Föreläsning 10: Regulatordimensionering

- Repetition
- Specifikationer
- Återkopplade systemet, känslighetsfunktioner
- Återkopplingens uppgifter
- Principer för regulatordimensionering i frekvensplanet

Lärandemål:

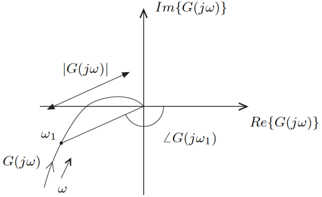
- Analysera ett reglersystem med hjälp av känslighetsfunktioner och förstå de möjligheter, begränsningar och konflikter som råder mellan önskemålen i ett reglersystem, och hur detta är kopplat till systemets kretsöverföringsfunktion.

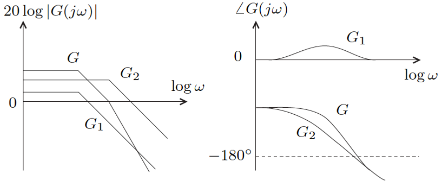
Repetition

Frekvensanalys bygger på att insignalen delas upp i sina sinus-komponenter (Fourier-analys). För ett stabilt system ges det stationära svaret på en insignal $\sin \omega t$ av *frekvensfunktionen* $G(i\omega)$:

$$y(t) = |G(i\omega)| \sin(\omega t + \arg G(i\omega))$$

Frekvensfunktionen kan visas i ett *Nyquistdiagram* eller i ett *Bodediagram*. *Sammansättning* ($G(s) = G_1(s)G_2(s)$) enkelt i Bodediagrammet:





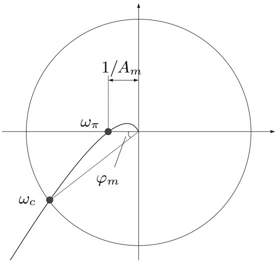
Repetition – stabilitetsmarginaler

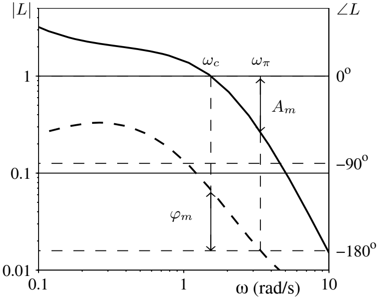
Amplitudmarginal:

$$A_m = 1/|L(i\omega_\pi)|$$

Fasmarginal:

$$\varphi_m = \pi + \arg L(i\omega_c)$$



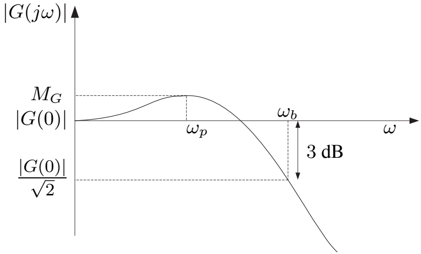


Specifikationer i frekvensplanet

Snabbhet:

- *Bandbredden* ω_b:

$$\frac{|G(i\omega_b)|}{|G(0)|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = -3 \text{ dB}$$



Resonanstopp/stabilitetsmarginaler:

- *Resonanstoppen*:

$$M_G = \max_{\omega} |G(i\omega)| = |G(i\omega_p)|$$

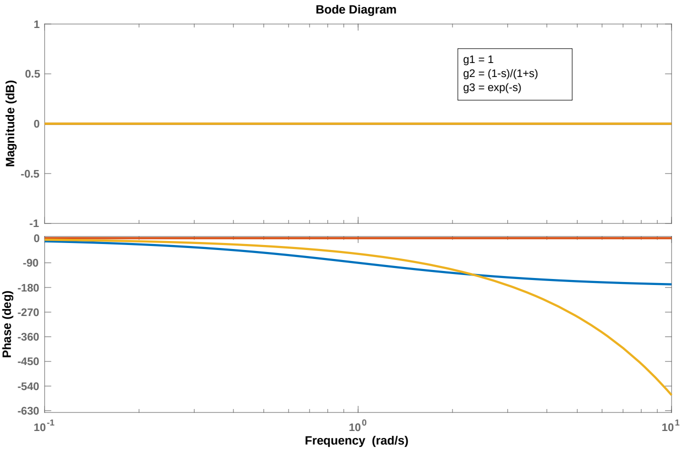
- *Amplitudmarginalen*:

$$A_m = 1/|L(i\omega_\pi)|$$

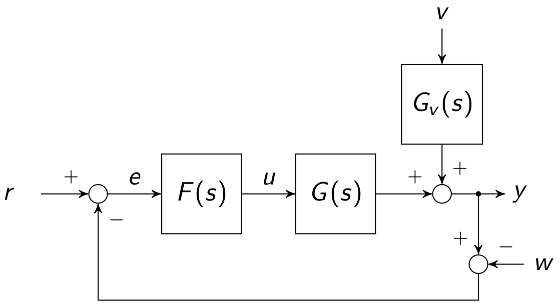
- *Fasmarginalen*:

$$\varphi_m = \pi + \arg L(i\omega_c)$$

Exempel på icke minimum-fas system



Känslighetsfunktioner



Definiera *kretsöverföringen* $L(s)$, *känslighetsfunktionen* $S(s)$ och den *komplementära känslighetsfunktionen* $T(s)$:

$$L(s) = F(s)G(s) \qquad S(s) = \frac{1}{1 + L(s)} \qquad T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \qquad \Rightarrow$$

$$Y(s) = T(s)\big[R(s) + W(s)\big] + G_v(s)S(s)V(s)$$

$$E(s) = S(s)\big[R(s) + W(s) - G_v(s)V(s)\big] \qquad\qquad S(s) + T(s) = 1$$

$$U(s) = F(s)S(s)\big[R(s) + W(s) - G_v(s)V(s)\big]$$

Återkopplingens uppgifter

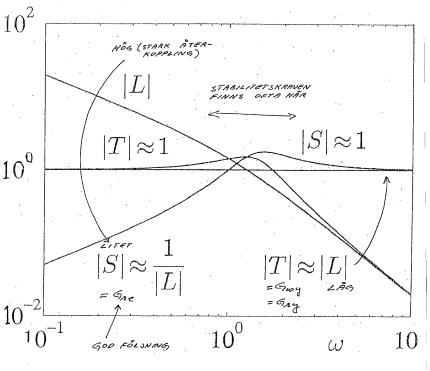
Kraven på återkopplingen leder till krav på känslighetsfunktionerna:

1. Följ börvärden: $E(s) = S(s)R(s) \Rightarrow$ gör S litet!
2. Reducera inverkan av processtörningar: $Y(s) = S(s)V(s) \Rightarrow$ gör S litet! ($Y_{ol}(s) = V(s)$ och $Y_{cl}(s) = S(s)V(s)$ medför att S anger förbättringen med återkoppling!)
3. Reducera inverkan av parametervariationer: $\frac{dT/T}{dL/L} = S(s) \Rightarrow$ gör S litet!
4. Begränsa inverkan av mätstörningar:
   $Y(s) = T(s)W(s)$, $U(s) = \frac{T(s)}{G(s)}W(s) \Rightarrow$ gör T litet!
5. Använd rimligt stora styrsignaler:
   $U(s) = \frac{T(s)}{G(s)}\left[R(s) + W(s) - G_v(s)V(s)\right] \Rightarrow$ gör T/G litet!

$S + T = 1 \Rightarrow$ det går inte att göra S och T små samtidigt!

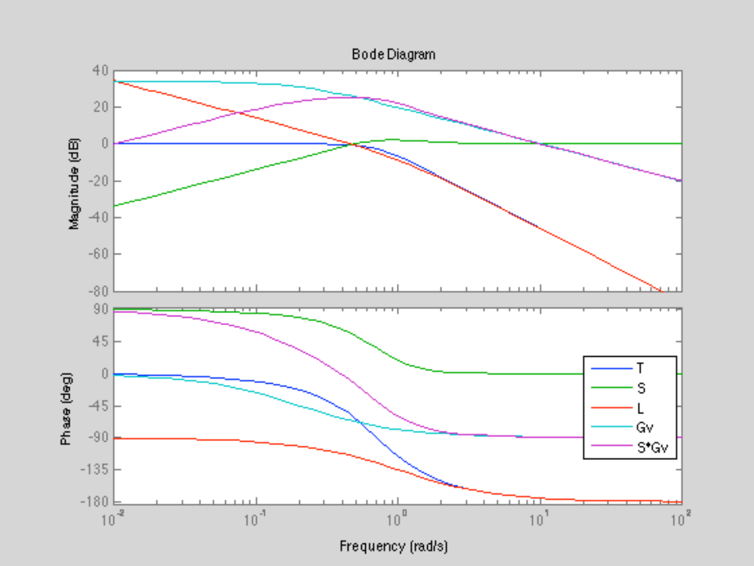
Designkompromisser

Designkraven 1–3 gäller framför allt lägre frekvenser, medan kraven 4–5 gäller främst högre frekvenser. Alltså: gör S litet för lägre frekvenser och T litet för högre!
Detta leder till följande principiella utseende för S, T och L:



Systemets stabilitetsegenskaper avgörs av utseendet i mellanfrekvensområdet, dvs runt ω_c.

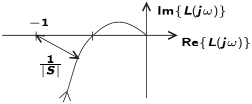
Exempel: farthållaren med PI-regulator



Specifikationer (exempel)

- Snabbhet
  - Stigtid T_s (r till y)
  - Insvängningstid $T_{5\%}$ (r till y)
  - Skärfrekvens/överkorsningsfrekvens ω_c
  - Bandbredd ω_b för $T(s)$ (r till y)

- Stabilitet:
  - Amplitudmarginal A_m (2-4 ggr)
  - Fasmarginal φ_m $(30 - 60^o)$
  - Max översläng M (r till y)
  - Känslighetsfunktionens maximala värde $M_S = \max_\omega |S(j\omega)|$



  - Resonanstopp $M_p = \max_\omega |T(j\omega)|$ (påverkar robusthet)

Kompensering i frekvensplanet

Modifiering av kretsöverföringen inom vissa frekvensintervall kan åstadkommas med t ex:

- En *fasretarderande* länk (lagfilter) ger hög förstärkning för låga frekvenser:

$$F(s) = a\frac{1 + sT}{1 + asT}, \quad a > 1$$

  Uttrycket fasretarderande kommer av att en negativ fasförskjutning fås, framför allt inom frekvensintervallet $[1/aT, 1/T]$. En PI-regulator fås i extremfallet då $a = \infty$.

- En *fasavancerande* länk (leadfilter) ger ett positivt fastillskott inom frekvensintervallet $[1/T, b/T]$:

$$F(s) = \frac{1 + sT}{1 + sT/b}, \quad b > 1$$

  En PD-regulator fås i extremfallet $b = \infty$.