

## Performance Modeling of Computer Systems and Networks

Prof. Vittoria de Nitto Personè

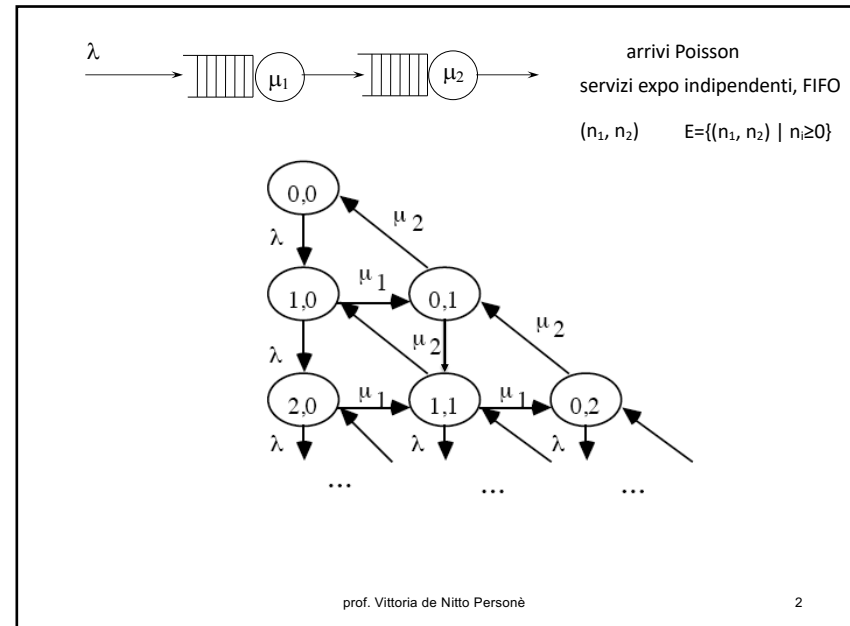
### Product Form

Università degli studi di Roma Tor Vergata  
Department of Civil Engineering and Computer Science Engineering

Copyright © Vittoria de Nitto Personè, 2021  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>



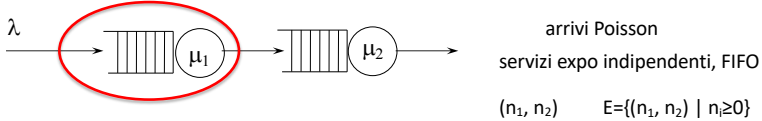
1



2

Partiamo da sistema vuoto avente stato  $(0,0)$ . Le frecce rispettano un certo ordine: le frecce degli arrivi vanno sempre verso il basso (verticale).

Stesso discorso per i tassi di servizio, che sono sempre diagonali. Il grafo prodotto ha una struttura a lattice.



arrivi Poisson  
servizi expo indipendenti, FIFO  
( $n_1, n_2$ )  $E=\{(n_1, n_2) \mid n_i \geq 0\}$

$$\rho^n (1 - \rho) = \Pr\{N_S = n\}^{M/M/1/FIFO}$$

se  $\rho_1 = \lambda / \mu_1 < 1$

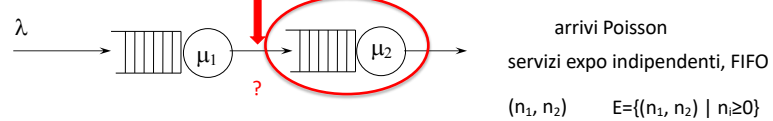
$$\Pr\{n_1 = k\} = \rho_1^k (1 - \rho_1) \quad k \geq 0$$

Guardiamo il primo centro (senza vedere ciò che c'è dopo) che riceve con tasso di Poisson, serve con tasso esponenziale, per ipotesi. Posso pensare alla soluzione M/M/1, che si comporta come una MG/PS, in cui tutti sono come se fossero in servizio in simultanea.

prof. Vittoria de Nitto Personè 3

3 Se l'utilizzazione  $\rho < 1$ , allora posso scrivere come sopra. Poiché lavoro solo in  $\rho_1$ , allora userò  $\rho_1$ , non  $\rho$ . Il primo centro è quindi risolvibile.

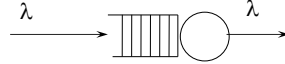
Il problema del secondo centro è: cosa gli entra?



arrivi Poisson  
servizi expo indipendenti, FIFO  
( $n_1, n_2$ )  $E=\{(n_1, n_2) \mid n_i \geq 0\}$

Teorema di Burke

Dato un sistema M/M/1 stabile con processo di arrivo di Poisson di parametro  $\lambda$ , il processo di partenza è anch'esso un processo di Poisson di parametro  $\lambda$ .

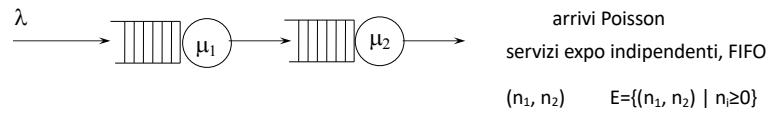


se  $\rho_2 = \lambda / \mu_2 < 1$

$$\Pr\{n_2 = k\} = \rho_2^k (1 - \rho_2) \quad k \geq 0$$

prof. Vittoria de Nitto Personè 4

4 Esiste il Teorema di Burke: dato processo M/M/1 stabile con arrivi Poisson di parametro  $\lambda$ , allora anche il processo di partenza è un processo di Poisson di parametro  $\lambda$ . Allora anche per questo secondo centro vale come prima, in  $\rho_2$ .



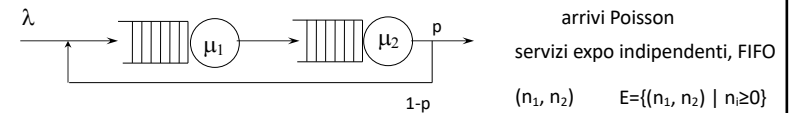
Per la proprietà di indipendenza

$$\pi(i, j) = \Pr\{n_1 = i\} \Pr\{n_2 = j\} \quad \forall (i, j) \in E$$

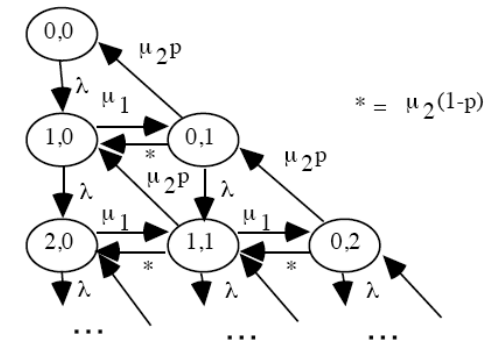
Se introducessi il feedback che ritorna nella coda 1 con "1-p"?

prof. Vittoria de Nitto Personè

5



Cade ipotesi di indipendenza, no Burke



prof. Vittoria de Nitto Personè

6

Questi due centri non sono totalmente indipendenti, quindi neanche Burke va bene. Tuttavia è come se si comportassero indipendentemente l'uno dall'altro. Posso calcolare come prima.

arrivi Poisson  
servizi expo indipendenti, FIFO  
(n₁, n₂)    E={n₁, n₂ | nᵢ ≥ 0}

Cade ipotesi di indipendenza, no Burke  
Ma come se...

se  $\rho_i < 1 \quad i=1,2$

$$\pi(i, j) = \Pr\{n_1 = i\} \Pr\{n_2 = j\} \quad \forall (i, j) \in E$$

$$\Pr\{n_i = k\} = \rho_i^k (1 - \rho_i) \quad \rho_i = \frac{\lambda}{p\mu_i} \quad i=1,2$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda + (1-p)\lambda_2 \\ \lambda_2 = \lambda_1 \end{cases} \quad \lambda_1 = \frac{\lambda}{p}$$

$$v_1 = v_2 = \frac{1}{p}$$

Come posso vedere se il sistema è stabile?

prof. Vittoria de Nitto Personè 7

7

Devo vedere se i due rho sono minori di 1. Mi serve lambda da trovare, perchè c'è il feedback. Uso le equazioni di traffico.

Sotto certe ipotesi possiamo calcolare il tutto come prodotto dei singoli centri, con le formule già viste (multiserver con Erlang, etc...). Sotto quali ipotesi?

## Reti di code separabili

Bilanciamento del flusso, per avere soluzione stazionaria.

- ❖ Bilanciamento del flusso      Comportamento one-step, non è possibile che due transizioni verso due punti diversi della rete nello stesso momento.
- ❖ Comportamento "one-step"      Devo contare il movimento del job.
- ❖ omogeneità
  - Routing
  - Dispositivi
  - Arrivi esterni

Presenta tre declinazioni, comunque vuol dire indipendenza dallo stato. Nel routing devo avere indipendenza totale (controesempio: non andare nel centro se popolazione > 70%, creo dipendenza). Il routing deve essere probabilistico ed indipendente dallo stato, cioè parlo di omogeneità.

prof. Vittoria de Nitto Personè 8

8

Nei dispositivi, il tasso di un certo dispositivo può dipendere solo da sè stesso (vedi processor sharing) ma non da altri. La condizione è interna.

Per gli arrivi esterni il tasso degli arrivi esterni su un determinato centro dipende solo rispetto al centro che stiamo considerando, non dagli altri.

## Accennato

**BCMP**

- Aperte, chiuse, miste
- Routing probabilistico, senza memoria, indipendente dallo stato
- Servizi expo se lo scheduling prevede attese
- Servizi generali se lo scheduling è immediato (IS, PS, LIFO-prel)

prof. Vittoria de Nitto Personè

9

9 La versione della soluzione in forma prodotto più ampia. Mette insieme reti aperte, chiuse e miste. Il routing probabilistico, senza memoria e indipendente. Introduce le distribuzioni generali distinguendo se i centri prevedono attese (allora uso esponenziale), altrimenti se non si forma coda (c'è sempre server libero) uso infinite server. PS. LIFO-prel.

**Why MVA ??**

- general topology networks
- low computational cost and easy of use

*Software engineering**Theoretical computer science**Military applications**Web traffic modeling**Manufacturing**Web application performance prediction**Wireless Communication*

prof. Vittoria de Nitto Personè

10

10

### Web application performance prediction

- Á. Bogárdi-Mészöly, T. Levendovszky "A novel algorithm for performance prediction of web-based software systems". *Performance Evaluation: Volume 68 Issue 1, Pages 45-57, January, 2011*
- G. Franks, T. Al-Omaru, M. Woodside, O. Das, S. Derisavi "Enhanced modeling and solution of layered queueing networks". *IEEE Transaction on Software Engineering, vol. 35 no. 2, pp. 148-161 (2009)*

### Web traffic modeling

- K. Avrachenkov, U. Yechiali "On tandem blocking queues with a common retrial queue". *Computers & Operations Research 37 (2010), 1174-1180*
- G. Casale, E. Smirni "MAP-AMVA: Approximate mean value analysis of bursty systems". *2009 IEEE/IFIP International Conference on Dependable Systems & Networks. (2009)*
- L. Zhang, D. G. Down "Approximate Mean Value Analysis for Multi-core Systems". *International Symposium on Performance Evaluation of Computer and Telecommunication Systems SPECTS 2015*

### Software engineering

- Dorina C. Petriu, C. Murray Woodside "Approximate mean value analysis based on Markov chain aggregation by composition". *Linear Algebra and its Applications 386 (2004) 335-358*

### Wireless Communication

- Y. Lin, V. W.S. Wong "Saturation Throughput of IEEE 802.11e EDCA Based on Mean Value Analysis". *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (2006)*

prof. Vittoria de Nitto Personè

11

11

### Manufacturing

- L. Mönch, J. Zimmermann, S.J. Mason, J.W. Fowler "Multiple orders per job formation and release strategies in large-scale wafer fabs: a simulation study". *Journal of Simulation (2011) 5, 25-43*
- M.K. Omar, S. Kumar, Y. Suppiah "Performance analysis in a re-entrant operation with combinational routing and yield probabilities". *Applied Mathematical Modelling: Volume 33, Issue 3, March 2009, Pages 1601-1612*
- M.Jain, Sandhya Maheshwari, K.P.S. Baghel "Queueing network modeling of flexible manufacturing system using mean value analysis". *Applied Mathematical Modeling 32 (2008) 700-711*

### Military applications

- Xia Guoqing, Chen Hongzhao, Wang Yuanhui "Analysis of aircraft sortie generation process using closed queueing network model". *2010 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation (2010)*

### Theoretical computer science (process algebras)

- N. Thomas, Y. Zhao "Mean value analysis for a class of PEPA models." *Computer Performance Engineering. (2009).*
- Y. Zhao, N. Thomas "Comparing Methods for the Efficient Analysis of PEPA Models of Non-repudiation Protocols". *2009 15th International Conference on Parallel and Distributed Systems. (2009)*
- G. Yaikhom, M. Cole, S. Gilmore "Combining measurement and stochastic modelling to enhance scheduling decisions for a parallel mean value analysis". *Computational Science – ICCS 2006. Lecture notes on computer science, 2006, Volume 3992/2006, 929-936*
- M. Tribastone "Approximate Mean Value Analysis of Process Algebra Models" *19th Annual IEEE International Symposium on Modelling, Analysis, and Simulation of Computer and Telecommunication Systems (2011)*

NB

La bibliografia presentata non è esaustiva, ma è da intendersi solo a titolo di esempio

prof. Vittoria de Nitto Personè

12

12

MVA

```

for i:=1 until M do
   $E(n_i(0)) = 0$       initialization

for n:=1 until N do {
  for i:=1 until M do {
     $E(t_i(n)) = \begin{cases} E(S_i) & \text{delay center} \\ E(S_i)(1 + E(n_i(n-1))) & \text{queueing center} \end{cases}$ 
  }
  for i:=1 until M do {
     $\lambda_i(n) = \frac{M}{\sum_{j=1}^M v_j / i} \frac{n}{E(t_j(n))}$ 
     $E(n_i(n)) = \lambda_i(n) E(t_i(n))$ 
  }
}

```

Arrival Theorem

prof. Vittoria de Nitto Personè

13