

# D1 – GRAVITATION

30 mai 2021


Corentin Naveau & Simon Jeanne

## Niveau : L2

### Prérequis



### Expériences

 Chute réglette

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Loi de la gravitation</b>	<b>2</b>
1.1	Kepler . . . . .	2
1.2	Newton . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Problème à deux corps</b>	<b>2</b>
2.1	Loi des aires . . . . .	3
2.2	Potentiel effectif . . . . .	3
2.3	Aspect énergétique : géométrie de la trajectoire . . . . .	3
2.4	Lien entre énergie, période et demi-grand axe . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Pour aller plus loin</b>	<b>3</b>
3.1	Problème à trois corps . . . . .	3
3.2	Les marées . . . . .	3
3.3	Gravitation relativiste . . . . .	3

Des cours avec le détail des calculs [ici](#) et [ici](#).

## 1 Loi de la gravitation

### 1.1 Kepler

En 1619, Kepler publie ça célèbre 3ème loi : celle des périodes. Elle stipule que, dans le Système Solaire, les périodes des planètes sont reliées à leurs distance au Soleil par la loi :

$$\frac{r^3}{T^2} = k = \text{const} \quad (1)$$

### 1.2 Newton

En 1687, dans *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, Newton publie ça loi de la gravitation. Il remarque que, d'après la loi de Kepler, les planètes subissent une accélération centrale de la forme :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -r\dot{\theta}^2 = -r\frac{4\pi^2}{T^2}\vec{u}_r = -\frac{4\pi^2k}{r^2}\vec{u}_r \quad (2)$$

#### Expérience quantitative

Le même type d'accélération se produit-il pour les objets autour de la Terre ? La Lune, située à 384000 km, subit une accélération de  $-4\pi^2r/T^2 = -0.0027 \text{ m/s}^2$ . Une pomme à la surface (6400km du centre) subit aussi une accélération : si on la lâche, elle tombe. Observons la chute d'une règlette trouée devant un capteur relié à une carte d'acquisition LatisPro. La feuille de calcul (voir le fichier LatisPro joint) permet de convertir le signal reçu en une mesure position/temps de la règlette. On peut ensuite utiliser ces mesures pour estimer l'accélération subit par la règlette (voir feuille de calcul).

On trouve une accélération de  $9.8 \text{ m/s}^2$ . La règlette est 60 fois plus proche de centre de la Terre que la Lune, et elle subit une accélération 3600 fois plus forte.

La chute d'un objet sur Terre, la rotation de la Lune autour de la Terre et celles des planètes autour du Soleil semblent tous découler d'une même loi physique.

Tout se passe comme si les planètes subissaient une force centrale évoluant comme l'inverse de la distance au carré. D'après la seconde loi de Newton :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad (3)$$

Comme l'accélération subit par les astres ne semble pas dépendre de leur masse, on en déduit que ici, la force doit être proportionnelle à la masse. On a donc :

$$\vec{F} \propto -\frac{m}{r^2}\vec{u}_r \quad (4)$$

La troisième loi de Newton nous dit que la force exercée par la Terre sur la pomme est égale à la force exercé par la pomme sur la Terre. Il faut donc symétriser notre équation. On obtient que deux masses  $m_1$  et  $m_2$  exerce l'une sur l'autre une force attractive de la forme :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\vec{u}_{1 \rightarrow 2} \quad (5)$$

Où  $G$  est la constante de gravitation. Cette dernière ne sera mesurée qu'en 1798 par Henry Cavendish. Elle est évaluée à  $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$

## 2 Problème à deux corps

Soit deux corps de masse respective  $m_1$  et  $m_2$  s'attirant mutuellement.

On se place dans le référentiel du centre de masse (on montre facilement que le centre de masse ne subit pas d'accélération, ce référentiel est donc galiléen).

On pose  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  Par loi des barycentre, on a  $\vec{r}_1 = -m_2/(m_1 + m_2)\vec{r}$  ainsi que  $\vec{r}_2 = m_1/(m_1 + m_2)\vec{r}$ .

On applique la force de gravitation sur le vecteur  $\vec{r}$ . On obtient, avec  $\mu$  la masse réduite :

$$\mu \ddot{\vec{r}} = -\frac{Gm_1m_2}{\|\vec{r}\|^2}\vec{u}_r \quad \mu = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

Nous nous sommes ramené au problème dans corps subissant une force centrale.

Voir les pdf des calculs pour le détail.

## 2.1 Loi des aires

Voir pdf

## 2.2 Potentiel effectif

Voir pdf

## 2.3 Aspect énergétique : géométrie de la trajectoire

Voir pdf

## 2.4 Lien entre énergie, période et demi-grand axe

On retrouve Kepler, voir pdf

## 3 Pour aller plus loin

### 3.1 Problème à trois corps

Particule de masse négligeable orbitant autours de deux corps. Point de Lagrange

### 3.2 Les marées

### 3.3 Gravitation relativiste