

FHCSN | Esercizio 1 Lect 03:

$$\mu = 1,2 \text{ job/s} \quad \lambda = 0,45 \text{ job/s}$$

$$E[N_q] = 0,225$$

Esercizio
 $\mu = 0,8$

$$\rho = ? \quad E[T_s] = ?$$

$$\rightarrow \lambda < \mu \Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,45 \text{ job/s}}{1,2 \text{ job/s}} = 0,375$$

V

$$\rightarrow E[N_s] = E[N_q] + \rho = 0,225 + 0,375 = 0,6$$

$$E[N_s] = \lambda E[T_s] \Rightarrow E[T_s] = \frac{1}{\lambda} E[N_s] = \frac{1}{0,45} \cdot 0,6 \approx 1,3333 \text{ s}$$

$$\rightarrow \lambda_A$$

$$\rightarrow E[N_q] = \lambda E[T_q] \Rightarrow E[T_q] = \frac{1}{\lambda} E[N_q] = \frac{0,225}{0,45} = 0,5 \text{ s}$$

$$\rightarrow \lambda_B$$

$$E[T_s] = E[T_q] + \frac{1}{\mu} = 0,5 \text{ s} + \frac{1}{1,2} \text{ s} \approx 1,3333 \text{ s}$$

$$\rightarrow N$$

+

$$\lambda' = 1,20 \lambda \quad E[N'_q] = 0,3681818$$

$$\rho' = ? \quad E[T'_s] = ?$$

$$\rightarrow N$$

$$\rightarrow \lambda' = 1,20 \cdot 0,45 \text{ job/s} = 0,54 \text{ job/s} < \mu \Rightarrow \rho' = \frac{\lambda'}{\mu} = \frac{0,54 \text{ job/s}}{1,2 \text{ job/s}} = 0,45$$

$$\rightarrow N$$

$$\rightarrow E[N'_s] = E[N'_q] + \rho' = 0,3681818 + 0,45 = 0,8181818$$

$$\rightarrow N$$

$$E[T'_s] = \frac{1}{\lambda'} E[N'_s] = \frac{1}{0,54} \cdot 0,8181818 \approx 1,51515 \text{ s}$$

$$\rightarrow N$$

+

Ora voglio fare in modo che il servizio classico (\rightarrow il tasso di arrivo sia uguale al tasso di servizio).

$$\rightarrow N$$

$$\rightarrow \lambda'' = \mu = 1,2 \text{ job/s} \Rightarrow \lambda'' = \alpha \lambda' \Rightarrow 1,2 = \alpha \cdot 0,54 \Rightarrow \alpha = \frac{1,2}{0,54} \approx 2,222$$

$$\rightarrow N$$

\Rightarrow C'è stato un incremento del 122,22% (corretto) del tasso di arrivo.

$$\rightarrow N$$

\rightarrow Ora è altrettanto chiaro che $\rho = f$ e che $E[T_s]$ inizia a divergere dato che \Rightarrow anche $E[N_s]$ inizia a divergere (non siamo in una situazione di stazarienza).

Esercizio 2 Part 03:

$$\mu = 0,8 \text{ job/s}$$

$$\begin{aligned} 08:00 - 12:00 &\Rightarrow \lambda_1 = 1,5 \text{ job/s} \\ 12:00 - 14:00 &\Rightarrow \lambda_2 = 0,5 \text{ job/s} \\ 14:00 - 19:00 &\Rightarrow \lambda_3 = 1,5 \text{ job/s} \\ 19:00 - 21:00 &\Rightarrow \lambda_4 = 0,5 \text{ job/s} \\ 21:00 - 08:00 &\Rightarrow \lambda_5 = 0,05 \text{ job/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{avg}} &=? \\ p_{\text{avg}} &=? \\ X_{\text{avg}} &=? \\ X_1, X_2, X_3, &=? \\ X_4, X_5 &=? \end{aligned}$$

$$\rightarrow \lambda_{\text{avg}} = \frac{1}{24} (4\lambda_1 + 2\lambda_2 + 5\lambda_3 + 2\lambda_4 + 11\lambda_5) = 0,66875 \text{ job/s} \quad (< \mu)$$

\rightarrow assumo il centro vuoto alle 08:00.

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 08:00 E LE 12:00: $1,5 \cdot 3600 \cdot 4 = 21600$

► NUMERO DI JOBS SERVITI TRA LE 08:00 E LE 12:00: $0,8 \cdot 3600 \cdot 4 = 11520$

\Rightarrow NUMERO DI JOBS NEL CENTRO ALLE 12:00: $21600 - 11520 = 10080$

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 12:00 E LE 14:00: $0,5 \cdot 3600 \cdot 2 = 3600$

► NUMERO DI JOBS SERVITI TRA LE 12:00 E LE 14:00: $0,8 \cdot 3600 \cdot 2 = 5760$

\Rightarrow NUMERO DI JOBS NEL CENTRO ALLE 14:00: $10080 + 3600 - 5760 = 7920$

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 14:00 E LE 19:00: $1,5 \cdot 3600 \cdot 5 = 27000$

► NUMERO DI JOBS SERVITI TRA LE 14:00 E LE 19:00: $0,8 \cdot 3600 \cdot 5 = 14400$

\Rightarrow NUMERO DI JOBS NEL CENTRO ALLE 19:00: $7920 + 27000 - 14400 = 20520$

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 19:00 E LE 21:00: $0,5 \cdot 3600 \cdot 2 = 3600$

► NUMERO DI JOBS SERVITI TRA LE 19:00 E LE 21:00: $0,8 \cdot 3600 \cdot 2 = 5760$

\Rightarrow NUMERO DI JOBS NEL CENTRO ALLE 21:00: $20520 + 3600 - 5760 = 18360$

► NUMERO DI JOBS CHE ARRIVANO TRA LE 21:00 E LE 08:00: $0,05 \cdot 3600 \cdot 11 = 1980$

► NUMERO DI JOBS (RIMAN.) SERVITI TRA LE 21:00 E LE 08:00: $0,8 \cdot 3600 \cdot 11 = 31680$

\hookrightarrow In pratica, tra le 21:00 e le 08:00 vengono smaltiti tutti e i $18360 + 1980 = 20340$ job rimanenti.

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 1$$

$$\rho_5 = \frac{\# \text{ job smaltiti tra le 21:00 e le 08:00}}{\# \text{ job che si servirà in gradi di smaltire in 11 h}}$$

$$\Rightarrow \rho_5 = \frac{20340}{31680} \approx 0,6420$$

$$\text{to che } \Rightarrow \rho_{\text{avg}} = \frac{1}{24} (4\rho_1 + 2\rho_2 + 5\rho_3 + 2\rho_4 + 11\rho_5) = \frac{1}{24} (13 + 11 \cdot 0,6420) = 0,8359 = \lambda_{\text{avg}} / \mu$$

$$\rightarrow X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = \mu = 0,8 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_5 = \frac{\# \text{ job smaltiti tra le 21:00 e le 08:00}}{\# \text{ secondi tra le 21:00 e le 08:00}} = \frac{20360}{1 \cdot 3600} \approx 0,5136 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow X_{AVG} = \frac{1}{24} (4X_1 + 2X_2 + 5X_3 + 2X_4 + 11X_5) = \frac{1}{24} (0,8 \cdot 18 + 0,5136 \cdot 11)$$

$$\approx 0,6687 \text{ job/s}$$

$$\bar{\lambda} = q +$$

$$\bar{\tau} = \frac{q}{\lambda}$$

$$\bar{W} = \frac{\bar{\tau}}{\lambda}$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{i}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{t}$$

Esercizio sul quadrato:

$\lambda = 15$ (frequenza di occorso MontKleinow)

$E[S] = 58,37 \text{ ms} = 0,05837 \text{ s}$ (distribuzione GENERICA del tempo di servizio)

Ma se λ aumenta del 20%?

$$\rightarrow \lambda' = 1,20 \lambda = 18,6 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow E[\bar{T}_Q] = \frac{\rho}{2\rho} \frac{C^2+1}{2} E[S]$$

$$\rightarrow \rho = \frac{\lambda'}{\mu} = \lambda'E[S] = 0,84555 \rightarrow E[\bar{T}_Q] = \frac{0,205327}{0,16910004} \cdot (C^2+1)$$

$$E[\bar{T}_S] = \bar{T}[T_Q] + E[S] = 0,263697 + 0,205327 C^2$$

$$\rightarrow \rho' = \frac{\lambda'}{\mu} = \lambda'E[S] = 0,963105 \rightarrow E[\bar{T}'_Q] = \frac{\rho'}{4\rho'} \frac{C^2+1}{2} E[S] = 0,761864 (C^2+1)$$

$$E[\bar{T}'_S] = \bar{T}[T_Q] + \bar{T}[S] = 0,820214 + 0,761864 C^2$$

In breve, il tempo medio di attesa è aumentato del 21,0394%, mentre il tempo di servizio è rimasto invariato. Nel caso generale, possiamo descrivere così l'aumento del tempo di risposta.

Per dare una percentuale grossa dell'aumento del tempo di risposta, è necessario trattare i casi particolari (servizio esponenziale, erlangiano, ipergeometrico).

Una verifica su dei valori riportati nelle slide:

~~$$\bar{\tau} = 1,5 \quad \mu = 0,666667 \text{ job/s}$$~~

~~$$\bar{\tau} = \frac{1}{\lambda} = 2 \text{ s}$$~~

~~$$\bar{\tau} = \rho = \bar{x} = \lambda^{-1} = 0,75$$~~

~~$$\bar{W} = \frac{\rho}{2(1-\rho)} \left[1 + \frac{\sigma^2(S)}{E[S]^2} \right] = \frac{0,75^2}{0,5} \left[1 + \frac{1/12}{1,5^2} \right] = \frac{0,5625}{0,5} \left(1 + \frac{1}{21} \right) = 1,166667$$~~

$$\rightarrow \rho_0 =$$

$$\rightarrow \rho_1 =$$

$$\rightarrow \lambda =$$

$$\rightarrow \bar{T}_Q =$$

$$\rightarrow \bar{q}_0 =$$

$$\rightarrow \bar{q}_1 =$$

$$\rightarrow \bar{\tau}_Q =$$

$$\rightarrow \bar{\tau}_P =$$

Molte
maggiore

$$\rightarrow C$$

$$\rightarrow \epsilon$$

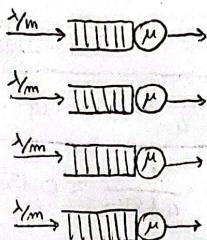
$$T(t) =$$

$$\rho = 0,533334$$

CASO 1

Assumo che cambierà μ
a partire di λ_m :

$$\Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\lambda}{mp} = \frac{1}{0,533334} = 1,8750 \text{ j/s}$$

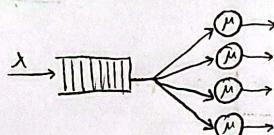


V

$$E[T_s] = \frac{1}{\mu - \lambda_m} = \frac{1}{1,8750 - 1} \approx 1,42857 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{\rho E[s]}{1-\rho} = \frac{0,533334}{0,466666} \cdot \frac{1}{1,8750} \approx 0,609525 \text{ s}$$

CASO 2

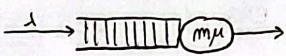


$$\begin{aligned} P[0] &= \left[\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(mp)^i}{i!} + \frac{(mp)^m}{m(1-\rho)} \right]^{-1} = \left[\frac{(4 \cdot 0,533334)^0}{0!} + \frac{(4 \cdot 0,533334)^1}{1!} + \frac{(4 \cdot 0,533334)^2}{2!} + \frac{(4 \cdot 0,533334)^3}{3!} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(4 \cdot 0,533334)^4}{4 \cdot 0,466666} \right]^{-1} = \left[1 + 2,133336 + \frac{4,554422}{2} + \frac{9,709073}{6} + \frac{20,712716}{1,866666} \right]^{-1} = \\ &= [3,133336 + 2,275561 + 1,618179 + 11,096114]^{-1} \approx 0,055178 \end{aligned}$$

$$P_q = \frac{(mp)^m}{m!(1-\rho)} \quad P[0] = \frac{20,712716}{24 \cdot 0,466666} \cdot 0,055178 \approx 0,102046$$

$$E[T_s] = \frac{P_q E[s]}{1-\rho} + E[S_i] = \frac{0,102046}{0,466666 \cdot 1,8750 \cdot 4} + \frac{1}{1,8750} = 0,029155 + 0,533333 = 0,562488 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{P_q E[s]}{1-\rho} = 0,029155 \text{ s}$$

CASO 3

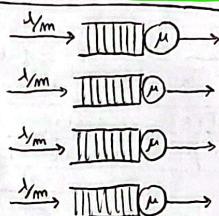
$$E[T_s] = \frac{1}{m\mu - \lambda} = \frac{1}{4 \cdot 1,8150 - 4} \approx 0,285714 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{\rho E[s]}{1-\rho} = \frac{0,533334}{0,466666} \cdot \frac{1}{4 \cdot 1,8150} \approx 0,152381 \text{ s}$$

V

$$\rho = 0,8 \quad | \quad \text{CASO 1}$$

$$\mu = \frac{\lambda}{mp} = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ j/s}$$

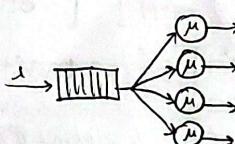
CASO

$$E[T_s]$$

$$E[T_q]$$

$$E[T_s] = \frac{1}{\mu - \lambda_m} = \frac{1}{1,25 - 1} = 4 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{\rho E[s]}{1-\rho} = \frac{0,8}{0,2} \cdot \frac{1}{1,25} = 3,2 \text{ s}$$

CASO 2

$$P[0] = \left[\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(mp)^i}{i!} + \frac{(mp)^m}{m(1-p)} \right]^{-1} = \left[\frac{(3,2)^0}{0!} + \frac{(3,2)^1}{1!} + \frac{(3,2)^2}{2!} + \frac{(3,2)^3}{3!} + \frac{(3,2)^4}{4!} \right]^{-1} = \\ = \left[1 + 3,2 + 5,12 + 5,461333 + 131,072 \right]^{-1} \approx 0,006856$$

manca fattore

$$P_q = \frac{(mp)^m}{m!(1-p)} \quad P(0) = \frac{(3,2)^4}{4! \cdot 0,2} \cdot 0,006856 = 0,149772$$

$$E[T_s] = \frac{P_q E[s]}{1-\rho} + E[S_0] = \frac{0,149772}{0,2 \cdot 1,25 \cdot 4} + \frac{1}{1,25} \approx 0,149772 + 0,8 = 0,949772 \text{ s}$$

$$E[T_q] = \frac{P_q E[s]}{1-\rho} \approx 0,149772 \text{ s}$$

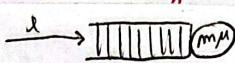
Risolve

{ };

ottenuta

• Ploss =

• $\lambda' =$ • $\rho =$ 3) $X =$

CASO 3

$$E[T_s] = \frac{1}{m\mu - \lambda} = \frac{1}{4 \cdot 1,25 - 4} = 1 \text{ s}$$

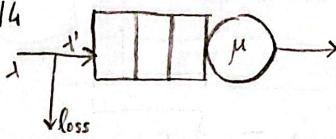
$$E[T_q] = \frac{\rho E[s]}{1-p} = \frac{0,8}{0,2} \cdot \frac{1}{4 \cdot 1,25} = 0,8 \text{ s}$$

Esercizio:

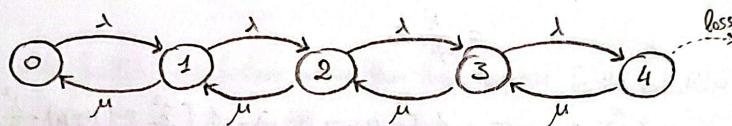
$$\lambda = \frac{1}{0,2} \text{ J/s} = 5 \text{ J/s}$$

$$\mu = \frac{1}{0,2} \text{ J/s} = 5 \text{ J/s}$$

Coda M/G/1/4

1) Il sistema è stazionario perché ha una coda finita.

2)



Risolvendo le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 & \forall i = 1, 2, 3, 4 \\ \sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \end{cases}$$

otteniamo che $\pi_0 = \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \frac{1}{5}$.

$$\bullet P_{loss} = \pi_4 = \frac{1}{5}$$

$$\bullet \lambda' = \lambda(1 - P_{loss}) = 5 \cdot \frac{4}{5} = 4 \text{ J/s}$$

$$\bullet \rho = \frac{\lambda'}{\mu} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\bullet X = \lambda' = 4 \text{ J/s}$$

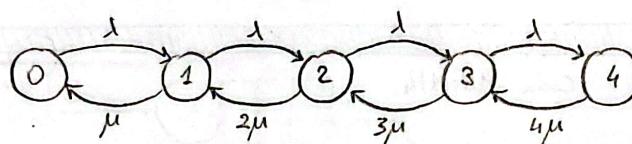
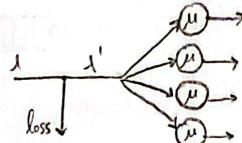
INTERAMENTE:
 $W_t^{(n)a}, R_1^{(n)a}, W_2^{(n)b}, R_1^{(n)b}, W_1^{(n)c}, R_2^{(n)c}$

Prosegua sul retro...

Coda M/G/4/4

$$\lambda = 5 \text{ J/s}$$

$$\mu = \frac{1}{300} \text{ J/ms} = 3,333333 \text{ J/s}$$



$$\pi_0 \lambda = \pi_1 \mu \Rightarrow \pi_1 = \frac{\lambda}{\mu} \pi_0$$

$$\begin{aligned} \pi_1(\lambda + \mu) &= \pi_0 \lambda + \pi_2 \cdot 2\mu \Rightarrow \pi_2 = \frac{1}{2\mu} [\frac{\lambda}{\mu} \pi_0 (\lambda + \mu) - \pi_0 \lambda] = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\lambda^2}{\mu} + \lambda - \lambda \right) \pi_0 = \\ &= \frac{\lambda^2}{2\mu^2} \pi_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_2(\lambda + 2\mu) &= \pi_1 \lambda + \pi_3 \cdot 3\mu \Rightarrow \pi_3 = \frac{1}{3\mu} [\pi_2(\lambda + 2\mu) - \pi_1 \lambda] = \frac{1}{3\mu} \left[\frac{\lambda^2}{2\mu^2} \pi_0 (\lambda + 2\mu) - \frac{\lambda^2}{\mu} \pi_0 \right] = \\ &= \frac{1}{3\mu} \left(\frac{\lambda^3}{2\mu^2} + \frac{\lambda^2}{\mu} - \frac{\lambda^2}{\mu} \right) \pi_0 = \frac{\lambda^3}{6\mu^3} \pi_0 \end{aligned}$$

$$\text{Analogamente, } \pi_4 = \frac{\lambda^4}{4! \mu^4} \pi_0 = \frac{\lambda^4}{24\mu^4} \pi_0$$

$$\sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \Rightarrow \pi_0 \left(1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2\mu^2} + \frac{\lambda^3}{6\mu^3} + \frac{\lambda^4}{24\mu^4} \right) = 1 \Rightarrow$$

$$\pi_0 \cdot \frac{24\mu^4 + 24\lambda\mu^3 + 12\lambda^2\mu^2 + 4\lambda^3\mu + \lambda^4}{24\mu^4} = 1 \Rightarrow \pi_0 \cdot 4,398438 = 1 \Rightarrow$$

$$\pi_0 \approx 0,227353$$

$$\Rightarrow \pi_4 = \frac{\lambda^4}{24\mu^4} \pi_0 \approx 0,047957 = p_{\text{loss}}$$

$$\cdot \lambda' = \lambda(1-p_{\text{loss}}) = 4,760215 \text{ J/s}$$

$$\cdot X = \lambda' = 4,760215 \text{ J/s}$$

$E[T_s]$ va calcolata con Difit:

$$E[T_s] = \frac{E[N_s]}{\lambda'} = \left(\sum_{i=0}^4 i \pi_i \right) \frac{1}{\lambda'}$$

$$\begin{aligned} E[N_s] &= \pi_0 + 2\pi_1 + 3\pi_2 + 4\pi_3 = \\ &= 0,3410295 + 0,51154425 + \\ &+ 0,3836582 + 0,19182489 = \\ &= 1,42806107 \end{aligned}$$

$$\overline{E[S_d(x)]} = \frac{\overline{E[T_s(x)]}}{x} = \frac{x + \text{EL}[T_s(x)]}{x} = 1 + \frac{\overline{E[T_q]}}{x} = 1 + \frac{\frac{1}{2} \overline{E[S]}_1}{(1-p)x}$$

Confronto m centri separati vs un centro con m server vs server singolo
 $\lambda = 4 \text{ J/s}$; $m = 4$; $p = 0.8$
 (caso di servizi markoviani)

$$\bar{x}_B - \bar{x}_{B'} = \bar{x}_B (1-\beta) = \lambda (1-\beta)$$

$$\frac{(1-\beta)\nu}{\lambda} \rightarrow s \Rightarrow 1-\beta \rightarrow \frac{\lambda}{\nu}$$

$$\Rightarrow \beta \rightarrow 1 - \frac{\lambda}{\nu}$$

ne fa raggiungere per

→ mi centri separati

$$\Rightarrow p = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\lambda}{mp} = \frac{1}{4} \text{ J/s} = 1,25 \text{ J/s} \Rightarrow \overline{E[S]} = \frac{\lambda}{\mu} = 0,8 \text{ s}$$

$$\overline{E[T_q]} = \frac{p \overline{E[S]}}{1-p} = \frac{0,8}{0,2} \cdot 0,8 = 3,2 \text{ s}$$

$$\overline{E[T_s]} = \overline{E[T_q]} + \overline{E[S]} = 4,0 \text{ s}$$

già fatto

→ un centro con m server

$$p = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\lambda}{mp} = 1,25 \text{ J/s} \Rightarrow \overline{E[S_i]} = 0,8 \text{ s} \Rightarrow \overline{E[S]} = \frac{\overline{E[S_i]}}{m} = 0,2 \text{ s}$$

$$\overline{E[T_q]} = \frac{p \overline{E[S]}}{1-p}$$

$$\overline{P_q} = \frac{(mp)^m}{m! (1-p)} P(0) \quad \text{dove } P(0) = \left(\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(mp)^i}{i!} + \frac{(mp)^m}{m! (1-p)} \right)^{-1} = \\ = \left(1 + 3,2 + \frac{3,2^2}{2} + \frac{3,2^3}{6} + \frac{3,2^4}{24 \cdot 0,2} \right)^{-1} = \left(4,2 + 5,12 + 5,461333 + 21,865333 \right)^{-1} = \\ = 0,027303$$

$$\Rightarrow P_q = 21,84533 \cdot 0,027303 \approx 0,596443$$

$$\Rightarrow E[T_q] = \frac{P_q E[S]}{1-\rho} = \frac{0,596443 \cdot 0,2}{0,2} = 0,596443 \text{ s}$$

$$E[T_s] = E[T_q] + E[S_i] = 1,376443 \text{ s}$$

→ server simpolo

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu} \Rightarrow \mu = \frac{1}{m\rho} = 1,25 \text{ J/s} \Rightarrow E[S] = \cancel{0,8 \text{ s}} \quad \frac{1}{m\mu} = 0,2 \text{ s}$$

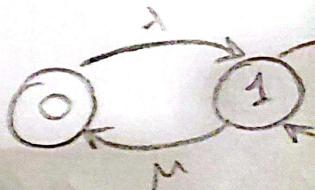
$$E[T_q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0,8 \cdot 0,2}{0,2} = 0,8 \text{ s}$$

$$E[T_s] = E[T_q] + E[S] = 1 \text{ s}$$

(30)

MARKOV

$C=6 \quad \lambda = 5 \text{ jobs/s}$
↑ stavolta abbiamo 6



$$\pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \cdot \frac{1}{i!} \cdot \pi_0$$

$$\sum_{i=0}^6 \pi_i = 1 \Rightarrow \sum$$

CLASSI FAST JSON

SE \rightarrow `com/fasterxml/jackson/Test.java`

SERIALIZZARE / DESERIALIZZARE

pubblico statico T T set e get (String int, Type type, reser, file config, featu, ... more)

$$1 - p_1 \beta = \frac{E[S]}{QoS} \Rightarrow \beta = 1 - \frac{E[S]}{QoS} \Rightarrow P_1 = \frac{E[S]}{QoS}$$

Esercizio: $\lambda = 0,8 \text{ J/S}$

$E[S] = 0,4 \text{ s} \rightarrow$ TEMPO DI SERVIZIO ESPONENZIALE

$E[T_Q] = "QoS" = 0,1 \text{ s} \rightarrow$ Se rispettato \Rightarrow guadagno di $C_1 = 5$

\rightarrow Se non rispettato \Rightarrow perdita di $C_2 = 3$

Calcolare p_1, p_2 affinché $R = p_1 C_1 - p_2 C_2$ sia massimizzato.

PARLIAMO DI UN SERVIZIO
A CODE DI PRIORITY
ABSTRACT-PREEEMPTIVE

$$P = \lambda E[S] = 0,32$$

$$E[T_{Q1}] = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{1}{2} \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i)} \stackrel{k=1}{=} \frac{\frac{1}{2} \lambda_1 E[S^2]}{1 - p_1} \stackrel{\text{servizi esp.}}{=} \frac{p_1 E[S]}{1 - p_1} = "QoS" = 0,1 \text{ s}$$

$$\frac{p_1 = p_1 p_1}{1 - p_1} \quad 0,1 = \frac{p_1 E[S]}{1 - p_1} = \frac{0,128 p_1}{1 - 0,32 p_1} \Rightarrow p_1 = 1 - 0,32 p_1 = 1,28 p_1 \Rightarrow p_1(1,28 + 0,32) = 1$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{1}{1,6} = 0,625$$

$$\Rightarrow p_2 = 1 - p_1 = 0,375$$

$$\Rightarrow R = p_1 C_1 - p_2 C_2 = 2$$

$$\cdot E[T_{Q1}] = 0,1 \text{ s} \Rightarrow E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + E[S] = 0,5 \text{ s}$$

$$\cdot E[T_{Q2}] = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{1}{2} \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i)} \stackrel{k=2}{=} \frac{\frac{1}{2} E[S^2] (\lambda_1 + \lambda_2)}{1 - (p_1 + p_2)(1 - p_1)} = \frac{\frac{1}{2} \lambda E[S^2]}{(1 - p)(1 - p_1)} =$$

$$= \frac{0,32 \cdot 0,4}{0,68 \cdot (1 - 0,32 \cdot 0,625)} \approx \frac{0,188235}{0,8} \approx 0,235294 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[S_{\text{rest-2}}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i} \stackrel{k=2}{=} \frac{E[S]}{1 - p_1} = \frac{0,4}{0,8} \text{ s} = 0,5 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_{\text{rest-2}}] = 0,735294 \text{ s}$$

inizio esercizi size based



Esercizio 1:

- PROCESSORE SINGOLARE DI CAPACITÀ 10^5 op/sec
- IL NUM. DI OP. È MODELLATO CON UNA V.A. ESPONENZIALE DI MEDIA $4 \cdot 10^4$ op/job
- $\rho = 0,6$
- SIZE BASED PRIORITY SCHEDULING WITHOUT PREEMPTION
 - ↳ classe 1: job con #op $\leq 4 \cdot 10^4$
 - ↳ classe 2: job con #op $> 4 \cdot 10^4$
- $E[T_{S_1}] = ?$ $E[T_{S_2}] = ?$ $E[T_S] = ?$

Il tempo di servizio dei job è modellato con v.a. esponenz. di media $\frac{1}{\mu} = \frac{4 \cdot 10^4 \text{ op/job}}{10^5 \text{ op/sec}} = 0,4 \text{ s}$
 $\Rightarrow \mu = 2,5 \text{ job/s} = \text{tasso medio di servizio}$

$$p_1 = P(\text{appartenere alla classe 1}) = P(\#op \leq 4 \cdot 10^4) = P(S \leq 0,4) = 1 - e^{-0,4 \mu} = 1 - e^{-1} \approx 0,6321$$

$$\Rightarrow p_2 = P(\text{appartenere alla classe 2}) = 1 - p_1 = 0,3679$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \Rightarrow \lambda = \rho \mu = 1,5 \text{ job/s} = \text{tasso medio di arrivo}$$

$$\lambda_1 = p_1 \lambda = 0,94815 \text{ job/s}$$

$$\lambda_2 = p_2 \lambda = 0,55185 \text{ job/s}$$

$$E[S_K] = \int_{x_{K-1}}^{x_K} t f''(t) dt = \int_{x_{K-1}}^{x_K} t \frac{f(t)}{P(\text{appartenere alla classe } K)} dt = \int_{x_{K-1}}^{x_K} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{P(\text{appartenere alla classe } K)} dt$$

$$\rightarrow E[S_1] = \int_{x_0}^{x_1} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{p_1} dt = \int_0^{0,4} t \frac{2,5 e^{-2,5 t}}{0,6321} dt = \frac{1}{0,6321} \left[[-e^{-2,5 t} \cdot t]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5 t} dt \right] =$$

$$= 1,5820 \left[-e^{-2,5 \cdot 0,4} \cdot 0,4 + \left[-\frac{e^{-2,5 t}}{2,5} \right]_0^{0,4} \right] = 1,5820 \left[-0,14715 - \frac{e^{-2,5 \cdot 0,4}}{2,5} + \frac{1}{2,5} \right] =$$

$$= 1,5820 (-0,14715 - 0,14715 + 0,4) \approx 0,1678 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[S_2] = \int_{x_1}^{x_2} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{p_2} dt = \int_{0,4}^{+\infty} t \frac{2,5 e^{-2,5 t}}{0,3679} dt = \frac{1}{0,3679} \left[[-e^{-2,5 t} \cdot t]_{0,4}^{+\infty} + \int_{0,4}^{+\infty} e^{-2,5 t} dt \right] =$$

$$= 2,7181 \left[e^{-2,5 \cdot 0,4} \cdot 0,4 + \left[-\frac{e^{-2,5 t}}{2,5} \right]_{0,4}^{+\infty} \right] = 2,7181 \left[0,14715 + \frac{e^{-2,5 \cdot 0,4}}{2,5} \right] \approx 0,8000 \text{ s}$$

$$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = 0,94815 \cdot 0,1672 = 0,15853$$

$$\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = 0,55185 \cdot 0,8 = 0,44148$$

$$\rightarrow E[T_{Q_1}] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0,6 \cdot 0,4}{1-0,15853} \approx 0,2852 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{Q_2}] = \frac{\rho E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0,2852}{1-0,6} \approx 0,7130 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_Q] = p_1 E[T_{Q_1}] + p_2 E[T_{Q_2}] \approx 0,4426 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_1] = 0,2852 \text{ s} + 0,1672 \text{ s} = 0,4524 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_2] = 0,7130 \text{ s} + 0,8 \text{ s} = 1,5130 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_S] = E[T_Q] + E[S] = 0,4426 \text{ s} + 0,4 \text{ s} = 0,8426 \text{ s}$$

• SUPponiamo ora di disporre di un dual core dove ciascun core ha capacità $0,5 \cdot 10^5 \text{ op/sec.}$

$$P(0) = \left[\sum_{i=0}^1 \frac{(2\rho)^i}{i!} + \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)} \right]^{-1} = \left[1 + 2\rho + \frac{4\rho^2}{2(1-\rho)} \right]^{-1} = \left[1 + 1,2 + 1,8 \right]^{-1} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$P_Q = \frac{2^2}{2!} \rho^2 \frac{1}{1-\rho} = 1,8 \cdot 0,25 = 0,45$$

$$\rightarrow E[T_{Q_1}] = \frac{P_Q E[S]}{1-\rho_1} = \frac{0,45 \cdot 0,4}{1-0,15853} \approx 0,2139 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{Q_2}] = \frac{P_Q E[S]}{(1-\rho)(1-\rho_1)} = \frac{0,2139}{1-0,6} = 0,53475 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_Q] = p_1 E[T_{Q_1}] + p_2 E[T_{Q_2}] \approx 0,33494 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_1] = 0,2139 \text{ s} + 2 \cdot 0,1672 \text{ s} = 0,5483 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + 2E[S_2] = 0,53475 \text{ s} + 2 \cdot 0,8 \text{ s} = 2,13475 \text{ s}$$

$$\triangleright E[T_S] = E[T_Q] + 2E[S] = 0,33494 \text{ s} + 2 \cdot 0,4 \text{ s} = 1,13194 \text{ s}$$

In conclusione, la configurazione dual core porta a una riduzione dei tempi medi di attesa per entrambe le classi, ma anche a un aumento dei tempi medi di risposta per entrambe le classi.

- 4) 10.800
 5) 14.400
 6) 36.000

PMCSN ESERCIZIO 2 IN LECT 2

SIZE-BASED PRIORITY SCHEDULING

- Processore con capacità $C = 10^5$ op/sec
- Richiesta media (esponenziale) $Z = 1 \cdot 10^4$ op/job
- Utilizzazione $\rho = 0,6$
- Il tempo di servizio ha distribuzione Uniforme (2, 15) [minuti]
- $\lambda = 0,112$ req/min



$$E[S_2] = d_{\frac{1}{n}} t = \frac{1}{n} F(x)$$

$$= 0,076923 (15^2 - 8)$$

$$\beta_1 = \lambda_1 E[S_1] =$$

$$\beta_2 = \lambda_2 E[S_2] =$$

$$E[T_{q,1}] = \frac{\frac{\lambda}{2} F}{(1 - \sum)}$$

$$= 0,056 (14)$$

$$E[T_{q,2}] = \frac{\frac{\lambda}{2} F}{(1 - \sum)}$$

- a) SCHEDULING ASTRATTO (coda M/G/1)
 b) SCHEDULING CON CLASSE DI PRIORITÀ SIZE-BASED (SENZA PRELAZIONE)

- ↳ Calcolare il tempo di attesa e il tempo di risposta per questi 2 casi.
- ↳ Calcolare lo slowdown condizionato per richieste di 5 min e 10 min per questi due casi.



a) $\mu = \frac{2}{2+15} \text{ req/min} \approx 0,1176 \text{ req/min}$

 $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,952$
 $E[S] = \frac{15}{2} \text{ min} = 8,5 \text{ min}$
 $\sigma^2[S] = \frac{(15-2)^2}{12} = \frac{14,083333}{12} \text{ min}^2$
 $E[N_q] = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} \left[1 + \frac{\sigma^2[S]}{E[S]} \right] = \frac{0,952^2}{2(1-0,952)} \left(1 + \frac{14,083333}{8,5^2} \right) = \frac{0,453152}{0,048} \cdot 1,84925$
 $E[T_q] = \frac{1}{\lambda} E[N_q] = 100 \cdot 1,84925 \text{ min} = 184,925 \text{ min}$
 $E[CT_s] = E[T_q] + E[S] = 142,666705 \text{ min} \cdot 10^9 = 1,42666705 \cdot 10^9 \text{ min}$

b) SCEGLIO DUE CLASSI DI PRIORITY: UNA CON TEMPO DI SERVIZIO SOTTO LA MEDIA E UNA CON TEMPO DI SERVIZIO SOPRA LA MEDIA.

$p_1 = p_2 = 0,5$
 $x_0 = 0; x_1 = 8,5; x_2 = \infty$

↑
SIZE SPARTITIVA TRA UNA CLASSE E L'ALTRA

 $E[S_1] = \int_{x_0}^{x_1} t f''(t) dt = \frac{1}{F(x_1) - F(x_0)} \int_{x_0}^{x_1} t f'(t) dt = \frac{1}{0,5 - 0} \int_{0,5}^{8,5} \frac{-t}{15^2} \Big|_{0,5}^{8,5} dt$
 $= 2 \int_{x_2}^{8,5} \frac{1}{15} t dt = \frac{0,153946}{0,076923} \left[\frac{1}{2} t^2 \right]_2^{8,5} = \frac{0,076923}{0,076923} (72,25 - 4) = 5,35 \text{ min}$
 $E[S_2] = \int_{x_1}^{x_2} t \frac{f(t)}{F(x_2) - F(x_1)} dt = \frac{1}{1 - 0,5} \int_{8,5}^{15} \frac{1}{15} t dt = \frac{0,5}{0,076923} \left[\frac{t^2}{2} \right]_{8,5}^{15} =$
 $= 0,076923 (15^2 - 8,5^2) = 11,75 \text{ min}$
 $\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = \lambda p_1 E[S_1] = 0,112 \cdot 0,5 \cdot 5,25 = 0,294$
 $\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = \lambda p_2 E[S_2] = 0,112 \cdot 0,5 \cdot 11,75 = 0,658$
 $E[T_{q1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^2 p_k)(1 - \sum_{k=1}^1 p_k)} = \frac{0,056 (\sigma^2(S) + E^2[S])}{1 - p_1} =$
 $= \frac{0,056 (14,083333 + 72,25)}{0,700} \approx 6,847970 \text{ min}$

$E[T_{q2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^2 p_k)(1 - \sum_{k=1}^1 p_k)} = \frac{6,847970}{1 - p} \approx 142,666037 \text{ min}$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_1] = 12,097970 \text{ min}$$

$$E[T_{s_2}] = E[0T_{q_2}] + E[S_2] = 154,416037 \text{ min}$$

$$\rightarrow (a) E[sd(5)] = \frac{E[T_s]}{5} = \frac{109,222222}{5} = 21,844444$$

$$E[sd(10)] = \frac{E[T_s]}{10} = 10,922222$$

$$(b) E[sd(5)] = \frac{E[T_{s_1}]}{5} = \frac{12,097970}{5} = 2,419594 \quad \checkmark \text{ Molto meglio}$$

$$E[sd(10)] = \frac{E[T_{s_2}]}{10} = 15,461604$$

Tornando al punto (b): $E[T_q] = p_1 E[T_{q_1}] + p_2 E[T_{q_2}] = 74,757004 \text{ min}$

$$E[T_s] = p_1 E[T_{s_1}] + p_2 E[T_{s_2}] = 83,257004 \text{ min}$$

Ora è fatto bene :)

30



thread 1 → readItem()

thread 2 → takeItem()

thread 3 → writeItem()

thread 4 → takeItem()

thread 5 → readItem()

thread 6 → writeItem()

PHCSN ESERCIZIO 3

$$\text{CAPACITÀ} = C = 10^5 \text{ op/sec}$$

$$\lambda = 2 \text{ op/s}$$

IN ALTRE PAROLE ABBIENDO:

$$\rightarrow E[S] = \frac{E[C]}{C} = 0,$$

→ IL tempo di servizio può

LA MIA SOLUZIONE E' DIVERSA DA QUESTA,
PERCHE' CONOSCENDO LE SIZE SONO DIRETTAMENTE
ANDATO CON SIZE BASED.

ESERCIZIO 3:

- CAPACITÀ SERVER = $C = 10^5 \text{ op/sec}$

- $\lambda = 2 \text{ job/s}$

- IL NUM. DI OP. È MODELLATO CON UNA V.A. ESPONENZIALE DI MEDIA 40000 op/job

- DUE RICHIESTE QoS

$$\begin{cases} \rightarrow E[T_s] \leq 1,5 \text{ s PER TUTTE LE RICHIESTE} \\ \rightarrow E[T_q] \leq 0,5 \text{ s PER } Z < 40000 \text{ op} \end{cases}$$

- $X = ? \quad E[sd(0,1)] = ? \quad E[sd(0,3)] = ?$

- $E[sd(0,1)]^{FIFO} = ? \quad E[sd(0,3)]^{FIFO} = ?$

- $E[sd(0,1)]^{PS} = ? \quad E[sd(0,3)]^{PS} = ?$

Il tempo di servizio dei job è modellato con una v.a. esponenziale di media $\frac{1}{\mu} = \frac{40000 \text{ op/job}}{10^5 \text{ op/sec}} = 0,4 \text{ s}$

$$\Rightarrow \mu = 2,5 \text{ job/s} = \text{tasso medio di servizio}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,8$$

FIFO

$$E[T_q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{1-0,8} = 1,6 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_s] = E[T_q] + E[S] = 2,0 \text{ s}$$

$$E[sd(0,1)] = \frac{E[T_s]}{0,1} = 20 \quad E[sd(0,3)] = \frac{E[T_s]}{0,3} \approx 6,6667$$

PROCESSOR SHARING

$$E[T_q] = 0 \text{ s}$$

$$E[T_s] = \frac{E[S]}{1-\rho} = \frac{0,4 \text{ s}}{1-0,8} = 2,0 \text{ s}$$

$$E[sd(0,1)] = E[sd(0,3)] = \frac{1}{1-\rho} = \frac{1}{1-0,8} = 5$$

Proviamo ora a introdurre due classi di priorità per un priority scheduling senza prelazione.

CLASSE 1: $Z < 40000 \text{ op.}$

CLASSE 2: $Z \geq 40000 \text{ op.}$

$$P_1 = P(\text{appartenere alla classe 1}) = P(\# \text{op} < 40000) = P(S < \frac{1}{\mu}) = 1 - e^{-0,4 \mu} = 1 - e^{-0,4 \cdot 2,5} \approx 0,6321$$

$$P_2 = 1 - P_1 = 0,3679$$

Proviamo inoltre a introdurre un dual core, dove ciascun core ha capacità C_2 .

$$P(0) = \left[\sum_{i=0}^2 \frac{(2\rho)^i}{i!} + \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)} \right]^{-1} = \left[1 + 2\rho + \frac{2\rho^2}{1-\rho} \right]^{-1} = \left[1 + 1,6 + 6,4 \right]^{-1} = \frac{1}{9} \approx 0,111$$

$$P_Q = \frac{(2\rho)^2}{2!(1-\rho)} P(0) = 6,4 \cdot 0,111 = 0,7111$$

$$\lambda_1 = p_1 \lambda = 1,2642 \text{ job/s}$$

$$\lambda_2 = p_2 \lambda = 0,7358 \text{ job/s}$$

$$E[S_K] = \int_{X_{K-1}}^{X_K} t f''(t) dt = \int_{X_{K-1}}^{X_K} t \frac{f(t)}{P(\text{appartenenza alla classe } K)} dt = \int_{X_{K-1}}^{X_K} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{P_K} dt$$

$$\rightarrow E[S_1] = \int_{X_0}^{X_1} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{P_1} dt = \int_0^{0,4} t \frac{2,5 e^{-2,5 t}}{0,6321} dt \approx 0,1672 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[S_2] = \int_{X_1}^{X_2} t \frac{\mu e^{-\mu t}}{P_2} dt = \int_{0,4}^{+\infty} t \frac{2,5 e^{-2,5 t}}{0,3679} dt = 0,8 \text{ s}$$

$$\rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = 0,21137$$

$$\rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = 0,58864$$

$$\rightarrow E[T_{Q1}] = \frac{P(TS)}{1-\rho_1} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{1-0,21137} \approx 0,40577 \text{ s} \rightarrow QoS 1 \text{ soddisfatto} \checkmark$$

$$\rightarrow E[T_{Q2}] = \frac{P(TS)}{(1-\rho_1)(1-\rho_2)} = \frac{0,40577}{1-0,8} \approx 2,02883 \text{ s}$$

$$\bullet E[T_Q] = p_1 E[T_{Q1}] + p_2 E[T_{Q2}] = 1,0027 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{S1}] = E[T_{Q1}] + E[S_1] = 0,40577 \text{ s} + 0,1672 \text{ s} = 0,57297 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 2,02883 \text{ s} + 0,8 \text{ s} = 2,82883 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[TS] = E[T_Q] + E[S] = 1,0027 \text{ s} + 0,4 \text{ s} = 1,4027 \text{ s} \rightarrow QoS 2 \text{ soddisfatto SE SI RIFERISCE ALLE PRESTAZIONI GLOBALI (ATTRENTAMENTE NON SAPOREI COME FARE)}$$

A questo punto sarebbe andato bene anche un servizio singolo ma ormai va bene così

$$X = \lambda = 2 \text{ job/s}$$

$$E[SD(0,1)] = \frac{E[TS_1]}{0,1} = \frac{0,57297}{0,1} = 5,7297 \rightarrow \text{MIGLIORATO MOLTISSIMO RISPETTO A FIFO}$$

TEGLIUTATO LEGGERMENTE RISPETTO A PS

$$E[SD(0,3)] = \frac{E[TS_1]}{0,3} = \frac{0,57297}{0,3} = 1,9099 \rightarrow \text{MIGLIORATO MOLTO RISPETTO A FIFO E PS}$$

Esercizio 4:

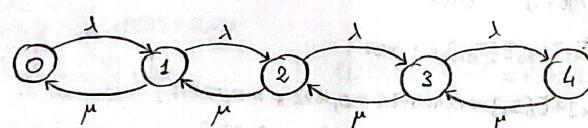
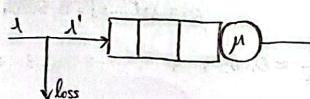
- $\lambda = \frac{1}{200\text{ ms}} = \frac{1}{0,2\text{ s}} = 5 \text{ job/s}$
- DIM. BUFFER (INCLUSO JOB IN SERVIZIO) = $N=4$
- $E[S] = \frac{1}{\mu} = 200 \text{ ms} = 0,2\text{ s} \Rightarrow \mu = 5 \text{ job/s}$
- $X = ?$

$$\begin{aligned} &\rightarrow P_{\text{loss}} = ? \\ &\rightarrow \lambda' = \lambda(1 - X) \\ &\rightarrow X = \lambda' = \end{aligned}$$

VEDERE INIZIO DEL QUADERNINO (COM'È POSSIBILE VEDERE L'INIZIO DEL QUADERNINO PER IL CASO 3, CON L'UTILIZZO DEL QUAD-CORE).

- $\lambda = 5 \text{ job/s}$ (QUESTO È IL CASO 2)
- $N=4$
- $E[S] = 0,15 \text{ s} \Rightarrow \mu = \frac{1}{0,15\text{ s}} \approx 6,6667 \text{ job/s}$

CODA M/G/1/4



Risolvendo le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \pi_i = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \pi_0 & \forall i = 1, 2, 3, 4 \\ \sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \end{cases}$$

Ottieniamo che:

$$\begin{cases} \pi_0 = 0,75 \pi_0 \\ \pi_1 = 0,5625 \pi_0 \\ \pi_2 = 0,421875 \pi_0 \\ \pi_3 = 0,31640625 \pi_0 \\ \pi_0 (1 + 0,75 + 0,5625 + 0,421875 + 0,31640625) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi_0 \approx 0,245839 \\ \pi_1 \approx 0,184379 \\ \pi_2 \approx 0,138284 \\ \pi_3 \approx 0,103713 \\ \pi_4 \approx 0,077785 \end{cases}$$

- DOMANDE
- 1) All'inizio del quad-core, quanti job ci sono?
 - 2) KAPPA =
 - 3) Perché non si perde mai un job?

- AVR = null
- AVR[i] >
- AVR[i]:
- AVR[null]

ALL TICKS

- JAVA CLASS
- main()
 - release()
 - commits
 - isBuggy



$$\rightarrow P_{loss} = \pi_4 = 0,103713$$

$$\rightarrow \lambda' = \lambda(1-P_{loss}) = 5(1-0,103713) = 4,481435 \text{ jobs/s}$$

$$\rightarrow X = \lambda' = 4,481435 \text{ jobs/s}$$

DOMANDE PER FALESSI 11/05/2022

- 1) All'inizio del corso abbiamo detto che una scala numerica NON è anche ordinale? In tal caso cosa è? Quale è la differenza tra le due scale?

PHCSN Esercizi size-based priority:

- NELLUNA PENALITÀ SE $T_Q \leq 0,4s$
- GUADAGNO SE $T_Q > 0,4s$

$$E[S] = 0,4s \text{ (ESponentiale)}$$

$$\lambda = 1,5 \text{ J/s}$$

$$P_1 = P_2 = 0,5$$

$$\rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1,5 \text{ J/s}}{2,5 \text{ J/s}} = 0,6 \quad \rightarrow \rho_1 = \frac{P_1 \cdot 1}{\mu} = P_1 \cdot \rho = 0,3 = \rho_2$$

→ Non sarebbe estesa prelazione
→ \bar{T} non dovrebbe neanche essere
size-based :)

$$E[T_{Q1}] = \frac{\lambda_2 E[S^2]}{(1 - \sum_{i=2}^2 \rho_i) \cdot 1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2E^2[S]}{1 - \rho_2} = \frac{1,5 \cdot 0,16}{1 - 0,3} = 0,342857 s$$

$$E[\bar{T}_{Q2}] = \frac{\lambda_2 E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)} = \frac{\lambda E^2[S]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} = \frac{1,5 \cdot 0,16}{0,4 \cdot 0,7} = 0,857143 s$$

INTRODUCIAMO ORA LA PRELACIONE SIZE-BASED:
I JOB APPARTENGONO ALLA PRIMA CLASSE SE HANNO UNA DIMENSIONE MINORE DI $E[S]$.

APPARTENGONO ALLA SECONDA CLASSE ALTRIMENTI.

$$\rightarrow P_1 = P(X \leq E[S]) = F(E[S]) = 1 - e^{-\mu E[S]} = 1 - \frac{1}{e} = 0,6321$$

$$\Rightarrow P_2 = 1 - P_1 = 0,3679$$

$$E[S_1] = \int_0^{E[S]} t f^n(t) dt = \int_0^{0,4} t \cdot \frac{2,5 e^{-2,5t}}{0,6321} dt =$$

$$= \frac{1}{0,6321} \left\{ \left[-t e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5t} dt \right\} =$$

$$= \frac{1}{0,6321} \left\{ -0,4 e^{-2} + \left[-\frac{1}{2,5} e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} \right\} =$$

$$= \frac{1}{0,6321} \left[0,147152 - \left(-0,4 e^{-2} + 0,4 \right) \right] = \frac{0,105696}{0,6321} = 0,167214 s$$

$$E[S_2] = \int_{0,4}^{\infty} t f^n(t) dt = \int_{0,4}^{\infty} t \cdot \frac{2,5 e^{-2,5t}}{0,3679} dt =$$

$$= \frac{1}{0,3679} \left\{ \left[t e^{-2,5t} \right]_{0,4}^{\infty} + \left[-\frac{1}{2,5} e^{-2,5t} \right]_{0,4}^{\infty} \right\} =$$



$$= \frac{1}{0,3679} [0,147152 + 0,147152] = 0,8 \text{ s}$$

~~$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = p_1 \lambda E[S_1] = 0,6321 \cdot 1,5 \cdot 0,167214 \approx 0,15852$$~~

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = p_2 \lambda E[S_2] = 0,3679 \cdot 1,5 \cdot 0,8 = 0,44148$$

$$E[T_{Q1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i) \cdot 1} = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{1 - \rho_1} = \frac{\lambda E^2[S]}{1 - \rho_1} =$$

$$= \frac{1,5 \cdot 0,16}{0,84148} \approx 0,2852 \text{ s}$$

Prova del muro:

$$E[T_{Q2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \lambda \int_0^{0,4} t f(t) dt) \cdot 1} = \frac{\lambda E^2[S]}{1 - 1,5 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt} =$$

$$= \frac{1,5 \cdot 0,16}{1 - 1,5 \cdot 0,105696} \approx 0,2852 \text{ s}$$

efficace

E[

E[

E[

⇒

CA

E[

λ

P_i

E[

E[

E[

$$E[T_{Q2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)} = \frac{\lambda E^2[S]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} = \frac{0,2852 \text{ s}}{0,4} = 0,71 \text{ s}$$

CASO 1: abstract ~~based~~ priority scheduling

$$E[S] = 0,4 \text{ s}$$

$$\lambda = 1,5 \text{ jobs/s}$$

$$p_1 = p_2 = 0,5$$

$$\Rightarrow \rho = 0,6; \quad \rho_1 = \rho_2 = 0,3$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0,75$$

$$0,171429 \text{ s}$$

∫₀¹

$$E[T_{Q1}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^1 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i) \cdot 1} = \frac{\frac{1}{2} \lambda_1 E[S^2]}{1 - \rho_1} = \frac{\lambda_1 E^2[S]}{1 - \rho_1} = \frac{0,75 \cdot 0,16}{0,4} =$$



$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)} = \frac{\lambda E^2[S]}{(1-p)/(1-p)} = \frac{1,5 \cdot 0,16}{0,4 \cdot 0,7} = 0,857143$$

$$E[S_{\text{virt.}_1}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^2 p_i} = E[S] = 0,4 \text{ s}$$

$$E[S_{\text{virt.}_2}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^2 p_i} = \frac{E[S]}{1-p} = \frac{0,4}{0,7} = 0,571429 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_{\text{virt.}_1}] = 0,171429 \text{ s} + 0,4 \text{ s} = 0,571429 \text{ s}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_{\text{virt.}_2}] = 0,857143 \text{ s} + 0,571429 \text{ s} = 1,428571 \text{ s}$$

CASO 2: size-based priority scheduling

$$\begin{aligned} E[S] &= 0,4 \text{ s} \\ \lambda_1 &= 1,5 \text{ job/s} \quad \Rightarrow \quad \rho_1 = 0,6 \\ p_1 &= 0,6321 ; \quad p_2 = 0,3679 \quad \begin{aligned} \lambda_2 &= p_2 \lambda_1 = 0,94815 \text{ job/s} \\ \lambda_2 &= p_2 \lambda_2 = 0,55185 \text{ job/s} \end{aligned} \end{aligned}$$

$$E[S_1] = \int_0^{0,4} t f''(t) dt = 0,167214 \text{ s} \quad \rho_1 = \lambda_1 E[S_1] = 0,158571$$

$$E[S_2] = \int_{0,4}^{\infty} t f''(t) dt = 0,85 \quad \rho_2 = \lambda_2 E[S_2] = 0,641428$$

$$E[T_{q_1}] = \frac{\frac{1}{2} \int_0^{0,4} t^2 dF(t) + \frac{1}{2} \cdot 0,4^2 (\lambda - F(0,4))}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)} =$$

$$= \frac{0,75 \int_0^{0,4} t^2 dF(t) + 0,75 \cdot 0,16 (1 - 0,6321)}{1 - 0,158571} = \frac{0,75 \int_0^{0,4} t^2 dF(t) + 0,044148}{0,841428}$$

$$\rightarrow \text{Proseguiamo } \int_0^{0,4} t^2 dF(t) \quad \left\{ \begin{array}{l} F(t) = y \Rightarrow 1 - e^{-\lambda t} = y \Rightarrow e^{-\lambda t} = 1-y \\ \Rightarrow -\lambda t = \ln(1-y) \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-y) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ &\int_0^{0,4} 0,16 \ln^2(1-y) dy \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{E' P.D. TECNICAMENTE } dF(t) = dy \\ t=0 \Rightarrow y=1-e^0=0 \\ t=0,4 \Rightarrow y=1-e^{-1}=0,6321 \end{array} \right. \end{aligned}$$



$$\int_0^{0,6321} 0,16 \cdot \ln^2(1-y) dy = \left[0,16y \ln^2(1-y) \right]_0^{0,6321} + \int_0^{0,6321} 0,16y \cdot 2\ln(1-y) \cdot \frac{1}{1-y} dy = [0,11]$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{z=1-y \Rightarrow y=1-z \Rightarrow dy=-dz}{=} \\ & = - \int_1^{0,3679} 0,16 \ln^2(z) dz = \int_{0,3679}^1 0,16 \ln^2(z) dz = \end{aligned}$$

$$= \left[0,16z \ln^2(z) \right]_{0,3679}^1 - \int_{0,3679}^1 0,16z \cdot 2\ln(z) \cdot \frac{1}{z} dz =$$

$$= -0,058864 - \int_{0,3679}^1 0,32 \ln(z) dz = -0,058864 - \left[0,32z \ln(z) \right]_{0,3679}^1 +$$

$$- \int_{0,3679}^1 0,32z \cdot \frac{1}{z} dz = -0,058864 + \left\{ 0,117721 + \left[0,32z \right]_{0,3679}^1 \right\} =$$

$$= -0,058864 + 0,117721 + 0,32 - 0,117728 = 0,231353$$

$$\Rightarrow E[T_{q1}] = \frac{0,75 \cdot 0,231353 + 0,144148}{0,861448} = 0,258667 \quad 5$$

$$E[T_{q2}] = \frac{\frac{1}{2} \int_0^\infty t^2 dF(t) + 10}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^4 p_i)} = \frac{0,75 \int_0^\infty t^2 dF(t)}{0,4 \cdot 0,861448} \approx 2,22827$$

$$\rightarrow \int_0^\infty t^2 dF(t) = \int_0^1 0,16 \ln^2(1-y) dy = \int_0^1 0,16 \ln^2(z) dz =$$

$\uparrow \quad \uparrow$
 $F(t)=y \Rightarrow y=t \Rightarrow t=1-y$
 $t=0 \Rightarrow y=0$
 $t=\infty \Rightarrow y=1$

① Probleme

- 1) Bed 21
- 2) Es. 2
- 3) Bed 2
- 4) Bed 212
- 5) Reite

→ ÜCPD
Ma L
LH
U

DEFINITION
+ ANWENDUNG
e.g. que
autische



$$y \cdot 2 \ln(1+y) \frac{1}{1-y}$$

$$= \left[0,16z \ln^2(z) \right]_0^1 - \int_0^1 0,32 \ln(z) dz = - \left\{ \left[0,32z \ln(z) \right]_0^1 - \int_0^1 0,32 dz \right\} =$$

$$= \int_0^1 0,32 dz = \left[0,32z \right]_0^1 = 0,32$$

$$\Rightarrow E[T_{Q_2}] = 2,228217 \cdot 0,32 = 0,713029 \text{ s}$$

$$\rightarrow E[S_{\text{visit}_1}] = \frac{E[S_1]}{1 - \sum_{i=1}^n p_i} = E[S_1] = 0,167214 \text{ s}$$

$$E[S_{\text{visit}_2}] = \frac{E[S_2]}{1 - \sum_{i=1}^n p_i} = \frac{E[S_2]}{1 - p_1} = \frac{0,8}{0,84148} = 0,950406 \text{ s}$$

$$\left[0,32z \ln(z) \right]_0^{0,3679} +$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{Q_1}] + E[S_{\text{visit}_1}] = 0,258667 \text{ s} + 0,167214 \text{ s} = 0,425881 \text{ s}$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{Q_2}] + E[S_{\text{visit}_2}] = 0,713029 \text{ s} + 0,950406 \text{ s} = 1,663735 \text{ s}$$

Pronuncia:

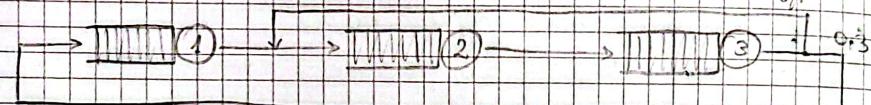
~~$E[T_{S_5}] = E[S_{5:}] = 30 \text{ min}$~~

~~$\Rightarrow E[t_r] = V_1 E[T_{S_1}] + V_2 E[T_{S_2}] + V_3 E[T_{S_3}] + V_4 E[T_{S_4}] + V_5 E[T_{S_5}] =$~~

~~$= 81,07632$~~

~~LA RISPOSTA DELL'INTERO CENTRO = $\sim 1,864,57992 \text{ s}$~~

ESERCIZIO MEAN VALUE ANALYSIS



$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.3 & 0.7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} N &= 3 \\ \mu_1 &= 1 \text{ job/s} \\ \mu_2 &= \mu_3 = 2 \text{ job/s} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y_1 = 0,3 y_3 \\ y_2 = y_1 + 0,5 y_3 \\ y_3 = y_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0,3 \\ y_2 = 1 \\ y_3 = 1 \end{cases}$$

$$E[m_i(0)] = E[m_1(0)] = E[m_3(0)] = 0$$

$$E[t_1(1)] = E[S_1] (1 + E[m_1(0)]) = E[S_1] = 1 \text{ s}$$

$$E[t_2(1)] = E[S_2] (1 + E[m_2(0)]) = E[S_2] = 0,5 \text{ s}$$

$$E[t_3(1)] = E[S_3] (1 + E[m_3(0)]) = E[S_3] = 0,5 \text{ s}$$

$$\lambda_1(1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^3 V_{j,1} E[t_j(1)]} = \frac{1}{y_1 y_2 \cdot 1 + y_2 y_3 \cdot 0,5 + y_3 y_1 \cdot 0,5} = \frac{1}{1 + 1,66666 + 1,66666} = 0,230769$$

$$\lambda_2(1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^3 V_{j,2} E[t_j(1)]} = \frac{1}{y_2 y_3 \cdot 1 + y_3 y_1 \cdot 0,5 + y_1 y_2 \cdot 0,5} = \frac{1}{0,3 + 0,5 + 0,5} = 0,769231$$

$$E[m_1(1)] = \lambda_1(1) E[t_1(1)] = 0,230769$$

$$E[m_2(1)] = \lambda_2(1) E[t_2(1)] = 0,384615$$

$$E[m_3(1)] = \lambda_3(1) E[t_3(1)] = 0,384615$$

$$E[t_1(2)] = E[S_1] (1 + E[m_1(1)]) = 1 + 0,230769 = 1,230769 \text{ s}$$

$$E[t_2(2)] = E[S_2] (1 + E[m_2(1)]) = 0,5 (1 + 0,384615) = 0,6923075 \text{ s}$$

$$E[t_3(2)] = E[S_3] (1 + E[m_3(1)]) = 0,5923075 \text{ s}$$

$$\lambda_1(2) = \frac{2}{\sum_{j=1}^3 V_{j,1} E[t_j(2)]} = \frac{2}{1,230769 + 3,33333 \cdot 0,6923075 + 3,33333 \cdot 0,5923075} = 0,342105$$

$$\lambda_2(2) = \frac{2}{\sum_{j=1}^3 V_{j,2} E[t_j(2)]} = \frac{2}{0,369231 + 0,6923075 + 0,6923075} = 1,140352$$

V

$$\lambda_3(2) = \frac{2}{\sum_{j=1}^3 \sqrt{\rho_{jj}} E[t_j(2)]} = 1,140354$$

$$E[m_1(2)] = \lambda_1(1) E[t_1(2)] = 0,421052$$

$$E[m_2(2)] = \lambda_2(1) E[t_2(2)] = 0,89474$$

$$E[m_3(2)] = \lambda_3(1) E[t_3(2)] = 0,789479$$

$$E[t_1(3)] = E[S_1] (1 + E[m_1(2)]) = 1,421052 s$$

$$E[t_2(3)] = E[S_2] (1 + E[m_2(2)]) = 0,5 (1 + 0,89474) = 0,89474 s$$

$$E[t_3(3)] = E[S_3] (1 + E[m_3(2)]) = 0,89474 s$$

$$\lambda_{0,1}(3) = \frac{3}{\sum_{j=1}^3 \sqrt{\rho_{jj}} E[t_j(3)]} = \frac{3}{1,421052 + 0,89474 + 0,789479} = 0,40616$$

$$\lambda_2(3) = \frac{3}{\sum_{j=1}^3 \sqrt{\rho_{jj}} E[t_j(3)]} = \frac{3}{0,426316 + 0,89474 + 0,789479} = 1,352919$$

$$\lambda_3(3) = \frac{3}{\sum_{j=1}^3 \sqrt{\rho_{jj}} E[t_j(3)]} = 1,353919$$

(s)

job/s

$$E[m_1(3)] = \lambda_1(3) E[t_1(3)] = 0,577197$$

$$E[m_2(3)] = \lambda_2(3) E[t_2(3)] = 1,211401$$

$$E[m_3(3)] = \lambda_3(3) E[t_3(3)] = 1,211401$$

(no faulte :)

~~$\begin{cases} \bar{\tau}_0 = 0,781500 \tau_0 \\ \bar{\tau}_1 = 0,31 \tau_0 \\ \bar{\tau}_2 = 0,081376 \tau_0 \\ \bar{\tau}_3 = 0,162771 \tau_0 \\ \bar{\tau}_0 + \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2 + \bar{\tau}_3 = 1 \end{cases}$~~

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{\tau}_0 = 0,781500 \tau_0 \\ \bar{\tau}_1 = 0,31 \tau_0 \\ \bar{\tau}_2 = 0,081376 \tau_0 \\ \bar{\tau}_3 = 0,162771 \tau_0 \\ \bar{\tau}_0 (1 + 0,781500 + 0,31 + 0,081376) = 1 \end{cases} \Rightarrow \bar{\tau}_0 = 0,458948$$

~~$\begin{cases} \bar{\tau}_0 = 0,458948 \\ \bar{\tau}_1 = 0,361422 \\ \bar{\tau}_2 = 0,142271 \\ \bar{\tau}_3 = 0,081376 \end{cases}$~~

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{\tau}_0 = 0,458948 \\ \bar{\tau}_1 = 0,361422 \\ \bar{\tau}_2 = 0,142271 \\ \bar{\tau}_3 = 0,081376 \end{cases} \quad (0,458948 + 0,361422 + 0,142271 + 0,081376) = 1 \Rightarrow \# possibile su 1024 job = 1024 P(\text{loss}) = 38,253090$$

$$\frac{1 - P(\text{loss})}{3 \cdot \bar{\tau}_3} = \frac{0,02625 (1 - 0,037357)}{3 \cdot 0,081376} \approx 0,252694$$

$$ECN_{S,3} = \rho_S \cdot 3 \approx 0,758081$$

V

QUALcosa SULL'ANALISI OPERAZIONALE:

$$V_b = 5 \quad X_b = 10 \quad \Rightarrow \quad X_b = V_b X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{X_b}{V_b} = 2 \text{ job/s}$$

$$A_i = 7 \text{ job} \quad B_i = 16 s \quad C_i = 10 \text{ job} \quad m_i(0) = 3 \text{ job} \quad T = 20 s \quad \text{FF}$$

$$W_i = 40 \text{ job/s}$$

$$U_i = B_i/T = 0,8 \quad S_i = B_i/C_i = 1,6 s \quad X_i = C_i/T = 0,5 \text{ job/s}$$

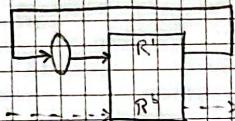
$$J_i = A_i/T = 0,35 \text{ job/s} \quad M_i = W_i/T = 2 \quad R_i = W_i/C_i = 4 s$$

$$V_b = 20 \quad U_b = 0,5 \quad S_b = 25 \text{ ms} \quad M = 25 \quad Z = 18 \text{ s}$$

$$M = (R+Z)X_b \\ \rightarrow U_b = X_b S_b \Rightarrow X_b = U_b / S_b = 0,5 / 0,025 = 20 \text{ job/s} \\ \rightarrow X_b = V_b X_o \Rightarrow X_o = \frac{X_b}{V_b} = 1 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow R+Z = \frac{M}{X_o} \Rightarrow R = \frac{M}{X_o} - Z = 7 \text{ s}$$

$$M=40 \quad Z=15 \text{ s} \quad R'=5 \text{ s} \quad S_b = 0,04 \text{ s} \quad V_b^i = 10 \quad V_b^b = 5 \quad U_b = 0,9 \\ \cdot X_o^b = ? \quad \cdot \text{Se } X_o^b \text{ triplica, quale è il tempo di risposta minimo per il sistema intero?}$$



$$X_b^b = V_b^b X_o^b; \quad X_b^b = X_b + X_b^i \Rightarrow X_b^b = X_b - X_b^i \\ U_b = X_b S_b; \quad X_b = V_b X_o^i; \quad M = M(R'+Z)X_o^i$$

$$X_b^i = \frac{M}{R'+Z} = \frac{40}{5+15} = 2 \text{ job/s}$$

$$X_b = V_b X_o^i = 10 \cdot 2 = 20 \text{ job/s}$$

$$X_b = \frac{U_b}{S_b} = \frac{0,9}{0,04} = 22,5 \text{ job/s}$$

$$X_b^b = X_b - X_b^i = 2,5 \text{ job/s}$$

$$X_o^b = \frac{X_b^b}{V_b} = 2,5 / 5 = 0,5 \text{ job/s}$$

Supponiamo ora che $X_o^b = 1,5 \text{ job/s}$

$$\text{Se } M = (R'+Z)X_o^i \Rightarrow R+Z = \frac{M}{X_o^i} \Rightarrow R = \frac{M}{X_o^i} - Z \Rightarrow R' \text{ è minimizzato se } X_o^i \text{ è massimizzato}$$

$$\rightarrow X_o^i = \frac{X_b^b}{V_b} \Rightarrow X_o^i \text{ è massimizzato se } X_b^b \text{ è massimizzato}$$

$$\rightarrow X_b^b = X_b V_b = 1,5 \text{ job/s} \Rightarrow S = 7,5 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_b = X_b^b + X_b^i \Rightarrow X_b \text{ è massimizzato se } X_b^b \text{ è massimizzato}$$

$$\Rightarrow X_b \text{ è massimizzato se } X_b = M = \frac{1}{S_b} = 25 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow X_b^i = X_b - X_b^b = 25 - 1,5 = 23,5 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow X_o^i = \frac{X_b^i}{V_b} = 23,5 / 10 = 2,35 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow R' = \frac{M}{X_o^i} - Z = \frac{40}{2,35} - 15 = 7,857143 \text{ s}$$

Esempio di analisi del bottleneck:

$$\begin{aligned} Z &= 20 \text{ s} & S_1 &= 0,05 \text{ s} \\ \text{FISSO ARBITRARIALMENTE } V_0 &= 1 & S_2 &= 0,08 \text{ s} \\ \begin{cases} V_0 = 0,05 V_1 \\ V_1 = V_0 + V_2 + V_3 \\ V_2 = 0,55 V_1 \\ V_3 = 0,4 V_1 \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_2 = 0,88 \text{ s} \\ V_3 = 0,32 \text{ s} \\ V_1 = 2 \end{cases} & D_1 &= V_1 S_1 = 1 \text{ s} \leftarrow \text{bottleneck} \\ D_2 &= V_2 S_2 = 0,88 \text{ s} \\ D_3 &= V_3 S_3 = 0,32 \text{ s} \\ D &= D_1 + D_2 + D_3 = 2,2 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\# \text{ terminali nel centro di thinking} = M_T = X_0 Z = \frac{Z}{D} = 20$$

ricorda?

$$\begin{aligned} X_0 &= 0,75 \text{ job/s} & R_0 &= 5,2 \text{ s} \rightarrow M = (R_0 + Z) X_0 \approx 18 \text{ terminali collegati} \\ M = 30 \Rightarrow R_0 &= 8 \text{ s} \rightarrow M = (R_0 + Z) X_0 \Rightarrow R_0 = \frac{M}{X_0} - Z \rightarrow \text{Per minimizzare, devo massimizzare } X_0, \text{ in particolare ponendolo uguale a } D_{\max} = V_0 = 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R_0 = M/Z - Z = 30 - 20 = 10 \text{ s} > 8 \text{ s} \rightarrow \text{RIPISP: C}$$

→ Reliamo quanto deve valere D_1 affinché $R_0 = 8 \text{ s}$:

$$D_1 = \frac{R_0 + Z}{M} = \frac{8 + 20}{30} = 0,933333 \text{ s} \Rightarrow S_1 = \frac{D_1}{V_1} = 0,046667 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \text{SPEEDUP} = \frac{0,05}{0,046667} \approx 1,071429$$

Esercizio 1:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} &= 300 \text{ s} & U_{CPU} &= 0,3 & D_{disk} &= 0,4 & V_{disk} &= 10 & U_{DISK} &= 0,4 \\ R &= 15 \text{ s} & X_0 &= ? & Z &= ? \end{aligned}$$

$$M = (Z + R) X_0 \rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{50}{X_0} - 15 = 35 \text{ s} \rightarrow$$

$$X_{disk} = X_0 V_{disk} \rightarrow X_0 = \frac{X_{disk}}{V_{disk}} = 1 \text{ job/s} \rightarrow$$

$$U_{disk} = X_0 S_{disk} \rightarrow X_{disk} = \frac{U_{disk}}{S_{disk}} = 10 \text{ job/s} \rightarrow$$

$$\therefore D_{disk} = V_{disk} S_{disk} \rightarrow S_{disk} = \frac{D_{disk}}{V_{disk}} = 0,04 \text{ s} \rightarrow$$

Esercizio 2:

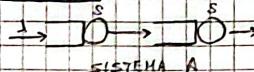
$$R_1 = 10 \text{ s} \quad R_2 = 15 \quad X_1 = 4 \text{ job/s} \quad X_2 = 8 \text{ job/s} \quad X_0 = 4 \text{ job/s} \quad R = ?$$

$$\text{Se } X_1 = X_0 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{X_1}{X_0} = 1$$

$$X_2 = X_0 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{X_2}{X_0} = 2$$

$$R = V_1 R_1 + V_2 R_2 = 10 + 2 = 12 \text{ s}$$

Esercizio 3:



$$\lambda = 0,4 \text{ job/s}$$

$$S = 0,5 \text{ s}$$

$$R_A/R_B = ?$$

$$R_A = \lambda S = 0,2$$

$$R_B = 1,2 S = 0,4$$

$$R_A = 2 \left(\frac{\lambda S}{1 - \rho_A} \right)^{1/2} = 0,25 \text{ s} + 1,25 \text{ s} = 1,75 \text{ s}; \quad R_B = \frac{R_A - 2S}{1 - \rho_A} = \frac{1,75 - 1,2}{0,666667} \stackrel{?}{=} 1,666667 \text{ s}$$



Esercizio 4:

$$D_1 = 1 \text{ s} \quad D_2 = 1 \text{ s}$$

$$D_3 = 2 \text{ s}$$

$$Z = 6 \text{ s}$$

Throughput massimo?

$$\rightarrow D_{\max} = D_3 = 2 \text{ s}$$

$$\rightarrow \text{Devo trovare l'intersezione tra } \frac{1}{D_{\max}} \text{ e } \frac{N^*}{D+Z} \Rightarrow \frac{N^*}{D+Z} = \frac{1}{D_{\max}} \Rightarrow N^* = \frac{D+Z}{D_{\max}} = \frac{1+1+2+6}{2} = 5$$

~ Fino a 5 job il throughput massimo è $X_0 = \frac{N}{D+Z} = \frac{5}{10} \text{ jobs}$

~ Dopo i 5 job il throughput massimo è $X_0 = \frac{N}{D_{\max}} = 0,5 \text{ jobs}$

$$\approx 0,798489$$

$$P_a = \frac{(3p)^3}{3!(1-p)} P(0)$$

$$E[T_a] = \frac{P_a E[S]}{1-p}$$

$$E[TS] = E[T_a]$$

$$EC[N_a] = \lambda EC$$

$$E[N_a] = \lambda E$$

RIASSUMENDO

$$E[TS] = 180,$$

Tocca scrivere
solo gli orari

Esercizio 5:

$$D_1 = 1 \text{ s}$$

$$D_2 = 2 \text{ s}$$

$$D_3 = 2 \text{ s}$$

$$N = 2 \text{ s}$$

$$X_0 = ?$$

$$\rightarrow \frac{N}{ND+Z} = \frac{N}{ND} = \frac{1}{D} = \frac{1}{1+2+2} = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \frac{N}{D+Z} = \frac{N}{D} = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{1}{D_{\max}} = \frac{1}{2}$$

~ Sicuramente il throughput è compreso tra 1s e 2s.



PMCSN AGAIN

$$\bar{D}_1 = 2,5 \quad \bar{D}_2 = 2,5 \quad \bar{D}_3 = 2,5 \quad N = 2 \quad X_0 = ?$$

Ricordiamo la RWA:

$$E[T_i(N)] = E[S_i] (1 + E[m_i(N-1)])$$

$$\Rightarrow \forall i: E[T_i(N)] = Y_i E[S_i] (1 + E[m_i(N-1)])$$

$$\Rightarrow R_i(N) = D_i (1 + Q_i(N-1))$$

NOTA: ABBREVIAZIONE PER INDICARE $E[m_i(N-1)]$

$$Q_1(0) = Q_2(0) = Q_3(0) = 0 \quad (\text{dati})$$

$$R_1(1) = D_1 (1 + Q_1(0)) = D_1 = 1,5$$

$$R_2(1) = D_2 (1 + Q_2(0)) = D_2 = 2,5$$

$$R_3(1) = D_3 (1 + Q_3(0)) = D_3 = 2,5$$

$$X_0(1) = \frac{1}{R_1(1) + R_2(1) + R_3(1)} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$Q_1(1) = X_0(1) R_1(1) = 0,2$$

$$Q_2(1) = X_0(1) R_2(1) = 0,4$$

$$Q_3(1) = X_0(1) R_3(1) = 0,4$$

$$R_1(2) = D_1 (1 + Q_1(1)) = 1(1+0,2) = 1,2 \text{ s}$$

$$R_2(2) = D_2 (1 + Q_2(1)) = 2(1+0,4) = 2,8 \text{ s}$$

$$R_3(2) = D_3 (1 + Q_3(1)) = 2(1+0,4) = 2,8 \text{ s}$$

$$X_0(2) = \frac{2}{R_1(2) + R_2(2) + R_3(2)} = 0,147052 \cdot 2 = 0,294118 \text{ transatt. / sec}$$

Esercizio 1 del 27/05/2022:

$$\mu_1 = 3 \text{ pkt/s}$$

$$\mu_2 = 5 \text{ pkt/s}$$

$$Y_1 = 1,8 \text{ pkt/s} \quad Y_2 = 4 \text{ pkt/s} \quad Y_3 = ? \text{ max prima della saturazione?}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = Y_2 + \lambda_3 \lambda_1 \end{cases} \rightarrow \text{Ho la saturazione per } \rho_1 = 1 \vee \rho_2 = 1 \rightarrow \text{Bottiglia di Saturation}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = Y_2 + \lambda_3 \lambda_1 \end{cases} \Rightarrow \lambda_1 = \mu_1 \vee \lambda_2 = \mu_2$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = \mu_1 \\ \lambda_2 = Y_2 + \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \mu_1 \\ \lambda_2 = 1 + \lambda_3 \cdot 3 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \mu_1 \\ \lambda_2 = 1 + \lambda_3 \cdot 3 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \lambda_3 \lambda_2 = 2 \Rightarrow \lambda_2 = 3$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = \mu_1 \\ \lambda_2 = Y_2 + \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \mu_1 \\ \lambda_2 = 1 + \lambda_3 \cdot 3 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \lambda_3 \lambda_2 = 2 \Rightarrow \lambda_2 = 3$$

$$\rightarrow \text{Ho la saturazione per } Y_1 = \min \{2, 5, 333333\} = 2 \text{ pkt/s}$$

Se $Y_1 = 1,8 \text{ pkt/s}$, qual è il tempo di risposta per un pacchetto che entra nel sistema dal punto A?

$$\begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = Y_2 + \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1,8 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = Y_2 + \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1,8 + \lambda_3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = 1 + \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \lambda_1 = 1,8 + \lambda_3 (1,8 + \lambda_3 \lambda_2)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1,8 + \lambda_3 \lambda_2 = 1,8 + 0,96 = 2,76 \text{ pkt/s} \\ \lambda_2 = 1,8 + \lambda_3 \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2 = 1,8 + 0,96 \lambda_2 = 1,6 \Rightarrow \lambda_2 = 2,88 \text{ pkt/s} \end{cases}$$

$$T_{1/A} = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = 1,533333 \quad T_{2/A} = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = 1,6$$

$$E[T_{1/A}] = \frac{\mu_1 E[S_1]}{1 - \rho_1} + E[S_1] = \frac{0,92 \cdot 1,3}{1 - 0,92} + \frac{1}{3} = \frac{0,306667}{0,08} + \frac{1}{3} \approx 4,166667 \text{ s}$$

$$E[T_{2/A}] = \frac{\mu_2 E[S_2]}{1 - \rho_2} + E[S_2] = \frac{0,576 \cdot 1,5}{1 - 0,576} + \frac{1}{5} = \frac{0,1152}{0,424} + 0,2 \approx 0,471698 \text{ s}$$

$$E[t_1] = \eta_{1/A} E[t_1] + \eta_{2/B} E[t_2] \Rightarrow 7.143606 s$$

Ora gli esercizi "per casa":

$$S_{CPU} = 4 \text{ sec/trans}$$

$$M = ?$$

$$U_{CPU} = 0,5$$

$$R = 15 s$$

$$Z = 25 s$$

$$U_{CPU} = X_0 S_{CPU} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{CPU}}{S_{CPU}} = 0,125 \text{ trans/sec}$$

$$M = (R+Z)X_0 = (15+25)0,125 = 5$$

$$T = 60 s \quad M = 80 \quad R = 5 s \quad U_{CPU} = 0,8$$

$$U_{disk1} = 0,5$$

$$U_{disk2} = 0,5$$

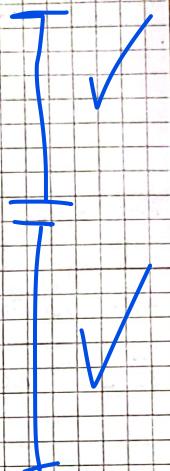


$$M = (R+Z)X_0$$

$$\Leftrightarrow X_0 = \frac{M}{R+Z} = 1 \text{ trans/s}$$

$$\rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{80}{1} - 5 = 75 s$$

$$\# think = X_0 Z = 75$$



$$U_{CPU} = 0,5 \quad R = 15 s \quad Z = 5 s \quad M = 100 \quad S_{CPU} = ?$$

$$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{M}{R+Z} = \frac{100}{20} = 5 \text{ trans/s}$$

$$\Leftrightarrow U_{CPU} = X_0 S_{CPU} \Rightarrow S_{CPU} = \frac{U_{CPU}}{X_0} = 0,1 s$$



$$T = 83600 s \quad C = 900 \quad M = 60 \quad \# think = 57,5$$

$$X_0 = \frac{C}{T} = 0,25 \text{ trans/s. /s}$$

$$\# think = 2,5 = X_0 R \Rightarrow R = \frac{2,5}{0,25} = 10 s$$



Modificare il costo del tanko ($\text{€} \rightarrow \text{g}$)

→ il costo dell'area giochi ($10 \text{ €} \rightarrow 9 \text{ €}$)

→ il costo delle casse autonutribili ($0,10 \text{ €} \rightarrow 1 \text{ €}$)

→ il numero di metri quadrati V serviti nell'area giochi ($2 \text{ mq} \rightarrow 3 \text{ mq}$)

~~PRENOTAZIONE VOLI~~

- Fattori di prenotazione
- Sceglie quale volo (può avere un'informazione così veloce) disponibile e da' l'ultima informazione
- Archivia i posti disponibili per ogni volo

Faccio prima
sul primo

$$= \frac{1}{0,15} = 6,6$$

PMCSN - Foglio degli esercizi d'esame dato dalla prof:

$$C = 10^5 \text{ op/sec}$$

$$E[Z] = 6000 \text{ op} \rightarrow \text{Distribuzione esponentiale}$$

$$\text{QoS: } E[\bar{T}_S] \leq 1,5 \quad \text{con } \lambda = 2 \text{ req/sec}$$

→ Size-based priority scheduling con priorità

$$\rho_1 = \int_0^{0,4} t f(t) dt = 2 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 2 \left\{ t e^{-2,5t} \Big|_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5t} dt \right\} = \\ = 2 \left\{ [te^{-2,5t}]_{0,4} + [-0,4e^{-2,5t}]_{0,4} \right\} = 2 \left\{ 0,4e^{-1} + 0,4 \right\} = \\ = 2(-0,294304 + 0,4) = 0,211392$$

$$\rho_2 = \lambda \int_{0,4}^{\infty} t f(t) dt = 2 \left\{ [-te^{-2,5t}]_{0,4} + [-0,4e^{-2,5t}]_{0,4} \right\} = 2(0,4e^{-1} + 0,4e^{-4}) = \\ = 2 \cdot 0,294304 = 0,588608$$

$$E[T_{q_1}] = \frac{\frac{1}{2} \int_0^{0,4} t^2 f(t) dt + \frac{1}{2} \cdot 0,4^2 - 0,62121}{(1 - \sum_i p_i)(1 - \sum_i p_i)} = \frac{0,16 \cdot 0,36789}{1 - 0,211392} = \\ = \frac{0,0588608}{0,788608}$$

$$\text{Residuo: } \int_0^{0,4} t^2 \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = \left[-t^2 e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} + \int_0^{0,4} 2t e^{-2,5t} dt = \left[t e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} + 0,8 \int_0^{0,4} 2,5 e^{-2,5t} dt \\ = [-0,16e^{-1}] + 0,8 \cdot 0,105896 = 0,02568$$

$$\Rightarrow E[T_{q_1}] = \frac{0,025686 + 0,0588608}{0,788608} = 0,107223 \rightarrow \text{Perfecto}$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{1}{2} \int_{0,4}^{\infty} t^2 f(t) dt - \frac{1}{2} \cdot 0}{(1 - \sum_i p_i)(1 - \sum_i p_i)} = \frac{\int_{0,4}^{\infty} t^2 \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt}{(1-p)(1-p_2)} = \frac{\int_{0,4}^{\infty} t^2 \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt}{(1-0,8)(1-0,211392)} = \rightarrow \boxed{PS}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{0,15+12,5} \int_{0,5}^{10} (-t^2 \cdot 2,5 e^{-2,5t}) dt = 6,340286 \left[-t^2 e^{-2,5t} \right]_{0,5}^{\infty} + 0,8 \int_{0,5}^{\infty} 2,5 t e^{-2,5t} dt \\
 &= 6,340286 \left\{ +0,16e^{-1} + 0,8 \cdot 0,2917 \right\} + 1,8 \cdot 0,9715 \\
 \rightarrow E[S_{\text{wait},1}] &= \frac{E[S_1]}{1 - \sum_i p_i} = \frac{E[S_1]}{1 - p_1} = \frac{0,214392}{1 - 0,632121} \approx 0,167208 \text{ s} \\
 \rightarrow E[S_{\text{wait},2}] &= \frac{E[S_2]}{1 - \sum_i p_i} = \frac{E[S_2]}{1 - p_1} = \frac{0,383668}{1 - 0,632121} \approx 1,014468 \text{ s} \\
 E[T_{S_1}] &= E[T_{q,1}] + E[S_{\text{wait},1}] = 0,754029 \text{ s} \\
 E[T_{S_2}] &= E[T_{q,2}] + E[S_{\text{wait},2}] = 1,880919 \text{ s} \\
 E[T_q] &= p_1 E[T_{q,1}] + p_2 E[T_{q,2}] = 0,754029 \text{ s} \\
 E[T_S] &= p_1 E[T_{S_1}] + p_2 E[T_{S_2}] = 1,233119 \text{ s} \quad \leftarrow \text{Perfetto anche questo}
 \end{aligned}$$

~~$E[T_{S_1}] = E[T_{q,1}] + E[S_{\text{wait},1}] = 0,754029 \text{ s}$~~

~~$E[T_{S_2}] = E[T_{q,2}] + E[S_{\text{wait},2}] = 1,880919 \text{ s}$~~

~~$E[T_q] = p_1 E[T_{q,1}] + p_2 E[T_{q,2}] = 0,754029 \text{ s}$~~

~~$E[T_S] = p_1 E[T_{S_1}] + p_2 E[T_{S_2}] = 1,233119 \text{ s}$~~

$\rightarrow \text{Throughput} = X = \lambda = 1 \text{ req/sec}$

$\rightarrow E[T_{S_1}(0,1)] = E[T_{q,1}] = \frac{0,274431}{0,1} = 2,74431$

$E[S_{\text{sd}}(0,3)] = \frac{E[T_{S_2}(0,3)]}{0,3} = \frac{0,274431}{0,3} = 0,914437$

$\rightarrow \text{Secondo me è più corretto quest'altro modo:}$

$E[Sd(0,1)] = E[T_{q,1}] = 0,754029$

$E[Sd(0,3)] = \frac{E[T_{q,2}] + 0,3}{0,3} = 1,35741$

$\rightarrow \boxed{\text{P10}} \quad E[T_{q,1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{1-p} = \frac{\rho E[S]^2}{1-p} \quad \text{dove } \rho = E[S] = 0,8$

$\rightarrow E[T_{q,1}] = \frac{0,8 \cdot 0,4}{0,2} = 1,6 \text{ s}$

$E[T_S] = E[T_q] + E[S] = 2,5 \text{ s}$

$\Rightarrow E[Sd(0,1)] = \frac{E[T_{q,1}]}{0,1} = \frac{E[T_{q,1}]}{0,1} + \dots$

$E[Sd(0,3)] = \frac{E[T_{q,2} + 0,3]}{0,3} = 1,35741$

$\rightarrow \boxed{\text{PS}} \quad E[Sd(0,1)] = E[Sd(0,3)] = \frac{1}{1-p} = \frac{1}{0,2} = 5$

PMCSN - 23/01/2019

$$\lambda = 1,5 \text{ job/s} \quad L = 10^6 \text{ op. job} \quad \leftarrow \text{Domanda media di un servizio esponenziale}$$

$$C = 10^5 \text{ op/s} \quad \Rightarrow E[S] = 0,4 \text{ s} ; \mu = 2,5 \text{ job/s}$$

Assumiamo che i job "grandi" siano quelli più grandi della media ($> 0,4 \text{ s}$) *

Dove calcolare, per i tre casi:

- \rightarrow TEMPO MEDIO DI RISPOSTA GLOBALE
- \rightarrow TEMPO MEDIO DI RISPOSTA PER I JOB GRANDI
- \rightarrow SLOWDOWN MEDIO PER $\lambda = 0,8 \text{ s}$

$$\text{a)} E[T_g] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{1-p} = \frac{\rho E[S]}{1-p} = \text{ dove } p = \frac{\lambda}{\mu} = 0,6$$

$$\Rightarrow E[T_g] = \frac{0,6 \cdot 0,4}{0,4} = 0,6 \text{ s}$$

$$E[T_g] = E[T_g] + E[S] = 1 \text{ s}$$

$$E[sd(0,8)] = \frac{E[T_g] + 0,8}{0,8} = 1,75$$

$$\text{b)} E[T_{g1}] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^2 p_i)(1-\sum_{i=1}^2 p_i)} \quad * \quad p_1 = 0,632121 \\ p_2 = 0,367879$$

$$\rightarrow p_1 = \lambda \int_0^{0,4} t f(t) dt = 1,5 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 1,5 (-0,294304 + 0,4) = 0,158564$$

$$\rightarrow p_2 = 1 \int_{0,4}^{\infty} t f(t) dt = 1,5 \cdot 0,294304 = 0,441456$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}E[S^2] = \rho E[S] = (p_1 + p_2)E[S] = 0,6 \cdot 0,4 = 0,24$$

$$\Rightarrow E[T_{g1}] = \frac{0,24}{1 - 0,158564} = 0,285220 \text{ s}$$

$$E[T_{g2}] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^2 p_i)(1-\sum_{i=1}^2 p_i)} = \frac{\rho E[S]}{(1-p)(1-p)} = \frac{0,285220}{1 - 0,6} = 0,713050 \text{ s}$$

$$E[S_1] = \frac{p_1}{\mu} = \frac{0,158564}{1,5 \cdot 0,632121} = 0,167208 \text{ s}$$

$$E[S_2] = \frac{p_2}{\mu} = \frac{0,441456}{1,5 \cdot 0,367879} = 0,8 \text{ s}$$

$$E[T_{s1}] = E[T_{g1}] + E[S_1] = 0,452628 \text{ s}$$

$$E[T_{s2}] = E[T_{g2}] + E[S_2] = 1,513050 \text{ s} \quad \leftarrow$$

$$E[T_s] = p_1 E[T_{s1}] + p_2 E[T_{s2}] = 0,82089 \text{ s} \quad \leftarrow$$

$$E[sd(0,8)]$$

c) Qui Anche

$$E[T_{g1}]$$

$$E[T_{g2}]$$

$$E[S_1]$$

$$E[S_2]$$

$$E[T_s]$$

$$E[sd(0,$$

\rightarrow La p

$$\rightarrow$$
 To p

\rightarrow La p

$$\rightarrow$$
 spost.

\rightarrow La p

$$\rightarrow$$
 perc

$$\rightarrow$$
 sono

COSTRUIRE

a) $p = 1,5$

\rightarrow ~~0,632121~~

TO PDI D

a) $E[T_g]$

$$E[T_s]$$

b) $g(0) = ($

$$E[SD(0,8)] = \frac{E[T_R(0,8)] + 0,8}{0,8} = \frac{0,713050 + 0,8}{0,8} = 1,8913125$$

C) Qui p_1 e p_2 sono invertiti: $p_1 = 0,441456$; $p_2 = 0,158544$
Anche P_1 e P_2 sono invertiti: $P_1 = 0,367879$; $P_2 = 0,632121$

$$E[T_{q_1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^m p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = \frac{0,94}{1 - p_1} \approx 0,629689 \text{ s}$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{3}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^m p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = 0,713050 \text{ s} \rightarrow 1,0742225 \text{ s}$$

$$E[S] = 0,167208 \text{ s}$$

~~E[S]~~ Chiaramente anche $E[S_1]$, $E[S_2]$ sono invertiti: $E[S_1] = 0,8 \text{ s}$

$$ECT_{S_1} = E[T_{q_1}] + E[S_1] = 1,229689 \text{ s} \quad \leftarrow$$

$$ECT_{S_2} = E[T_{q_2}] + E[S_2] = 0,880258 \text{ s}$$

$$ECT_S = P_1 ECT_{S_1} + P_2 ECT_{S_2} = 1,00806 \text{ s} \quad \leftarrow$$

$$E[SD(0,8)] = \frac{ECT_{(q,8)} + 0,8}{0,8} = \frac{0,629689 + 0,8}{0,8} = 1,53711$$

→ La politica di scheduling che produce il minimo slippage deadline è
to per i job grandi è (c).

→ La politica di scheduling che produce il minimo tempo medio di risposta
sposta globale è (b).

→ La politica di scheduling che produce il minimo tempo di risposta
per job grandi è (c) (perché comunque, a parità di dimensione,
sono soggetti a un tempo medio di attesa minore rispetto al caso FIFO).

COEFFICIENTI DI UTILIZZAZIONE:

$$a) \rho = 1 - E[S] \quad b) \rho = \frac{1 - E[S]}{2} = \lambda E[S]$$

$$c) \rho = \frac{1}{\lambda} = \lambda E[S]$$

TADPOLE RISPOSTA

$$a) ECT_{q_i} = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{1 - \rho} = \frac{E[S^2]}{1 - \rho} = \frac{E[S]^2}{1 - \rho}$$

$$E[S^2] = E[T_{q_i}] + E[S] = E[S] (1 + \frac{1}{T_A})$$

$$b) m^{-1} = \left(\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(\rho)^i}{i!} + \frac{(\rho)^m}{m \cdot (1 - \rho)} \right)^{-1} = \left(\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(\rho)^i}{i!} + \frac{(\rho)^m}{m!} \right)^{-1} =$$

$$= \left(1 + 2\rho + \frac{2\rho^2}{1-\rho}\right)^{-1}$$

Se scriviamo in forma parabolica poi non ci dà delle chiare indicazioni sulle prestaz.

Legge □

c) $E[T_Q] = \frac{\rho \cdot E[S]}{1-\rho}$ (se il servizio è esponentiale)

$$E[T_S] = E[T_Q] + \rho E[S] = 2E[S] \left(1 + \frac{2\rho}{1-\rho}\right) = \text{il doppio rispetto al caso (a)}$$

R = 1,1

PHCSN

Il sistema (c) ha un tempo di risposta maggiore anche rispetto al caso (b): a parità di serventi, un sistema con un'unica coda limita il bilanciamento del carico tra i vari serventi, eliminando le perdite, cosa che invece non accade con un sistema con + code. Di conseguenza, il sistema c è quello con maggior tempo di risposta.

D₁ = 6s

D₂ = 6s

M = R +

X₀ è ma

→ R =

S = 0,2s

Il sistema (b), rispetto al sistema (a), presenta un minor tempo di attesa per via di un maggior numero di serventi, ma anche un maggior tempo di ~~risposta~~ per via di una relativa minore del singolo servente.

(A) E[T]

E[CT]

(B) E[CT₀]

In particolare, quando l'utilizzazione è alta, il guadagno sul tempo di attesa nel sistema (b) è considerevole rispetto alla penalità sul tempo di servizio. Al contrario, quando l'utilizzazione è bassa, è il sistema (a) a sperimentare il tempo di risposta più basso, poiché i job sperimentano un tempo medio di attesa molto basso di tutti i casi, ma un tempo di servizio pari alla metà rispetto agli altri due sistemi.

E[CT]

⇒ Il s

→ La a

tempo

E[CT₀]

↔ i

Per quanto riguarda il sistema (c), infine, il peggioramento delle prestazioni potrebbe diventare più evidente con un'utilizzazione alta perché, in tal caso, la probabilità di avere uno sbilanciamento del carico tra le due code è più alta.

12 - 1

⇒ C

• CH

• LA

• TI

• IL

Ris

$$R_1 = 10 \text{ s}$$

$$R_2 = 2 \text{ s}$$

$$X_1 = 4 \text{ trans/s}$$

$$X_2 = 6 \text{ trans/s}$$

$$X_0 = 4 \text{ trans/s}$$

$$R = ?$$

Legge del flusso fornito: $X_1 = V_1 X_0 \Rightarrow V_1 = X_1 / X_0 = 1$
 $X_2 = V_2 X_0 \Rightarrow V_2 = X_2 / X_0 = 1,5$

$R = V_1 R_1 + V_2 R_2 = 10 + 1,5 \cdot 2 = 13 \text{ s}$

PHCSN 13/02/2019

$\begin{cases} D_1 = 6,3 \text{ s} \\ D_2 = 6,1 \text{ s} \end{cases}$

$\begin{cases} M = ? \text{ 100} \\ R_{\min} = ? \end{cases}$

$M = (R_{\min}) X_0 \xrightarrow{\substack{X_0=0 \\ X_0 \text{ è massimizzato}}} R = \frac{M}{X_0} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = 6,3 \text{ s} \\ D_2 = 6,1 \text{ s} \end{cases} \xrightarrow{\substack{X_0 = \frac{1}{2} D_{\max} \\ X_0 = \frac{1}{2} D_2}} X_0 = \frac{1}{2} D_2 \xrightarrow{\substack{\text{minimizzato se } X_0 \text{ è massimizzato} \\ \text{G1 transur 15}}} \Rightarrow D = M X_0 = 100 \cdot 6,1 = 610 \text{ s}$

$S = 0,2 \text{ s } (\equiv E[S])$

$\lambda_1 = 4 \text{ 1/s}$

$\lambda_2 = 3 \text{ 1/s}$

$(A) E[T_{a_1}] = \frac{\rho_1 S}{1-\rho_1} \text{ dove } \rho_1 = \frac{1}{2} S = 0,4 \Rightarrow E[T_{a_1}] = \frac{0,4 \cdot 0,2}{0,6} = 0,133333 \text{ s}$

$E[T_{a_2}] = E[T_{a_1}] + E[S] = 0,333333 \text{ s}$

$(B) E[T_{a_2}] = \frac{\rho_2 S}{1-\rho_2} \text{ dove } \rho_2 = \lambda_2 S = 0,6 \Rightarrow E[T_{a_2}] = \frac{0,6 \cdot 0,2}{0,4} = 0,3 \text{ s}$

$E[T_{a_1}] = E[T_{a_2}] + E[S] = 0,5 \text{ s}$

\Rightarrow Il sistema (A) ha tempo di risposta minore.

\rightarrow La differenza fra i tempi di risposta è data esclusivamente dai tempi di attesa: confrontiamo questi ultimi.

$E[T_{a_2}] < E[T_{a_1}] \Leftrightarrow \frac{\rho_2 S}{1-\rho_2} < \frac{\rho_1 S}{1-\rho_1} \Leftrightarrow \frac{\lambda_2 S^2}{1-\lambda_2 S} < \frac{\lambda_1 S^2}{1-\lambda_1 S} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{\lambda_2}{1-\lambda_2 S} < \frac{\lambda_1}{1-\lambda_1 S} \Leftrightarrow \lambda_2 (1 - \frac{1}{2} \lambda_1 S) < \frac{1}{2} \lambda_1 (1 - \lambda_2 S) \Leftrightarrow$

$\lambda_2 - \frac{1}{2} \lambda_1 \lambda_2 S < \frac{1}{2} \lambda_1 - \frac{1}{2} \lambda_1 \lambda_2 S \Leftrightarrow \lambda_2 < \frac{1}{2} \lambda_1 \Leftrightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 2$

C'è un programma che lo scopre:

• Chi l'ha effettuato (EMAIL)

• La data in cui è stato effettuato

• Il volo fissa cui è stato effettuato

• Il prezzo effettuato

\rightarrow You need

EMAIL - ID - PREZZO - NOME PASSEGGERO - CIGARETTE PASSEG.

EMAIL - ID - SERVIZIO AGGIUNTIVO - PREZZO
OTTENUTO SERVIZIO AGGI.

Servizio \sim Uniform(2, 15)

$$\rightarrow E[S] = 8,5 \text{ min} \quad \lambda = 0,112 \text{ req/min}$$

$$\Rightarrow \mu = 0,117667 \text{ req/min}$$

$$\rho = \lambda E[S] = 0,952$$

$$E[T_q] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{1-\rho} = \frac{0,112}{2(1-0,952)} (D^2[S] + E^2[S]) \approx 1,166667 \left[\frac{(15-2)^2}{12} + \frac{(2+15)^2}{2} \right] =$$

$$= 1,166667 \text{ min} \quad \rightarrow 100,722222 \text{ min}$$

$$ECT_s = E[T_q] + E[S] = 109,722222 \text{ min}$$

Supponiamo ora di utilizzare un SJF-based priority scheduling senza priorità
con $E[X_i] = E[S_i] = 8,5 \text{ min}$

$$E[T_{q,1}] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^1 \rho_i)(1-\sum_{i=1}^0 \rho_i)} = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{1-\rho_1}$$

$$\rightarrow \rho_1 = \lambda \int_0^{8,5} t f(t) dt = 0,112 \int_0^{8,5} t \cdot \frac{1}{13} dt = 0,112 \int_2^{8,5} \frac{1}{13} t dt =$$

$$= 0,112 \left[\frac{1}{26} t^2 \right]_2^{8,5} = 0,112 (2,8846 - 1,53846) = 0,294$$

$$\rightarrow \rho_2 = \lambda \int_8^{+\infty} t f(t) dt = 0,112 \left[\frac{1}{26} t^2 \right]_8^{+\infty} = 0,112 (8,653846 - 2,778846) = 0,658$$

$$\Rightarrow E[T_{q,1}] = \frac{0,56(14,083333 + 7,75)}{1-0,294} = 6,847970 \text{ min}$$

$$E[T_{q,2}] = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\sum_{i=1}^2 \rho_i)(1-\sum_{i=1}^1 \rho_i)} = \frac{\frac{1}{2}E[S^2]}{(1-\rho_1)(1-\rho_1)} = \frac{6,847970}{1-0,952} \approx 112,666037 \text{ min}$$

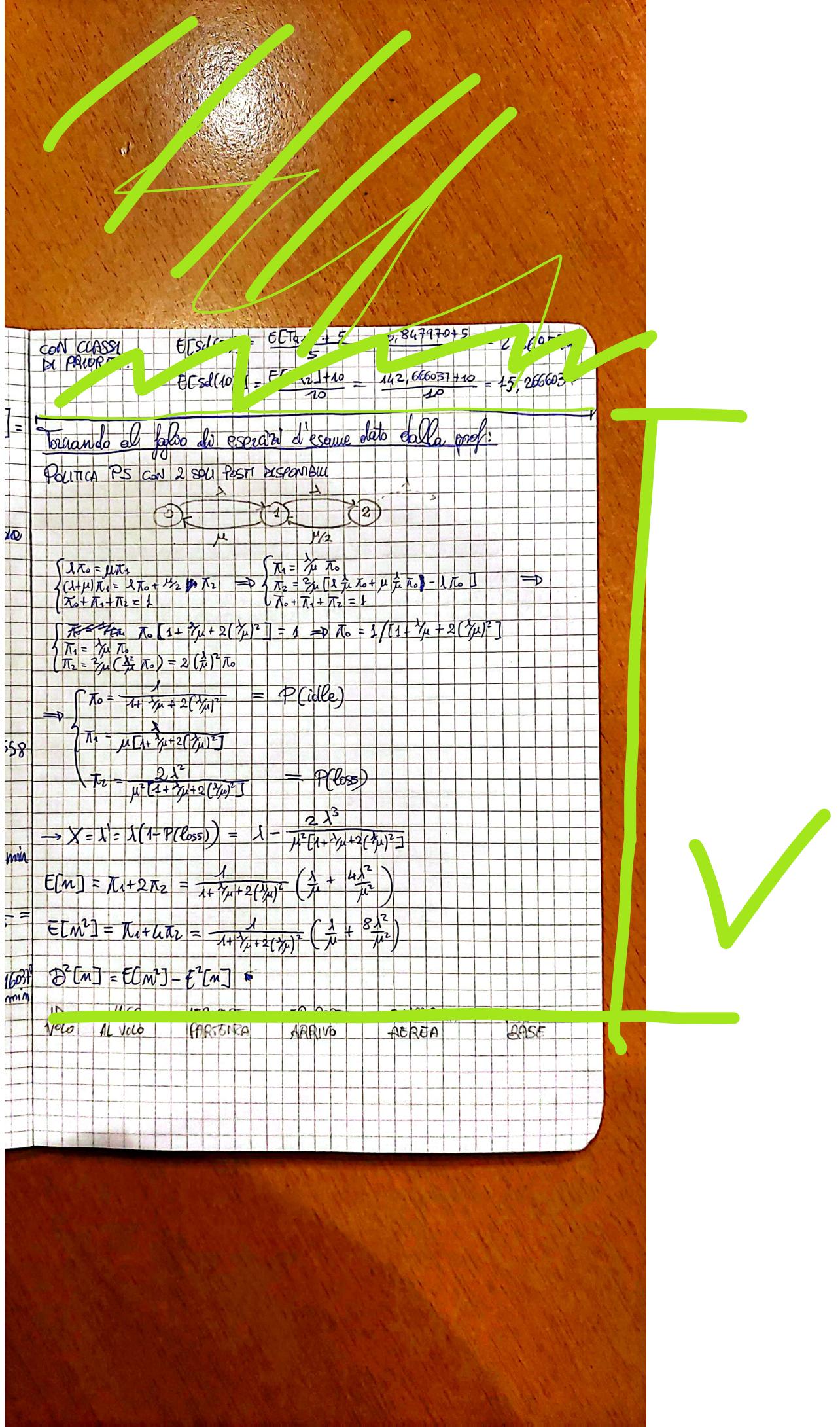
$$E[T_{s,1}] = E[T_{q,1}] + E[S_1] = E[T_{q,1}] + \frac{\rho_1}{\mu} = E[T_{q,1}] + \frac{\rho_1}{\frac{1}{2}\lambda} = 6,847970 + \frac{0,294}{0,056} = 12,074970 \text{ min}$$

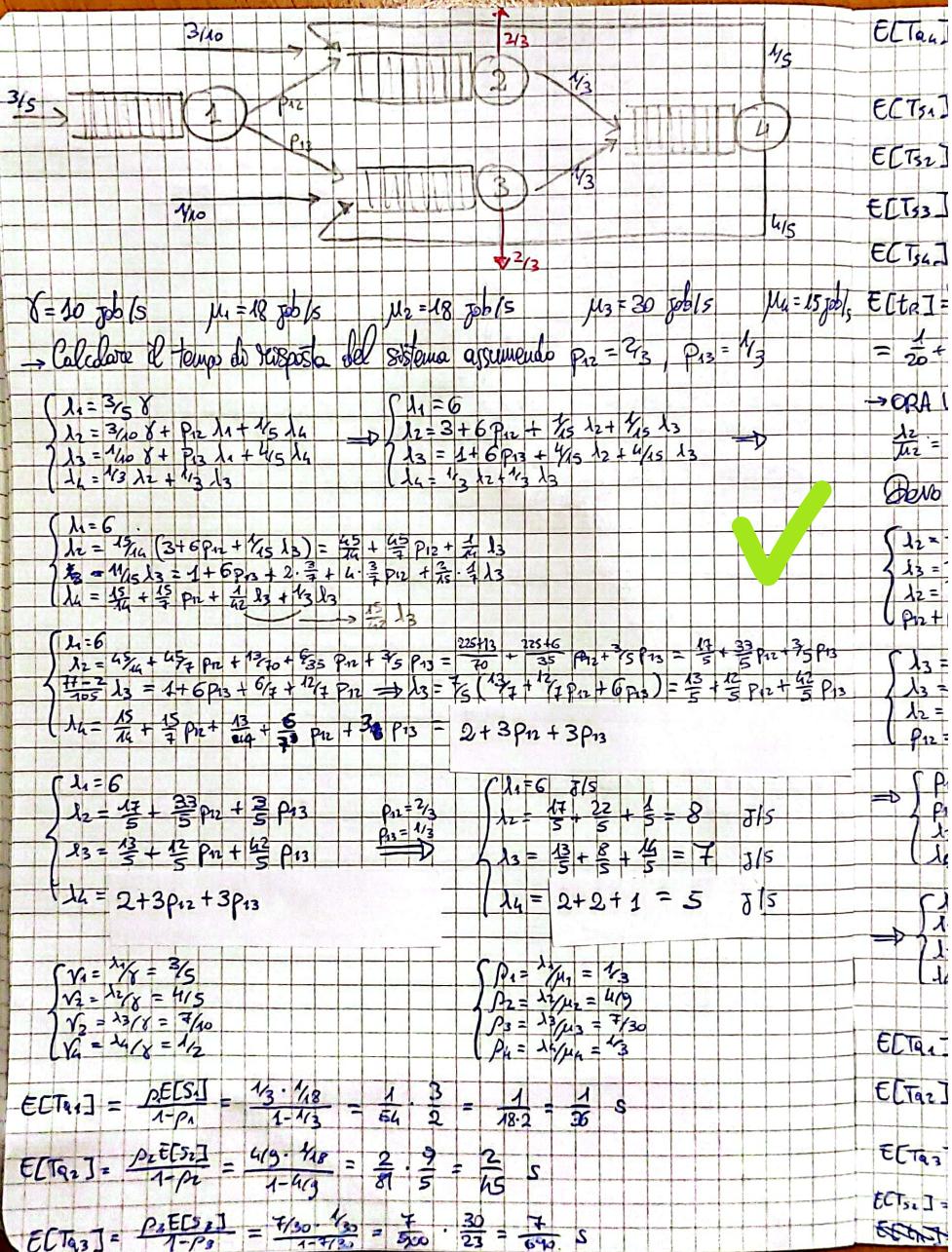
$$E[T_{s,2}] = E[T_{q,2}] + E[S_2] = E[T_{q,2}] + \frac{\rho_2}{\mu} = 112,666037 + \frac{0,658}{0,056} \approx 154,416037 \text{ min}$$

$$E[T_s] = \rho_1 E[T_{s,1}] + \rho_2 E[T_{s,2}] = 0,294 \cdot 12,074970 + 0,658 \cdot 154,416037 \approx 114,7570035 \text{ min}$$

$$\rightarrow \text{FIFO: } E[S_d(5)] = \frac{E[T_s] + 5}{5} = \frac{100,722222 + 5}{5} = 20,144444$$

$$E[S_d(10)] = \frac{E[T_s] + 10}{10} = 11,0722$$





$$E[T_{q_4}] = \frac{P_4 E[S_4]}{1-P_4} = \frac{1/3 \cdot 1/5}{1-1/3} = \frac{1}{45} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{30} \text{ s}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_1] = \frac{1}{36} + \frac{1}{18} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \text{ s}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_2] = \frac{2}{45} + \frac{1}{18} = \frac{4+5}{90} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

$$E[T_{s_3}] = E[T_{q_3}] + E[S_3] = \frac{7}{60} + \frac{1}{30} = \frac{7+23}{60} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

$$E[T_{s_4}] = E[T_{q_4}] + E[S_4] = \frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

(prob)

$$E[T_R] = E[T_{s_1}] + E[T_{s_2}] + E[T_{s_3}] + E[T_{s_4}] = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{12} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{10} + \frac{7}{60} \cdot \frac{1}{23} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} =$$

$$= \frac{1}{20} + \frac{2}{25} + \frac{7}{230} + \frac{1}{20} \approx 0,210435 \text{ s}$$

→ ORA VOLIAMO CHE I CENTRI 2, 3 ABBIANO LA STESSA UTILIZZAZIONE

$$\frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{\lambda_3}{\mu_3} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{18} = \frac{\lambda_3}{30} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{6} = \frac{\lambda_3}{10} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{3} = \frac{\lambda_3}{5}$$

Dobbiamo risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} \lambda_2 = \frac{1}{5} \lambda_3 \\ \lambda_3 = \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = \frac{5}{3} (\frac{1}{5} \lambda_3 + \frac{33}{5} P_{13} + \frac{3}{5} P_{23}) \\ \lambda_3 = \frac{1}{3} \lambda_3 + \frac{1}{2} \lambda_3 - \frac{1}{5} P_{12} + \frac{1}{2} P_{13} \\ P_{12} + P_{13} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = \frac{5}{3} \lambda_3 \\ \lambda_2 = \frac{3}{5} \lambda_3 \\ P_{12} = 1 - P_{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{13} = \frac{1}{16} \cdot \frac{75}{3} \\ \lambda_3 = \frac{5}{3} + 6 P_{13} \\ \lambda_2 = \frac{3}{5} \lambda_3 \\ P_{12} = 1 - P_{13} \end{cases}$$

$$P_{13} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = \frac{1}{3} + 11 - 10 P_{13} = \frac{50}{3} - 10 P_{13} \\ \lambda_3 = \frac{5}{3} + 6 P_{13} \\ \lambda_2 = \frac{3}{5} \lambda_3 \\ P_{12} = 1 - P_{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{35}{3} - 16 P_{13} \\ \lambda_3 = \frac{5}{3} + 6 P_{13} \\ \lambda_2 = \frac{3}{5} \lambda_3 \\ P_{12} = 1 - P_{13} \end{cases} \Rightarrow P_{13} = \frac{1}{16} \cdot \frac{75}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{13} = \frac{35}{48} \\ P_{12} = \frac{13}{48} \\ \lambda_3 = \frac{5}{3} + \frac{35}{8} = \frac{75}{8} \text{ J/s} \\ \lambda_2 = \frac{45}{8} \text{ J/s} \end{cases} \xrightarrow{\text{INFATTI}} \begin{cases} P_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} = \frac{75}{8 \cdot 30} = \frac{5}{8 \cdot 8} = \frac{5}{64} \\ P_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{45}{8 \cdot 18} = \frac{5}{8 \cdot 2} = \frac{5}{16} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 6 \text{ J/s} \\ \lambda_2 = \frac{45}{8} \text{ J/s} \\ \lambda_3 = \frac{75}{8} \text{ J/s} \\ \lambda_4 = 2 + 3 \cdot \frac{75}{64} + 3 \cdot \frac{25}{16} = 2 + \frac{13}{16} + \frac{35}{16} = 5 \text{ J/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 1/3 \\ P_2 = 5/16 \\ P_3 = 5/64 \\ P_4 = 1/16 \end{cases}$$

$$E[T_{q_1}] = \frac{1}{36} \text{ s} \quad [\text{COME PRIMA}] \quad ; \quad E[T_{q_4}] = \frac{1}{30} \text{ s} \quad [\text{COME PRIMA}]$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{P_2 E[S_2]}{1-P_2} = \frac{5/16 \cdot 1/18}{1-5/16} = \frac{5}{16 \cdot 18} \cdot \frac{16}{11} = \frac{5}{198} \text{ s}$$

$$E[T_{q_3}] = \frac{P_3 E[S_3]}{1-P_3} = \frac{5/16 \cdot 1/30}{1-5/16} = \frac{1}{16 \cdot 6} \cdot \frac{16}{11} = \frac{1}{66} \text{ s}$$

$$E[T_{s_4}] = \frac{5}{198} + \frac{1}{12} = \frac{16}{198} = \frac{8}{99} \text{ s} \quad ; \quad E[T_{s_3}] = \frac{1}{66} + \frac{1}{30} = \frac{5+11}{330} = \frac{16}{330} = \frac{8}{165} \text{ s}$$

$$\begin{cases} \nu_1 = \lambda_1/\gamma = 3/5 \\ \nu_2 = \lambda_2/\gamma = 3/16 \\ \nu_3 = \lambda_3/\gamma = 15/16 \\ \nu_4 = \lambda_4/\gamma = 1/2 \end{cases}$$

$$E[T_{R,i}] = \nu_1 E[T_{S,i}] + \nu_2 E[T_{S,2}] + \nu_3 E[T_{S,3}] + \nu_4 E[T_{S,4}]$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{12} + \frac{3}{16} \cdot \frac{8}{99} + \frac{15}{16} \cdot \frac{8}{165} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} =$$

$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{22} + \frac{1}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{11} \approx 0,19091 s$$

Max λ

$$C = 10^3 \text{ op/sec}$$

L'80% dei job ha domanda media $Z = 1875 \text{ op/job}$
il 20% dei job ha domanda media $Z = 7500 \text{ op/job}$
↳ Servizio iperespontaneo

z ora è

$$E[T_{Q,i}]$$

→ Then

→ abstract priority scheduling (J guess senza priorità), con $p_1 = p_2 = 0,5$

Max λ per avere $E[T_S] < 10 s$ = ?

→ 2,

ES2222 L'80% dei job ha domanda media $S = 1,875 \text{ s}$
il 20% dei job ha domanda media $S = 7,5 \text{ s}$

$$E[T_{Q,i}]$$

$$E[T_{S,i}] =$$

$$E[S] = 0,8 \cdot 1,875 + 0,2 \cdot 7,5 = 3 \text{ s} \Rightarrow \mu = 1/3 \text{ jobs/s} \Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = 3\lambda \Rightarrow p_1 = p_2 = 1,5\lambda$$

$$\sigma^2(S) = g(\rho) E^2[S] = \left(\frac{1}{2\rho(\mu-\rho)} - 1 \right) E^2[S] = \left(\frac{1}{2 \cdot 0,2 \cdot 0,8} - 1 \right) 9 = 19,125 \text{ s}^2$$

z ASSUM

$$E[S^2] = E^2[S] + \sigma^2(S) = 28,25 \text{ s}^2$$

$$E[T_{Q,i}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^4 p_i^2)(1 - \sum_{i=1}^4 p_i^2)} = \frac{14,0625 \lambda}{1 - p_1} = \frac{14,0625 \lambda}{1 - 1,5\lambda}$$

Caso con classi di

= $E[T_{Q,i}]$

$$E[T_{Q,2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^4 p_i^2)(1 - \sum_{i=1}^4 p_i^2)} = \frac{E[T_{Q,1}]}{1 - \rho} = \frac{14,0625 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)}$$

= $p_1(p_1)$

$$E[T_{S,1}] = E[T_{Q,1}] + E[S] = \frac{14,0625 \lambda}{1 - 1,5\lambda} + 3$$

= $E[T_{S,1}]$

$$E[T_{S,2}] = E[T_{Q,2}] + E[S] = \frac{14,0625 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)} + 3$$

= $E[T_{S,2}]$

$$E[T_Q] = \frac{1}{2} E[T_{Q,1}] + \frac{1}{2} E[T_{Q,2}] = \frac{7,03125 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)} + \frac{7,03125 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)}$$

= $E[T_Q]$

$$E[T_S] = \frac{1}{2} E[T_{S,1}] + \frac{1}{2} E[T_{S,2}] = \frac{7,03125 \lambda}{1 - 1,5\lambda} + \frac{7,03125 \lambda}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)} + 3 < 10$$

$D_1 = 10$

$$\Rightarrow \frac{7,03125 \lambda (1 - 3\lambda) + 7,03125 \lambda - 7(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)}{(1 - 1,5\lambda)(1 - 3\lambda)} < 0$$

$N = (R+Z)$

→ Si deve avere che il denominatore deve essere positivo e, in particolare, $\lambda < \frac{1}{3}$

$B \rightarrow 8$

$\Rightarrow \forall i E[$

$$\Rightarrow 7,03125 \lambda - 21,09375 \lambda^2 + 7,03125 \lambda + (7 + 10,5\lambda)(1 - 3\lambda) < 0 \Rightarrow$$

$R_1(1) = 7$

$$\Rightarrow 14,0625 \lambda - 21,09375 \lambda^2 - 7 + 21\lambda + 10,5\lambda - 3\lambda^2 < 0$$

$R_2(1) = 7$

$$\Rightarrow -52,59375 \lambda^2 + 45,5625\lambda - 7 < 0 \Rightarrow 52,59375 \lambda^2 - 45,5625\lambda + 7 > 0$$

$X_0(1) = \frac{7}{2}$

$Q_1(1) = 7$

fino a qui

$E[T_{1,2}] = \frac{45,5625 \pm \sqrt{2075,96140625 + 1472,625}}{105,1875} = \begin{cases} 2,13 \text{ s} \\ 0,199643 \text{ s} \end{cases}$

Max λ ammissibile: $0,199643 \text{ job/s}$

\Rightarrow ORA PRENDI UN $\lambda > 0,2 \text{ job/s} \rightarrow E[T_{1,2}] \leq 2 \text{ s}$

$E[T_{1,2}] = \frac{14,0625 \lambda}{1 - 0,5 \lambda} \approx 4,017857 \text{ s} \rightarrow$ No, lo sto solo sottostimato.

\rightarrow Trovo il p_1 per rispettare lo scd: $\frac{14,0625 \cdot 0,2}{1 - 3 \cdot 0,2 p_1} \leq 2 \Rightarrow \frac{2,8125}{1 - 0,6 p_1} \leq 2$

$\Rightarrow 2,8125 \leq 2 - 1,2 p_1 \Rightarrow 1,2 p_1 \leq 2 - 2,8125 \quad \text{Valore } p_1 \text{ dovrebbe essere proprio negativo...}$

$E[T_{1,2}] = 4,017857 \text{ s} \quad E[T_{2,1}] = 10,0166425 \text{ s}$
 $E[T_{1,1}] = 7,017857 \text{ s} \quad E[T_{2,2}] = 13,0166425 \text{ s}$

\Rightarrow ASSUMIAMO ORA UN TEMPO DI SERVIZIO ESponentiale

~~Caso FIFO~~: $E[T_{1,2}] = E[T_{1,1}] + E[S] = \frac{\rho E[S]}{1 - \rho} + E[S] = E[S] \cdot \frac{1}{1 - \rho}$

Caso con le due classi di priorità: $E[T_{1,1}] = \frac{\rho E[S]}{(1 - \rho)} ; E[T_{2,1}] = \frac{\rho E[S]}{(1 - p_1)(1 - \rho)}$

$\Rightarrow E[T_{1,2}] = p_1 E[T_{1,1}] + p_2 E[T_{2,1}] = p_1 \frac{\rho E[S]}{1 - \rho} + p_2 \frac{\rho E[S]}{(1 - p_1)(1 - \rho)} =$

$= \frac{p_1(p - p^2)E[S] + p_2\rho E[S]}{(1 - p_1)(1 - \rho)} = E[S] \frac{p_1(1 - p)^2 + p_2\rho}{(1 + p_1)(1 - \rho)} = E[S] \frac{p - p \cdot p_1(1 - \rho)}{(1 - p_1)(1 - \rho)} =$

$= E[S] \frac{\rho(1 - p_1)}{(1 - p_1)(1 - \rho)} = \frac{\rho E[S]}{1 - \rho}$

$E[T_{1,2}] = E[T_{1,1}] + E[S] = E[S] \cdot \frac{1}{1 - \rho} \quad \leftarrow$ PARO PARO AL CASO FIFO

$D_1 = 10 \quad D_2 = 5 \quad Z = 10 \quad N = 3 \quad R = ?$

$N = (R+Z)X_0$ devo procedere con la mean value analysis...

$\lambda < 3$

~~Basta~~: $E[T_{1,2}(N)] = \lambda \cdot E[S] \cdot (1 + E[m_i(N)])$
 $\Rightarrow R_i E[T_{1,2}(N)] = R_i E[S] \cdot (1 + E[m_i(N-1)]) \Rightarrow R_i(N) = D_i (1 + Q_i(N-1))$

$R_1(1) = D_1 (1 + Q_1(0)) = D_1 + 10$
 $R_2(1) = D_2 (1 + Q_2(0)) = D_2 + 5$

$X_0(1) = \frac{1}{\sum_{i=1}^2 R_i(1)} = \frac{1}{10+5} = \frac{1}{15}$

$Q_1(1) = X_0(1) R_1(1) = \frac{2}{3}$
 $Q_2(1) = X_0(1) R_2(1) = 1/3$

$$R_1(2) = D_1(1 + Q_1(1)) = 10\left(1 + \frac{2}{3}\right) = 10 \cdot \frac{5}{3} = \frac{50}{3}$$

$$R_2(2) = D_2\left(1 + Q_2(1)\right) = 5\left(1 + \frac{4}{3}\right) = 5 \cdot \frac{7}{3} = \frac{35}{3}$$

$$X_0(2) = \frac{2}{\sum_{i=1}^2 R_i(2)} = \frac{2}{\frac{50}{3} + \frac{35}{3}} = 2 \cdot \frac{3}{70} = \frac{3}{35}$$

$$Q_1(2) = X_0(2) R_1(2) = \frac{3}{35} \cdot \frac{50}{3} = \frac{10}{7}$$

$$Q_2(2) = X_0(2) R_2(2) = \frac{3}{35} \cdot \frac{35}{3} = \frac{6}{7}$$

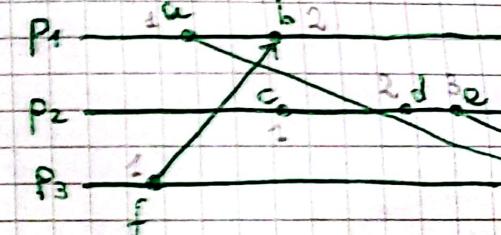
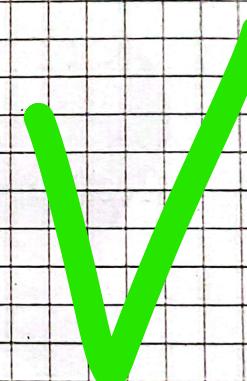
$$R_1(3) = D_1\left(1 + Q_1(2)\right) = 10\left(1 + \frac{10}{7}\right) = 10 \cdot \frac{17}{7} = \frac{170}{7}$$

$$R_2(3) = D_2\left(1 + Q_2(2)\right) = 5\left(1 + \frac{6}{7}\right) = 5 \cdot \frac{11}{7} = \frac{55}{7}$$

$$X_0(3) = \frac{3}{\sum_{i=1}^2 R_i(3)} = \frac{3}{\frac{170}{7} + \frac{55}{7}} = 3 \cdot \frac{7}{225} = \frac{21}{225}$$

$$\rightsquigarrow \text{Ora applico } N = (R+Z)X_0 \Rightarrow R+Z = \frac{N}{X_0} \Rightarrow R = \frac{N}{X_0} - Z = \frac{3}{3} \cdot \frac{75}{7} - 10 = \frac{155}{7}$$

SOLU



Col clock logico rettangolare:

$$a: \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$b: \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$22,14,2857_s$$

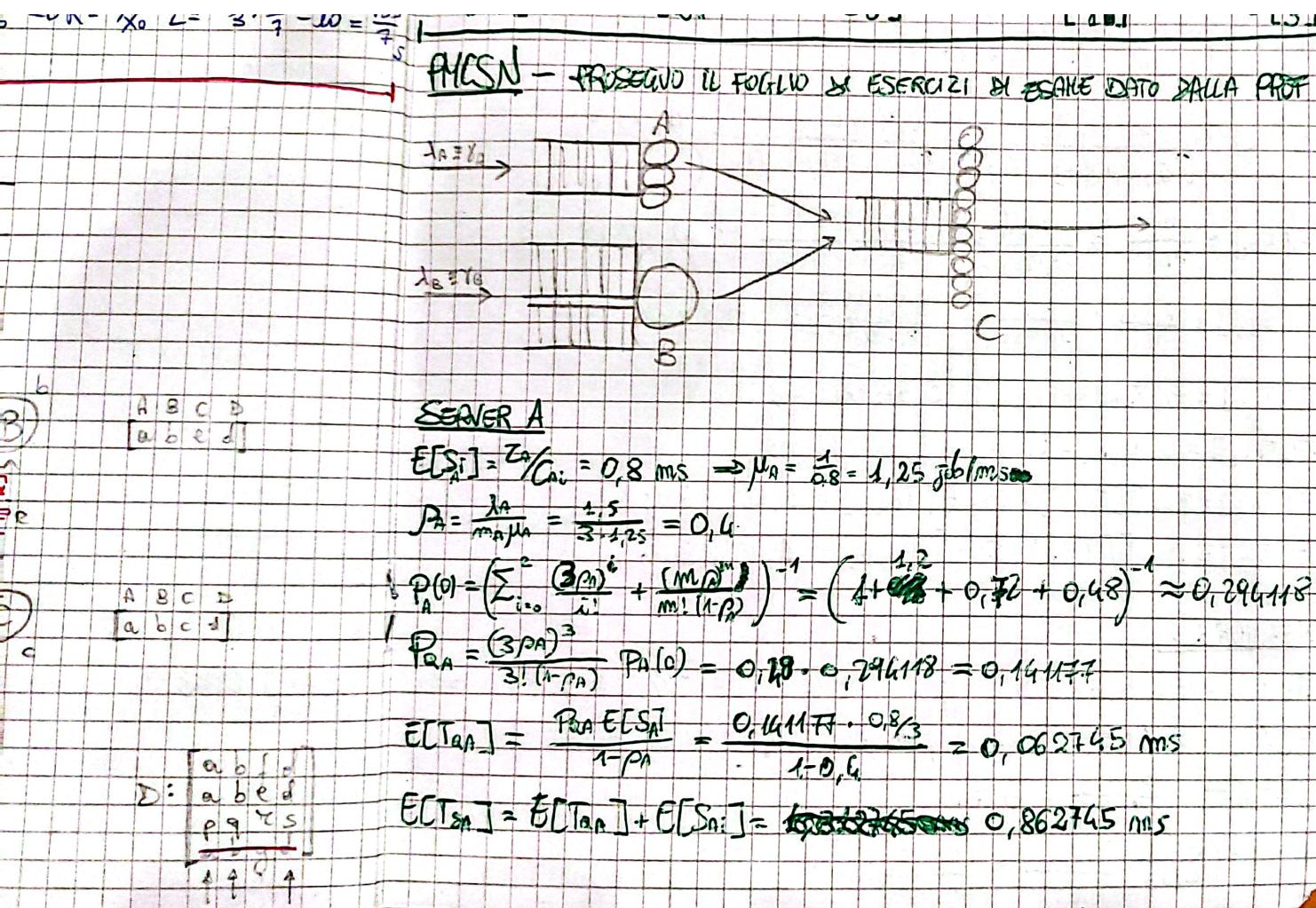
$$f: \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$g: \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

FMSN - PROSEGNO IL FOGLIO

A

$$x_0 = x_1$$





SERWER B

$$E[S_B] = \frac{1}{C_B} = 0,4 \text{ ms} \Rightarrow \mu_B = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ job/ms}$$

$$\rho_B = \frac{\lambda_B}{\mu_B} = \frac{2 \text{ job/ms}}{2,5 \text{ job/ms}} = 0,8$$

Beweis = 1

$$\rho_{B_1} = 0,632121$$

$$\rho_{B_2} = 0,367879$$

SI. DS - BASED NON PREEMPTIVE PRIORITY QUEUE (hanno priorità i job < 0,4 ms) P_{B_1}

$$E[T_{B_1}] = \frac{\rho_B E[S_B]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_{B_i})(1 - \sum_{j=1}^2 \rho_{S_j})} \quad \text{dove:}$$

$$\rho_{B_1} = \lambda_B \int_0^{0,4} t f(t) dt = 2 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 0,211392$$

$$\rho_{B_2} = \lambda_B \int_{0,4}^{\infty} t f(t) dt = 2 \int_{0,4}^{\infty} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 0,588608$$

$$E[T_{B_1}] = \frac{0,8 \cdot 0,4}{1 - 0,211392} = 0,405778 \text{ ms}$$

$$E[T_{B_2}] = \frac{\rho_B E[S_B]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{j=1}^1 \rho_j)} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{(1 - 0,211392)(1 - 0,8)} = 2,028891 \text{ ms}$$

$$E[S_{B_1}] = \frac{\rho_{B_1}}{\lambda_B} = \frac{\rho_{B_1}}{\lambda_B \rho_{B_1}} = \frac{0,211392}{2 \cdot 0,632121} \approx 0,167208 \text{ ms}$$

$$E[S_{B_2}] = \frac{\rho_{B_2}}{\lambda_B} = \frac{\rho_{B_2}}{\lambda_B \rho_{B_2}} = \frac{0,588608}{2 \cdot 0,367879} = 0,8 \text{ ms}$$

$$E[T_{S_1}] = E[T_{B_1}] + E[S_{B_1}] = 0,572986 \text{ ms}$$

$$E[T_{S_2}] = E[T_{B_2}] + E[S_{B_2}] = 2,828891 \text{ ms}$$

$$E[T_{B_1}] = \rho_{B_1} E[T_{B_1}] + \rho_{B_2} E[T_{B_2}] = 1,002887 \text{ ms}$$

$$E[T_{S_B}] = \rho_{B_1} E[T_{S_1}] + \rho_{B_2} E[T_{S_2}] = 1,402886 \text{ ms}$$

SERWER C

$$\lambda_C = \lambda_A + \lambda_B = 3,5 \text{ job/s} ; \quad E[S_{C_i}] = \frac{1}{C_i} = 2 \text{ ms} \Rightarrow$$

$$E[S_C] = \frac{1}{10} E[S_C] = 0,2 \text{ ms} ; \quad \mu_C = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ job/ms}$$

$$\rho_C = \frac{\lambda_C}{\mu_C} = \frac{3,5}{10 \cdot 0,2} = 0,7$$

$$P_C(0) = \left(\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(10\rho_C)^i}{i!} + \frac{(10\rho_C)^{10}}{10!(1-\rho_C)} \right)^{-1} =$$





$$\begin{aligned} &= \left(1 + 7 + 24,5 + 57,166667 + 100,041667 + 140,058333 + 189,756452 + \right. \\ &\quad \left. + 189,356452 + 166,036895 + 129,139807 + 301,326217 \right)^{-1} \\ &= 0,0007658 \end{aligned}$$

$$(1) \quad P_{ac} = \frac{(10p_c)^{10}}{10!(1-p_c)} \cdot p_c^{10} = 301,326217 \cdot 0,0007658 = 0,230763$$

$$E[T_{ac}] = \frac{P_{ac} E[S_c]}{1-p_c} = \frac{0,230763 \cdot 0,2}{0,3} = 0,153842 \text{ ms}$$

$$E[T_{ac}] = E[T_{sa}] + E[S_c] = 2,153842 \text{ ms}$$

$$\gamma_{A/A} = \frac{\lambda_A}{\gamma_A} = 1 ; \quad \gamma_{B/A} = \frac{\lambda_B}{\gamma_A} = \frac{2}{1,5} = 1,333333$$

$$\gamma_{C/A} = \frac{\lambda_C}{\gamma_A} = \frac{3,5}{1,5} = 2,333333$$

$$E[T_{sa}] = \gamma_{A/A} E[T_{sa}] + \gamma_{B/A} E[T_{sa}] + \gamma_{C/A} E[T_{sa}] = \\ = 0,862745 + 1,333333 - 1,602886 + 2,333333 \cdot 2,153842 = 7,758891 \text{ ms}$$

$$\gamma_A = \frac{\lambda_A}{\gamma} = \frac{1,5}{3,5} = 0,428571$$

$$\gamma_B = \frac{\lambda_B}{\gamma} = \frac{2}{3,5} = 0,571428$$

$$E[T_{sa}] = \gamma_A E[T_{sa}] + \gamma_B E[T_{sa}] + \gamma_C E[T_{sa}] = 3,325238 \text{ ms}$$

$$E[Sd_A(0,4)] = \frac{E[T_{sa}] + o_A}{0,4} = \frac{0,4662745}{0,4} = 1,166825$$

$$E[Sd_B(0,2)] = \frac{E[T_{sa}] + o_B}{0,2} = \frac{0,605778}{0,2} = 3,02889$$

$$E[Sd_C(0,2)] = \frac{E[T_{sa}] + o_C}{0,2} = \frac{0,353842}{0,2} = 1,76921$$

Ora di un solo con:

⇒ ORARIO ARRIVO
PARKING AEROMARINA ARRIVO
ARRIVO PARKING

CAMPAGNA
ACQUA

10 A1 A2 A3... B1 B2 B3... 10 SERVIZIO AGG.1 SERVIZIO AGG.2

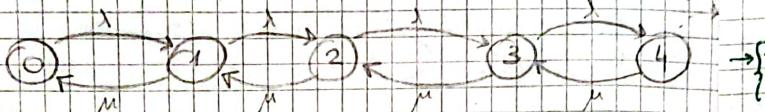
Tutti costano lo stesso se il posto è libero un posto oppure null se il segnale non è presente

g

$$\lambda = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ jobs/s}$$

$$\mu = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ jobs/s}$$

$$\lambda = c$$



$$\{\pi_i = (\frac{\lambda}{\mu})^i \pi_0 \quad \forall i=1, \dots, 4$$

$$\sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \Rightarrow \pi_0 [1 + (\frac{\lambda}{\mu})^1 + (\frac{\lambda}{\mu})^2 + (\frac{\lambda}{\mu})^3 + (\frac{\lambda}{\mu})^4] = 1 \Rightarrow 5\pi_0 = 1 \Rightarrow \pi_0 = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \pi_0 = \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow P(\text{loss}) = \pi_4 = \frac{1}{5} \Rightarrow X = \lambda = \lambda(1 - P(\text{loss})) = 5 \cdot \frac{4}{5} = 4 \text{ jobs/s}$$

SUPPONIAMO CHE ORA μ SIA UGUALE A $\frac{1}{0,15} = 6,666667 \text{ jobs/s}$

$$\{\pi_i = (\frac{\lambda}{\mu})^i \pi_0 \quad \forall i=1, \dots, 4$$

$$\sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \Rightarrow \pi_0 [1 + 0,25 + 0,5625 + 0,140625 + 0,31640625] = 1$$

$$\Rightarrow \pi_0 = 0,327785$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi_0 = 0,327785 \\ \pi_1 = 0,245839 \\ \pi_2 = 0,184379 \\ \pi_3 = 0,138281 \\ \pi_4 = 0,103713 \end{cases} = P(\text{loss})$$

$$X = \lambda' = \lambda(1 - P(\text{loss})) = 5(1 - 0,103713) = 4,481435 \text{ jobs/s}$$

SUPPONIAMO ORA DI AVERE UN QUAD-CORE CON $\mu = \frac{1}{0,3} = 3,333333 \text{ jobs/s}$

$$\{\pi_i = \frac{1}{i!} (\frac{\lambda}{\mu})^i \pi_0 = \frac{1}{i!} (1,5)^i \pi_0$$

$$\sum_{i=0}^4 \pi_i = 1 \Rightarrow \pi_0 [1 + 1,5 + 1,125 + 0,5625 + 0,2109375] = 1$$

$$\Rightarrow \pi_0 = 0,227353$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi_0 = 0,227353 \\ \pi_1 = 0,341030 \\ \pi_2 = 0,255193 \\ \pi_3 = 0,127986 \\ \pi_4 = 0,047957 \end{cases} = P(\text{loss})$$

$$X = \lambda' = \lambda(1 - P(\text{loss})) = 5(1 - 0,047957) = 4,760215 \text{ jobs/s}$$

$$\lambda = 0,23 \text{ req/min}$$

$$E[S] = 4 \text{ min} \Rightarrow \mu = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ req/min}$$

$$P = 0,35$$

$$\rightarrow p E[S_1] + (1-p) E[S_2] = E[S]$$

$$(\mu_1 = 2p \mu \Rightarrow \frac{1}{E[S_1]} = \frac{2p}{E[S]} \Rightarrow E[S_1] = \frac{E[S]}{2p})$$

$$\Rightarrow \frac{E[S^2]}{2} + (1-p) E[S_2] = E[S] \Rightarrow E[S_2] = \frac{1}{1-p} \left[E[S] - \frac{E[S]}{2p} \right] = \frac{E[S]}{2(1-p)}$$

$$\frac{1}{E[S_2]} = \frac{E[S]}{2p}$$

$$\Rightarrow E[S_1] = \frac{4}{0,7} = 5,714286 \text{ min}$$

$$E[S_2] = \frac{4}{1,3} = 3,076923 \text{ min}$$

$$\sigma^2(S) = g(p) E^2[S] = \left(\frac{1}{2p(1-p)} - 1 \right) E^2[S] = \left(\frac{1}{2 \cdot 0,35 \cdot 0,65} - 1 \right) \cdot 16 = 19,164835 \text{ min}^2$$

$$E[S^2] = \sigma^2(S) + E^2[S] = 19,164835 + 16 = 35,164835 \text{ min}^2$$

$$\frac{1}{2} E[S^2] = 4,043956 \text{ (min)}$$

~~ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (NON PREEMPTIVE) CON 2 PROCESSI~~

~~Secondo me a destra un miccavagno che scriveva che l'istante req1 e req2 non esistono.~~

~~per quanto riguarda req2 e req3...~~

~~ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (PREEMPTIVE) CON $P_i =$~~

\rightarrow ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (PREEMPTIVE) CON $p_1 = 0,15; p_2 = 0,25; p_3 = 0,6$

$$p_1 = \lambda_1 E[S_0] = p_1 \lambda E[S] = 0,15 \cdot 0,23 \cdot 4 = 0,138$$

$$p_2 = \lambda_2 E[S] = p_2 \lambda E[S] = 0,25 \cdot 0,23 \cdot 4 = 0,23$$

$$p_3 = \lambda_3 E[S] = p_3 \lambda E[S] = 0,6 \cdot 0,23 \cdot 4 = 0,552$$

$$E[T_{req}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^3 p_i)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 35,164835 \cdot 0,15 \cdot 0,23}{1 - 0,138} = 0,703705 \text{ min}$$

$$E[S_{req-1}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^2 p_i} = E[S] = 4 \text{ min}$$

$$\Rightarrow E[T_{req}] = E[T_{req}] + E[S_{req-1}] = 4,703705 \text{ min}$$

$$E[T_{req}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^2 p_i)(1 - \sum_{i=1}^3 p_i)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 35,164835 \cdot 0,23 (0,15 + 0,25)}{(1 - 0,138)(1 - 0,138 - 0,23)} = 2,969708 \text{ min}$$

→ ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING (PREEMPTIVE) CON
 $p_1 = 0,15$, $p_2 = 0,6$, $p_3 = 0,25$

$$\Rightarrow \rho_1 = 0,138, \quad \rho_2 = 0,552, \quad \rho_3 = 0,23$$

Dal punto di vista della classe 1 non cambia nulla rispetto
 a prima

$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i)} = \frac{0,5 \cdot 35,166,835}{(1 - 0,138 - 0,552)(1 - 0,138)} \approx 11,35005 \text{ min}$$

$$E[S_{int,2}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^k p_i} = \frac{E[S]}{1 - p_1} = \frac{6}{1 - 0,138} = 6,640371 \text{ min}$$

$$\Rightarrow E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_{int,2}] = 15,990446 \text{ min}$$

FORSE POSSIAMO pure RISPARMIARE LA PREEMPTION(:)

Considero il caso KP:

$$E[T_q] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{1 - p} = \frac{6,043956}{1 - 0,92} = 50,54945 \text{ min}$$

$$E[S_d(1)] = \frac{E[T_q] + 1}{\lambda} = 51,54945$$

$$\text{CASO PS: } E[S_d(1)] = \frac{1}{1 - p} = \frac{1}{1 - 0,92} = 12,5 \quad (\text{qui è molto + basso})$$

(oggi) dimostrare che nell'abstract priority scheduling preemptive vale:

$$E[T_{q,k}] \leq E(T_{q,k+1}) \leq \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k+1} \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^{k+1} p_i)} \Rightarrow$$

$$\rightarrow \text{SICURAMENTE VALE } \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \lambda_i E[S^2] \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k+1} \lambda_i E[S^2]$$

POICHÉ CERTAMENTE $\frac{1}{2} \lambda_{k+1} E[S^2] \geq 0$.

$$\rightarrow \text{ORA PROVO A DIMOSTRARE CHE } (1 - \sum_{i=1}^k p_i)(1 - \sum_{i=1}^{k+1} p_i) >$$

$$(1 - \sum_{i=1}^{k+1} p_i)(1 - \sum_{i=1}^k p_i) \Rightarrow 1 - \sum_{i=1}^{k+1} p_i > 1 - \sum_{i=1}^k p_i$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k+1} p_i \leq \sum_{i=1}^k p_i \Rightarrow 0 \leq p_{k+1} \rightarrow \text{Dunque}$$

→ $T_{q,k} < T_{q,k+1}$

→ Ho dunque provato che $E[T_{xk}] = E[T_{xk+1}]$

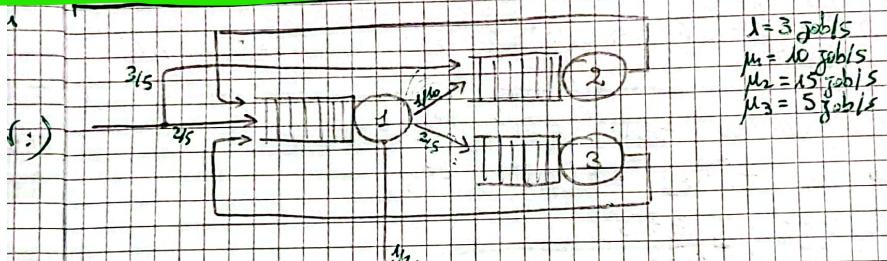
Ora provo che $E[S_{xit-k}] \leq E[S_{xit-k+1}]$

spesso

$$\frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i} \leq \frac{E[S]}{1 - \sum_{i=1}^k p_i} \Rightarrow 1 - \sum_{i=1}^{k-1} p_i \geq 1 - \sum_{i=1}^k p_i \Rightarrow$$
$$\sum_{i=1}^{k-1} p_i \leq \sum_{i=1}^k p_i \Rightarrow 0 \leq p_k \rightarrow \text{ovvio anche questo}$$

In conclusione, abbiamo: $E[T_x] + E[S_{xit-k}] \leq E[T_{xk+1}] + E[S_{xit-k+1}]$

$$\Rightarrow E[T_x] = E[T_{xk+1}] \quad \checkmark$$



$$\begin{cases} \lambda_1 = 2/5 \lambda + \lambda_2 + \lambda_3 \\ \lambda_2 = 4/5 \lambda + 1/10 \mu_1 \\ \lambda_3 = 3/5 \lambda_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2/5 \lambda_1 = 6/5 + \lambda_2 \\ \lambda_2 = 9/5 + 1/10 \mu_1 \\ \lambda_3 = 2/5 \lambda_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 + 5/3 \lambda_2 \\ \lambda_2 = 9/5 + 1/5 + 1/6 \lambda_2 \\ \lambda_3 = 2/5 \lambda_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 + 4/6 \\ 5/6 \lambda_2 = 2 \Rightarrow \lambda_2 = 12/5 \\ \lambda_3 = 12/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 14/6 = 2 \\ \lambda_2 = 12/14 = 4/7 = 0,8 \\ \lambda_3 = 12/14 = 4/7 = 0,8 \end{cases}$$

Valori:

$$p_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$E[T_{q1}] = \frac{p_1 E[S_1]}{1 - p_1} = \frac{3/5 \cdot 1/10}{1 - 3/5} = \frac{3}{50} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3}{20} = 0,15 \text{ s}$$

$$E[T_{t1}] = E[T_{q1}] + E[S_1] = 0,15 + 0,1 = 0,25 \text{ s}$$

$$p_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_1} = \frac{12/5}{10} = \frac{4}{25}$$

$$E[T_{q2}] = \frac{p_2 E[S_2]}{1 - p_2} = \frac{4/25 \cdot 1/15}{1 - 4/25} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{25}{21} = \frac{4}{315} \approx 0,012698 \text{ s}$$

$$E[T_{s2}] = E[T_{q2}] + E[S_2] = 0,012698 + 0,06667 \approx 0,079365 \text{ s}$$

$$p_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} = \frac{12/5}{5} = \frac{12}{25} \quad E[T_{q3}] = \frac{12/25 \cdot 1/5}{13/15} = \frac{12}{25} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{13} = \frac{12}{65} = \frac{9}{52} \approx 0,173913 \text{ s}$$

$$E[T_{s3}] = E[T_{q3}] + E[S_3] = 0,184615 + 0,2 = 0,384615 \text{ s}$$

$$\Rightarrow E[T_R] = V_1 E[t_1] + V_2 E[t_2] + V_3 E[t_3] = \\ = 2 \cdot 0,25 + 0,8 \cdot 0,079365 + 0,8 \cdot 0,324615 = 0,871184 \text{ s}$$

Per minimizzare il tempo medio di risposta, credo (e spero!) si debba minimizzare V_3 in favore di V_2 . Cioè si fa ponendo $P_{12} = \frac{1}{2}$, $P_{13} = 0$.

Di fatto, in questo modo V_3 sarebbe rimanere uguale:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0/s + \lambda_2 + \lambda_3 \\ \lambda_2 = 9/s + \lambda_1 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 6/s + \lambda_2 \\ \lambda_2 = 9/s + \lambda_1 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 9/s + 2/s = 6 \\ \lambda_2 = 18/s + 6/s = 24/s \\ \lambda_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = \lambda_1/\lambda = 2 \\ V_2 = \lambda_2/\lambda = 1,6 \\ V_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow E[T_R] = 2 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,079365 = 0,626984 \text{ s}$$

Sarà pertanto: $E[T_S]^{NP} = E[T_{Q_i}]^{NP} + E[S]$

con $E[T_{S,i}]^{NP} = E[T_{Q,i}]^{NP} + E[S]$

dove $E[T_{Q,i}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^i p_k)(1 - \sum_{k=i+1}^{i-1} p_k)}$

Con relazione: $E[T_S]^P = E[T_{Q,i}]^P + E[S_{virt}]$

con $E[T_{S,i}]^P = E[T_{Q,i}]^P + E[S_{virt,i}]$

dove $E[T_{Q,i}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^i \lambda_k E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^i p_k)(1 - \sum_{k=i+1}^{i-1} p_k)}$

$$E[S_{virt,i}] = \frac{E[S]}{1 - \sum_{k=1}^i p_k}$$

Quindi bisognerebbe fare il seguente confronto:

$$\frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^i p_k)(1 - \sum_{k=i+1}^{i-1} p_k)} + E[S] \stackrel{?}{\leq} \frac{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^i \lambda_k E[S^2]}{(1 - \sum_{k=1}^i p_k)(1 - \sum_{k=i+1}^{i-1} p_k)} + \frac{E[S]}{1 - \sum_{k=1}^i p_k} \Rightarrow E[$$

\hookrightarrow In generale non si può dire chi sia maggiore; nel caso di arrivi Poissoniani e a servizi disponibili, per esempio, minimoless property, si comprova

$$C = 10^5 \text{ op/s} \quad Z = 5 \cdot 10^4 \text{ op/job} \quad \rho = 0,75 \quad \rho_1 = 0,3; \rho_2 = 0,7$$

→ ABSTRACT PRIORITY SCHEDULING WITH PREEMPTION

$$\mu = \frac{C}{Z} = 2 \text{ job/s} \Rightarrow E[S] = \frac{1}{\mu} = 0,5 \text{ s}$$

$$\lambda = \rho \mu = 1,5 \text{ job/s}$$

$$\lambda_1 = \rho_1 \lambda = 0,75 \text{ job/s} \quad \rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu} = 0,225$$

$$\lambda_2 = \rho_2 \lambda = 1,05 \text{ job/s} \quad \rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu} = 0,525$$

$$E[T_{Q,1}] = \frac{\sum_{i=1}^1 \lambda_i E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)} = \frac{E^2[S] \lambda_1}{1 - \rho_1} = \frac{0,25 \cdot 0,45}{1 - 0,225} \approx 0,145161 \text{ sec}$$

$$E[S_{\text{wait},1}] = \frac{ECS}{1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i} = E[S] = 0,5 \text{ s}$$

$$E[T_{S,1}] = E[T_{Q,1}] + E[S_{\text{wait},1}] = 0,145161 + 0,5 = 0,645161 \text{ s}$$

$$\rightarrow \text{SRPT} \quad E[T_{Q,1}] = \frac{\frac{1}{2} \int_0^1 t^2 dF(t) + \frac{1}{2} 1^2 (1 - F(1))}{(1 - \lambda \int_0^1 t dF(t))^2}$$

$$\bullet \text{ PROVO A RISOLVERE } \frac{1}{2} \cdot 1^2 (1 - F(1)) = 0,75 (1 - 1 + e^{-2}) \approx 0,101501$$

$$\bullet \text{ PROVO A RISOLVERE } \int_0^1 t^2 dF(t) = \int_0^1 t^2 f(t) dt = \left[\int_0^1 t^2 \cdot 2e^{-2t} dt \right] =$$

$$\left[-t^2 e^{-2t} \right]_0^1 + \int_0^1 2t e^{-2t} dt = \left[-t^2 e^{-2t} \right]_0^1 + \left[-t e^{-2t} \right]_0^1 + \int_0^1 e^{-2t} dt =$$

$$= \left[-t^2 e^{-2t} \right]_0^1 + \left[-t e^{-2t} \right]_0^1 + \left[-\frac{1}{2} e^{-2t} \right]_0^1 =$$

$$= -1e^{-2} - 1 \cdot e^{-2} - \frac{1}{2} e^{-2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} e^{-2} \approx 0,161662$$

$$\bullet \text{ PROVO A RISOLVERE } \int_0^1 t dF(t) = \int_0^1 t f(t) dt = \int_0^1 t \cdot 2e^{-2t} dt =$$

$$= \left[-t e^{-2t} \right]_0^1 + \left[-\frac{1}{2} e^{-2t} \right]_0^1 = -e^{-2} - \frac{1}{2} e^{-2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} e^{-2} \approx 0,296947$$

$$S \Rightarrow E[T_{Q,1}] = \frac{0,75 \cdot 0,161662 + 0,296947}{(1 - 1,5 \cdot 0,296947)^2} = \frac{0,2227675}{0,304475} \approx 0,724441 \text{ sec}$$

$$\rho \quad \text{il numero di job che sperimentano un'attesa minore è } F(1) = 1 - e^{-2} = 0,864665$$

avrà comp. Per i job della dimensione 1 sicuramente conserva lo scheduling astretto.

$$T = 600 \text{ s} \quad M = 50 \quad 10 \text{ servizi} \quad \cancel{R = 20 \text{ s}} \quad R = 20 \text{ s}$$

$D_{\max} = 1 \text{ s}$

$D_{\text{fit}} = 2 \text{ s}$

$C = 50$

thinking = ?

$$X_0 = \frac{C}{T} = 0,15 \text{ trans./s}$$

$$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow R+Z = \frac{M}{X_0} \Rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{50}{0,15} - 20 \approx 313,333333 \text{ s}$$

$$\# \text{ thinking} = ZX_0 = 47$$

P₁

P₂

P ₁	W(x)a	W(x)b
P ₂	R(x)b	R(x)a

①

P ₁	W(x)a	
P ₂	R(x)a	W(y)b

②

Torniamo al file di esercizi di P4CSN...

C = 10⁵ op/sec

Z = 4 · 10⁴ op/job (ESponentiale)

p = 0,6

→ SIZE-BASED PRIORITY SCHEDULING WITHOUT PREEMPTION

↳ la dimensione media dei job determina il classificazione delle classi

$$E[S] = Z/C = 0,4 \text{ s} \Rightarrow \mu = 2,5 \text{ job/s}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \Rightarrow \lambda = \rho \mu = 1,5 \text{ job/s}$$

$$P_f = F(0,4) = 1 - e^{-4} = 0,632121$$

$$P_f = 1 - F(0,4) = e^{-4} = 0,367879$$

$$\rho_1 = \lambda \int_0^{0,4} t f(t) dt = 1,5 \int_0^{0,4} t \cdot 2,5 e^{-2,5t} dt = 1,5 \left\{ -t e^{-2,5t} \right|_0^{0,4} + \int_0^{0,4} e^{-2,5t} dt = \\ = 1,5 \left\{ -t e^{-2,5t} \right|_0^{0,4} + \left[-0,4 e^{-2,5t} \right]_0^{0,4} \right\} = 1,5 \left\{ -0,4 e^{-1} - 0,4 e^{-1} + 0,4 \right\} = \\ = 0,158545$$

$$\rho_2 = \rho - \rho_1 = 0,641455$$

$$E[T_{q_1}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^n p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = \frac{\rho E[S]}{1 - \rho_1} = \frac{0,6 \cdot 0,4}{1 - 0,158545} \approx 0,285220 \text{ s}$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{\frac{1}{2} E[S^2]}{(1 - \sum_{i=1}^n p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = \frac{\rho E[S]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} = \frac{0,285220}{1 - 0,6} \approx 0,713051 \text{ s}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_1] = \frac{\rho_1}{\lambda_1} = \frac{0,158545}{1,5 - 0,632121} \approx 0,167230 \text{ s}$$

$$E[S_2] = \frac{\rho_2}{\lambda_2} = \frac{0,641455}{1,5 - 0,367879} \approx 0,8 \text{ s}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_2] = 0,713051 \text{ s}$$

$$E[T_s] = p_1 E[T_{s_1}] + p_2 E[T_{s_2}] = 0,849610 \text{ s}$$

Supponiamo di avere adesso un dual-core. Le metriche di performance dovrebbero approssimativamente seguire le leggi della probabilità esposta:

$$E[T_{q_1}] = \frac{p_1 E[S_1]}{(1 - \sum_{i=1}^n p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = \frac{p_1 E[S_1]}{1 - \rho_1}$$

$$E[T_{s_1}] = E[T_{q_1}] + E[S_1]$$

$$E[T_{q_2}] = \frac{p_2 E[S_2]}{(1 - \sum_{i=1}^n p_i)(1 - \sum_{i=1}^n p_i)} = \frac{p_2 E[S_2]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)}$$

$$E[T_{s_2}] = E[T_{q_2}] + E[S_2]$$

$$E[N_s] = \frac{1}{\lambda} - 1 = \frac{1 - \lambda}{\lambda} = \frac{\rho}{1 - \rho} \quad E[T_s] = \frac{E[N_s]}{\lambda} = \frac{\gamma_N}{1 - \rho} = \frac{E[S]}{1 - \rho}$$

$$E[T_s] = \frac{p_1 \mu}{1 - \rho} + \frac{1}{\mu} = \frac{p_1 + \rho}{\mu(1 - \rho)} = \frac{1}{\mu - \rho \mu} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$T = 300 \text{ s}$

$\Delta_{\max} = 1 \text{ s}$

$M = 50$

$D_{\text{tot}} = 2 \text{ s}$

10 Sewer

$C = 75$

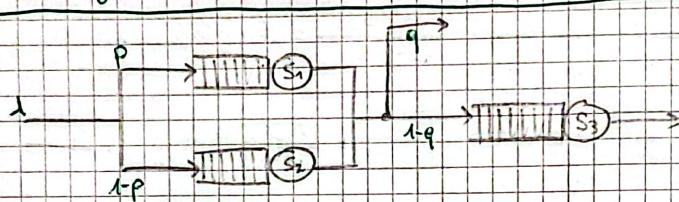
$R = 20 \text{ s}$

thinking = ?

$X_0 = \frac{C}{T} = 0,25 \text{ trans/s}$

$M = (R+T)X_0 \Rightarrow P \frac{M}{X_0} - R = T = \frac{50}{0,25} - 20 = 180 \text{ s}$

$\# \text{thinking} = Z X_0 = 45$



$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda p \\ \lambda_2 = \lambda(1-p) \\ \lambda_3 = (\lambda_1 + \lambda_2)(1-q) = (\lambda p + \lambda(1-p))(1-q) = \lambda(1-q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nu_1 = \lambda \gamma_1 = p \\ \nu_2 = \lambda_2 / \lambda = 1-p \\ \nu_3 = \lambda_3 / \lambda = 1-q \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_1 = \lambda_1 S = \lambda p S \\ \rho_2 = \lambda_2 S = \lambda(1-p)S \\ \rho_3 = \lambda_3 S = \lambda(1-q)S \end{cases}$$

$E[T_{R1}] = \frac{\rho_1 S}{1-\rho_1} = \frac{\lambda p S^2}{1-\lambda p S}$

$E[T_{S1}] = E[T_{R1}] + S = S \left(1 + \frac{\lambda p S}{1-\lambda p S} \right)$

$E[T_{R2}] = \frac{\rho_2 S}{1-\rho_2} = \frac{\lambda(1-p)S^2}{1-\lambda(1-p)S}$

$E[T_{S2}] = E[T_{R2}] + S = S \left(1 + \frac{\lambda(1-p)S}{1-\lambda(1-p)S} \right)$

$E[T_{R3}] = \frac{\rho_3 S}{1-\rho_3} = \frac{\lambda(1-q)S^2}{1-\lambda(1-q)S}$

$E[T_{S3}] = E[T_{R3}] + S = S \left(1 + \frac{\lambda(1-q)S}{1-\lambda(1-q)S} \right)$

$E[T_R] = \nu_1 E[T_{S1}] + \nu_2 E[T_{S2}] + \nu_3 E[T_{S3}] = p S \left(1 + \frac{\lambda p S}{1-\lambda p S} \right) +$

$+ (1-p) S \left(1 + \frac{\lambda(1-p)S}{1-\lambda(1-p)S} \right) + (1-q) S \left(1 + \frac{\lambda(1-q)S}{1-\lambda(1-q)S} \right)$

$\rightarrow X_{\max} = 1 \quad (\text{suppongo})$

PMCSN - 21/01/2022

Tempo medio di interruzione = 6 s $\Rightarrow \lambda = \frac{1}{6}$ job/s
 $Z = 5000$ op./job ; $C = 1000$ op./s $\Rightarrow \mu = C/Z = \frac{1}{5}$ job/s $\Rightarrow E[S] = 5$ s

\rightarrow FIFO $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{6} \cdot 5 = \frac{5}{6}$

$$E[T_{qF}] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho} = \frac{\frac{5}{6} \cdot 5}{1-\frac{5}{6}} = \frac{25}{6} \cdot 6 = 25 \text{ s}$$

$E[T_S] = E[T_{qF}] + E[S] = 30 \text{ s}$

$E[N_S] = \lambda E[T_S] = 5$

$\rightarrow Z = 500 \Rightarrow S = \frac{500}{2000} = 0,25 \text{ s} ; E[sd(0,5)] = \frac{E(T_q) + 0,5}{0,5} = 51$

esponentiale

\rightarrow SIZE-BASED PRIORITY SCHEDULING (NON-PREEMPTIVE)

Scelgo E[ST] come dimensione che separa le due classi di priorità

$\rightarrow P_1 = 0,632121 ; P_2 = 0,367879$

$$\rho_1 = \lambda \int_0^5 t f(t) dt = \frac{1}{6} \int_0^5 t \cdot \frac{5}{6} e^{-\frac{t}{6}} dt = \frac{1}{6} \left\{ -te^{-\frac{t}{6}} \Big|_0^5 + \int_0^5 e^{-\frac{t}{6}} dt \right\} =$$

$$= \frac{1}{6} \left\{ -te^{-\frac{t}{6}} \Big|_0^5 + [-5e^{-\frac{t}{6}}] \Big|_0^5 \right\} = \frac{1}{6} \left\{ -5e^{-\frac{5}{6}} - 5e^0 + 5 \right\} \approx 0,220201$$

$$\rho_2 = \rho - \rho_1 = \frac{5}{6} - 0,220201 = 0,613132$$

$$E[T_{q1}] = \frac{\rho E[S]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)} = \frac{\rho E[S]}{1 - \rho_1} = \frac{\frac{5}{6} \cdot 5}{1 - 0,220201} \approx 5,343257 \text{ s}$$

$$E[T_{q2}] = \frac{\rho E[S]}{(1 - \sum_{i=1}^2 \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^1 \rho_i)} = \frac{\rho E[S]}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} = \frac{5,343257}{1 - \frac{5}{6}} \approx 32,059546 \text{ s}$$

$$E[S_1] = \frac{\rho_1}{\lambda_1} = \frac{\rho_1}{\lambda \rho_1} = \frac{0,220201}{\frac{1}{6} \cdot 0,632121} \approx 2,090116 \text{ s}$$

$$E[S_2] = \frac{\rho_2}{\lambda_2} = \frac{\rho_2}{\lambda \rho_2} = \frac{0,613132}{\frac{1}{6} \cdot 0,367879} \approx 10 \text{ s}$$

$$E[T_{S1}] = E[T_{q1}] + E[S_1] \approx 5,343257 + 2,090116 \approx 7,433373 \text{ s}$$

$$E[T_{S2}] = E[T_{q2}] + E[S_2] \approx 32,059546 + 10 \approx 42,059546 \text{ s}$$

$$E[T_q] = P_1 E[T_{q1}] + P_2 E[T_{q2}] \approx 15,171618 \text{ s}$$

$$E[T_q] = P_1 E[T_{q1}] + P_2 E[T_{q2}] \approx 20,171618 \text{ s} = E[T_q] + E[S] \checkmark$$

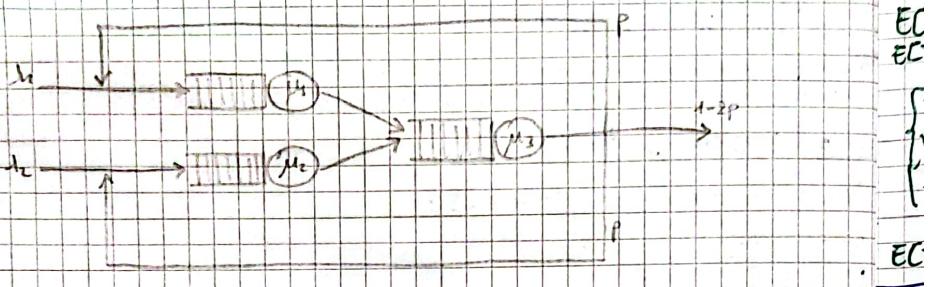
$$E[N_S] = \lambda E[T_S] \approx 3,361936$$

$$E[sd(0,5)] = \frac{E(T_q) + 0,5}{0,5} = 11,686944$$

LA PROX VOLTA FARLO SU TEMPO DI ATTESA

$$\rightarrow$$
 Calcolo lo speedup per il tempo di risposta: $\frac{30}{20,171618} \approx 1,487238$

$$\rightarrow$$
 Slowlawn per il caso fair (PS): $\frac{1}{1-\rho} = \frac{1}{1-\frac{5}{6}} = 6$



$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_2 = 20 \\ \mu_1 &= 30 \quad \mu_2 = 40 \quad \mu_3 = 60 \end{aligned}$$

Per avere una distribuzione stazionaria di probabilità, deve avere $p_1, p_2, p_3 < 1$.

$$\begin{aligned} \begin{cases} \lambda'_1 = \lambda_1 + p\lambda'_3 \\ \lambda'_2 = \lambda_2 + p\lambda'_3 \\ \lambda'_3 = \lambda'_1 + \lambda'_2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = 20 + p\lambda'_3 \\ \lambda'_2 = 20 + p\lambda'_3 \\ \lambda'_3 = \lambda'_1 + \lambda'_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \lambda'_2 \\ \lambda'_3 = 2\lambda'_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \lambda'_2 \\ \lambda'_3 = 2\lambda'_2 \\ \lambda'_1 = 20 + 2p\lambda'_2 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \lambda'_2 \\ \lambda'_2(1-2p) = 20 \\ \lambda'_3 = 2\lambda'_2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \frac{20}{1-2p} \\ \lambda'_2 = \frac{20}{1-2p} \\ \lambda'_3 = \frac{40}{1-2p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \lambda'_1/\mu_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-2p} \\ p_2 = \lambda'_2/\mu_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-2p} \\ p_3 = \lambda'_3/\mu_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-2p} \end{cases} \end{aligned}$$

È necessario impostare:

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-2p} < 1 \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-2p} < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} < 1-2p \\ \frac{1}{2} < 1-2p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p < 1 - \frac{2}{3} \\ 2p < 1 - \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p < \frac{1}{6} \\ p < \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow p < \frac{1}{6}$$

→ Assumiamo ora $p = 0,1$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \lambda'_1 = \frac{20}{1-0,2} = 25 \\ \lambda'_2 = 25 \\ \lambda'_3 = \frac{40}{1-0,2} = 50 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-0,2} = 0,833333 \\ p_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-0,2} = 0,625 \\ p_3 = 0,833333 \end{cases} \end{aligned}$$

$$E[T_{q1}] = \frac{p_1 E[S_1]}{1-p_1} = \frac{0,833333 \cdot \frac{1}{60}}{1-0,833333} \approx 0,16667 \text{ s}$$

$$E[T_{q2}] = \frac{p_2 E[S_2]}{1-p_2} = \frac{0,625 \cdot \frac{1}{60}}{1-0,625} \approx 0,041667 \text{ s}$$

$$E[T_{q3}] = \frac{p_3 E[S_3]}{1-p_3} = \frac{0,833333 \cdot \frac{1}{60}}{1-0,833333} \approx 0,083333 \text{ s}$$

$$E[T_{q1}] + E[S_1] = 0,2 \text{ s}$$

$$E[T_{S2}] = E[T_{Q2}] + E[S_2] = 0,066667 \text{ s}$$

$$E[T_{S3}] = E[T_{Q3}] + E[S_3] = 0,1 \text{ s}$$

$$\left\{ V_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{25}{40} = 0,625 \right.$$

$$\left\{ V_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{25}{40} = 0,625 \right.$$

$$\left\{ V_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{50}{40} = 1,25 \right.$$

$$E[T_R] = V_1 E[T_{S1}] + V_2 E[T_{S2}] + V_3 E[T_{S3}] = 0,291667 \text{ s}$$

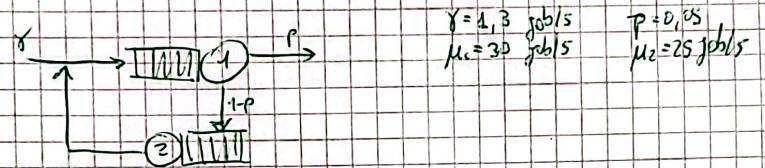
$$P = \frac{\lambda}{\mu} = P(\lambda) \cdot P(\mu)$$

$$E[S^2] = \sigma^2[S] + E^2[S]$$

→ Minimizzare il tempo di risposta \Rightarrow impostare $\rho_1 = \rho_2$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{\lambda_2}{\mu_2} \Rightarrow \frac{Yq}{\mu_1} = \frac{Y(1-q)}{\mu_2} \Rightarrow \frac{q}{\mu_1} = \frac{1-q}{\mu_2} \Rightarrow q\mu_2 = (1-q)\mu_1$$

$$\Rightarrow 24,73919 = 33,3 - 33,3q \Rightarrow 55,07249 = 33,3 \Rightarrow q = 0,6053$$



$$\begin{cases} \lambda_1 = Y + \lambda_2 \\ \lambda_2 = \lambda_1(1-p) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 - \lambda_1(1-p) = Y \\ \lambda_2 = \lambda_1(1-p) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = Yp = 26 \text{ job/s} \\ \lambda_2 = Y + p = 24,7 \text{ job/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \nu_1 = \frac{\lambda_1}{Y} = \frac{1}{p} = 20 \\ \nu_2 = \frac{\lambda_2}{Y} = \frac{1}{p} - 1 = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} \rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{26}{30} = 0,86667 \\ \rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{24,7}{25} = 0,988 \end{cases}$$

$$E[CT_{A,1}] = \frac{\rho_1 E[Si]}{1-\rho_1} = 0,216667 \text{ s}$$

$$E[TS_1] = E[CT_{A,1}] + E[Si] = 0,25 \text{ s}$$

$$E[CT_{B,2}] = \frac{\rho_2 E[Si]}{1-\rho_2} = 3,243333 \text{ s}$$

$$E[TS_2] = E[CT_{A,1}] + E[Si] = 3,333333 \text{ s}$$

$$E[Tr] = \nu_1 E[CT_{A,1}] + \nu_2 E[CT_{B,2}] = 68,333333 \text{ s}$$

→ Se invece avessi dovuto scegliere il max Y prima della scrittura

$$\begin{cases} Y_p < \mu_2 \\ Y_{1-p} < \mu_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y < \mu_2 p \\ Y < \mu_2 \frac{p}{1-p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y < 2,5 \text{ job/s} \\ Y < 1,315789 \text{ job/s} \end{cases}$$

$$E[m_i(N)] = * E[t_i(N)] \cdot \lambda_i(N)$$

$$E[m_i(N)] = E[t_i(N)] \cdot \lambda_i(N)$$

$$E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)]$$

$$E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)]$$

$$E[t_i(N)] = E[Si] (1 + E[m_i(N-1)])$$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j \nu_{ji} E[t_j(N)]}$$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j \nu_{ji} E[t_j(N)]}$$

$$E[t_i(N)] = \sum_j \nu_{ji} E[t_j(N)] (1 + E[m_i(N-1)])$$

$$E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)]$$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j \nu_{ji} E[t_j(N)]}$$

$$E[m_i(N)] = \lambda_i(N) E[t_i(N)]$$

$$E[t_i(N)] = E[Si] (1 + E[m_i(N-1)])$$

$$\lambda_i(N) = \frac{N}{\sum_j \nu_{ji} E[t_j(N)]}$$

$$X_{disk} = 10 \text{ req/s}$$

$$X_{disk} = V_{disk} X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{X_{disk}}{V_{disk}} = 2 \text{ req/s}$$

$$V_{disk} = 5$$

$$A_i = 7 \text{ job}$$

$$B_i = 16 \text{ s}$$

$$C_i = 10 \text{ job}$$

$$M_i(0) = 3 \text{ jobs}$$

$$T = 20 \text{ s}$$

$$W_i = 60 \text{ job/s}$$

$$U_i = \frac{C_i}{T} = 0,5 \text{ job/s}$$

$$S_i = B_i/C_i = 1,6 \text{ s}$$

$$U_i = X_i S_i = \checkmark$$

$$\bar{M}_i = \frac{W_i}{T} = 3 \text{ job}$$

$$R_i = \frac{W_i}{C_i} = 6 \text{ s}$$

$$\bar{m}_i = X_i R_i \quad \checkmark$$

$$X_i = \frac{A_i}{T} = 0,35 \text{ job/s}$$

$$V_{disk} = 20$$

$$M = 25$$

$$U_{disk} = 0,5$$

$$Z = 18 \text{ s}$$

$$S_{disk} = 25 \text{ ms}$$

$$R = ?$$

$$M = (R + Z) X_0$$

$$\text{Flusso fermo: } V_i X_i = V_i X_0 \rightarrow X_{disk} = V_{disk} X_0$$

$$U_{disk} = X_{disk} S_{disk} \Rightarrow X_{disk} = U_{disk} / S_{disk} = 0,02 \text{ job/ms}$$

$$\Rightarrow X_0 = X_{disk} / V_{disk} = 0,001 \text{ job/ms} = 1 \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow R = \frac{M}{X_0} - Z = \frac{25}{1} - 18 = 7 \text{ s}$$

$$M = 40 \quad Z = 15 \text{ s} \quad R = 5 \text{ s} \quad S_{disk} = 0,04 \text{ s} \quad V_{disk} = 10 \quad V_{disk}^b = 5$$

$$U_{disk} = 0,9$$

$X_0^b = ?$
 \rightarrow So l'ui truffa, qual è R_{min} ?

$$\rightarrow \text{Legge del flusso fermo: } X_{disk}^b = X_0^b V_{disk}^b$$

$$\rightarrow M = (R + Z) X_0^b$$

$$\rightarrow \text{Legge del flusso fermo: } X_{disk}^b = X_0^b V_{disk}^b$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = U_{disk} / S_{disk}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = X_{disk} - X_0^b$$

$$\rightarrow X_0^b = \frac{M}{R+Z} = \frac{40}{5+15} = 2 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = X_0^b V_{disk}^b = 20 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = \frac{U_{disk}}{S_{disk}} = 22,5 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = X_{disk} - X_0^b = 2,5 \text{ job/s}$$

$$\rightarrow X_0^b = \frac{X_{disk}^b}{V_{disk}^b} = 0,5 \text{ job/s}$$

Supponiamo che $X_0^b = 1,5 \text{ job/s} \Rightarrow R_{min}^b = ?$

$$M = (R^b + Z) X_0^b \Rightarrow R^b = \frac{M}{X_0^b} - Z \rightarrow \text{è minimale se } X_0^b \text{ è massimizzato}$$

~~$X_0^b = \text{massimale}$~~ ~~\rightarrow~~ ~~D_{max}~~ ~~\rightarrow~~ ~~$R_{min}^b = \text{massimale}$~~

~~X_0' è massimizzato se $X_0 = X_0^b$ è massimizzato, altrimenti se X_0 è massimizzato.~~ $X_0 =$

~~X_0 è massimizzato se $X_0 =$~~

~~X_0 è massimizzato se X_{disk}^b / V_{disk} è massimizzato, altrimenti se X_{disk} è massimizzato.~~ $X_{disk} =$

~~X_{disk}^b è massimizzato se $X_{disk} - X_{disk}^b$ è massimizzato, altrimenti se X_{disk} è massimizzato.~~ $V = 1$

~~X_{disk}^b è massimizzato se $X_{disk} = X_{disk}^b$ è massimizzato, altrimenti se X_{disk} è massimizzato.~~ \rightarrow

~~X_{disk}^b è massimizzato se $X_{disk} = S_{disk}^{-1}$~~ soluzione

$$\rightarrow X_{disk} = S_{disk}^{-1} = 25 \text{ jobs/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = X_0^b / V_{disk} = 1,5 \cdot 5 = 7,5 \text{ jobs/s}$$

$$\rightarrow X_{disk}^b = X_{disk} - X_{disk}^b = 17,5 \text{ jobs/s}$$

$$\rightarrow X_0 - \frac{X_{disk}^b}{V_{disk}} = \frac{17,5}{10} = 1,75 \text{ jobs/s}$$

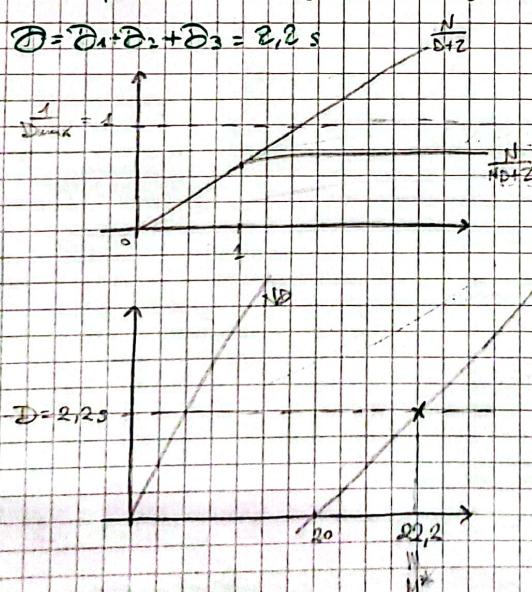
$$\rightarrow R' = \frac{H}{X_0} - L = \frac{60}{1,75} - 15 \approx 7,85143 \text{ s}$$

$$T = 20 \text{ s} \quad d_1 = 0,05 \text{ s} \quad S_2 = 0,08 \text{ s} \quad S_3 = 0,04 \text{ s}$$

$$\rightarrow \text{fissiamo arbitrariamente } V_3 = 1$$

$$\begin{cases} V_0 = 0,05 \\ V_1 = 1 \\ V_2 = 0,55 \\ V_3 = 0,1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_1 = 20 \\ V_2 = 11 \\ V_3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = V_1 S_1 = 1 \text{ s} \\ D_2 = V_2 S_2 = 0,88 \text{ s} \\ D_3 = V_3 S_3 = 0,32 \text{ s} \end{cases} \leftarrow \text{il centro è bottleneck}$$

$$D = D_1 + D_2 + D_3 = 2,2 \text{ s}$$



$$X_0 = 0,715 \text{ job/s} \quad R_0 = 5,2 \text{ s} \quad M = ?$$

Non è che banalmente $M = (R_0 + Z) X_0 = (5,2 + 20) \cdot 0,715 = 18,075$

È possibile che con 3 terminali il tempo di risposta sia di 8 secondi?

$$M = (R_0 + Z) X_0 \Rightarrow \cancel{Z = 30} = [R_0 + Z] \frac{1}{D_{\max}} \Rightarrow 30 = R_0 + Z \Rightarrow R_0 = 10 \text{ s}$$

\rightarrow impossibile.

\hookrightarrow Bisognerebbe avere: $30 = (8+Z) X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{30}{8+Z} = 1,071429 \text{ job/s}$

$$\Rightarrow D_{\min} = \frac{1}{X_0} = 0,933333 \text{ s} = D_1 = V_1 S_1$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{D_1}{V_1} = 0,046667 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \text{SPEEDUP} = \frac{\cancel{D_{\max}}}{\cancel{D_{\min}}} = \frac{0,05}{0,046667} = 1,071429$$

\hookrightarrow ora il binario per il tempo di risposta è dato da:

$$\Rightarrow \text{MIN: } \min \{ 5, 10, 15, 20 \} = \min \{ 2, 1, 3333, 8 \} = 2 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \text{MAX: } \max \{ 5, 10, 15, 20 \} = 20 \text{ s}$$

$$T = 30 \text{ s} \quad U_{\min} = 0,3 \quad D_{\max} = 0,6 \text{ s} \quad V_{\max} = 10 \text{ job/s}$$

$$U_{\max} = 0,4 \quad R = 5 \text{ s} \quad M = ?$$

$$M = (R+Z) X_0$$

$$D_{\max} = S_1 D_{\min} \Rightarrow S_1 = \frac{D_{\max}}{V_{\max}} = 0,06 \text{ s}$$

$$U_{\max} = X_0 D_{\min} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{\max}}{S_1} = 10 \text{ job/s}$$

$$\text{Ma non è che (?) } U_{\max} = X_0 D_{\min} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{\max}}{D_{\max}} = \frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3} \text{ job/s}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{M}{X_0} - R = \frac{50}{\frac{2}{3}} - 1,5 = 35 \text{ s}$$

$$R_1 = 10 \text{ s} \quad R_2 = 1 \text{ s} \quad X_1 = 4 \text{ job/s} \quad X_2 = 8 \text{ job/s} \quad X_0 = 4 \text{ job/s}$$

$$X_1 = V_1 X_0 \Rightarrow V_1 = X_1 / X_0 = 1$$

$$X_2 = V_2 X_0 \Rightarrow V_2 = X_2 / X_0 = 2$$

$$R = V_1 R_1 + V_2 R_2 = 10 + 2 = 12 \text{ s}$$

$$\lambda = 0,4 \text{ job/s} \quad S = 0,5 \text{ s} \quad R_A / R_B = ?$$

$$\Rightarrow \text{SIST. A} \quad \rho = \lambda S = 0,2 \quad E[T_A] = \frac{\rho S}{1-\rho} = 0,125 \text{ s} \quad E[T_B] = E[T_A] + S = 0,625 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \text{SIST. B} \quad \rho = \lambda \cdot 2S = 0,4 \quad E[T_B] = \frac{2S}{1-\rho} = \frac{0,4}{0,6} = 0,666666 \text{ s}$$

$$\Rightarrow R_B = E[T_B] = 1,666666 \text{ s}$$

$$R_A / R_B = 0,75$$

$$\oplus_1 = 1s \quad \oplus_2 = 2s \quad \oplus_3 = 2s \quad Z = 6s \quad X_{\max} = ?$$

$$X_{\max} = \min \left\{ \frac{1}{D_{\max}}, \frac{N}{D+Z} \right\} \quad \text{dove } D_{\max} = 2s, \quad D = 5s$$

Se assumo unico utente, allora ho:

$$X_{\max} = \min \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{11} \right\} = \frac{1}{11} = 0,090909 \text{ transat./s}$$

Per il caso generale, devo calcolare N^* di saturazione, che è dato da $\frac{1}{\sum R_i} = \frac{N^*}{D+Z} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{N^*}{11} \Rightarrow N^* = \frac{11}{2} = 5,5$

→ Per $N \leq 5$, ho che $X_{\max} = \frac{N}{11}$ transat./s

Per $N > 5$, ho che $X_{\max} = \frac{1}{2} = 0,5$ transat./s

$$\mu_s = 3 p$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 8 \\ \lambda_2 = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \\ \lambda_2 = \end{cases}$$

$$\oplus_1 = 1s \quad \oplus_2 = 2s \quad \oplus_3 = 2s \quad N = 2 \quad X_0 = ?$$

$$\text{Ricordati che vale } E[t_i(N)] = E[S_i] (1 + E[C_{i,N}(N-1)])$$

$$\text{Se moltiplico a sx e a dx per } N: \quad R_i(N) = D_i (1 + Q_i(N-1))$$

$$\rightarrow Q_i(0) = 0 \quad \forall i$$

$$\rightarrow R_1(1) = D_1 (1 + Q_1(0)) = 1s$$

$$\rightarrow R_2(1) = D_2 (1 + Q_2(0)) = 2s$$

$$\rightarrow R_3(1) = D_3 (1 + Q_3(0)) = 2s$$

$$\rightarrow X_0(1) = \frac{1}{\sum R_i(1)} = \frac{1}{5} \text{ transat./s}$$

$$\rightarrow Q_1(1) = X_0(1) R_1(1) = 1/5 = 0,2$$

$$\rightarrow Q_2(1) = X_0(1) R_2(1) = 2/5 = 0,4$$

$$\rightarrow Q_3(1) = X_0(1) R_3(1) = 2/5 = 0,4$$

$$\rightarrow R_1(2) = D_1 (1 + Q_1(1)) = 1 \cdot 1,2 = 1,2s$$

$$\rightarrow R_2(2) = D_2 (1 + Q_2(1)) = 2 \cdot 1,2 = 2,4s$$

$$\rightarrow R_3(2) = D_3 (1 + Q_3(1)) = 2 \cdot 1,2 = 2,4s$$

$$\rightarrow X_0(2) = \frac{2}{\sum R_i(2)} = \frac{2}{1,2+2,4+2,4} = \frac{2}{5,6} \approx 0,357143 \text{ transat./sec}$$

$$\oplus_{CPU} = 4s \quad U_{CPU} = 0,5 \quad R = 1,5s \quad Z = 12s \quad N = ?$$

$$N = (R+Z) X_0 =$$

$$U_{CPU} = X_0 \oplus_{CPU} \Rightarrow X_0 = \frac{U_{CPU}}{\oplus_{CPU}} = 0,125 \text{ transat./s}$$

$$\Rightarrow N = (1,5+12) \cdot 0,125 = 1,5s$$

$$T = 60s \quad M = 80 \quad R = 5s \quad C = 60 \quad U_{CPU} = 0,8 \quad U_{disk1} = 0,5 \quad U_{disk2} = 0,5$$

$$\# thinking = ?$$

$$X_0 = \frac{C}{T} = 1 \text{ transat./s}$$

$$M = (R+Z) X_0 \Rightarrow Z = X_0 - R = 80/1 - 5 = 75s$$

$$\# thinking = Z X_0 = 75$$

$$\mu_1 = 3 \text{ pkt/s} \quad \mu_2 = 5 \text{ pkt/s} \quad Y_2 = ? \text{ pkt/s} \quad Y_{\max} = ?$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \lambda_2 = Y_2 + \frac{1}{3} \lambda_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \lambda_2 = 1 + \frac{1}{3} \lambda_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \frac{2}{3} \lambda_2 = 1 + \frac{1}{3} \lambda_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \lambda_2 = 1 + \frac{1}{3} Y_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = Y_1 + \frac{1}{3} \lambda_2 \\ \lambda_2 = \frac{9}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \frac{6}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_2 < \mu_1 \\ \lambda_2 = \frac{9}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_1 < \mu_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{6}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_2 < 3 - \frac{3}{5} \lambda_2 \Rightarrow Y_1 < \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{15} \Rightarrow Y_1 < 2 \\ \frac{9}{5} Y_1 + \frac{3}{5} \lambda_1 < 5 - \frac{9}{5} \lambda_1 \Rightarrow 6 Y_1 < 5 \cdot \frac{15}{3} \Rightarrow Y_1 < \frac{25}{6} \end{cases}$$

da definire, $Y_1 < 2$

Se $Y_1 = 1,8 \text{ pkt/s}$, qual è il tempo di risposta per un pacchetto che entra nel sistema dal punto A?

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{6}{5} \cdot 1,8 + \frac{3}{5} \lambda_2 = 2,76 \text{ pkt/s} \\ \lambda_2 = \frac{9}{5} \cdot 1,8 + \frac{3}{5} \lambda_1 = 2,88 \text{ pkt/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = \lambda_1 / \mu_1 = 0,92 \\ \rho_2 = \lambda_2 / \mu_2 = 0,576 \end{cases}$$

$$E[T_{S1}] = \frac{\rho_1 E[S_1]}{1-\rho_1} = + E[S_1] = 4,166667 \text{ s}$$

$$E[T_{S2}] = \frac{\rho_2 E[S_2]}{1-\rho_2} = + E[S_2] = 0,671698 \text{ s}$$

$$V_{S1A} = \lambda_1 / \mu_1 = 2,76 / 1,8 = 1,533333$$

$$V_{S2A} = \lambda_2 / \mu_1 = 2,88 / 1,8 = 1,6$$

$$E[t_{\text{TRIA}}] = V_{S1A} E[T_{S1}] + V_{S2A} E[T_{S2}] = 7,143606 \text{ s}$$

$$D_{CPU} = 0,5 \quad R = 0,15 \text{ s} \quad Z = 5 \text{ s} \quad N = 150 \quad D_{CPU} = ?$$

$$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{M}{R+Z} = \frac{100}{20} = 5 \text{ transaz./s}$$

$$U_{CPU} = X_0 \cdot D_{CPU} \Rightarrow X_0 \cdot D_{CPU} = D_{CPU} = \frac{U_{CPU}}{X_0} = \frac{0,5}{5} = 0,1 \text{ s}$$

$$T = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$$

$$C = 900$$

$$H = 60$$

$$\# \text{ thinking} = 57,5$$

$$X_0 = \frac{C}{H} = 0,25 \text{ transaz./s}$$

$$Z = \frac{\# \text{ thinking}}{X_0} = \frac{57,5}{0,25} = 230 \text{ s}$$

$$M = (R+Z)X_0 \Rightarrow R = M / X_0 - Z = \frac{60}{0,25} - 230 = 10 \text{ s}$$