

D8 – PHÉNOMÈNES DE TRANSPORT

24 juin 2021

Corentin Naveau & Simon Jeanne

Niveau : L2

Prérequis

- Équilibre thermodynamique
- Navier-Stokes
- Écoulement laminaire

Expériences

- ☞ diffusion d'une goutte d'encre dans de l'eau froide et chaude
- ☞ diffusion de la chaleur dans les métaux
- ☞ diffusion du glycérol dans l'eau
- ☞ Expérience de Stokes
- ☞ Convection ?

Table des matières

1	Transport microscopique : la diffusion	2
1.1	Modèle de la marche aléatoire	2
1.2	Équation de diffusion	2
1.3	Courant de diffusion	3
1.4	Expérience : diffusion du glycérol dans l'eau	3
2	Les lois de diffusion	3
2.1	Les autres lois de diffusions	3
2.1.1	Diffusion thermique	3
2.1.2	Diffusion de la quantité de mouvement	4
2.2	Propriétés des lois de diffusion	4
3	Transport macroscopique : l'advection	4
3.1	Transport d'une quantité scalaire par un fluide	4
3.2	Cas de la convection	5

Introduction

Nous n'avons vu en cours de thermodynamique qu'un système tend vers des états particuliers que nous nommons états d'équilibre. Ainsi, si on place un système chaud (une maison) dans un thermostat froid (l'atmosphère), nous avons vu que la température du système tend vers celle du thermostat. Il y a donc un transport de la chaleur du système vers l'extérieur.

Observons cela de manière qualitative. Plaçons une goutte d'encre dans de l'eau. A l'équilibre thermodynamique, l'encre est répartie uniformément dans l'eau, mais cet état n'est pas atteint instantanément. A l'inverse, la goutte s'étale particulièrement lentement (mais elle s'étale quand même). On agite le bêcher. La goutte se répartie alors très rapidement, l'état d'équilibre est vite atteint.

Nous venons qualitativement de mettre en évidence deux mécanismes de transport de l'encre. L'un, lent, à lieu spontanément même en l'absence de courant macroscopique. On parle de diffusion. Le second, plus rapide, advient en présence de courant macroscopique, lorsqu'on remue le milieu. On parle d'advection.

Ce sont ces mécanismes que nous allons étudier aujourd'hui.

1 Transport microscopique : la diffusion

1.1 Modèle de la marche aléatoire

Concentrons nous d'abord sur la diffusion. Comme l'étalement de la goutte d'encre se produit sans courant macroscopique, c'est que le phénomène de diffusion prend sa source à l'échelle microscopique.

Supposons un modèle simple. On suppose que les molécules d'encres se déplacent en ligne droite, jusqu'à ce qu'elle rencontre une autre molécule du milieu. La molécule d'encre repart alors dans une direction aléatoire. Chaque molécule d'encre dispose d'un libre parcours moyen λ et d'un temps entre deux collisions τ . Ce modèle est celui de la marche aléatoire.

Plaçons une molécule d'encre à l'origine. A chaque itération, elle parcourt une distance λ dans une direction aléatoire isotrope.

D'après le théorème centrale limite, au bout d'un grand nombre de pas, la fonction de probabilité de présence de la molécule d'encre sera une loi normale centrée sur l'origine (car la direction est tirée aléatoirement, l'espérance d'un pas est donc le vecteur nul) et d'écart type égal à $\sqrt{n}\sigma_p$, avec σ_p l'écart type d'un seul pas.

Après normalisation on obtient, avec ρ la distance à l'origine est d la dimension (en général 3) :

$$\psi(\rho, t) = \left(2\pi \frac{t\lambda^2}{\tau d}\right)^{-d/2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{\frac{2t\lambda^2}{\tau d}}\right) \quad (1)$$

Remarque : $n = t/\tau$ et $\sigma_p = \lambda/\sqrt{d}$, on obtient ce résultat en calculant la variance d'une coordonnée sur une sphère :

$$\sigma_z^2 = \int (\lambda \cos(\theta))^2 \frac{\sin(\theta)d\theta d\phi}{4\pi}$$

Ainsi, si on place une goutte d'encre contenant N molécule à l'origine à l'instant $t = 0$, celle-ci va s'étaler au cours du temps. La concentration de molécules à un endroit et un instant donné est donnée par :

$$= N\psi(\rho, t) \quad (2)$$

La taille caractéristique de la goutte grandit en $\lambda\sqrt{t/d\tau}$. On comprend pourquoi ce phénomène est lent : plus la goutte est étalée, moins la diffusion est efficace !

1.2 Équation de diffusion

Notre modèle de la marche aléatoire est simple, mais il nous permet néanmoins d'avoir une idée des processus de diffusion. Nous cherchons désormais à obtenir une formulation plus universelle, et surtout plus pratique à utiliser, de la diffusion. Pour cela, cherchons à quelle équation différentielle répond notre modèle de marche aléatoire.

Dérivons par rapport au temps :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{d}{2t}c(\rho, t) + \frac{\rho^2}{\frac{2t^2\lambda^2}{\tau d}}c(\rho, t)$$

Dérivons par rapport à l'espace :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(-c(\rho, t) \frac{x}{\frac{t\lambda^2}{\tau d}} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial x} &= \frac{-1}{\frac{t\lambda^2}{\tau d}} c(\rho, t) + \left(\frac{x}{\frac{t\lambda^2}{\tau d}} \right)^2 c(\rho, t) \\ \Delta c &= \frac{-d}{\frac{t\lambda^2}{\tau d}} c(\rho, t) + \frac{\rho^2}{\frac{t^2\lambda^4}{\tau^2 d^2}} c(\rho, t)\end{aligned}$$

On identifie immédiatement :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\lambda^2}{2d\tau} \Delta c \quad (3)$$

$\frac{\lambda^2}{2d\tau}$ est appelé le coefficient de diffusion (souvent noté D). C'est une grandeur en mètre carré par seconde. On peut l'interpréter comme la vitesse d'augmentation de la surface du volume occupé par la goutte au cours du temps.

1.3 Courant de diffusion

On peut se demander quel est la densité de courant de particule \vec{j} .

On écrit la conservation de la quantité de matière :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (4)$$

$$D\Delta c + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (5)$$

$$D\vec{\nabla} c + \vec{j} = 0 \quad (6)$$

$$\vec{j} = -D\vec{\nabla} c \quad (7)$$

1.4 Expérience : diffusion du glycérol dans l'eau

Nous avons déterminé une loi de la diffusion locale à partir en extrapolant depuis un modèle physique simple. Nous allons à présent chercher à vérifier cette loi expérimentalement. Voir Jolidon p405 et suivante.

On montre peut montrer qualitativement la diffusion thermique dans les métaux à l'aide du conductoscope p102.28 (cf TP électromagnétisme p60).

2 Les lois de diffusion

Nous venons de montrer l'équation de diffusion dans le cas d'une diffusion de particules.

Mais cette équation se trouve de manière analogue dans d'autres domaines de la physique.

2.1 Les autres lois de diffusions

2.1.1 Diffusion thermique

La loi de Fourier nous donne le flux que le flux de chaleur $\vec{j}_Q = -\kappa \vec{\nabla} T$.

La conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}_Q = 0 \quad (8)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \kappa \Delta T = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \Delta T \quad (10)$$

On retrouve bien une équation de diffusion avec le coefficient de diffusion $D_{th} = \frac{\kappa}{\rho c}$.

2.1.2 Diffusion de la quantité de mouvement

Prenons l'exemple d'un écoulement couette plan (mouvement uniquement selon l'axe x). L'équation de Navier-Stokes se ré-écrit :

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \nu \rho \Delta \vec{u} \quad (11)$$

avec ν la viscosité cinématique. On reconnaît une équation de diffusion de la quantité de mouvement $\rho \vec{u}$

Code : On montre l'animation de la leçon "Notion de viscosité d'un fluide. Écoulements visqueux" .

	Diffusion de particules	Diffusion thermique	Diffusion de quantité de mouvement	Conduction électronique
Équation de conservation locale	$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_n = 0$	$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_Q = 0$	$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} + \text{div} \left(\frac{d\vec{F}_t}{ds} \right) = 0$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_e = 0$
Loi de réponse linéaire	$\vec{j}_n = -D \text{grad} n$ Loi de Fick	$\vec{j}_Q = -\kappa \text{grad} T$ Loi de Fourier	$\frac{d\vec{F}_t}{ds} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \vec{e}_x$ Loi de Newton	$\vec{j}_e = -\sigma \text{grad} V$ Loi d'Ohm
Coefficient de Transport	D (m ² /s) Diffusivité	κ (W/m/K) Conductivité thermique	η (Pa.s) Viscosité dynamique	σ (S/m) Conductivité électrique
Coefficient de diffusion	D (m ² /s)	$D_{th} = \kappa / \rho c$ (m ² /s)	$\nu = \eta / \rho$ (m ² /s)	
Équation de diffusion	$\frac{\partial n}{\partial t} = D \Delta n$	$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th} \Delta T$	$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nu \Delta \vec{v}$	

2.2 Propriétés des lois de diffusion

• Intuitivement, on se dit que la diffusion traduit un phénomène irréversible : la chaleur diffuse du chaud vers le froid, et non l'inverse !

Cela se traduit par une brisure de symétrie temporelle : si on fait le changement de variable $t' = -t$, on obtient :

$$\frac{\partial f}{\partial t'} = -\frac{\partial f}{\partial t} = -D \Delta f \quad (12)$$

L'équation de diffusion n'est pas conservé par inversion du temps.

• Le temps caractéristique de diffusion sur une distance L vaut $\tau = L^2/D$. On retrouve notre vitesse d'agrandissement de la goutte en \sqrt{t} .

3 Transport macroscopique : l'advection

3.1 Transport d'une quantité scalaire par un fluide

Que se produit-il si le fluide subit un mouvement macroscopique ? Suivons une particule fluide. Celle-ci échange avec l'extérieur par courant de diffusion et, par ailleurs, elle se déplace à une vitesse \vec{u} . On sait que la dérivée lagrangienne $d/dt = \partial/\partial t + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}$.

Appliquons ceci à, par exemple, la température :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})T = \kappa \Delta T \quad (13)$$

Le rapport entre l'efficacité de l'advection et de la diffusion :

$$\frac{\text{advection}}{\text{diffusion}} = \frac{VL}{D} \quad (14)$$

Ainsi, dans le cas de la goutte d'encre dans l'eau ($D \simeq 10^{-8}$), l'advection est largement plus efficace que la diffusion, même à faible vitesse. Il faut donc bien touiller pour mélanger.

Remarque : en appliquant cette comparaison pour la diffusion de la quantité de mouvement, on retrouve le nombre de Reynolds !

Remarque : Si on ne considère que le terme d'advection, alors l'équation de transport se conserve par inversion du temps. L'advection est donc réversible (c'est pour cela que l'étalement d'une goutte dans un système couette cylindre est réversible : le transport de la goutte par advection est très dominant devant sa diffusion).

Expérience : On réalise l'expérience de Stokes (TP divers p22). Le transport de la quantité de mouvement est dominé par la diffusion (écoulement laminaire, dissipation d'énergie) tandis que le transport de la goutte d'encre est dominé par l'advection (réversible) !

3.2 Cas de la convection

La convection est un cas particulier d'advection dû à la combinaison de deux phénomènes : la dilatation d'un fluide avec la température, et la poussée d'Archimède.

Ainsi, si on place une source chaude en bas, et une source froide en haut, le fluide en bas chauffe, se dilate et remonte, entraînant la chaleur avec lui. Arrivé en haut, il se refroidit, se contracte et replonge.

C'est pour cela qu'on réchauffe les casseroles par le bas, et qu'on refroidit les frigo par le haut !

Matériau	D_{th} ($\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$)	κ ($\text{W cm}^{-1} \text{K}^{-1}$)
Air	0,23	$0,26 \times 10^{-3}$
Eau (0 °C)	$0,15 \times 10^{-2}$	$0,56 \times 10^{-2}$
Argent	1,72	4,18
Cuivre	1,2	4,1
Aluminium	0,97	2,4
Fer	0,23	0,8
Verres	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{-2}$
Bois	$\sim 10^{-3}$	$\sim 10^{-3}$

Table 4 – Coefficients de diffusion thermique et de conductivité thermique dans quelques matériaux. *✶ Diu, Thermodynamique.*

Type de transport	Vitesse	Distance parcourue en 1 s (m)
Diffusion (eau liquide)	mal définie, mais $l \sim \sqrt{Dt}$	10^{-4}
Diffusion (aluminium)	mal définie, mais $l \sim \sqrt{Dt}$	10^{-2}
Advection (soupe)	$v_{\text{milieu}} \sim 10^{-1} \text{ m s}^{-1}$	10^{-1}
Advection (chute d'eau)	$v_{\text{milieu}} \sim gt$	5

Table 5 – Vitesse de transport de l'énergie selon différents moyens de transport.

Conclusion

Dans cette leçon, nous avons vu deux types de transports différents : la diffusion, liée aux interactions microscopiques, irréversibles ; et l'advection, liée aux mouvements macroscopiques et réversibles.

Dans une prochaine leçon, nous résoudrons l'équation de diffusion pour certaines géométries particulières. Nous étudierons ainsi comment améliorer l'isolation thermique d'une maison, ou à l'inverse améliorer le refroidissement d'un moteur/ordinateur.

Nous verrons également plus tard un autre type de transport : le rayonnement.

Expérience diffusion glycérol

Entre l'eau pure et le mélange eau/glycérol à 50/50, $\Delta n = 0.065 \pm 0.004$

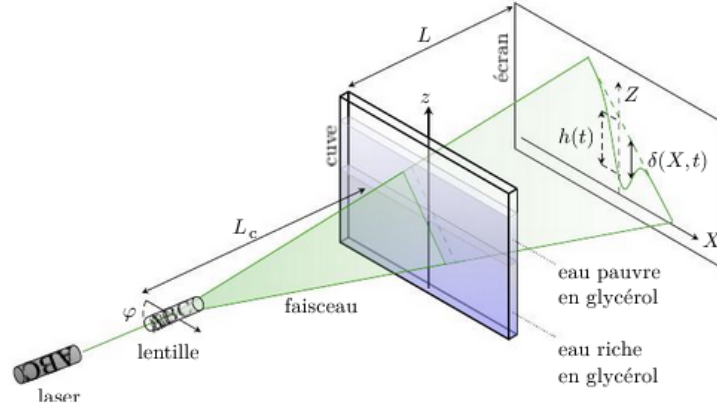


Fig. 1 Principe de l'expérience. Un laser envoie un pinceau lumineux sur une lentille cylindrique qui l'élargit. La nappe lumineuse traverse la cuve et est d'autant plus réfractée vers le bas que le gradient de concentration est important. On observe sur l'écran une droite pour un mélange homogène (ligne tiretée), à laquelle se superpose le profil gaussien de gradient de concentration pour un mélange hétérogène (ligne continue). Le liquide initial se compose d'un mélange eau-glycérol en dessous, et d'eau pure en dessus, qui diffusent ensuite l'un dans l'autre.

- L'indice de réfraction $n(z, t)$, que l'on suppose réel, varie selon une loi affine avec la concentration locale, soit

$$n(z, t) = [1 - c(z, t)] n_e + c(z, t) n_m. \quad (7)$$

Lien entre déviation et profil de concentration Dans le cadre de l'optique géométrique, un rayon lumineux de vecteur directeur unitaire \mathbf{u} se propageant dans un liquide d'indice n est dévié vers les régions de fort indice, tel que [13]

$$\nabla n = \frac{d(n\mathbf{u})}{ds}, \quad (8)$$

où s désigne l'abscisse curviligne suivant le rayon lumineux. Comme l'angle de déviation est faible, ∇n peut être considéré constant sur le trajet du rayon lumineux. Les rayons de la nappe lumineuse frappent la cuve avec une inclinaison par rapport à sa normale $\theta(z)$ qui dépend de l'altitude z . Suite à cette inclinaison, l'angle de déviation α des rayons en sortie de cuve est translaté de $\theta(z)$. Toutefois, cet effet géométrique n'a pas d'influence sur la mesure tant que l'on compare la trace lumineuse sur l'écran à la trace du faisceau non dévié, tous deux étant décalés d'une même distance indépendante du temps.

Considérons donc un rayon en incidence normale (Fig. 2). La projection de l'Éq. (8) selon z donne, après intégration sur l'abscisse curviligne, $e(\partial n / \partial z) \simeq n(\mathbf{u}(s_2) - \mathbf{u}(s_1)) \cdot \mathbf{e}_z = -n \sin \beta$, où s_1 repère l'entrée du rayon dans le liquide, et s_2 la sortie. La traversée dans le verre en sortie de la cuve introduit un décalage sur l'écran petit devant l'épaisseur du verre et a fortiori devant la déviation verticale de la trace lumineuse sur l'écran : nous le négligeons donc. La loi de Snell-Descartes appliquée à l'interface effective liquide-air en sortie de cuve, donne alors $\sin \alpha = n \sin \beta$. En injectant l'Éq. (7), et sachant que $\alpha \ll 1$, il vient finalement

$$\alpha \simeq -e(n_m - n_e) \frac{\partial c}{\partial z}. \quad (9)$$

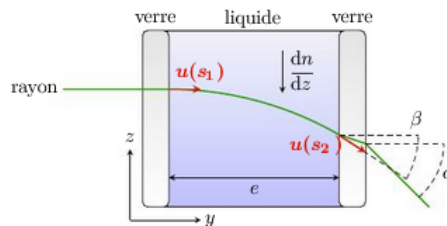


Fig. 2 Un rayon en incidence normale et traversant la cuve est dévié dans le sens du gradient d'indice, c'est-à-dire vers le bas, riche en glycérol. Les angles β et α (positifs) mesurent la déviation du rayon après traversée de la couche liquide d'épaisseur e , et après traversée de l'interface verre/air, respectivement.

Profil du faisceau lumineux La proportion en mélange eau-glycérol $c(z, t)$ obéit à l'équation de diffusion à une dimension

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}. \quad (10)$$

En nous inspirant de la Réf. [14], montrons comment résoudre simplement cette équation, en cherchant les solutions sous la forme d'une fonction $f(u) = c(z, t)$ de la seule variable adimensionnée du problème : $u = z/\sqrt{Dt}$ (voir la Sec. 1.3). Les dérivées partielles s'expriment en fonction de f suivant $\partial c/\partial t = -uf'(u)/2t$ et $\partial^2 c/\partial z^2 = f''(u)/Dt$, pour réécrire l'Éq. (10) sous la forme d'une équation différentielle ordinaire

$$f''(u) = -\frac{u}{2} f'(u). \quad (11)$$

Cette équation s'intègre en $f'(u) = A \exp(-u^2/4)$, puis en

$$f(u) = B + A \int_0^u \exp(-v^2/4) dv, \quad (12)$$

où A et B sont des constantes à déterminer en fonction du profil initial et des conditions aux limites. Nous supposons qu'à l'instant initial, l'interface entre le mélange du fond de cuve et l'eau est nette, soit $c(z > 0, 0) = 0$ et $c(z < 0, 0) = 1$. Cette condition initiale revient à imposer

$$\begin{cases} f(+\infty) = B + A\sqrt{\pi} = 0 \\ f(-\infty) = B - A\sqrt{\pi} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 1/2 \\ A = -1/2\sqrt{\pi} \end{cases}. \quad (13)$$

En reliant $\alpha(z, t)$ à $f'(u)$ via l'Éq. (9), on obtient finalement

$$\alpha(z, t) = \frac{e(n_m - n_e)}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp(-z^2/4Dt). \quad (14)$$

La fonction de l'Éq. (14) vérifie des conditions aux limites libres : $\alpha(\pm\infty, t) = 0$. Ces conditions sont compatibles avec l'expérience, parce que les molécules qui diffusent n'atteignent le bord (haut ou bas) de la cuve, de hauteur $H \simeq 5$ cm, qu'au bout d'un temps typique H^2/D supérieur à plusieurs dizaines de jours, ce qui est très grand devant la durée de l'expérience (quelques heures).

Nous suivons sur l'écran le point de la trace issu du rayon de déviation maximale $\alpha(0, t)$, qui est le point dont la position évolue selon la loi la plus simple. L'écran se situe à une distance L de la face de sortie de la cuve. La distance verticale maximale $h(t) \simeq L\alpha(0, t)$ entre la trace réelle et la trace non déformée (droite tiretée de la Fig. 1), a donc pour expression

$$h(t) = \frac{eL(n_m - n_e)}{\sqrt{4\pi Dt}}. \quad (15)$$

En pratique, on ne peut pas repérer facilement ce point de déviation maximale, contrairement au point le plus bas du profil. On trace donc, au tout début de

3 Mesure du coefficient de diffusion

3.1 Protocole

- Préparer un mélange eau-glycérol de fraction massique en glycérol d'environ 50%, puis homogénéiser le mélange. Si l'on dispose d'un réfractomètre, mesurer son

indice de réfraction n_m . Dans le cas contraire, se reporter à la Fig. 3.

Si l'on se sert de valeurs tabulées d'indice, il faut choisir un laser de longueur d'onde la plus proche possible de la raie D du sodium (589 nm).

- Placer une mince cuve en verre sur un support élévateur, après avoir mesuré l'épaisseur interne e au pied à coulisse. La remplir à moitié avec de l'eau distillée.
- Éclairer la cuve avec un laser dont le faisceau, initialement horizontal, s'étale en une nappe oblique au passage d'une lentille cylindrique (simple cylindre allongé de plexiglas ou de verre), inclinée d'environ 45° par rapport à l'horizontale (Fig. 1).
- Disposer un écran après la cuve, et mesurer la distance L le séparant de la face de sortie de la cuve. La hauteur $h(t)$ augmente avec L , en vertu de l'Éq. (15) : on choisira donc une distance de l'ordre du mètre, ce qui donne une déviation sur l'écran d'une dizaine de centimètres.

Il est possible que la trace du faisceau sur l'écran ne soit pas nette. On peut éliminer en partie l'éclairement parasite en disposant une fente entre la lentille cylindrique et la cuve pour réduire légèrement l'épaisseur de la nappe laser, tout en évitant de la diffracter.

- Fixer une feuille de papier millimétré sur l'écran et y tracer à la règle la droite matérialisant la trace de la nappe laser non déviée.
- À l'aide d'une seringue terminée par un tuyau souple, ajouter délicatement le mélange eau-glycérol au fond de la cuve. Pour assurer l'incidence normale des rayons de déviation maximale, on veillera à ce que l'interface soit à la même hauteur que la lentille cylindrique. La trace du faisceau se déforme fortement près de l'interface. Attendre quelques minutes que l'interface se stabilise et que la trace du faisceau redevienne nette.
- Déclencher le chronomètre, et tracer la droite verticale passant par le point le plus bas du profil.
- Relever régulièrement la position de l'intersection entre le profil sur l'écran et la droite verticale, typiquement toutes les 10 min la première heure, puis toutes les 20 min au-delà.

Avec certains appareils numériques, il est possible de déclencher une photographie à intervalles réguliers. En posant l'appareil sur un trépied et en disposant une échelle de longueur sur l'écran (on prendra garde à la parallaxe), on évite le repérage manuel des points sur l'écran.

3.2 Résultats

L'allure de la trace observée sur l'écran au cours du temps t_{exp} écoulé depuis le premier point de mesure est représentée en Fig. 4. D'après l'Éq. (15), la hauteur h varie comme $1/\sqrt{t}$, où t désigne le temps écoulé depuis le début de la diffusion. Cependant, dans l'analyse théorique nous avons choisi l'origine des temps de sorte qu'à l'instant initial, le profil de concentration est un échelon parfait, ce qui ne coïncide pas avec le début de l'expérience. Il est donc plus pertinent de représenter t_{exp} en fonction de $1/h^2$, en admettant l'existence d'une ordonnée à l'origine. Les incertitudes de repérage en temps et position sont $\Delta t_{\text{exp}} = 3 \text{ s}$ et $\Delta h = 1 \text{ mm}$, respectivement. En ajustant les points expérimentaux de la Fig. 5 par une loi affine

$t_{\text{exp}} = a/h^2 + b$, nous obtenons les paramètres optimaux $b = -(49,9 \pm 0,4) \text{ min}$ et $a = (1,785 \pm 0,009) \times 10^2 \text{ s} \cdot \text{m}^2$. Par ailleurs, on a $\chi^2_{\text{red}} \simeq 0,5$, ce qui valide la loi (15).

Le coefficient de diffusion du mélange eau-glycérol dans l'eau pure s'obtient à partir de la pente a de l'ajustement suivant l'Éq. (15), soit $D = (eL(n_m - n_e))^2 / 4\pi a$. La distance écran-cuve est mesurée au mètre ruban, et vaut $L = (1,49 \pm 0,02) \text{ m}$, où l'incertitude prend en compte le non-parallélisme de l'écran par rapport à la face de sortie de la cuve. L'épaisseur interne de la cuve est mesurée au pied à coulisse et vaut $e = (11,29 \pm 0,05) \text{ mm}$. Il vient alors

$$D = (5,3 \pm 0,5) \times 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (18)$$

Cette valeur est cohérente avec les mesures réfractométriques [11] et les résultats des expériences de dispersion de Taylor [10]. En revanche les expériences plus précises d'interférométrie obtiennent un coefficient $D_{\text{tab}} = 3,95 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ pour un mélange à 50 % en masse de glycérol à 25°C [10]. L'ordre de grandeur est correct, mais nous surestimons le coefficient de diffusion par rapport aux mesures interférométriques. Quelques arguments sont proposés en Sec. 3.3 pour discuter des causes possibles de cet écart.