Performance Modeling of Computer Systems and Networks

Prof. Vittoria de Nitto Personè

Performance Sensitivity to the Service time distribution

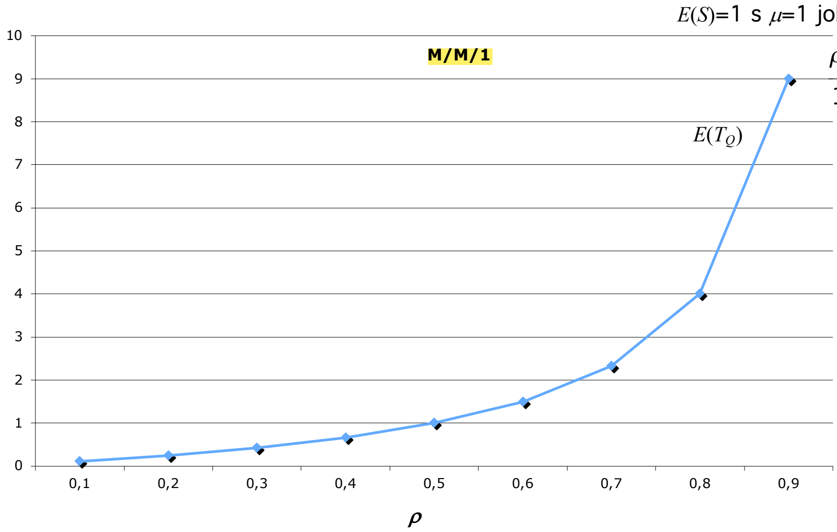
Università degli studi di Roma Tor Vergata
Department of Civil Engineering and Computer Science Engineering

1

quando rho inizia ad andare oltre 0.7 le prestazioni si degradano.

Expected waiting time as load grows

$E(S)$=1 s μ=1 job/s



$$\frac{\rho E(S)}{1-\rho}$$

What's happen if the service time distribution changes?

2

The Khinchin Pollaczek equation (KP)

$$E(N_Q)=\frac{\rho^2}{2(1-\rho)}\left[1+C^2\right], \qquad E(T_Q)=\frac{\rho}{1-\rho}\frac{C^2+1}{2}E(S)$$

$$C^2(S)=\frac{\sigma^2(S)}{E^2(S)}$$

Expected waiting time in an M/G/1 queue can be huge, even under very low utilization ρ, if C^2 is huge.

D $\longrightarrow$ $C^2=0$

M $\longrightarrow$ $C^2=1$

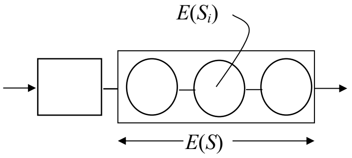
$E_k \longrightarrow C^2=\frac{1}{k}$

$H_2 \longrightarrow C^2=g(p)=\frac{1}{2p(1-p)}-1$

Expected waiting time as load grows: Erlang case

Erlang con 3 stadi

$E(S)$=0.5 s μ=2 job/s
(non è il grafico di prima)



$$E(S_i)=\frac{0.5}{3}=0.166666666$$ s (così la somma è 0.5, media uguale)

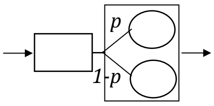
$$\sigma^2(S)=\frac{1}{k}\left(\frac{1}{\mu}\right)^2=0.0833333$$

varianza < varianza esponenziale che sarebbe 0.5^2 = 0.25

Expected waiting time as load grows: Hyperexponential case

$E(S)$=0.5 s μ=2 job/s

$2p\mu$=0.8 job/s (tasso più basso)



p=0.2

questa è molto più variabile!

$2(1-p)\mu$=3.2 job/s (tasso più alto)

$$\sigma^2(S) = g(p)\left(\frac{1}{\mu}\right)^2 = 0.53125$$

varianza

$$g(p) = \frac{1}{2p(1-p)} - 1 = 2.125$$

fattore moltiplicativo circa 2x

The Khinchin Pollaczek equation (KP)

$$g(p) = \frac{1}{2p(1-p)} - 1$$

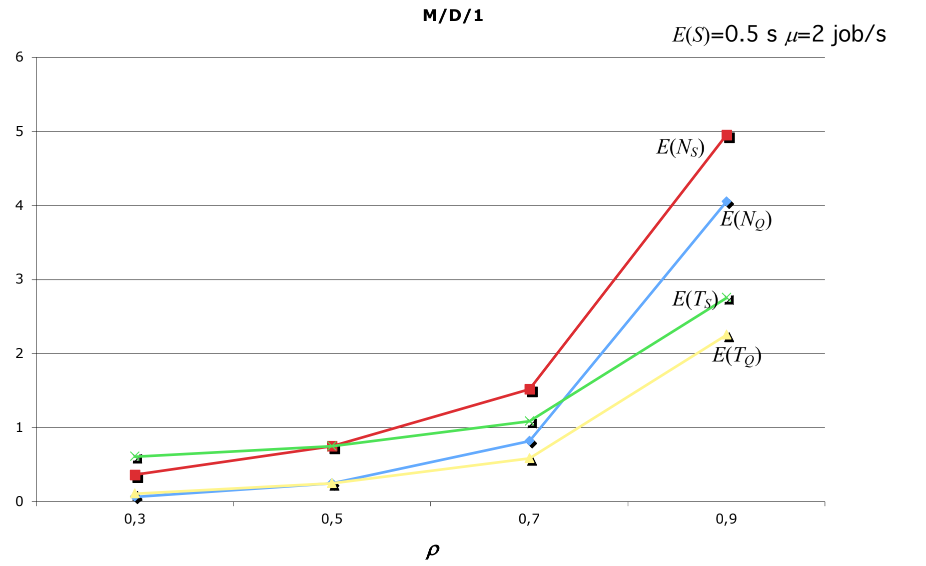
$$E(N_Q) = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}\left[1 + C^2\right], \quad E(T_Q) = \frac{\rho}{1-\rho}\frac{C^2+1}{2}E(S)$$

Service time	$E(N_Q)$	$E(T_Q)$
Deterministic, M/D/1	$\frac{\rho^2}{2(1-\rho)}$	$\frac{\rho E(S)}{2(1-\rho)}$
Markovian, M/M/1	$\frac{\rho^2}{1-\rho}$	$\frac{\rho E(S)}{1-\rho}$
K-Erlang, $M/E_k/1$ $\sigma^2(S) = \frac{E(S)^2}{k}$	$\frac{\rho^2}{2(1-\rho)}\left(1+\frac{1}{k}\right)$	$\frac{\rho E(S)}{2(1-\rho)}\left(1+\frac{1}{k}\right)$
Hyperexpo, $M/H_2/1$ $\sigma^2(S) = E(S)^2 g(p)$	$\frac{\rho^2}{2(1-\rho)}\left(1+g(p)\right)$	$\frac{\rho E(S)}{2(1-\rho)}\left(1+g(p)\right)$

le popolazioni variano di rho
nel punto 0.3
ho linea rossa = linea blu + 0.3
nel punto 0.5 sommo 0.5
e cosi via...

Analytical models
M/G/1

Expected waiting time as load grows: Deterministic case



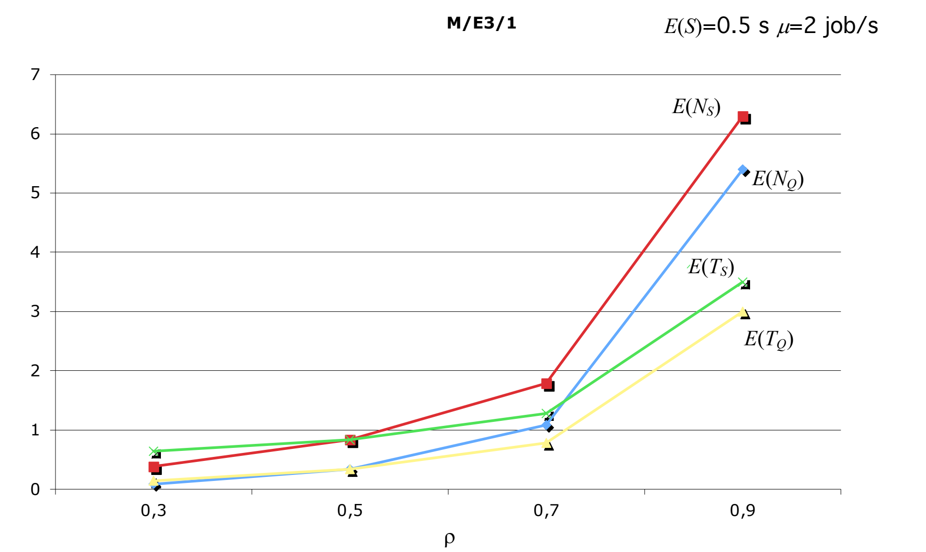
tempi paralleli
(verde e giallo, perchè curva verde = curva gialla + 0.5

Prof. Vittoria de Nitto Personè 7

7

Analytical models
M/G/1

Expected waiting time as load grows: Erlang case

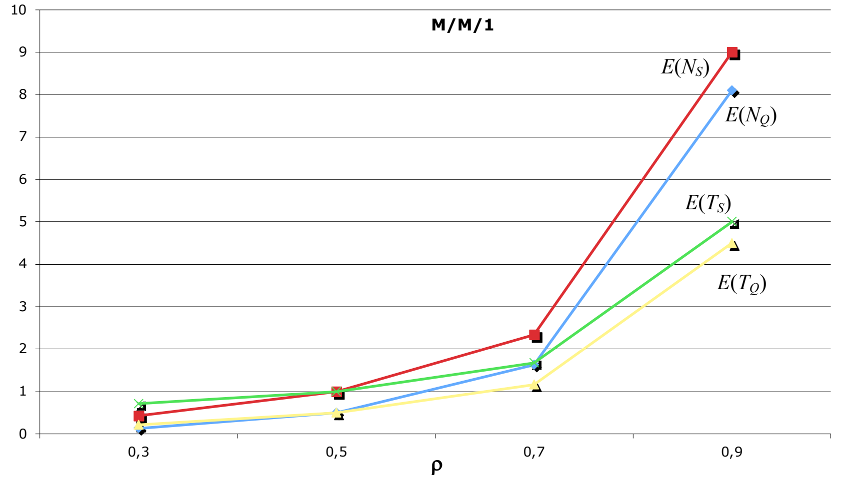


Prof. Vittoria de Nitto Personè 8

8

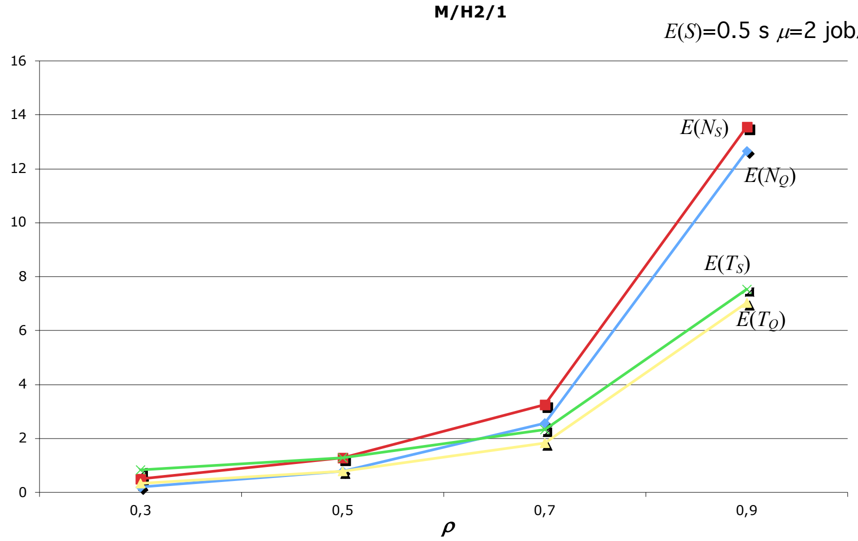
Expected waiting time as load grows: Exponential case

$E(S)$=0.5 s μ=2 job/s

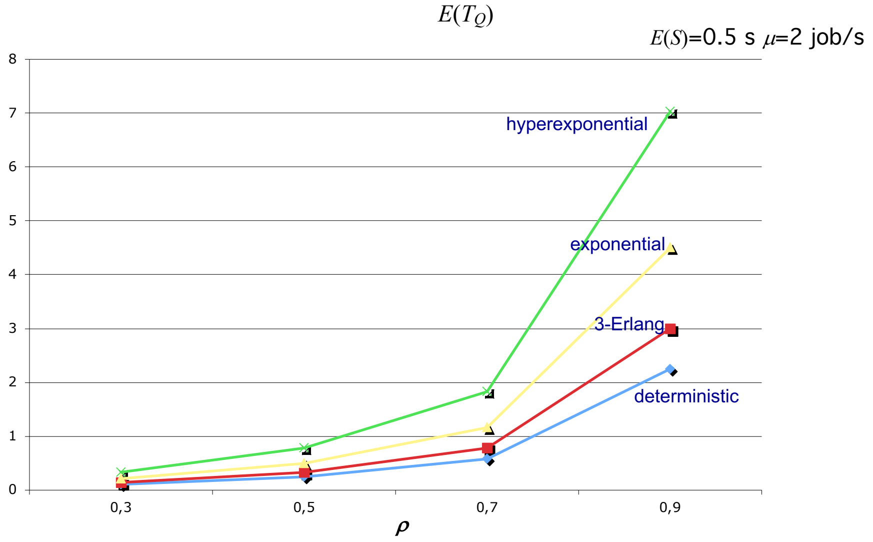


Expected waiting time as load grows: Hyperexponential case

$E(S)$=0.5 s μ=2 job/s



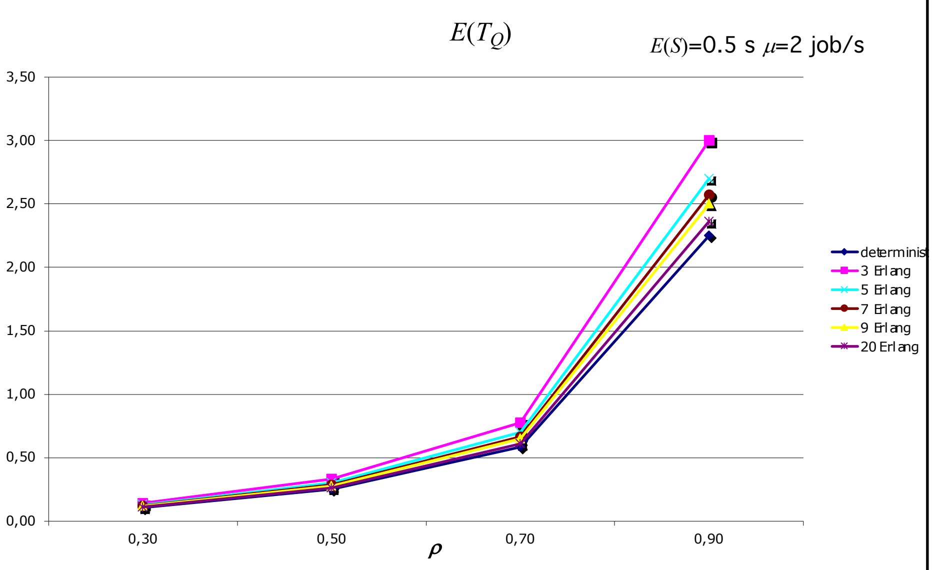
Expected waiting time sensitivity to the service time distribution



Prof. Vittoria de Nitto Personè 11

11

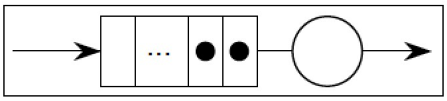
k-Erlang study for different k



Prof. Vittoria de Nitto Personè 12

12

A TP system accepts and processes a stream of transactions, mediated through a (large) buffer: come fosse infinita

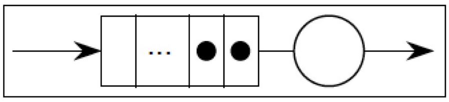


- Transactions arrive "randomly" at some specified rate
- The TP server is capable of servicing transactions at a given service *rate*

Q: If both the arrival rate and service rate are doubled, what happens to the mean response time?

me lo aspetto dimezzato, indipendentemente dalla distribuzione.

13



- The arrival rate is 15tps
- The mean service time per transaction is 58.37ms

Q: What happens to the mean response time if the arrival rate increases by 10%?

non mi viene detto nulla sulla distribuzione.

14

lavoro sul rapporto sui tempi di attesa.

parto dalla formulazione della KP, non so cosa ci sia dentro C^2.
Ma questa formula vale sempre.

$$E(T_Q) = \frac{\rho}{1-\rho}\frac{C^2+1}{2}E(S)$$

prima del 10% in più

$$E(T_{Q'}) = \frac{\rho'}{1-\rho'}\frac{C^2+1}{2}E(S)$$

dopo il boost del 10%, cambia solo rho perchè
rho include lambda che è stato boostato del 10%

$$\frac{E(T_Q)}{E(T_{Q'})} \cong 0,27 \cong \frac{1}{3,7}$$

faccio rapporto tra le due, togliendo elementi
come C^2 che non conosco. Trovo rapporto
tra le medie del tempo in coda prima e dopo il 10%

La nuova attesa è 3.7 volte l'attesa precedente, e questo incide sul tempo di risposta
per una certa parte, a cui sommare una componente che non è variata.
Quindi non posso dire che tempo di risposta è 4x, ma solo l'attesa, a cui sommo
il tempo di servizio che non è cambiato (ma che probabilmente non incide moltissimo)

Heavy tail distributions properties

nb: Hyperexp ha coda più alta, variabilità cresce, non c'è più il 63% sotto la media.

esponenziale (coda meno pesante) $\longrightarrow$ memoryless, failure rate costante

Heavy tail $\longrightarrow$ failure rate decrescente

(Pareto: $r(x) = \alpha / x$, $x > 1$)

(frequenza di fallimento)

sono distribuzioni che troviamo generalmente ovunque, per questo sono importanti.

Pareto è classe di distribuzioni che va circa come 1/x, a seconda di alfa la coda è più o meno pesante.

Where they are

Jobs Unix

Sizes files websites $\alpha \approx 1.1$ (l'alfa di pareto vale circa questo valore)

Internet topology

Packet n° IP flows 1% → 50% 1% del traffico comporta 50% del carico.

Natural phenomena

vediamo next time.

Pareto

$$f(x) = \alpha k^{\alpha} x^{-\alpha-1} \quad k \leq x < \infty$$

α , parametro di forma

$$E[X] = \frac{\alpha k}{\alpha - 1} \quad \alpha > 1$$

$$\sigma^2[X] = \frac{\alpha k^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)} \quad \alpha > 2$$

Bounded Pareto

$$f(x) = \alpha x^{-\alpha-1} \frac{k^{\alpha}}{1 - \left(\frac{k}{p}\right)^{\alpha}} \quad k \leq x \leq p, 0 < \alpha < 2$$

(Vilfredo Pareto, 15 July 1848 – 19 August 1923, economista e sociologo)

Pareto

$$E(T_Q) = \frac{\rho}{1-\rho}\frac{C^2+1}{2}E(S)$$

$$C^2(S) = \frac{\sigma^2(S)}{E^2(S)}$$

$$E[T_Q] = \frac{\rho E[S]}{1-\rho}\frac{1+\alpha(\alpha-2)}{2\alpha(\alpha-2)}$$

$\alpha > 2$

Pareto study as load grows

$E(S)$=0.5 s μ=2 job/s

$E(T_Q)$

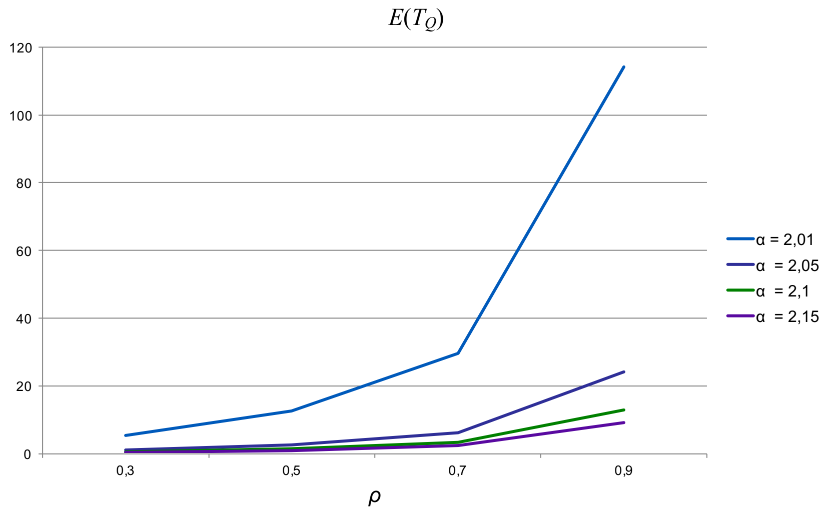
ro list	α = 2,01	α = 2,05	α = 2,1	α = 2,15	determ	3-Erlang	expo	hyper
0,3	5,437633262	1,152439024	0,617346939	0,439368771	0,107	0,142	0,213	0,333
0,5	12,68781095	2,68902439	1,44047619	1,025193798	0,25	0,333	0,5	0,781
0,7	30	6,274390244	3,361111111	2,392118863	0,583	0,778	1,167	1,823
0,9	114,1902985	24,20121951	12,96428571	9,226744186	2,25	3	4,5	7,031

k=0.2512 k=0.2619

$$E[S] = \frac{\alpha k}{\alpha - 1} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{\alpha - 1}{\alpha}E[S]$$

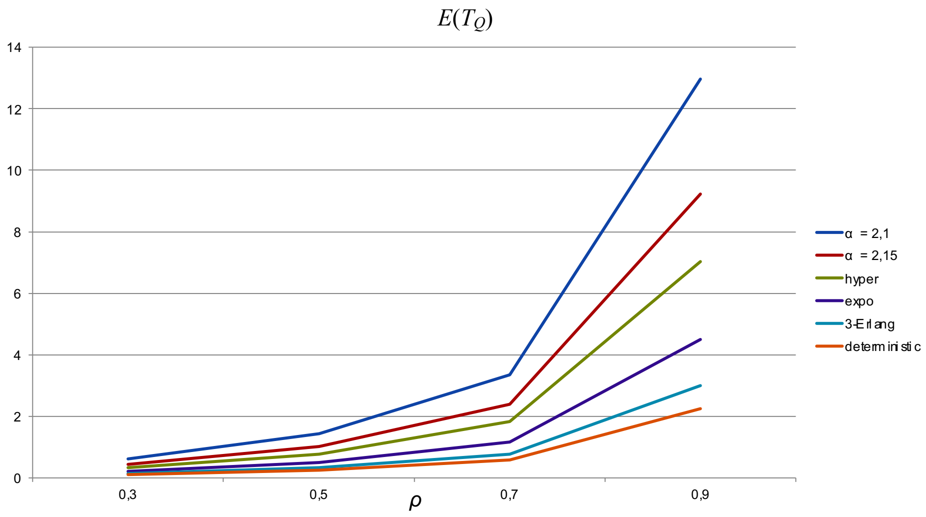
la forma è quella, ma cambia la scala. Qui abbiamo 100, 120 sulla y, prima erano più piccoli.
e i valori di alfa sono molto piccoli.

Pareto study as load grows



21

Pareto study as load grows



22