

Föreläsning 4: Modellering I

- ▶ Repetition
- ▶ Modeller och modellbygge
- ▶ Arbetsgång vid modellbygge
- ▶ Exempel

Lärandemål:

- ▶ Analysera linjära systems egenskaper i tids- och frekvensplanet och transformera mellan olika representationsformer.
- ▶ Formulera dynamiska modeller för enklare tekniska system, såväl i form av tillståndsekvationer som överföringsfunktioner.

Repetition – blockschema

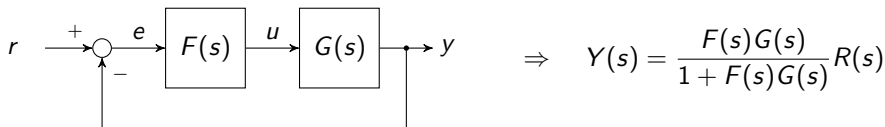
En extern modell med överföringsfunktionen $G(s)$, med insignal u och utsignal y kan beskrivas av en grafisk symbol:



Seriekoppling:

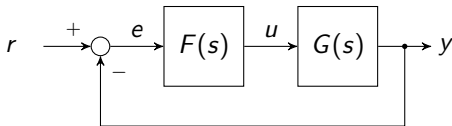


Återkoppling:



Repetition – kvarstående fel

Ett enkelt återkopplat system:



Reglerfelet ges av

$$E(s) = \frac{1}{1 + F(s)G(s)} R(s) = \frac{1}{1 + L(s)} R(s),$$

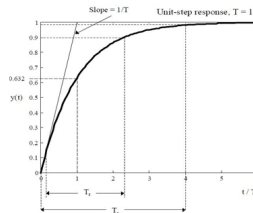
där $L(s) = F(s)G(s)$ är *kretsöverföringen* (eng. *open loop transfer function*).
Det *kvarstående felet*, dvs det stationära felet då börvärdet r är ett enhetssteg, kan beräknas med slutvärdessatsen:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + L(s)} \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + L(s)}$$

Repetition – stegsvar

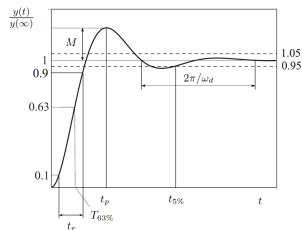
- Första ordningens system med reell pol $-1/T$:

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT}$$

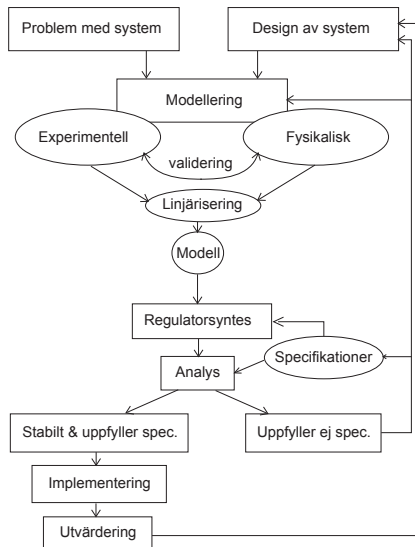


- Andra ordningens system med komplexa poler $-\zeta\omega_n \pm i\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n$:

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



Reglerdesign – arbetsflöde



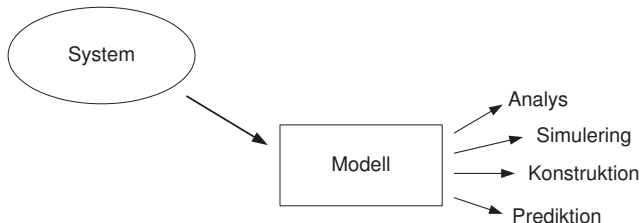
- ▶ En *modell* är en förenklad bild av “verkligheten” (*systemet, processen*)
- ▶ Modeller finns av olika slag:
 - ▶ Ritning
 - ▶ Funktionsbeskrivning
 - ▶ Blockschema, flödesschema
 - ▶ Graf, nätverk, diagram
 - ▶ Fysisk skalmodell
 - ▶ Matematisk modell

Vårt fokus: matematiska modeller för *dynamiska* system, närmare bestämt *linjära, tidsinvarianta modeller (LTI)* i kontinuerlig och diskret tid:

- ▶ Differential- och differensekvation
- ▶ Överföringsfunktion
- ▶ Faltningsintegral och -summa
- ▶ Tillståndsmodell

Varför modeller?

- ▶ Kompakt representation av kunskap
- ▶ Process- och produktdesign i tidigt skede
- ▶ Stödjer återanvändbarhet och flexibilitet
- ▶ Modellbaserad design av styrsystem:
 - ▶ Reglerstrukturer
 - ▶ Övervakning och diagnostik
 - ▶ Regulatordesign
 - ▶ Simulering och verifiering



1. Analysera systemets funktion, strukturera

- ▶ Nedbrytning i delsystem
- ▶ Vilka variabler?
- ▶ Vilka kvalitativa samband?
- Graf eller blockschema

2. Ställ upp basekvationer

- ▶ Balansekvationer
- ▶ Konstitutiva samband
- ▶ Dimensionskontroll
- Differentialekvationer och algebraiska samband

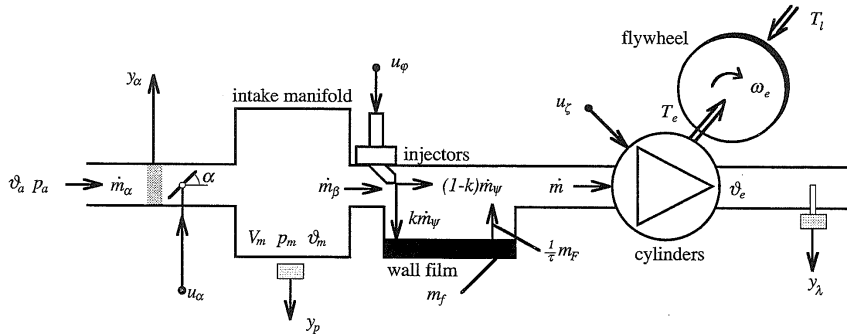
3. Formulera modell

- ▶ Linjärisera?
- ▶ Laplace-transformera, bilda överföringsfunktioner, eller...
- ▶ Välj tillståndsvariabler och formulera tillståndsmodell (nästa föreläsning)
- Differentialekvation, överföringsfunktion eller tillståndsmodell

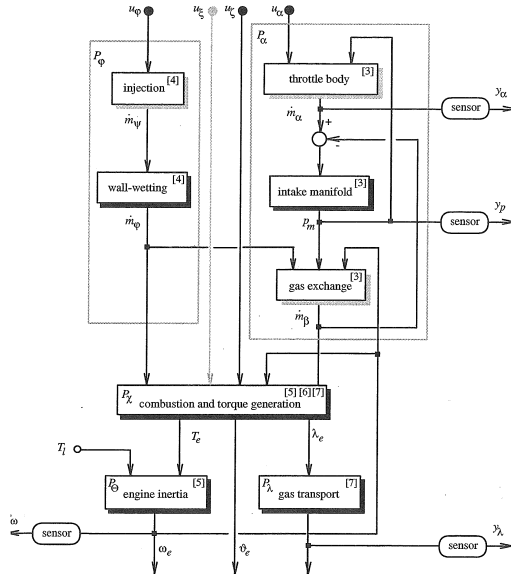
Exempel: Strukturering

Modell av en förbränningsmotor:

Utgångspunkt för modelleringen är ofta en abstrakt systemskiss:



Efter strukturering: blockschema



Att ställa upp basekvationer

Balansekvationer:

KRAFTBALANS



SUMMAN AV KRAFTERNA =
MASSAN · ACC.

MASSBALANS



MASSA IN - MASSA UT =
ACKUMULERAD MASSA

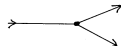
ENERGIBALANS



ENERGI IN MINUS ENERGI UT =
ACKUMULERAD ENERGI

SPECIALFALL FÖRBRÄNNINGSPUNKT

INGEN ACK.



SUMMAN AV ALLA POTENTIALÄNDRINGAR
I EN SLUTEN LOOP = 0

TEK.

KIRCHHOFFS LAG



Konstitutiva samband, exempel:

- ▶ Ohms lag: $U = R \cdot I$
- ▶ Allmänna gaslagen:
 $pV = nRT$
- ▶ Ventilkarakteristik:
 $q = k\sqrt{p_1 - p_2}$

Energiflöden i tekniska system – analogier

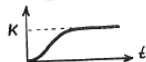
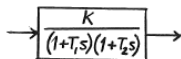
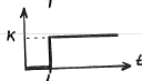
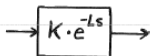
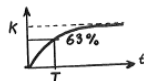
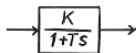
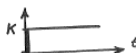
Energiflöden i tekniska system förmedlas ofta via en *intensitet* $e(t)$ och ett *flöde* $f(t)$, som tillsammans ger en *effekt* $P(t) = e(t) \cdot f(t)$.

Vanliga komponenter beskriver relationer mellan dessa variabler:

- ▶ Intensitetsupplagring (induktivt element)
- ▶ Flödesupplagring (kapacitivt element)
- ▶ Dissipation (resistivt element)

	Allmänt	Elektriskt	Flöde	Mekaniskt
Intensitet	e	u	p	F
Flöde	f	i	Q	v
Resistans	$e = \gamma f$	$u = Ri$	$p = R_f Q$	$F = dv$
Induktans	$f = \frac{1}{\alpha} \int e \cdot dt$	$i = \frac{1}{L} \int u \cdot dt$	$Q = \frac{1}{L_f} \int p \cdot dt$	$v = \frac{1}{m} \int F \cdot dt$
Kapacitans	$e = \frac{1}{\beta} \int f \cdot dt$	$u = \frac{1}{C} \int i \cdot dt$	$p = \frac{1}{C_f} \int Q \cdot dt$	$F = k \int v \cdot dt$

Systemtyper



Komplexer
r  ther.

