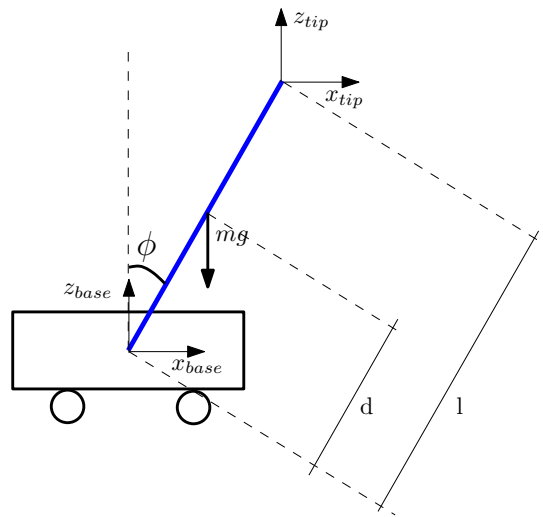


# Stabilisierung eines Pendels auf einem Scara Roboter

29. November 2012

## 1 Das Inverse Pendel

Das inverse Pendel ist ein Pendel mit dem Schwerpunkt oberhalb der Achse. Das Pendel befindet sich in seinem höchsten Punkt in einer instabilen Ruhelage. Das inverse Pendel ist eine der Standardaufgaben der Regelungstechnik für die Stabilisierung einer instabilen Regelstrecke.



*Abbildung 1: Inverse Pendel*

Ein Standardbeispiel für ein inverses Pendel ist ein Wagen mit einem darauf montierten inversen Pendel (Bild 1). Die Pendelbewegung kann durch die horizontale Bewegung des Wagens beeinflusst werden.

Der Dynamische vom Pendel kann durch die Gleichung 1 beschrieben werden. Die Winkelbeschleunigung ist Abhängig von der x Koordinate an der Basis vom Pendel.

Das Pendel Modell wurde durch diese Gleichung implementiert.

$$\ddot{\phi} = \frac{d(-x_{base}'' \cos \phi + g \sin \phi)}{d^2 + r^2} - f_p \dot{\phi} \quad (1)$$

Wenn J die Trägheit vom Pendel und m seine Masse sind, ist  $r = \sqrt{\frac{J}{m}}$ .  $f_p$  ist einen Reibungsfaktor.

Aus diesem Modell kann man die Istwerte von  $x_{base}$  Koordinaten und vom Winkel  $\phi$ .

Der Istwert der Position vom Pendels Endpunkt wird dann durch die folgende Gleichung berechnet:

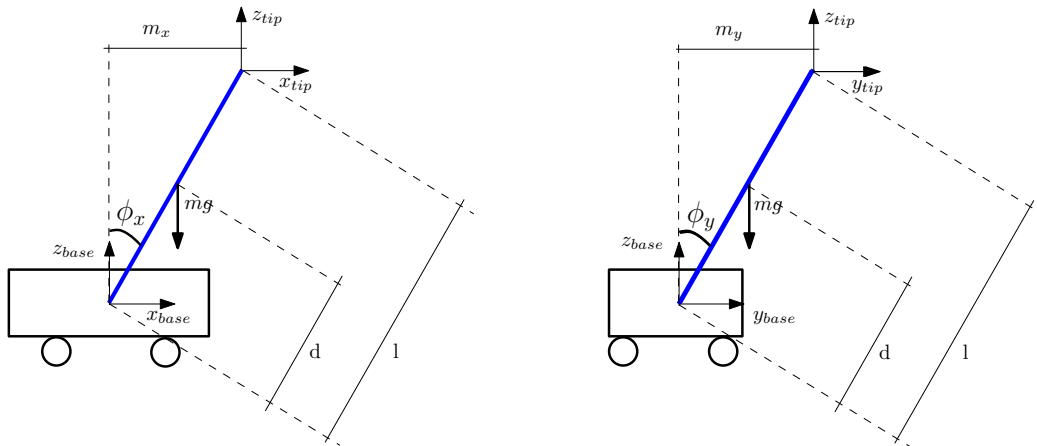
$$x_{tip} = x_{base} + l \sin \phi \quad (2)$$

Der Winkel kann auch durch die folgende Gleichung berechnet werden:

$$\phi = \arctan \frac{x_{tip}''}{g} \quad (3)$$

Diese Gleichung ermöglicht, eine Beziehung zwischen  $\phi$  und  $x_{tip}''$  zu finden.

## 1.1 Das Inverse Pendel 3-D



**Abbildung 2:** Inverse Pendel 3-D

Zur Verfügung steht ein Sensor, der durch vier Hall Sensoren den Neigungswinkel eines Pendels in 3-D liefern kann. Das Pendel ist mit einem Magnet gestattet. Das Modell vom Inversen Pendel wurde daher auf den 3-D Fall generalisiert. In Bild 3 wird das Messprinzip vom Sensor gezeigt. Die vier Sensoren (S1, S2, S3, S4) messen einen Wert zwischen 0 und 1, abhängig von wo sich das Pendel befindet.

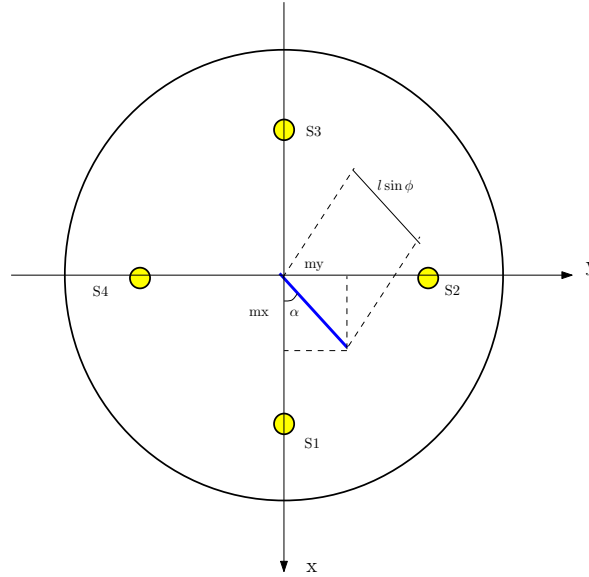
Das System bekommt dann zwei Werte  $m_x$  und  $m_y$ . In diesem Fall haben wir die folgenden Gleichungen:

$$\sqrt{m_x^2 + m_y^2} = l \sin \phi \quad (4)$$

$$m_x = l \sin \phi \cos \alpha \quad (5)$$

$$m_y = l \sin \phi \sin \alpha \quad (6)$$

Bei der Regelungskonzept wurde es entschieden, die zwei Winkel  $\phi_x$  und  $\phi_y$  und die x und y Koordinaten des Pendelstips durch die Gleichungen 2 und 3 unabhängig zu regeln.

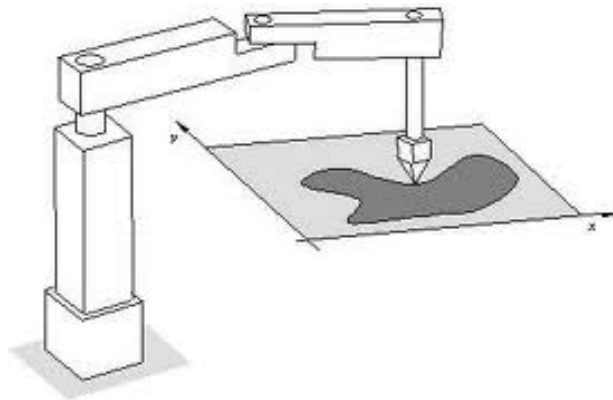


**Abbildung 3:** Inverse Pendel Sensor Beschreibung

## 2 Der SCARA Roboter

Der SCARA Roboter erledigt Montageaufgaben. Er kann dabei zwischen klassischer Bahnregelung und Kraft- Positionsregelung umschalten.

Ein SCARA-Roboter besitzt in der Regel vier Achsen und vier Freiheitsgrade. Sämtliche Achsen sind als serielle Kinematik ausgeführt, d.h. der Koordinatenursprung der folgenden Achse ist abhängig von der Position der vorhergehenden. Bei einem SCARA-Roboter sind die erste und zweite Achse rotatorischer Natur, die dritte und die vierte Achse sind vielfach aus einem Bauelement hergestellt (der Kugelrollspindel), und erlauben eine rotatorische und eine Linearbewegung. Das Werkzeug des Roboters wird am unteren Ende der Z-Achse montiert.



*Abbildung 4: SCARA Roboter*

### 2.1 Direkt Kinematik

Der SCARA Roboter besteht aus vier Achsen und wird mit verschiedenen Transformationen beschrieben. Aus diesen Matrizen ergibt sich eine Vorwärtstransformation. Die inverse Transformation wird durch eine geometrische Beschreibung hergeleitet. Diese Transformationen werden benötigt, um die Koordinaten zwischen kartesischen und Maschinenkoordinaten umzuwandeln.

Durch die vier Matrizen kann der Industrieroboter zu einer kinematischen Kette zusammen gebaut werden. Die vier Matrizen resultieren aus der Anzahl

von Achsen. Bei jedem Koordinatensystem wird eine neue Transformationsmatrize gebildet.

**Achse 1:**

Bei der ersten Transformation handelt es sich um eine Rotation um die  $z_0$  Achse. Außerdem verschiebt man das Koordinatensystem um die Länge  $l_1$  in der positiven  $x_0$  Achse.

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(\phi_1) & -\sin(\phi_1) & 0 & l_1 \cos(\phi_1) \\ \sin(\phi_1) & \cos(\phi_1) & 0 & l_1 \sin(\phi_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

**Achse 2:**

Bei der ersten Transformation handelt es sich um eine Rotation um die  $z_1$  Achse. Außerdem verschiebt man das Koordinatensystem um die Länge  $l_2$  in der positiven  $x_1$  Achse.

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos(\phi_2) & -\sin(\phi_2) & 0 & l_2 \cos(\phi_2) \\ \sin(\phi_2) & \cos(\phi_2) & 0 & l_2 \sin(\phi_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

**Achse 3:**

Bei der ersten Transformation handelt es sich um eine Verschiebung der Länge  $z$  in der positiven  $z_2$  Achse.

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

**Achse 4:**

Bei der ersten Transformation handelt es sich um eine Verdrehung des Endeffektor.

$$T_4^3 = \begin{bmatrix} \cos(\phi_4) & -\sin(\phi_4) & 0 & 0 \\ \sin(\phi_4) & \cos(\phi_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

**Kinematische Kette:**

Aus diesen vier Matrizen entsteht eine neue Matrize. Durch diese können die Koordinaten für den Endeffektors herausgelesen werden.

$$T_4^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 \quad (11)$$

Diese Matrix beschreibt die  $xyz$  Koordinaten und die Lage  $\alpha$ . Dies ist der Winkel, um welchen der Endeffektor gedreht werden kann.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\phi_1) + l_2 \cos(\phi_1 + \phi_2) \\ l_1 \sin(\phi_1) + l_2 \sin(\phi_1 + \phi_2) \\ -d_3 \\ \phi_1 + \phi_2 - \phi_4 \end{bmatrix} \quad (12)$$

**2.2 Inverse Kinematik**

Die inverse Transformation kann bei einem SCARA Roboter noch händisch berechnet werden. Jeder Punkt kann mit dem Roboterarm links oder rechts angefahren werden.

$$c^2 = x^2 + y^2 \quad (13)$$

$$c^2 = \frac{l_1^2 + l_2^2 - x^2 - y^2}{2l_1 l_2} \quad (14)$$

Aus der Formel 13 und 14 berechnet sich der Winkel  $\theta$ :

$$\cos(\theta) = \frac{l_1^2 + l_2^2 - x^2 - y^2}{2l_1 l_2} \quad (15)$$

$$180 = \theta + \phi_2 \quad (16)$$

$$\cos(\theta) = \cos(180^\circ - \phi_2) = -\cos(\beta) \quad (17)$$

Somit können die Winkel errechnet werden:

$$\phi_2 = \pm \arccos\left(\frac{-l_1^2 - l_2^2 + x^2 + y^2}{2l_1l_2}\right) \quad (18)$$

$$\phi_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \pm \arccos\left(\frac{-l_1^2 - l_2^2 + x^2 + y^2}{2l_1\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \quad (19)$$

Über die verfahrenene Höhe  $z$  und den Winkel  $\phi_4$  kann auf  $d_3$  und  $d_4$  zurückgeschossen werden.

$$d_3 = z \quad (20)$$

$$\phi_4 = \phi_1 + \phi_2 - d_4 \quad (21)$$

## 2.3 Jacobi Matrix

Das Jacobimatrix  $J(q)$  definiert die folgende Beziehung zwischen dem Vektor der Gelenkegeschwindigkeiten  $\dot{q}$  und dem Vektor der kartesischen Geschwindigkeiten  $\dot{x}$ :

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (22)$$

Der SCARA hat ein  $6 \times 4$  Jacobimatrix, da er nur vier Freiheitsgraden hat. Da die Gelenke 1, 2 und 4 Drehgelenke und Gelenk 4 prismatisch sind, und da  $O_4 - O_3$  parallel zu  $z_3$  Axis ist, hat der Jacobimatrix die Form:

$$J = \begin{bmatrix} z_0x(O_4 - O_0) & z_1x(O_4 - O_1) & z_2 & 0 \\ z_0 & z_1 & 0 & z_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Die Ursprünge der Referenzsysteme sind so definiert:

$$O1 = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\phi_1) \\ l_1 \sin(\phi_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$O2 = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\phi_1) + l_2 \cos(\phi_1 + \phi_2) \\ l_1 \sin(\phi_1) + l_2 \sin(\phi_1 + \phi_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$O4 = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\phi_1) + l_2 \cos(\phi_1 + \phi_2) \\ l_1 \sin(\phi_1) + l_2 \sin(\phi_1 + \phi_2) \\ d_3 - d_4 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Die Jacobi Matrix wird dann:

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\phi_1) - l_2 \sin(\phi_1 + \phi_2) & -l_2 \sin(\phi_1 + \phi_2) & 0 & 0 \\ l_1 \cos(\phi_1) + l_2 \cos(\phi_1 + \phi_2) & l_2 \cos(\phi_1 + \phi_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

## 2.4 Massenmatrix

In der analytische Mechanik wird die Massenmatrix benutzt, um Bewegungsgleichungen mit generalisierten Koordinaten zu lösen. In diesem Fall ist die Massenmatrix eine diagonale Matrix.



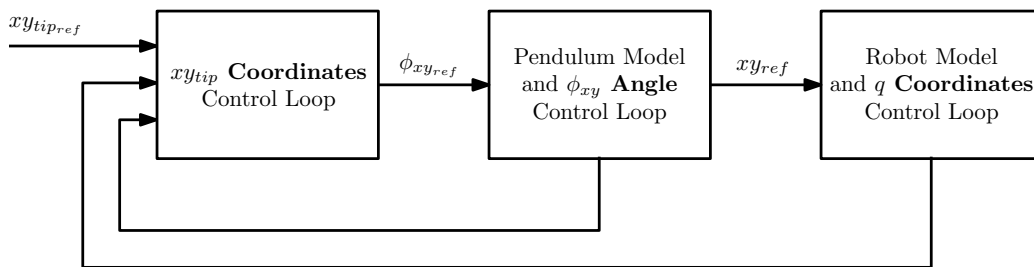
$$M = \begin{bmatrix} J_1 i_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 i_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 i_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 i_4^2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

und  $i_{1...4}$  sind die Überetzungsfaktoren für jeden Gelenk.

### 3 Regelungskonzept

Bei einer Roboterregelung gelten generell folgende Anforderungen:

- Der Regler muss in jedem Fall stabil sein
- Störungen und Lastmomente sollen komplett ausgeregelt werden
- Die Geschwindigkeit soll begrenzt werden können
- Der Regler sollte in jeder Position des Roboters gleich straff sein



*Abbildung 5: SCARA Regler Schema*

Das Ziel ist, ein in dem SCARA Roboter montierte Pendel stabilisieren zu können. Man will die Position den Endepunkt vom Pendel regeln. Daher wird einen externen Reglerkreis gebaut, der den Wert  $x_{tip}$  regeln kann. Der Ausgang von diesem Block ist der Sollwinkel für den Pendel, der auf Null geregelt werden muss. Dieser Sollwert wird im Pendel Regelungskreis benutzt und die Ausgang von diesem Regler sind die kartesischen Koordinaten des End Effektors, die die Sollwerte für den Roboter sind.

Der Roboter Modell bekommt die Sollwerte der kartesischen Koordinaten und regelt die Gelenkekoordinaten  $q$  durch den innersten Regelungskreis.

Die Ausgänge vom Pendelregelungskreis und Roboterregelungskreis werden vom  $x_{tip}$  benutzt, um den  $x_{tip}$  Istwert zu rechnen.

#### 3.1 Regelungsstruktur und Regelungsparameter

Für eine straffe und schnelle Regelung muss eine Kaskadenregelung eingesetzt werden. Dazu müssen die inneren Zustände bekannt sein. Die Position der

Motoren ist durch den Encoder bekannt und die Geschwindigkeit kann durch Ableiten der Position gefunden werden.

Der Positionsollwert vom gesamten System ist die Position in Kartesischen Koordinaten vom äussersten Punkt des Pendels.

Die Parameter der Reglern, beziehungsweise  $k_p$  und  $k_v$  wurden nach den folgenden Formeln erhalten:

$$k_p = \omega_0^2 \quad (29)$$

$$k_v = 2D\omega_0 \quad (30)$$

, wo  $\omega_0 = 2\pi f$  ist die ungedämpfte Eigenfrequenz und  $f$  ist die Frequenz des Systems.  $D$  ist der Dämpfungsfaktor und ist in diesem Fall an 0.7 gesetzt.

Die Parameter vom Regler sind auf 1 ms Regeltakt optimiert. Der Regeltakt muss immer grösser als die mögliche Totzeitensein, um eine stabile Regelung zu garantieren.

	$PDxy_{tip}$	$PD\phi_{xy}$	$PDq$
$\omega_0$	1	10	600
$k_p$	1	100	36e4
$k_v$	1.4	14	840

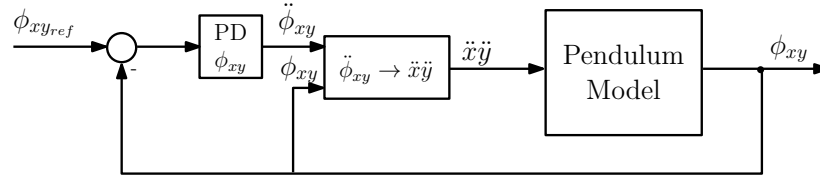
**Tabelle 1:** Regler Parameter Einstellungen

## 3.2 Das Pendel Modell

Im Bild 6 wird der innerste Regelungskreis beschrieben. Der Winkelssollwert wird mit dem Istwert vom Pendel Modell verglichen und dieser Fehler ist der Eingang vom PD Regler.

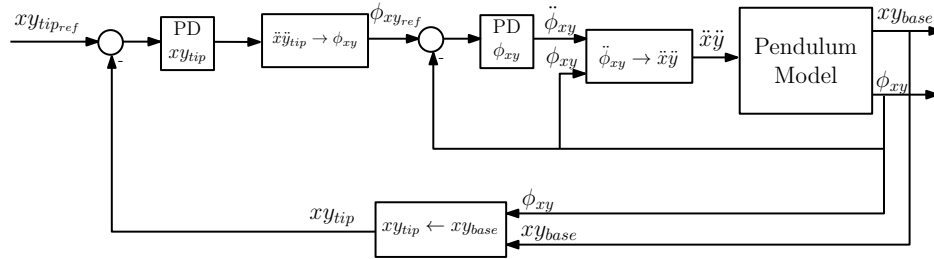
Die Regler Parameter wurden durch die Gleichungen 31 und 32 berechnet. Der Dämpfungsfaktor ist in diesem Fall  $D = 1$ , und die ungedämpfte Eigenfrequenz  $\omega_0 = 50$ .

Der Ausgang vom Regler ist eine Beschleunigung. Durch den inversen Pendelmodell kann man die kartesische Beschleunigung kriegen und diese Beschleunigung ist der Eingang vom Pendel.



**Abbildung 6:** Pendel  $\phi_{xy}$  Regelung  
Schema

Im Bild 7 wird einen äusseren Regelungskreis geschlossen. Dieser Kreis regelt die Position vom Pendels Endpunkt  $xy_{tip}$ . Der Positionsfehler wird in einem PD Regler bearbeitet. Auch diese Regler Parameter wurden durch die Gleichungen 31 und 32 berechnet. Der Dämpfungsfaktor ist in diesem Fall  $D = 1$ , und die ungedämpfte Eigenfrequenz  $\omega_0 = 5$ .



**Abbildung 7:** Pendel  $xy_{tip}$  Regelung  
Schema

Die Gleichung 3 ermöglicht, den Winkelsollwert für den innersten Kreis zu kriegen und die Gleichung 2 ermöglicht schlussendlich die Istposition vom Endpunkt durch die Istposition vom Basispunkt zu rechnen.

### 3.3 SCARA Roboter Modell und Gelenkregelung

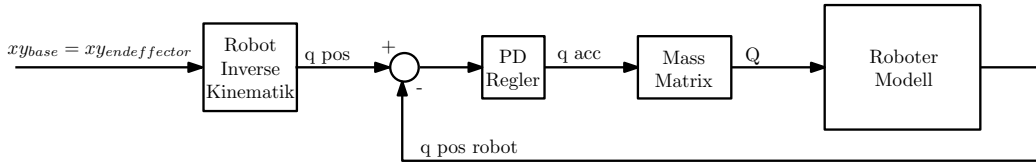
Ein *Path Planner* generiert die Sollwerte der kartesischen Koordinaten vom Roboter. Diese Koordinaten werden durch die Inverse Kinematik auf Gelenkekoordinaten übersetzt. Der Fehler zwischen Gelenkekoordinaten Sollwert und Istwert bestehen die Eingänge vom PD Regler.

Der Dämpfungsfaktor ist in diesem Fall  $D = 1$ , und die ungedämpfte Eigenfrequenz  $\omega_0 = 2\pi f = 50$ . Der PD Regler wurde implementiert,so dass:

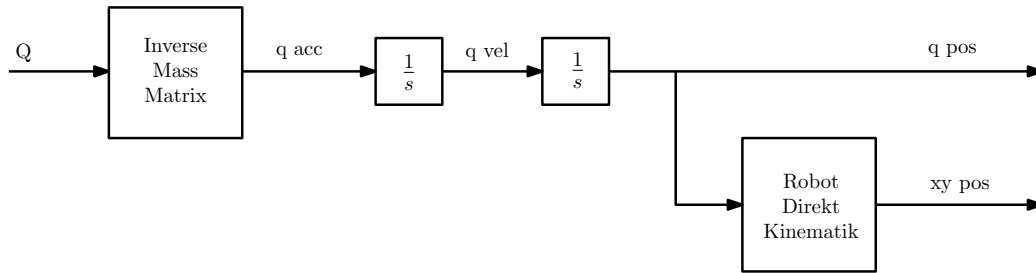
$$k_p = \omega_0^2 \quad (31)$$

$$k_v = 2D\omega_0 \quad (32)$$

Die Ausgänge vom Regler sind die Gelenkbeschleunigungen. Die Massenmatrix ermöglicht, aus diesen Beschleunigungen, die generalisierte Kräfte vom Roboter zu rechnen.



**Abbildung 8:** SCARA Roboter Regelung Schema



**Abbildung 9:** SCARA Roboter Schema

Im Roboter Modell ermöglicht die *Inverse Massenmatrix* die Gelenkbeschleunigungen vom Roboter zu rechnen. Durch zwei Integratoren kriegt man die Gelenkkoordinaten und durch die *Direkte Kinematik* kann man schließlich die kartesischen Koordinaten vom Roboter berechnen.

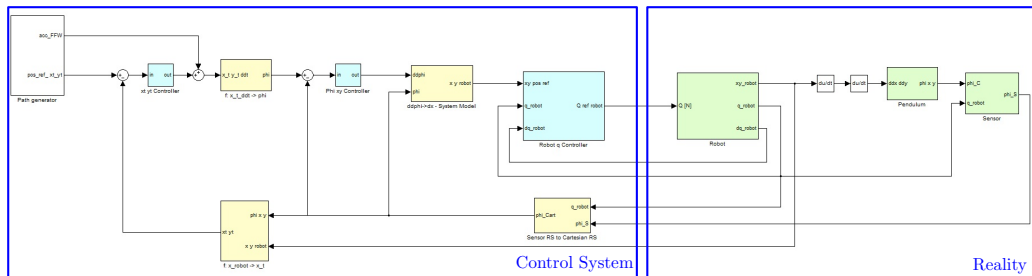
## 4 Simulink Implementierung

Das gesamte Simulink Schema ist in Bild 10. Man kann die drei Reglerkreise, um die Position  $x_{tip}$ , den Winkel vom Pendel  $\phi$  und die Gelenkekoordinaten  $q$  zu regeln.

Ein Sample Time von 1 ms wurde eingestellt und die Parameter der Regeln wurden auf diesen Wert optimiert.

Man kann in Matlab im Fenster **Simulation/Configuration Parameters** den Sample Time einstellen.

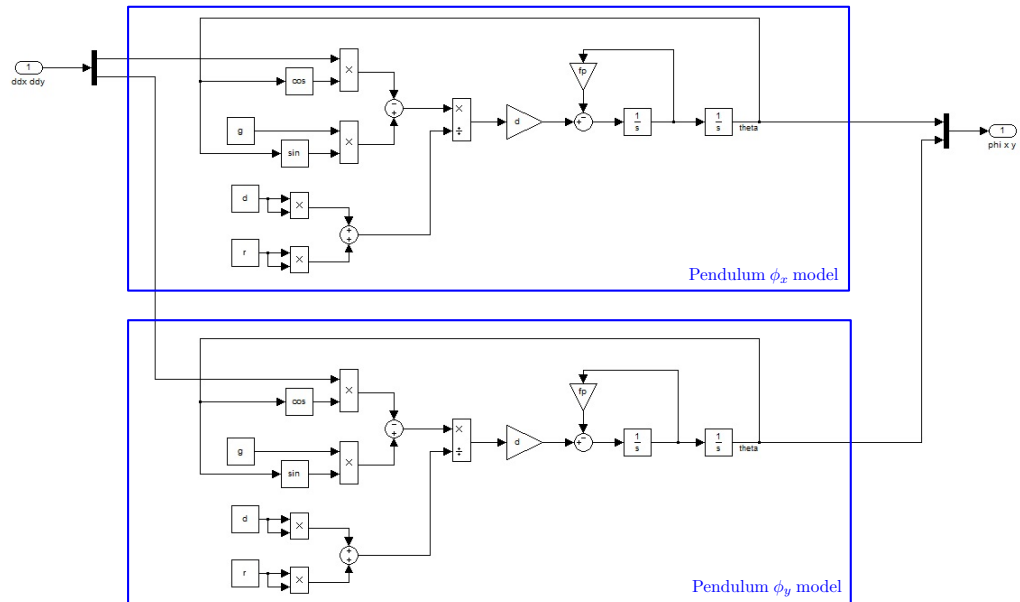
Alle Blöcke werden dann dieses Wert übernehmen (Der Wert  $-1$  in jedem Block Properties Fenster "heisst inherited").



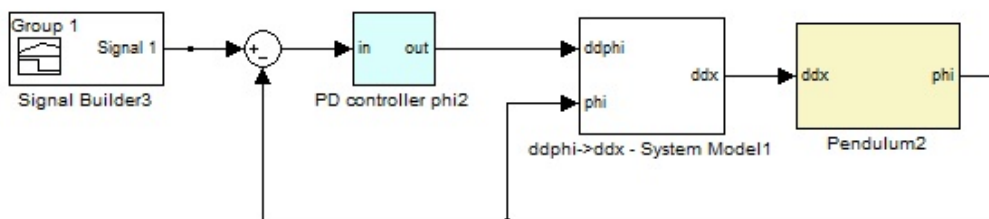
**Abbildung 10:** Simulink gesamte Schema

## 4.1 Pendel Modell und Regelung

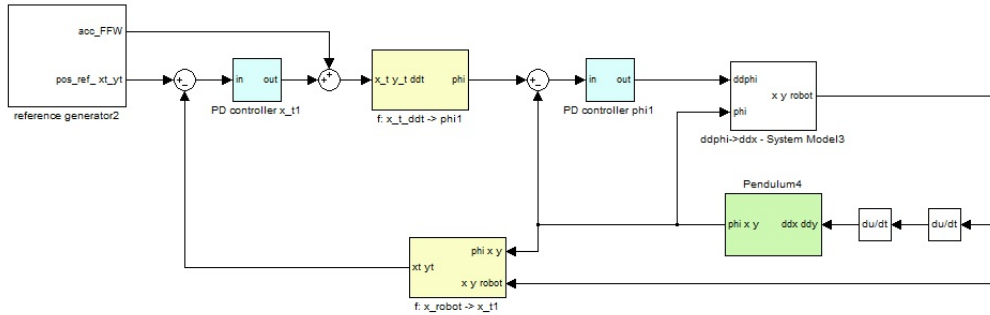
Die Gleichung 1 wurde in Simulink für die x und y Koordinaten wie in Bild 11 implementiert. Bilder 12 und 13 zeigen die Implementierung von den zwei Reglerkreise, die  $\phi_{xy}$  Regelung und die  $xy_{tip}$  Regelung.



*Abbildung 11: Simulink Pendel Modell*

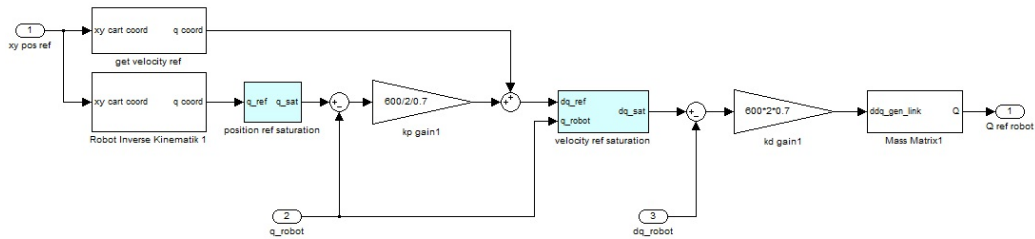


*Abbildung 12: Simulink Pendel  $\phi_{xy}$  Regelung*

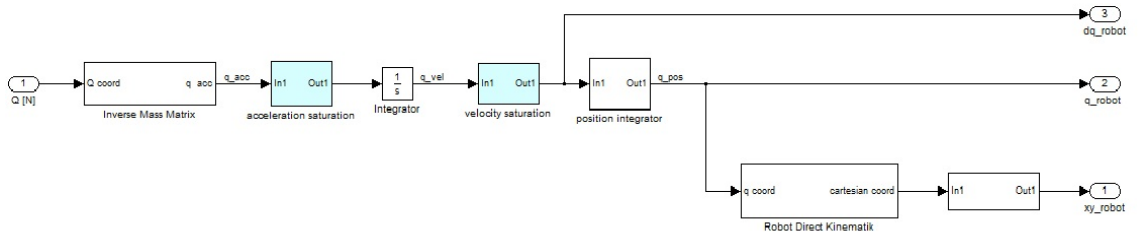


*Abbildung 13: Simulink Pendel  
xy<sub>tip</sub> Regelung*

## 4.2 SCARA Roboter Modell und Gelenkregelung



*Abbildung 14: Simulink SCARA  
Regelung Schema*



*Abbildung 15: Simulink SCARA  
Roboter Schema*

Der Roboter kriegt einen Positionssollwert, der dann abgeleitet wird. Das



```

1 // Velocity limits near the end of the work area
3 dq_max = sqrt(2*a_max*(q_max-q_ist));
  dq_min = -sqrt(2*a_max*(q_ist-q_min));
5
  if dq_in > dq_max
7     dq_out = dq_max;
  elseif dq_in < dq_min
9     dq_out = dq_min;
  else
11    dq_out = dq_in;
  end

```

ist nicht kritisch, da die Ableitung auf einem Sollwert und nicht auf einem gemessenen Wert gemacht wird.

In Roboter Regler wurden auch Positions und Geschwindigkeitslimitierungen implementiert.

Wenn der Roboter in die Limitierung fährt, führt das normalerweise im besten Fall zu einem Notaus und im schlechtesten Fall zu einem Crash.

In der Regelung muss auf allen Ebenen verhindert werden, dass dieser Fall eintritt und unzulässige Sollwert generiert werden. Ein einfaches Überwachen der Sollposition genügt da nicht, da der Roboter ja mit sehr hohen Geschwindigkeiten diese Grenze überfahren kann.

Die sauberste Methode, unzulässige Sollwerte zu begrenzen ist die Limitierung der Geschwindigkeit in Richtung der Grenzen des Arbeitsraums. Diese Limitierung wird durch den "velocity limits" Algorithmus implementiert.

Die Inverse und direkte Kinematik wurden Embedded Matlab Function implementiert.

```

2 // Scara inverse kinematik equations
q_coord(2) = acos((-l1^2-l2^2+x^2+y^2)/(2*l1*l2)); % links gefahren
4
6 if(q_coord(2)>=0)
    q_coord(1)=atan(y/x)-acos(((x^2+y^2)+l1^2-l2^2)/(2*l1*sqrt(x^2+y^2)));
8 else
    q_coord(1)=atan(y/x)+acos(((x^2+y^2)+l1^2-l2^2)/(2*l1*sqrt(x^2+y^2)));
end
10
12 q_coord(3) = -z;
q_coord(4) = q_coord(1)+q_coord(2)-alpha;

```

```

2 // Scara direct kinematik equations
phi1 = q(1);
4 phi2 = q(2);
d3 = q(3);
6 phi4 = q(4);

8 cart_coord(1) = cos(phi1)*l1 + cos(phi1+phi2)*l2 ;
cart_coord(2) = sin(phi1)*l1 + sin(phi1+phi2)*l2;
10 cart_coord(3) = -d3;
12 cart_coord(4) = phi1 + phi2 - phi4;

```

```
// from sensor ref system to cart coord ref system
2 phi_cx = phi_sx*cos(q1+q2) - phi_sy*sin(q1+q2);
4 phi_cy = phi_sx*sin(q1+q2) + phi_sy*cos(q1+q2);
```

### 4.3 Sensor und Koordinaten Transformation

Die vom Sensor gemessene Werte beziehen sich auf den Sensor Referenz System. Um die Werte in Kartesischen Koordinaten zu kriegen, muss man die koordinaten Transformation implementieren.  $\phi_{cx}$  und  $\phi_{cy}$  sind die Winkeln in kartesischen Koordinaten. Sie sind abhängig von den ersten zwei Gelenkekoordinaten vom Roboter  $q1$  und  $q2$  und von den gemessenen Werte  $\phi_{sx}$  und  $\phi_{sy}$  in Sensor Koordinaten.

## 5 Simulink Simulation

Ein Beispiel wurde durchgeführt, um die Leistungen der Regelung zu evaluieren. Die Daten vom System befinden sich in den folgenden Tabellen.

### 5.1 Daten vom Pendel

Mass [kg]	0.2
Length [m]	0.1
Inertia [ $kgm^2$ ]	0.0006
Friction coefficient [ $Nsm^{-1}rad^{-1}$ ]	0.1

*Tabelle 2: Pendel Daten*

### 5.2 Daten vom Scara Roboter

Motor Constant	[Nm/A]	0.5
Gear Ratio	[-]	100
Ratio Output Voltage to Current	[V/A]	-4.7619
Ratio Output Voltage to $\dot{Q}$	[V/Nm]	-0.0265
Encoder Ticks	[lines]	4096
Max Voltage of V-Signal	[V]	10
Max Current	[A]	2.1
Max Speed	[rad/s]	3.14159
Controller $f_0$	[Hz]	50
Controller Damping	[-]	1
Inertia	[ $kgm^2$ ]	1.6964e-4

*Tabelle 3: Scara Motor 1 Daten*

Motor Constant	[Nm/A]	0.47
Gear Ratio	[-]	100
Ratio Output Voltage to Current	[V/A]	-4.7619
Ratio Output Voltage to $\dot{Q}$	[V/Nm]	-0.0265
Encoder Ticks	[lines]	4096
Max Voltage of V-Signal	[V]	10
Max Current	[A]	1
Max Speed	[rad/s]	6.2832
Controller $f_0$	[Hz]	50
Controller Damping	[-]	1
Inertia	[kgm <sup>2</sup> ]	6.7475e-5

***Tabelle 4: Scara Motor 2 Daten***

Motor Constant	[Nm/A]	0.47
Gear Ratio	[-]	-1.5
Ratio Output Voltage to Current	[V/A]	4.7619
Ratio Output Voltage to $\dot{Q}$	[V/Nm]	-0.0265
Encoder Ticks	[lines]	4096
Max Voltage of V-Signal	[V]	10
Max Current	[A]	2.1
Max Speed	[rad/s]	314.159
Controller $f_0$	[Hz]	50
Controller Damping	[-]	1
Inertia	[kgm <sup>2</sup> ]	7e-5

***Tabelle 5: Scara Motor 3 Daten***

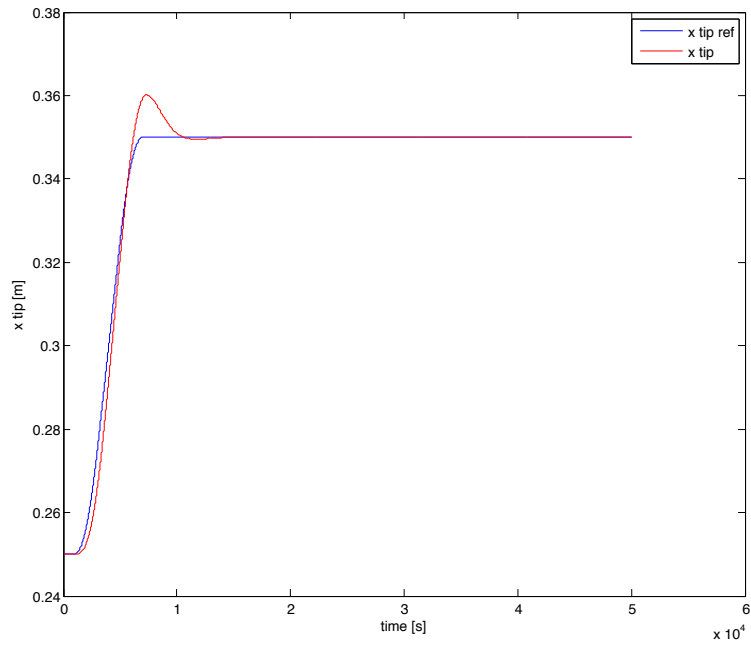
Motor Constant	[Nm/A]	0.31
Gear Ratio	[-]	-16.2022
Ratio Output Voltage to Current	[V/A]	4.7619
Ratio Output Voltage to $\dot{Q}$	[V/Nm]	-0.0265
Encoder Ticks	[lines]	4096
Max Voltage of V-Signal	[V]	10
Max Current	[A]	0.5
Max Speed	[rad/s]	31.4159
Controller $f_0$	[Hz]	50
Controller Damping	[-]	1
Inertia	[kgm <sup>2</sup> ]	3e-5

***Tabelle 6:** Scara Motor 4 Daten*

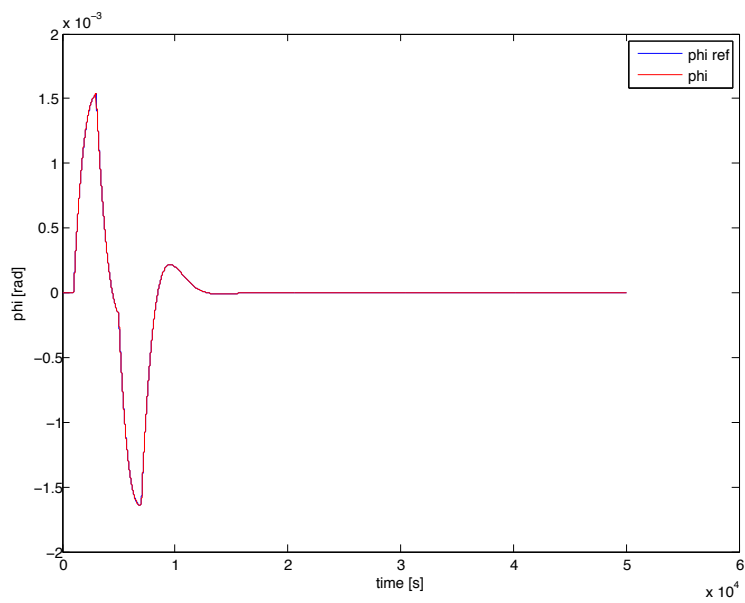
### 5.3 Ergebnisse

In Bild 16 ist die Sollposition vom Pendels Endepunkt mit der Istposition verglichen. Der Fehler zwischen den zwei Grössen ist klein und das System hat eine Überschleifung von 10%.

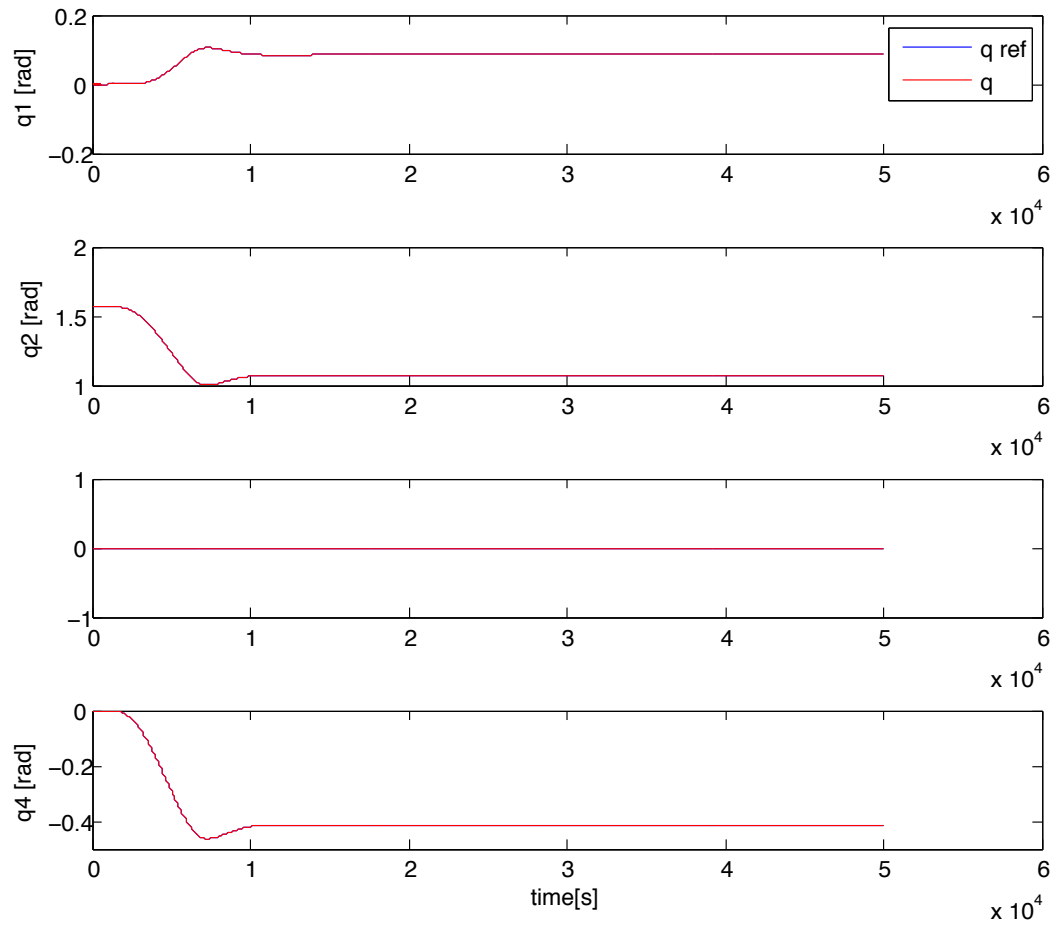
Der Winkel vom Pendel hat auch sehr kleine Werte und wird schnell auf Null stabilisiert. Die Gelenkekoordinaten und kartesischen Koordinaten vom Roboter sind stark geregelt, und der Fehler zwischen Soll- und Istwert sind fast Null.



*Abbildung 16:  $x_t$  tracking*

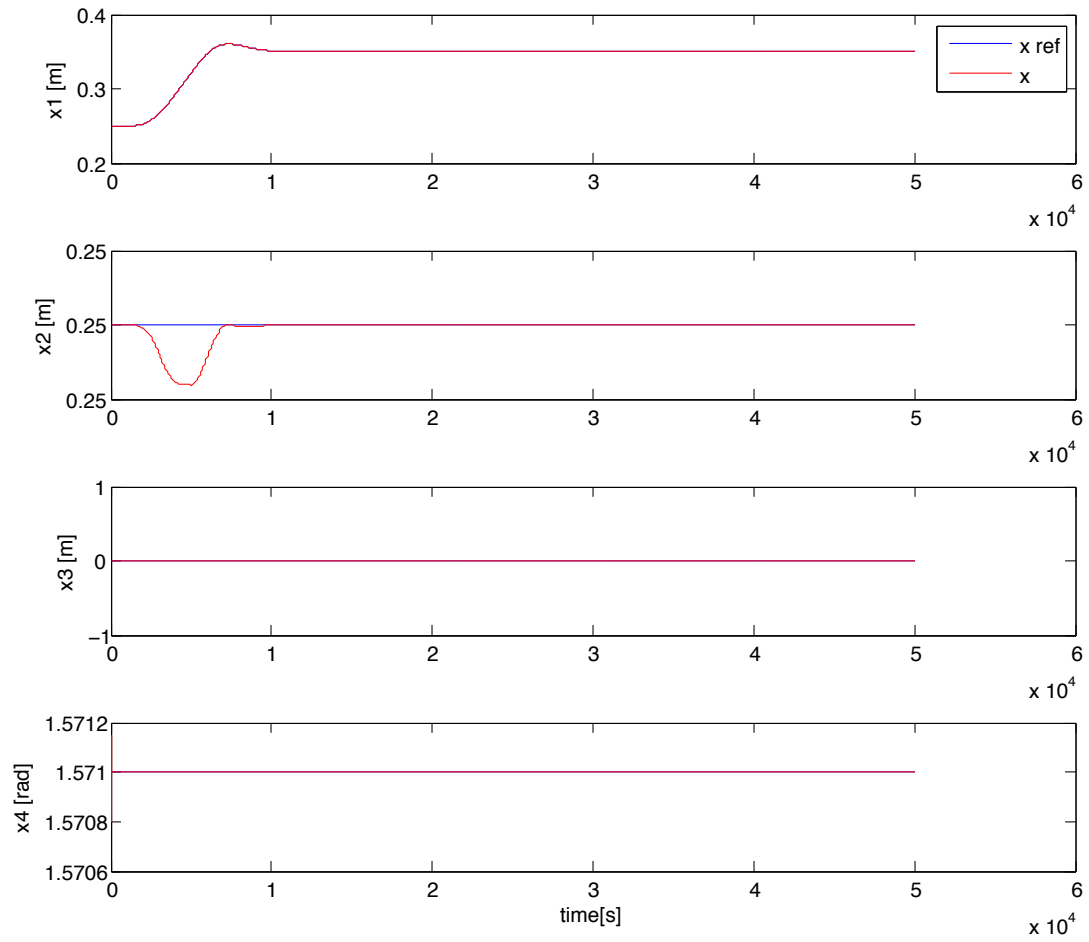


*Abbildung 17:  $\phi$  tracking*



*Abbildung 18: Roboter  $q$  Koordinaten tracking*





*Abbildung 19: Roboter  $x$  kartesischen Koordinaten tracking*