

## TP6 – Détection et comptage d'objets

L'objectif de ce TP est de détecter et de compter les individus d'une colonie de flamants roses à partir d'une image aérienne (cf. figure 1). Ce comptage, qui permet aux écologues d'étudier l'évolution des populations de flamants roses, se faisait « à la main » jusqu'à une date récente. Une idée simple consiste à positionner  $N$  disques dans l'image de telle sorte que le niveau de gris moyen à l'intérieur des disques soit le plus élevé possible. Tous les disques ont le même rayon  $R$ . Les coordonnées (réelles) des centres des disques sont tirées selon une loi uniforme. Une fois les  $N$  disques positionnés dans l'image, on tente de **maximiser** la somme des niveaux de gris moyens à l'intérieur des disques en procédant comme suit : pour chaque disque traité à tour de rôle, on tire de nouvelles coordonnées ; on accepte la proposition si elle fait croître le niveau de gris moyen. Lancez le script `exercice_0.m` qui vous est fourni. Quel est manifestement son défaut vis-à-vis de la détection ?

### Exercice 1 : détection de flamants roses par champ de Markov

S'il semble raisonnable de modéliser un flamant rose par un disque de rayon  $R$  fixé, autoriser n'importe quelle intersection entre disques ne semble en revanche pas raisonnable. Complétez le script `exercice_1.m` de manière à ce que la distance entre les centres des disques soit supérieure à  $\sqrt{2}R$  (recouvrements partiels autorisés).

Montrez que ce script permet de compter empiriquement le nombre de flamants roses présents dans l'image, en rajoutant des disques à la configuration optimale jusqu'à ce que la totalité des taches claires soient recouvertes par des disques. Si le but est de compter les flamants roses, un défaut résiduel du script `exercice_1.m` est de devoir fixer le nombre  $N$  de disques à l'avance. La notion de *processus ponctuel marqué* permet d'y remédier.

### Processus ponctuel marqué

Un disque  $d$  de rayon  $R$  est caractérisé par les coordonnées  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  de son centre, qui constituent sa *marque*. Pour une configuration  $D = \{d_1, \dots, d_N\}$  à  $N$  individus, l'espace des configurations est donc  $\mathbb{R}^{2N}$ , donc l'espace complet des configurations est  $\emptyset \cup \bigcup_{N=1}^{+\infty} \mathbb{R}^{2N}$ . Nous définissons un *processus ponctuel marqué* dans cet espace, ce qui nous permet de modéliser le problème par la **minimisation** d'une énergie  $U(D)$ . Cette énergie est la somme d'un terme d'attache aux données  $U_a(D)$ , qui doit être d'autant plus faible que la somme des niveaux de gris moyens est plus élevée, et d'un a priori  $U_p(D)$  qui pénalise les recouvrements trop importants :

$$U(D) = U_a(D) + U_p(D) = \sum_{1 \leq i \leq N} u_a(d_i) + \beta \sum_{1 \leq i < j \leq N} \delta(d_i \cap d_j \neq \emptyset)$$

Dans cette expression, le booléen  $\delta(d_i \cap d_j \neq \emptyset)$  vaut 1 si et seulement si la distance entre les centres de  $d_i$  et  $d_j$  est inférieure à  $\sqrt{2}R$ . Il est notable qu'on n'interdit pas les recouvrements importants entre disques, c'est-à-dire ceux pour lesquels  $\delta(d_i \cap d_j \neq \emptyset) = 1$  : on se contente de les pénaliser, d'autant plus fortement que  $\beta$  est plus élevé. Par ailleurs, le choix du terme d'attache aux données  $U_a(D)$  est soumis à plusieurs contraintes :

- Comme on cherche à **minimiser**  $U(D)$ , l'énergie individuelle d'attache aux données  $u_a(d)$  doit décroître lorsque le niveau de gris moyen  $\bar{I}(d)$  à l'intérieur d'un disque  $d$  croît.
- L'énergie individuelle  $u_a(d)$  d'un disque  $d$  bien positionné doit être négative. Sinon, on pourrait faire diminuer  $U(D)$  en supprimant un tel disque, ce qui serait absurde.
- D'autre part, l'énergie individuelle  $u_a(d)$  d'un disque mal positionné doit être positive. Sinon, on pourrait faire diminuer  $U(D)$  en ajoutant un tel disque, ce qui serait tout aussi absurde.

Une façon de respecter ces trois contraintes consiste à utiliser une fonction *sigmoïde* :

$$u_a(d) = 1 - \frac{2}{1 + \exp \left\{ -\gamma \left[ \frac{\bar{I}(d)}{S} - 1 \right] \right\}} \quad (1)$$

où  $S$  est un seuil qui indique à partir de quelle valeur limite du niveau de gris moyen  $\bar{I}(d)$  on considère qu'un disque est bien positionné. Un exemple de graphe de la sigmoïde (1) est représenté sur la figure 1.

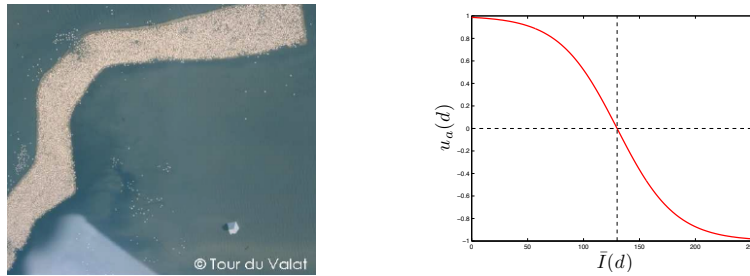


FIGURE 1 – À gauche : image aérienne d'une colonie de flamants roses. À droite : tracé de l'énergie individuelle  $u_a(d)$  en fonction de  $\bar{I}(d)$  correspondant à la sigmoïde (1), pour  $S = 130$  et  $\gamma = 5.0$ ;  $u_a(d)$  change de signe en  $\bar{I}(d) = S$ ; la dérivée en ce point vaut  $-\gamma/2$ .

## Optimisation par naissances/morts multiples

Pour **minimiser** l'énergie  $U(D)$ , vous allez utiliser un algorithme appelé *naissances/morts multiples*. Le principe de cet algorithme est d'alterner les phases de naissances, où de nouveaux disques sont ajoutés aléatoirement à la configuration courante, et les phases de morts, où les disques les moins pertinents, au sens de l'énergie, sont supprimés. Cette dynamique, intégrée dans un schéma de recuit simulé, converge vers le minimum global de l'énergie  $U(D)$ . La configuration initiale est l'ensemble vide. L'algorithme consiste à initialiser la température  $T \leftarrow T_0$  et le taux de naissances  $\lambda \leftarrow \lambda_0$ , puis à effectuer itérativement la séquence suivante :

1. **Naissances.** Tirer le nombre  $\tilde{N}$  de nouveaux disques suivant une *loi de Poisson* de moyenne  $\lambda$  :

$$p(\tilde{N}) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^{\tilde{N}}}{\tilde{N}!}$$

Ces  $\tilde{N}$  nouveaux disques sont positionnés dans l'image de façon aléatoire, suivant une loi uniforme. Ils sont ajoutés à la configuration courante.

2. **Tri des disques.** Une fois la phase de naissances terminée, calculer l'attache aux données  $u_a(d)$  de chaque disque  $d$  de la configuration courante  $D$ , puis classer les disques par ordre décroissant de cette énergie.
3. **Morts.** Pour chaque disque  $d$  de la configuration courante  $D$  pris dans cet ordre, calculer :

$$p(d|D) = \frac{\lambda}{\lambda + \exp \left\{ \frac{U(D \setminus \{d\}) - U(D)}{T} \right\}}$$

et supprimer  $d$ , c'est-à-dire faire  $D \leftarrow D \setminus \{d\}$ , avec la probabilité  $p(d|D)$ .

4. **Test de convergence.** Si le processus n'a pas convergé, c'est-à-dire si la configuration après l'étape de morts a changé par rapport à l'itération précédente, modifier la température  $T$  et le taux de naissances  $\lambda$  en les multipliant par un même coefficient de décroissance  $\alpha < 1$ . Retourner à l'étape de naissances pour une nouvelle itération.

## Exercice 2 : détection de flamants roses par processus ponctuel marqué

Complétez le script `exercice_2.m` de manière à détecter les flamants roses selon l'algorithme décrit ci-dessus, en choisissant par exemple les valeurs suivantes pour les paramètres du modèle :  $\beta = 1.0$ ,  $S = 130$ ,  $\gamma = 5.0$ ,  $T_0 = 0.1$ ,  $\lambda_0 = 100.0$  et  $\alpha = 0.99$ . Il est rappelé qu'on autorise un recouvrement partiel entre disques : le booléen  $\delta(d_i \cap d_j \neq \emptyset)$  vaut 1 si et seulement si la distance entre les centres de  $d_i$  et  $d_j$  est inférieure à  $\sqrt{2}R$ .

Jouez sur les paramètres du modèle de manière à compter « au plus juste » le nombre  $N_{\text{lim}}$  d'individus de la colonie de l'image `colonie.png`. Relancez enfin le script `exercice_1.m`, en fixant  $N$  à la valeur  $N_{\text{lim}}$ . Comparez les deux résultats.

**Indication** Pour tirer un nombre aléatoire suivant une loi de Poisson, utilisez la fonction `poissrnd` de Matlab.