Theoretische Informatik - Übungsblatt 2

Alexandre Roque (14-938-278)
Simon Janin (12-814-760)

October 6, 2016

Aufgabe 4a

Wir geben zunächst für jedes n ∈ $\mathbb{N}$ ein Pascal-Programm an, das w_n erzeugt:

```
begin
a := n;
a := 2*a;

b := 1;
for i := 1 to a do
    b := b*2;

c := 1;
for i := 1 to b do
    c := c*2;

for i := 1 to c do
    write(0);
for i := 1 to c do
    write(1);
end
```

Wir schreiben das obige Pascal-Programm mithilfe der Potenz-Notation:

```
begin
a := 2n;
b := 2^a;
c := 2^b;
for i := 1 to c do
        write(0);
for i := 1 to c do
        write(1);
end
```

Das Programm hängt nur von 2n ab, der Rest steht unter einer beliebigen Konstante c. Insgesamt, die Kolmogorov-Komplexität bezüglich n ist die folgende:

$$K(w_n) \leq \log_2(n) + c$$

Schauen wir jetzt die Länge von w_n. Da $w_n = 0^{2^{2^{2n}}}$ haben wir folgendes:

$$|w_n| = 2^{2^{2n}}$$
$$\log_2(|w_n|) = 2^{2n}$$
$$\log_2 \log_2 |w_n| = 2n$$
$$\frac{1}{2} log_2 \log_2 |w_n| = n$$

$\Rightarrow K(w_n) \leq \log_2(\frac{1}{2} \log_2 \log_2 |w_n|) + c$
$\Rightarrow K(w_n) \leq \log_2(\log_2 \log_2 |w_n|) - \log_2(2) + c$
$\Rightarrow K(w_n) \leq \log_2(\log_2 \log_2 |w_n|) + c'$ wobei c' = c - $\log_2(2)$

Aufgabe 4b

$$K(y_n) \leq \log_2 \log_2 \sqrt[3]{y_n} + c$$
$$\Rightarrow n = \log_2 \sqrt[3]{y_n}$$
$$\Leftrightarrow n = \frac{1}{3} \log_2 y_n$$
$$\Leftrightarrow 3n = \log_2 y_n$$
$$\Leftrightarrow 2^{3n} = y_n$$

Von der Definition 2.18 des Buches wissen wir dass $K(y_n) = K(Bin(y_n))$ gilt. Somit definieren wir ein $a_n = Bin(y_n) = 1(0)^{2^{3n}-1}$
Wir definieren die Zahlenfolge $y_1, y_2, y_3...$ durch $y_n = 2^{3n}$ für alle $n \in \mathbb{N} - 0$. Offenbar gilt $y_n < y_{n+1}$ und $n = \log_2 \sqrt[3]{y_n}$ für alle n.