Theoretische Informatik - Übungsblatt 2

Alexandre Roque (14-938-278)
Simon Janin (12-814-760)

October 6, 2016

Aufgabe 6

Wir definieren A_n, $\forall n \in \mathbb{N}$ als die Menge von allen natürlichen in dem Intervall:

$$[2^n, 2^{n+1} - 1], \text{ bzw. } A_n = \{x_n |\ 2^n \leq x_n \leq 2^{n+1} - 1, x_n \in \mathbb{N}\}$$

Wir wissen von der Aussage, dass die untere Schranke von jeder Menge A_n:

$$2^n \text{ ist.}$$

Jetzt möchten wir alle natürlichen Zahlen von diesen Mengen A_n als binäre Kodierung repräsentieren.
Erzeugen wir dann folgende Menge B_n:

$$B_n = \{y_n |\ y_n = Bin(x_n) \text{ wobei } x_n \in A_n\}$$

Dann alle wörter von $y_n \in B_n$ haben eine Länge von $n + 1$:

$$|y_n| = n + 1, \forall y_n \in B_n$$

Somit haben wir eine Kolmogorov-Komplexität von:

$$|y_n| + c \geq K(y_n)$$

Wir wissen, dass $K(x_n) = K(Bin(x_n)) \geq n - i$. Dann es ergibt die folgende Gleichung was die Aussage für beliebige Konstanten c und c' beweist:

$$|y_n| + c = (n + 1) + c = n + c' \geq K(y_n) = K(Bin(x_n)) = K(x_n) \geq n - i,$$
$$\forall y_n \in B_n,\ x_n \in A_n,\ \forall i \in \mathbb{N} \text{ und } i < n$$

Insgesamt gilt es:

$$n + c' \geq K(x_n) \geq n - i,$$
$$\forall x_n \in A_n,\ \forall i \in \mathbb{N} \text{ und } i < n$$