1.

取金鑰 2、3 位元 => 11 (二進位)

3^2=01001

加密: C = P ⊕ f(K) = 10110 ⊕ 01001 = 11111

解密: P = C ⊕ f(K) = 11111 ⊕ 01001 = 10110

2.

要證: 若p是質數且 k 為正整數，則$\phi(p^k)=p^k-p^{k-1}$

對於所有$x \leq p^k$使得 gcd(x,p^k)≠1 的皆為p之倍數，也就是$x=\{1p,2p,3p,\ldots,p^{k-1},p\}$，

總共p^{k-1}個數字與p^k不互質，得證

3.

(1).

$\phi(12)=\phi(2^2 \cdot 3)=12(1-1/2)(1-1/3)=12 \cdot 1/2 \cdot 2/3=4$

x=1:

$1^4 \equiv 1 (\mathrm{mod}\ 12)$ => True

x=5:

$5^4=625$

625 d 12=625−52⋅12=625−624=1

$5^4 \equiv 1 (\mathrm{mod} 12)$ => True

x=7:

$7^4=2401$

2401 mod 12=2401−200⋅12=2401−2400=1

$7^4 \equiv 1 (\mathrm{mod} 12)$ => True

x=11:

$11^4=14641$

14641 mod 12=14641−1220⋅12=14641−14640=1

$11^4 \equiv 1 (\mathrm{mod} 12)$ => True

(2).

Prove $(x^d)^e \equiv x (\mathrm{mod}\ n)$

$de=1+k\phi(n)$

$(x^d)^e=x^{de}=x^{1+k\phi(n)}= x^1 \cdot x^{k\phi(n)}=x \cdot (x^{\phi(n)})^k$

Euler's theorem:

$x^{\phi(n)} \equiv 1 (\mathrm{mod}\ n)$

$(x^{\phi(n)})^k \equiv 1^k \equiv 1 (\mathrm{mod}\ n)$

$x \cdot (x^{\phi(n)})^k \equiv x \cdot 1 \equiv x (\mathrm{mod}\ n)$

⇨ 得證$(x^d)^e \equiv x (\mathrm{mod}\ n)$

4.

(1). 原始狀態

State Matrix: [[00, 04, 08, 0C],
[01, 05, 09, 0D],
[02, 06, 0A, 0E],
[03, 07, 0B, 0F]]

(2). AddRoundKey

Key Matrix: [[01, 01, 01, 01],
[01, 01, 01, 01],
[01, 01, 01, 01],
[01, 01, 01, 01]]

XOR:

[[01, 05, 09, 0D],
[00, 04, 08, 0C],
[03, 07, 0B, 0F],
[02, 06, 0A, 0E]]

(3). SubBytes

[[7C, 6B, 01, D7],
[63, F2, 30, FE],
[7B, C5, 2B, 76],
[77, 6F, 67, AB]]

(4). ShiftRows

[[7C, 6B, 01, D7],
[F2, 30, FE, 63],
[2B, 76, 7B, C5],
[AB, 77, 6F, 67]]

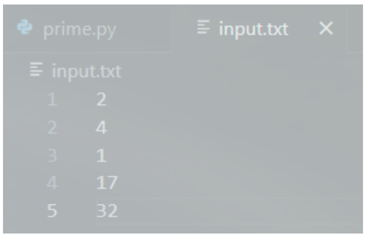
(5). MixColumns

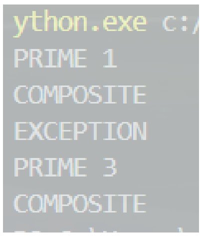
[[75, 87, 0F, B2],
[55, E6, 04, 22],
[3E, 2E, B8, 8C],
[10, 15, 58, 0A]]

5.

執行方式為讀取 input.txt -> RUN code

輸入:　　　　　　　　　　　　輸出:





分析次數說明:

因為對任何非質數可因數分解成 n=a*b，ex:17 的分析次數只需要分析 3 次，因為 17 的平方根約莫是 4.~，只需要檢查 2、3、4 是否有人可以整除 17，又例如 32 平方根約莫是 5.~，只需檢查 2、3、4、5，而 32 可以被 2 整除 32=2*16，16 是可以不用管他的，所以先取平方根可以減少分析次數。