies on perspective:
  - User perspective (job): wait time is most important
  - Manager perspective: utilization is critical
- Statistics are broken down into two categories
  - Job-averaged
  - Time-averaged

Facciamo ciò per ottenere indici, che possono esser più o meno importanti a seconda dell'attore coinvolto: ciò che vede l'utente è diverso da ciò che vede un manager.

Prof. Vittoria de Nitto Personè 10

10

Osservo 1000 job, di ciascuno mi calcolo tempo risposta (istante arrivo, istante che esce), voglio la media. Sommo e divido per 1000.
E' una statistica JOB average. Uguale per interarrivi e tempi servizi medi.
Se volessi calcolarmi popolazione media allora parlo di statistiche time-average.
esempio: popolazione è 0 per 12 ore, 100 per altre 12 ore, allora avrò: (12*0 + 12*100)/24 (divido per 24 ore, che è la mia unità di tempo).

Job-averaged statistics

- *Average interarrival time* $\bar{r} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i = \frac{a_n}{n}$

(a1 - a0) + (a2 - a1) +..... + [a(N) - a(N-1)], ma vedo che molti elementi si annullano. Restano aN - a0, ma a0 è 0. quindi resta aN, che divido per N.

Arrival rate $\frac{1}{\bar{r}}$

è l'inverso, frequenza arrivo media,

- *Average service time* $\bar{s} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} s_i$

qui non ho semplificazione, sommo e basta.

Service rate $\frac{1}{\bar{s}}$

Job-averaged statistics

- The *average delay* and *average wait* are defined as

$$\bar{d} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i \qquad \bar{w} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} w_i$$

Recall $w_i=d_i+s_i$ $\forall$ i, hence

tempo risposta medio

$$\bar{w} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} w_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(d_i + s_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} s_i = \bar{d} + \bar{s}$$

attesa media + servizio medio

Sufficient to compute any two of $\bar{w}, \bar{d}, \bar{s}$

note due, è facile calcolare la terza.
inoltre servizio medio è input, quindi basta delay da calcolare.

E' buona norma, in fase di controllo, non limitarsi a dire "ho due variabili, calcolo la terza in funzione di quelle che ho" bensì calcolare tutto in modo indipendente, e DOPO verificare se abbiamo rispettato il controllo di consistenza.

time-averaged statistics

For SSQ, need three additional functions

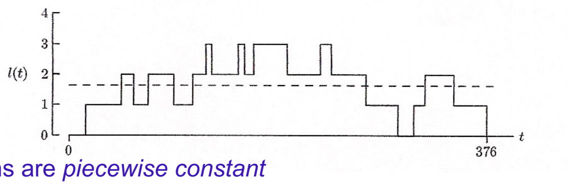
l(t) e q(t) sono >0, potenzialmente illimitati, a meno che non metta io dei paletti.

- l(t): number of jobs in the service node at time t
- q(t): number of jobs in the queue at time t
- x(t): number of jobs in service at time t

o opera, o non opera il server. (per questo 0 o 1).

By definition l(t)=q(t)+x(t) ∀ t

l(t) = 0, 1, 2, …
q(t) = 0, 1, 2, …
x(t) = 0, 1



The three functions are *piecewise constant*

Over the time interval (0, τ):

time-averaged number in the node: $\bar{l} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau l(t)dt$ alla fine sto calcolando l'area, dividendo per il tempo tau.

time-averaged number in the queue: $\bar{q} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau q(t)dt$

time-averaged number in service: $\bar{x} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau x(t)dt$

tempo è tau, x(t) è 0 o 1.
Se sempre pieno, integro su 1, ovvero trovo tau/tau = 1
Se sempre vuoto, integro su 0, 0/tau = 0

Def. *Utilization*
The proportion of time that the server is busy

Since l(t)=q(t)+x(t) ∀ t $\quad \bar{l} = \bar{q} + \bar{x}$

Quindi x medio mi dice la proporzione a livello di tempo in cui il server è occupato.

Che relazione c'è tra queste statistiche?

How are job-averaged and time-average statistics related?

Little's Law (1961) ha un'applicabilità molto più alta di quella che vediamo ora.

If (a) queue discipline is FIFO,

(b) service node capacity is infinite, and (anche se non vale, posso applicare Little)

(c) server is idle both at the beginning and end of the observation interval ($t = 0$, $t = c_n$) istante iniziale e finale vuole server vuoto.

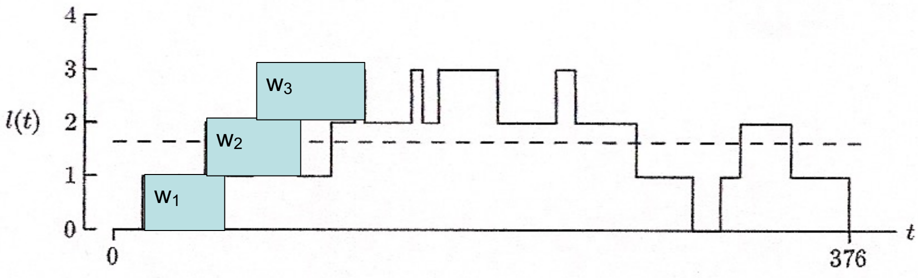
then

$$\int_0^{c_n} l(t)dt = \sum_{i=1}^{n} w_i$$ popolazione centro - tempo risposta

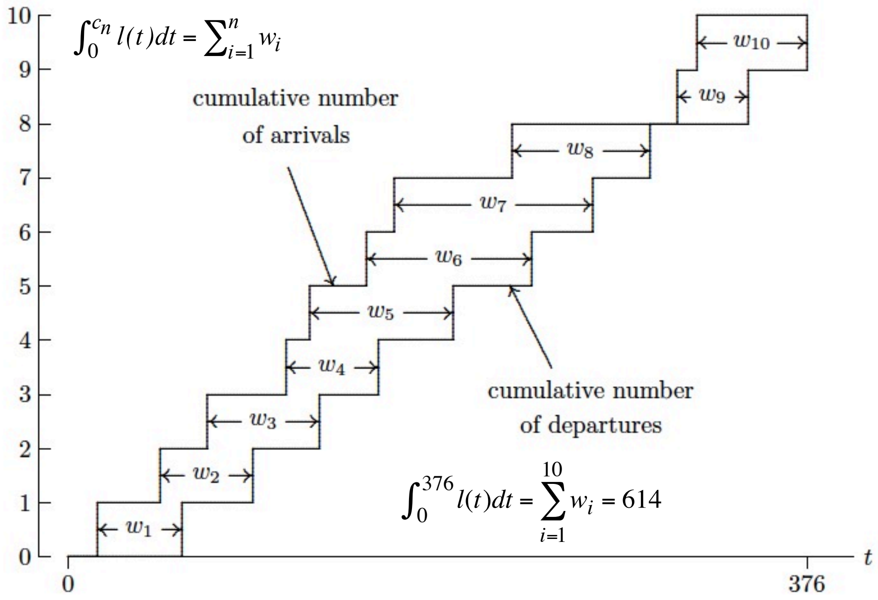
$$\int_0^{c_n} q(t)dt = \sum_{i=1}^{n} d_i$$ popolazione coda - tempo attesa

$$\int_0^{c_n} x(t)dt = \sum_{i=1}^{n} s_i$$ popolazione server - tempo servizio

Parto da tempo 0, a tempo 376. W(i) è tempo risposta.



Questa è la cumulativa del numero di arrivi (bordo superiore),
e cumulativa del numero di partenze (bordo inferiore), Little dimostra che l'integrale
che l'integrale e la somma coincidono. Noi l'abbiamo visto da un punto di vista puramente grafico.



Using $\tau = c_n$ in $\bar{l} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau l(t)dt$ definizione di media, se ci metto cn = tau

along with Little's Theorem, we have:

$$c_n \bar{l} = \int_0^{c_n} l(t)dt = \sum_{i=1}^n w_i = n\bar{w}$$

As a consequence: $\bar{l} = \frac{n}{c_n}\bar{w}$ forma che usiamo noi, relazione tra medie.

Same holds for: $\bar{q} = \frac{n}{c_n}\bar{d}$ $\bar{x} = \frac{n}{c_n}\bar{s}$

n° job/ tempo
throughput medio.
Mi dice quanto serve
nell'unità di tempo, per quel periodo di osservazione.

$\frac{n}{c_n}$ represents the *average system throughput* in c_n
Note that, for infinite queue, this corresponds to the average arrival rate

Ho sistema sottoposta a frequenza di arrivo, smaltisce con frequenza di servizio,
il rapporto freq. arrivo/ freq. servizio.

Def. Traffic intensity

The ratio of the arrival rate to the service rate

intensità di traffico può essere >1

$$\frac{1/\bar{r}}{1/\bar{s}} = \frac{\bar{s}}{\bar{r}} = \frac{\bar{s}}{a_n/n} = \left(\frac{c_n}{a_n}\right)\bar{x}$$

certa utilizzazione <= 1, perchè vista come proporzione rispetto al tempo, quindi non può essere >1

$$\bar{x} = \frac{n}{c_n}\bar{s}$$

sfrutto Little

When c_n/a_n is close to 1.0, the traffic intensity and utilization will be nearly equal

Per tempi estesi può effettivamente tendere a 1, allora in questi casi
l'intensità di traffico e utilizzazione sono CIRCA la stessa cosa, ma generalmente
non è detto!