TP1 : Graphes eulériens et semi-eulériens

Ce premier TP vous permettra de vous familiariser avec la représentation des graphes en Caml. Vous travaillerez en monôme.
Un graphe est eulérien (resp. semi-eulérien), ou encore peut être dessiné sans lever le crayon ni passer deux fois sur le même trait, s'il est connexe et tous ses sommets sont de degré pair (il a exactement deux sommets de degré impair). Dans la première partie, nous allons seulement caractériser les graphes eulériens (resp. semi-eulériens). Dans la deuxième partie vous calculerez un chemin eulérien (resp. semi-eulérien).

1. Mise en jambe avec Camlgraph

Vous allez pouvoir utiliser un module prédéfini sur les graphes. Pour lancer l'interpréteur avec le module, vous appelez :
`ledit ocaml -I /usr/lib/ocaml/ocamlgraph/ graph.cma`
puis pour pouvoir appeler les fonctions de Camlgraph :
`open Graph.Pack.Graph;;`
et pour lire votre fichier :
`#use "mon_magnifique_code.ml";;`

Commencez par vous familiariser avec la bibliothèque de graphes, en définissant quelques exemples de graphes, et quelques fonctions.

2. Caractérisation des graphes eulériens (resp. semi-eulérien)

a) Programmez une fonction *est_ degre_ pair* qui prend un graphe et un sommet, et renvoie un booléen indiquant si le sommet est de degré pair.
b) Programmez une fonction *sommets_ impairs* qui prend un graphe et renvoie la liste des sommets de degré impair.
c) Programmez la fonction *est_ connexe*, qui prend un graphe en entrée et renvoie un booléen indiquant si le graphe est connexe. On pourra par exemple utiliser le module Mark.
d) A l'aide des fonctions précédentes, programmez les fonctions *est_ eulerien* et *est_ semi_ eulerien* qui vérifient si un graphe est eulérien et semi-eulérien.

3. Calcul d'un cycle ou chemin eulérien

Pour un graphe eulérien (resp. semi-eulérien), on souhaite trouver un cycle (resp. chemin) eulérien. Ecrivez une fonction qui prend en entrée un graphe eulérien (resp. semi-eulérien) et retourne une liste de sommets correspondant à un parcours eulérien (resp. semi-eulérien).
Pour trouver une chaîne eulérienne, ou un cycle, on choisit une chaîne initiale, ou un cycle initial, puis on ajoute des cycles connectés, jusqu'à qu'on ait visité toutes les arêtes.
Quelques remarques :
— on pourra faire une copie du graphe, et éplucher ses arêtes au fur et à mesure qu'on les parcourt,
— le *backtracking* n'est pas nécessaire puisqu'on est sûr de trouver un parcours en avançant sur une arête (toutes les arêtes doivent être visitées).