# Lezione R11

# Real-time su multiprocessore I

Sistemi embedded e real-time

30 ottobre 2020

Marco Cesati

Dipartimento di Ingegneria Civile e Ingegneria Informatica Università degli Studi di Roma Tor Vergata Real-time su multiprocessore I

**Marco Cesati** 



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

# Di cosa parliamo in questa lezione?

Da inizio corso, siamo partiti con un modello molto semplice, andando via via a dettagliarlo. Manca un ultimo aspetto: passare da microprocessore a multiprocessore.

In questa lezione si dà una visione introduttiva del problema della schedulazione real-time in sistemi multiprocessore

- Sistemi multiprocessore
- Effetto Dhall
- Anomalie di schedulazione
- Test e condizioni di schedulabilità
- Schedulazione partizionata

Real-time su multiprocessore I

R11.1

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

R11.2

# Sistemi multiprocessore

Un sistema real-time è detto multiprocessore quando è dotato di due o più processori, ciascuno in grado di eseguire job autonomamente

I processori possono essere dello stesso tipo o di tipo diverso

Ad esempio si consideri un sistema costituito da

- Diversi microprocessori multi-core
- Diverse schede di rete
- Diverse schede PCI con controllori DMA

In generale modellando il sistema è necessario specificare:

- ullet il numero  $\mu$  di tipi di processore
- il numero  $m_i$  di processori dell'*i*-esimo tipo (1  $\leq i \leq \mu$ )
- su quali tipi di processore può eseguire ciascun job

In questa lezione tutti i processori sono dello stesso tipo

# Real-time su sistemi multiprocessori

aggiungere un nuovo processore è una dimensione in più, ciò che vale con un processore non è riportabile su più processori con facilità.

Few of the results obtained for a single processor generalize directly to the multiple processor case; bringing in additional processors adds a new dimension to the scheduling problem.

The simple fact that a task can use only one processor even when several processors are free at the same time adds a surprising amount of difficulty to the scheduling of multiple processors.

C. L. Liu, 1969

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

R11.3

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

R11.4

# Sistemi statici

Un sistema real-time è detto statico quando ciascun job è assegnato ad uno specifico processore

Esistono due varianti di sistemi statici:

- L'insieme dei job (o task) nel sistema è predeterminato, e l'assegnazione di ciascun job ad uno specifico processore è effettuata una volta per tutte nella fase di progetto del sistema
- L'insieme dei task nel sistema non è predeterminato, e l'assegnazione del task ad uno specifico processore è effettuata dal sistema operativo durante la fase di creazione del task (scheduler partizionati)

In entrambi i casi lo scheduler **non** decide su quale processore sarà eseguito un job appena rilasciato (è già stabilito)

# Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

R11.5

# Sistemi dinamici

Un sistema real-time è detto dinamico quando lo scheduler può assegnare dinamicamente un job ad un qualunque processore disponibile

Esistono tre varianti di sistemi dinamici:

- Con job non interrompibili
- Con job interrompibili e non migrabili: anche se interrotto, il job deve riprendere l'esecuzione sullo stesso processore in cui era in esecuzione precedentemente
- Con job interrompibili e migrabili: una volta interrotto, il job può riprendere l'esecuzione su qualunque processore che possa eseguirlo

Un algoritmo di schedulazione per un sistema dinamico è detto *globale* perché stabilisce quale processore eseguirà ciascun job

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

R11.6

# Esempio di schedulazione in sistema statico

Real-time su multiprocessore I

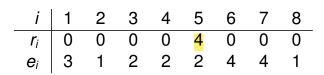
Marco Cesati

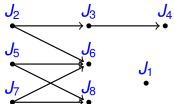


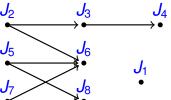
In un sistema statico esiste per ogni processore una lista di task o job con le relative priorità

vincoli sull'ordine, solo i1 indipendente, esistono vincoli anche tra processori diversi

Lista processore  $P_1$ :  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$ ,  $J_4$ Lista processore  $P_2$ :  $J_5$ ,  $J_6$ ,  $J_7$ ,  $J_8$ 







 $P_1$  $J_4$ 2 3 5 8 9 10 11 12  $P_2$  $J_7$  $J_5$  $J_6$ 2 3 5 7 8 9 10 6 11 12 Schema della lezione

### Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

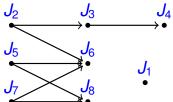
Schedulazione partizionata

SERT'20

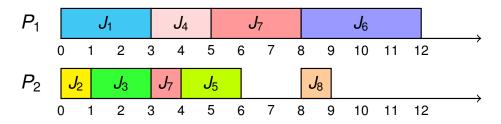
# Esempio di schedulazione in sistema dinamico

Lista:  $J_1, J_2, \ldots, J_8$ 

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\overline{r_i}$	0	0	0	0	4	0	0	0
<b>e</b> i	3	1	2	2	2	4	4	1



Job interrompibili e migrabili:



Real-time su multiprocessore I

R11.7

Marco Cesati



Schema della lezione

### Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

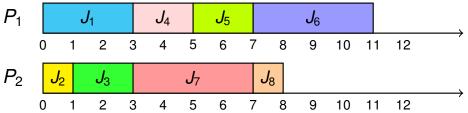
Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

Job non interrompibili:

nel caso migrabili ho finito a 12, negli altri casi 11 (dove non erano migrabili)



SERT'20

# Vantaggi dei sistemi statici

Quali sono i vantaggi dei sistemi statici?

- Si può analizzare la schedulabilità su ciascun processore utilizzando i risultati teorici validi per il caso uniprocessore (fondamentale per i sistemi hard real-time!)
- Un job che impiega più tempo di quanto previsto dal suo WCET (overrun) può ritardare l'esecuzione dei soli task associati al suo processore
- Poiché i job interrotti riprendono sempre l'esecuzione sullo stesso processore si evitano i costi dovuti alla migrazione del contesto ad un altro processore
- La coda di esecuzione (in cui i job rilasciati aspettano di essere attivati) è relativa al singolo processore ed è quindi più piccola

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

R11.9

# Vantaggi dei sistemi dinamici

Quali sono i vantaggi dei sistemi dinamici?

- Hanno tipicamente meno cambi di contesto e interruzioni dei job, poiché un job è interrotto solo quando nessun processore è idle
- Se un job esegue per meno tempo di quanto previsto dal suo WCET, il tempo liberato sul processore può essere utilizzato potenzialmente da tutti i task nel sistema
- Se un job impiega più tempo di quanto previsto dal suo WCET (overrun), la probabilità che ciò comporti il mancato rispetto di una o più scadenze è minore
- Per ogni task del sistema che è creato a run-time,
   assegnazione e bilanciamento del carico sono "automatici"
   e determinati dall'algoritmo di schedulazione globale

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

# Algoritmi di schedulazione multiprocessore

Gli algoritmi di schedulazione clock-driven sono in generale utilizzabili senza problemi con i sistemi multiprocessore

Infatti la schedulazione effettiva è generata "off-line" e validata una volta per tutte devo sapere già tutto, poco flessibile.

Al contrario, non è immediato applicare gli algoritmi priority-driven ai sistemi multiprocessore

Diverse problematiche:

- Efficienza degli algoritmi (effetto Dhall)
- Predicibilità del sistema (anomalie di schedulazione)
- Test di schedulabilità (teoremi non più validi)

### Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

### Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20 R11.11

# **Effetto Dhall**

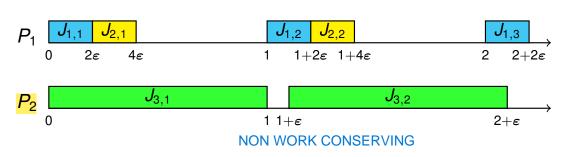
# Teorema (Dhall & Liu, 1978)

Per ogni numero di processori  $m \geq 2$ , esistono insiemi di task con utilizzazione bassa che non sono schedulabili con RM, DM o EDF

Consideriamo  $T_1=(1,2\varepsilon),\ T_2=(1,2\varepsilon),\ldots,\ T_m=(1,2\varepsilon),\ T_{m+1}=(1+\varepsilon,1)$ 

Utilizzazione globale:  $U_g = \frac{2\varepsilon \cdot m}{1/(1+\varepsilon)} \to 1$  se  $\varepsilon \to 0$  m può essere qualsiasi valore (anche un milione di task), ma l'utilizzo sempre a 1 tende, quindi basta 1 proc, con due non dovrei avere problemi, ma...

Schedulazione fattibile, m = 2:



### Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

# Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

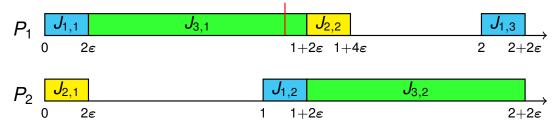
Schedulazione partizionata

non ho usato nè edf, nè rm, ne dm.

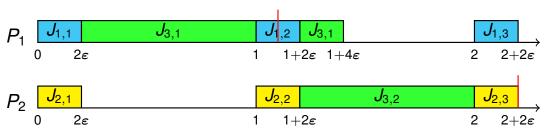
SERT'20 R11.12

# Effetto Dhall (2)

Schedulazione con EDF, m = 2:



Schedulazione con RM, m = 2:



Comportamenti analoghi all'effetto Dhall si verificano solo se almeno uno dei task ha una utilizzazione molto alta (Funk, Goossens & Baruah, 2001)

# Real-time su multiprocessore I Marco Cesati Schema della lezione Sistemi multiprocessori Effetto Dhall Anomalie di schedulazione Schedulabilità Schedulazione partizionata

# Anomalie di schedulazione

Si definisce *anomalia di schedulazione* il comportamento di un algoritmo di schedulazione per cui, in presenza di variazioni apparentemente vantaggiose del carico del sistema, si ottiene un peggioramento delle prestazioni

Esempi di variazioni "vantaggiose":

- Aumento del periodo di un task
- Diminuzione del tempo di esecuzione di un task
- Rimozione di vincoli di precedenza tra i job
- Aumento del numero di processori

Nei sistemi uniprocessore le anomalie di schedulazione possono verificarsi solo nel caso in cui job sono non interrompibili e/o non indipendenti (Mok, 2000)



R11.13

SERT'20

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20 R11.14

# Anomalie di schedulazione in sistemi multiprocessore

Assumiamo che tutti i job siano indipendenti:

### Tipo di sistema Anomalie?

Statico, job non interrompibili Statico, job interrompibili Dinamico, job non interrompibili

No Sì (2)

Dinamico, job interrompibili ma non migrabili Dinamico, job interrompibili e migrabili

Sì (3) Sì (4)

(1) Mok, 2000 (cfr. esempi in Lezione R5)

- (2) Graham, 1969
- (3) Ha & Liu, 1994
- (4) Andersson & Jonsson, 2000

Perché le anomalie complicano il problema della validazione?

Se i parametri dei job possono variare, non si può validare il sistema esaminando solo il "caso peggiore", ma è necessario esaminare tutte le combinazioni di parametri

**Sì** (1)

Real-time su

multiprocessore I Marco Cesati

Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

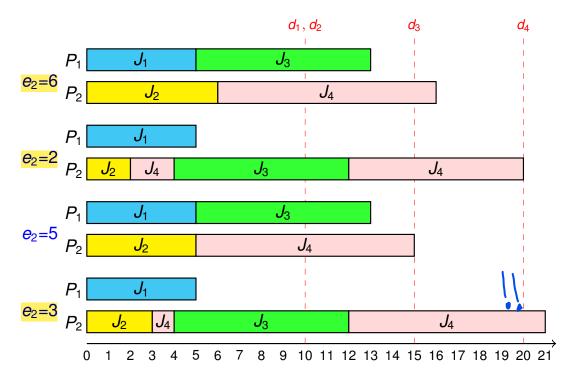
SERT'20

R11.15

# Anomalie di schedulazione con job non migrabili

Job interrompibili ma non migrabili Indice minore ≡ priorità maggiore e<sub>2</sub> varia da 2 a 6

i	1	2	3	4
$r_i$	0	0	4	0
$d_i$	10	10	15	20
$e_i$	5	[2, 6]	8	10



### Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

Analiticamente, NON posso prevedere che:

e = 2 OK

e = 3 MANCA SCAD.

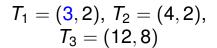
e = 5 OK

e = 6 OK

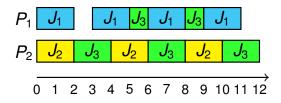
SERT'20 R11.16

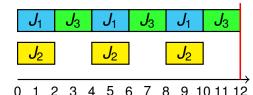
# Anomalie di schedulazione con job migrabili

Aumento del periodo di un task di priorità alta:



$$T_1 = (4,2), T_2 = (4,2),$$
  
 $T_3 = (12,8)$ 

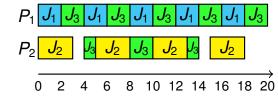


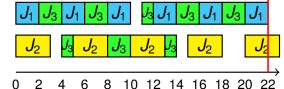


Aumento del periodo di un task di priorità bassa:

$$T_1 = (4,2), T_2 = (5,3), T_3 = (10,7)$$

$$T_1 = (4,2), T_2 = (5,3),$$
  
 $T_3 = (11,7)$ 





J3 manca scadenza

Real-time su

multiprocessore I

Marco Cesati

Schema della lezione

Sistemi multiprocessori Effetto Dhall Anomalie di schedulazione

Schedulabilità Schedulazione partizionata

SERT'20

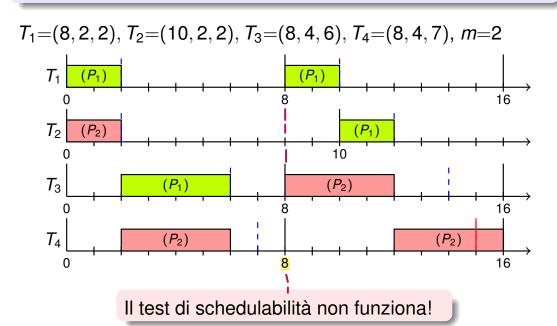
R11.17

# Istanti critici in schedulazioni globali

non posso riadattare le idee monoprocessori a multiprocessore.

# Teorema (Lauzac, Melhem & Mosse, 1998)

Utilizzando uno scheduler globale a priorità fissa a livello di task (es., DM), l'istante in cui un job di un task  $T_i$  è rilasciato contemporaneamente ai job di tutti i task di priorità superiore  $T_1, \ldots T_{i-1}$  non è necessariamente un istante critico di  $T_i$ 



Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

Il peggior caso per T4 non è quello di tutti i rilasci in fase, bensì quando ho questi tempi di rilascio (8,10,8,8).

SERT'20

R11.18

A PRIORI, NON POSSO SAPERE QUALE SIA IL CASO PEGGIORE.

# Fattore di utilizzazione per multiprocessore

Se mi basassi su altra classe di risultati? Uso quelli legati alla schedulabilità.

# Teorema (Oh & Baker, 1998)

Dato un sistema di task periodici con scadenze uguali ai periodi e *m* processori, se X è un qualsiasi algoritmo di schedulazione partizionato con priorità fissa a livello di task:

$$\frac{U_X}{1+2^{1/(m+1)}}$$

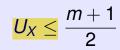
Il teorema che stiamo per proporre estende quello di Oh e Baker. Anderson fornisce una stima più ampia, per questo anche più "incerta", e lavorando con upper bound vorremmo la confidenza più alta possibile.

# Teorema (Andersson, Baruah & Jonsson, 2001)

Dato un sistema di task periodici con scadenze uguali ai periodi e *m* processori, sia X

- un qualsiasi algoritmo di schedulazione partizionato, o
- un qualsiasi algoritmo di schedulazione globale con priorità fissa a livello di job;

allora per il fattore di utilizzazione di X si ha:



Non posso caricare il processore più di questo fattore.

### Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

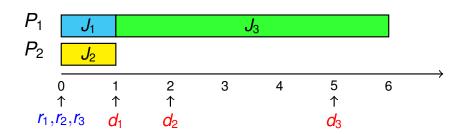
R11.19

# Schedulazione a priorità fissa su multiprocessore

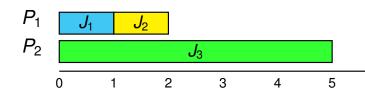
# Corollario (Andersson, Baruah & Jonsson, 2001)

Nessun algoritmo di schedulazione globale con priorità fissa a livello di job è ottimale su multiprocessore

Schedul. EDF di  $T_1 = (1, 1), T_2 = (2, 1), T_3 = (5, 5), m = 2$ :



Eppure una schedulazione fattibile non EDF esiste:



per ogni algoritmo a priorità fissa, posso presentare una soluzione avente SCHEDULAZIONE FATTIBILE, ma di cui l'algoritmo non riesce a schedulare.

multiprocessore I

Marco Cesati

Real-time su



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

# Algoritmi ottimali per multiprocessore

Possono esistere algoritmi ottimali per multiprocessore?

LST, basato su slack.

Sì!

- Alcuni algoritmi di schedulazione dinamica a livello di job hanno fattore di utilizzazione pari a *m*
- Tuttavia, nessun algoritmo on-line (non "chiaroveggente") è ottimale se gli istanti di rilascio dei job non sono esattamente prefissati (Fisher, 2007)

Una classe di algoritmi ottimali su multiprocessore è derivata dall'algoritmo Pfair (Baruah & al., 1996):

- basato sull'idea di schedulazione fluida: ogni task progredisce in modo proporzionale alla sua utilizzazione
- tempo diviso in quanti: allo scadere di ogni quanto, lo scheduler assegna i task ai processori in modo che per ogni task  $T_i$  il lavoro compiuto sia  $[t \cdot e_i/p_i]$  o  $|t \cdot e_i/p_i|$

Gli algoritmi dinamici a livello di job sono molto costosi in termini di overhead dello scheduler, quindi non sono adottati

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

(tempo per cui sono arrivato fino a quel momento) \* (dimensione task)

SERT'20

R11.21

# Schedulazione partizionata

c'è algoritmo che associa task ai processori.

Nei sistemi real-time multiprocessore statici l'algoritmo di schedulazione è detto partizionato

Consiste di due componenti:

- Allocazione dei task: assegnazione di ciascun task ad uno specifico processore
  - questo problema è analogo a bin packing ed è NP hard (Garey & Johnson, 1979)
- Problema di priorità: schedulazione dei task su ciascun processore
  - questo è il problema della schedulazione su sistemi con un singolo processore

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

# Allocazione dei task

# Formulazione del problema

Dato un sistema di task periodici, partizionare i task in sottoinsiemi tali che ciascun sottoinsieme può essere schedulato in modo fattibile su un singolo processore utilizzando un determinato algoritmo di schedulazione

idea base: per ogni task do un processore, ma posso fare di meglio. Un sistema di *n* task indipendenti è schedulabile con *n* processori (purché ciascun task abbia densità inferiore a uno)

Non è noto alcun algoritmo polinomiale che sia in grado di determinare, dato un sistema di *n* task indipendenti, il minimo numero  $m_0$  di processori che permetta di schedularlo

Gli algoritmi di allocazione dei task utilizzabili in pratica trovano soluzioni non ottimali:

- Non riescono ad associare i task ai processori in modo da sfruttarli nel miglior modo possibile sprecherò più processori del minimo teorico.
- Non riescono a determinare schedulazioni fattibili per ogni possibile insieme di task schedulabile

per alcuni insieme task, non trovo schedulazione fattibile anche se esiste. Non ottimale su schedulabilità.

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

R11.23

# Allocazione dei task (2)

Come misurare la "bontà" di un algoritmo di allocazione?

# Tre metriche principali:

valuta come uso le risorse. Difficile da calcolare, perchè devo sapere il minimo numero "m0", che sappiamo non essere facile da trovare.

• Rapporto di approssimazione: è il massimo valore  $m/m_0$ , ove *m* è il numero di processori utilizzato dall'algoritmo di allocazione e  $m_0$  è il minimo numero teoricamente necessario, considerando ogni possibile sistema di task

l'idea è: ho allocato male, di quanto devo velocizzare i processori per riparare a questo errore?

 Fattore di accelerazione: quanto è necessario aumentare la velocità di esecuzione degli  $m_0$  processori per schedulare fattibilmente ogni possibile sistema di task con le assegnazioni determinate dall'algoritmo di allocazione

uso algoritmo X con "m" proc. Il minimo teorico "m0" magari non basta per l'algoritmo che ho scelto io, quindi di quanto devo boostare questi m0 processori?

Fattore di utilizzazione: il valore di soglia per cui tutti i sistemi di task con fattore di utilizzazione totale inferiore o uguale sono sempre schedulabili utilizzando l'algoritmo di allocazione dei task

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

# **Algoritmo RMFF**

Il più semplice algoritmo per l'allocazione dei task è RMFF (Rate Monotonic First Fit, Dhall & Liu, 1978):

- ordina i task per periodi non decrescenti:  $T_1, T_2, \ldots$
- ordina arbitrariamente i processori:  $P_1, P_2, \dots$
- 3 cominciando da  $T_1$ , assegna ciascun task  $T_i$  al primo processore  $P_j$  tale che l'insieme dei task già assegnati a  $P_j$  insieme a  $T_i$  risulta ancora schedulabile tramite RM
  - $U_{\mathsf{RMFF}} = m \cdot \left(\sqrt{2} 1\right)$  (Oh & Baker, 1998)
  - Fattore di approssimazione: 2.23 (Oh & Son, 1993)

RMFF può essere usato come un algoritmo on-line? NO

L'ordinamento dei job richiede la conoscenza di tutti i periodi dei task da schedulare ⇒ usare RMFF on-line richiede di riallocare tutti i task quando ne viene creato uno nuovo

# Algoritmo FFDU

Un altro algoritmo per l'allocazione dei task è FFDU (First Fit Decreasing Utilization, Davari & Dhall, 1986):

- ordina i task per fattori di utilizzazione decrescenti:  $T_1, T_2, \dots$
- ordina arbitrariamente i processori:  $P_1, P_2, \dots$
- ominciando da  $T_1$ , assegna ciascun task  $T_i$  al primo processore  $P_j$  tale che l'insieme dei task già assegnati a  $P_i$  insieme a  $T_i$  risulta ancora schedulabile tramite RM
- $U_{\text{FFDU}} = m \cdot \left(\sqrt{2} 1\right)$  (Lopez & al., 2003)
- Fattore di approssimazione: 1.67 (Oh & Son, 1995)

Poiché <u>richiede l'ordinamento dei task</u>, FFDU è tipicamente utilizzato come algoritmo off-line

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

R11.25

Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

Una variante di RMFF è l'algoritmo RM-FF (Oh & Son, 1994) che sostanzialmente non effettua l'ordinamento dei task prima della allocazione:

- 🚺 ordina arbitrariamente i processori:  $P_1, P_2, \dots$
- 2 assegna ciascun task  $T_i$  al primo processore  $P_i$  tale che l'insieme dei task già assegnati a  $P_i$  insieme a  $T_i$  risulta ancora schedulabile tramite RM
  - $U_{\text{RM-FF}} = m \cdot (\sqrt{2} 1)$  (Oh & Baker, 1998)
  - Fattore di approssimazione: 2.33 (Oh & Son, 1994)

A differenza di RMFF, RM-FF è facilmente utilizzabile come algoritmo on-line

### Real-time su multiprocessore I

Marco Cesati



Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità

Schedulazione partizionata

SERT'20

Real-time su

multiprocessore I Marco Cesati

R11.27

# Algoritmo EDF-FF

L'euristica "first fit" accoppiata all'algoritmo di schedulazione EDF dà luogo all'algoritmo di allocazione "on-line" EDF-FF:

- ordina arbitrariamente i processori:  $P_1, P_2, \dots$
- 2 assegna ciascun task  $T_i$  al primo processore  $P_i$  tale che l'insieme dei task già assegnati a  $P_i$  insieme a  $T_i$  risulta ancora schedulabile tramite EDF
- $U_{\text{EDF-FF}} = \frac{\beta \cdot m + 1}{\beta + 1}$ ,  $\beta = \left| \frac{1}{m_k} \frac{e_k}{p_k} \right|$  (Lopez & al., 2000)
- Fattore di approssimazione: 1.7 (Garey & Johnson, 1979)

Schema della lezione

Sistemi multiprocessori

Effetto Dhall

Anomalie di schedulazione

Schedulabilità Schedulazione partizionata

EDF-FF è ottimale tra tutti gli algoritmi partizionati:

$$\beta = 1 \implies U_{\text{EDF-FF}} = (m+1)/2$$

$$\beta \to \infty \implies U_{\mathsf{EDF-FF}} \to m$$