TEMA 1

1	2	3	4	Nota

Apellido: Tutor:
Nombre:

Matemática I
Examen Final • 9/12/2019

Justificar Todas Las Respuestas

1. Hallar el área encerrada por el gráfico de las funciones $f(x) = 1 + \sqrt{x}$, $g(x) = x - 1$ y $h(x) = 1 - x$.

   (Ayuda: Compruebe que $f(4) = g(4)$.)

---

2. Parte 1

   (a) Calcular una primitiva de $f(x) = x\dfrac{e^{-\sqrt{3x^2+2}}}{\sqrt{3x^2+2}}$.

   (b) Determinar si $\displaystyle\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ es convergente o divergente.

   Parte 2

   c) Determinar si la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{n+2}}{3^{n-1}}$ converge o no. En caso de que converja, calcule su valor.

   Este tema no entra para el examen.

---

3. Considere $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2xe^{x-3} - 6$.

   (a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

   (b) Probar que $f(x) \leq 0$ para todo $x \in [0,3]$ y que $f(x) \geq 0$ para todo $x \in [3,+\infty)$.

   (c) Calcular el área limitada por el gráfico de f, el eje X, $x = 0$ y $x = 4$.

---

4. Considere la función $F\colon [1,+\infty) \to \mathbb{R}$ dada por $F(x) = \frac{1}{2}(x+4) + 4\displaystyle\int_2^{\sqrt{x}} \frac{e^{-t^2+4}}{t}\,dt$.

   (a) Justifique que F es derivable. Verifique que $F(4) = 4$ y calcule $F'(4)$ y $F''(4)$.

   (b) Calcule el polinomio de Taylor de orden 2 alrededor de $x = 4$ de $g(x) = \cos(F(x)\pi)$.

   (c) Calcular $\displaystyle\lim_{x\to 4} \frac{F(x) - x}{(x-4)^2}$

UNIVERSIDAD DE SAN ANDRÉS

MATEMÁTICA I FINAL 9/12/19

APELLIDO Y NOMBRES:

TUTOR: ☐ **Juán** ☐ **Magdalena** ☐ **Martín**

1	2	3	4

NOTA

TEMA 1 **JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS**

1. Sean $f(x) = -x^2 + 25$, $g(x) = |x| + 23$.

   Hallar el área de la región acotada encerrada por los gráficos de f y de g.

   (Sugerencia: realice un gráfico aproximado).

2. Sea $f(x) = 2x + \int_{x^2-4}^{ln(x-1)} cos(t)\, dt$.

   Hallar el Polinomio de Taylor de orden 2 de f alrededor de $x = 2$.

3. Analizar la convergencia de las siguientes integrales impropias:

   a) $\int_{-\infty}^{4} \frac{5x+5}{e^{-x+4}}\, dx$.

   b) $\int_{0}^{+\infty} \frac{\frac{1}{4}}{x^2 + \frac{1}{4}}\, dx$.

4. Analizar la convergencia de las siguientes series:

   a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2.6^{n+1}}{5^n}$.

   b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}\left(\frac{2n+1}{2n}\right)^{2n^2}$.

   (Sugerencia: Según lo crea más conveniente, utilice el criterio de D´Alembert o el criterio de la raíz).

Este tema no entra para el examen

1	2	3	4	5	Nota

TEMA 1

Apellido y Nombre: ....

Tutor: ☐ Flor ☐ Magda ☐ Martín ☐ Pablo.

Matemática I
Final • 05/07/2018

1. Sea $f(x) = 4x + \frac{16}{x^2} - 7$.
   (a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos de $f(x)$.
   (b) Analizar la existencia de asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
   (c) Considerando $Dom(f) = (0, +\infty)$, calcular $Im(f)$.

2. Decidir si la siguiente integral converge o no. En caso de ser convergente, calcular su valor:
$$\int_0^{+\infty} (4 - 10x)\, e^{-5x}\, dx.$$

3. Calcular el área encerrada entre $f(x)$ y el eje x para
$$f(x) = \frac{3x(4x^2 - 16)}{\sqrt{4x^2 + 9}}.$$

4. Para $f(x) = \dfrac{4}{x+4} - \dfrac{1}{9}$ se consideran los rectángulos de vértices $(0, 0)$, $(x, 0)$; $(0, f(x))$ y $(x, f(x))$ con $5 \leq x \leq 14$. Hallar las coordenadas de los vértices para los cuáles el área del rectángulo es máxima y las de los vértices para los cuáles el área mínima. En cada caso, calcular el área correspondiente.

5. Sea $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función tal que la recta tangente a g en $x = 6$ es $y = \frac{1}{25}x - \frac{1}{25}$.
   (a) Hallar el polinomio de Taylor de orden 2, en $x = 3$, de $f(x)$ si se sabe que $f(x) = 4x - 9 + \displaystyle\int_6^{x^2 - x} g(t)\, dt$.
   (b) Calcular el $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{f(x) - 3}{x - 3}$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

TEMA 1

1	2	3	4	5	Nota

Apellido y Nombre:
Nombre Tutor:
Día y horario de tutorial:

Matemática I
Final • julio 2016

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

1. Sean $f(x) = 2x\, e^{2x} - e^{2x} + 1$ y $g(x) = x^3 + mx^2$, con $m \in \mathbb{R}$.

   a) Hallar intervalos de concavidad y convexidad, puntos de inflexión de $f(x)$.

   b) Hallar m para que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = -\dfrac{2}{3}$.

   c) Para el valor de m hallado en el item b), estudiar las asíntotas verticales de $\dfrac{f(x)}{g(x)}$.

2. Probar que para todo $x > 1$ se cumple

$$20\sqrt{x-1} \geq 25 - \frac{5}{(x-1)^2}.$$

3. Verificar que la siguiente integral es una integral impropia y analizar si converge o diverge. En caso de que converja, dar su valor.

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{sen}(x)}{\sqrt[5]{1 - 2\cos(x)}}\, dx.$$

ESTE TIPO DE INTEGRAL IMPROPIA NO ENTRA PARA EL EXAMEN

   Ayuda: recordar que el único valor de x en el intervalo $[0, \pi]$ para el cual $\cos(x) = \frac{1}{2}$ es $\frac{\pi}{3}$.

4. Calcular el área de la región encerrada por la curva $y = (3x^2 + 6) \cdot \ln\left(\frac{x^2+6}{10}\right)$ y el eje x.

5. Sea $F \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función $F(x) = 2x + \displaystyle\int_1^{3x^2-2x} e^{(t^2-1)}\, dt$ y sea $G \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable tal que la ecuación de su recta tangente en $x_0 = 1$ es $y = 3x - 5$.

   a) Hallar $F(1)$ y $F'(1)$.

   b) Para $H(x) = F(x) \cdot G(x)$, hallar la ecuación de la recta tangente a $H(x)$ en $x_0 = 1$.

1	2	3	4	5	Nota

TEMA 1

Apellido y Nombre:
Nombre Tutor:
Día y horario de tutorial:

Matemática I
Final • 02/12/2014

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

1. Calcular el área de la región del primer cuadrante ($x \geq 0, y \geq 0$) comprendida entre los gráficos de $f(x) = 18x$, $g(x) = \frac{18}{x}$ y $h(x) = 2x$.

2. Verificar que la siguiente integral es una integral impropia y analizar si converge o diverge. En caso de que converja, hallar su valor.

$$\int_0^{\pi/8} \frac{\operatorname{sen}(4x)}{\sqrt[5]{\cos(4x)}}\, dx.$$

ESTE TIPO DE INTEGRAL IMPROPIA NO ENTRA PARA EL EXAMEN

3. Sea $f(x) = \dfrac{1}{x^2+25}$. Entre todos los triángulos con vértices en el origen $(0,0)$, $P = (x, f(x))$ y $Q = (-x, f(-x))$, con $3 \leq x \leq 7$, encontrar el de área máxima y el de área mínima. Dar los puntos P y Q.

4. Sea $f(x) = \ln(4x+28) - \frac{1}{3}\sqrt{4x+28}$. Hacer un **Gráfico aproximado** de f, calculando:

   (a) dominio, intervalos de crecimiento/decrecimiento, extremos locales.

   (b) intervalos de concavidad/convexidad, puntos de inflexión.

   (c) asíntotas.

5. Sea $F\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función $F(x) = \displaystyle\int_{x^2-3x}^{x-3} e^{t^2/2} dt$.

   a) Hallar la recta tangente de F en $x = 3$.

   b) Calcular, si existe, $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{F(x)}{x-1}$.