Vorwärtstransformation:

Durch die vier Matrizen kann der Industrieroboter zu einer kinematischer Kette zusammen gebaut werden. Die vier Matrizen resultieren aus der Anzahl von Achsen. In diesem Bild 4.60 ist der SCARA Roboter zusehen. Bei jedem Koordinatensystem wird eine neue Transformationsmatrize gebildet.

Achse 1:
Bei der ersten Transformation handelt es sich um eine Rotation um die z_0-Achse. Außerdem verschiebt man das Koordinatensystem um die Länge l_1 in der positiven x_0-Achse.

$$ {}^0_1T = \begin{bmatrix} cos(\varphi_1) & -sin(\varphi_1) & 0 & l_1 \cdot cos(\varphi_1) \\ sin(\varphi_1) & cos(\varphi_1) & 0 & l_1 \cdot sin(\varphi_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.60} $$

Achse 2: Bei der ersten Transformation handelt es sich um eine Rotation um die z_1-Achse. Außerdem verschiebt man das Koordinatensystem um die Länge l_2 in der positiven x_1-Achse.

$$ {}^1_2T = \begin{bmatrix} cos(\varphi_2) & -sin(\varphi_2) & 0 & l_2 \cdot cos(\varphi_2) \\ sin(\varphi_2) & cos(\varphi_2) & 0 & l_2 \cdot sin(\varphi_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.61} $$

Achse 3: Bei der ersten Transformation handelt es sich um eine Verschiebung der Länge z in der positiven z_2-Achse.

$$ {}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.62} $$

$$ d_3 = z \tag{4.63} $$

Achse 4: Bei der ersten Transformation handelt es sich um die Verdrehung des Endeffektor.

$$ {}^3_4T = \begin{bmatrix} cos(\varphi_4) & -sin(\varphi_4) & 0 & 0 \\ sin(\varphi_4) & cos(\varphi_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.64} $$

Kinematische Kette: Aus diesen vier Matrizen entsteht eine neue Matrize. Durch diese können die Koordinaten für den Endefekktors herausgelesen werden.

$$ {}^0_4T = {}^0_1T \cdot {}^1_2T \cdot {}^2_3T \cdot {}^3_4T \tag{4.65} $$

Diese Matrix beschreibt die xyz Koordinaten und die Lage α. Dies ist der Winkel, um welchen der Endeffektor gedreht werden kann.

$$ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\varphi_1) \cdot l1 + l2 \cdot cos(\varphi_2 + phi1) \\ sin(\varphi_2) \cdot l1 + l2 \cdot sin(\varphi_2 + \varphi_1) \\ d3 \\ \varphi_3 + \varphi_1 + \varphi_2 \end{bmatrix} \tag{4.66} $$

Inverse Transformation:

Die inverse Trafomastion kann bei einem SCARA Roboter noch händisch berechnet werden. Es ist auch hier möglich bzw. wichtig die gewünschte inverse Trafomastion durch das Angeben der Drehrichtung zu bestimmen. Jeder Punkt kann mit dem Roboterarm links oder rechts angefahren werden.

$$c^2 = x^2 + y^2 \tag{4.67}$$

$$c^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2 \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot cos(\theta) \tag{4.68}$$

Aus der Formel 4.67 und 4.68 berechnet sich der Winkel θ:

$$cos(\theta) = \frac{l_1^2 + l_2^2 - x^2 - y^2}{2 \cdot l_1 \cdot l_2} \tag{4.69}$$

$$180° = \theta + \varphi_2 \tag{4.70}$$

$$cos(\theta) = cos(180° - \varphi_2) = -cos(\beta) \tag{4.71}$$

Somit können die Winkel errechnet werden:

$$\varphi_2 = \pm arccos(\frac{-l_1^2 - l_2^2 + x^2 + y^2}{2 \cdot l_1 \cdot l_2}) \tag{4.72}$$

$$\varphi_1 = arctan(\frac{y}{x}) \pm arccos(\frac{-l_1^2 - l_2^2 + x^2 + y^2}{2 \cdot l_1 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}}) \tag{4.73}$$

Über die verfahrene Höhe z und den Winkel φ_4 kann auf d_3 und d_4 zurückgeschossen werden.

$$d_3 = z \tag{4.74}$$

$$d_4 = \varphi_4 - \varphi_1 - \varphi_2 \tag{4.75}$$