

D21 – ABSORPTION ET ÉMISSION DE LA LUMIÈRE

21 juin 2021

Corentin Naveau & Simon Jeanne

Niveau : L2

Prérequis

- Ensemble canonique et grand canonique
- Niveau d'énergie de l'atome d'hydrogène
-
-

Expériences

- ☞ Vérification de la loi de Beer-Lambert
- ☞ Mesure de la constante de Rydberg
- ☞ fluorescence d'une plaque CCM sous lampe UV

Table des matières

1	Un problème historique : le corps noir	2
1.1	Présentation du problème	2
1.2	Modélisation	2
1.3	Approche continue	2
1.4	Quantification du photon	2
2	Lumière et matière	2
2.1	Absorption, émission spontanée et stimulée	3
2.2	Les coefficient d'Einstein	3
2.3	Laser	3
2.4	Fluorescence et phosphorescence	3

Introduction

Les photons sont des bosons : contrairement aux fermions, leur nombre n'est pas conservé : il peut y avoir création et destruction de photon.

Ainsi, si on chauffe le filament d'une ampoule, des photons sont créés. A l'inverse, si on fait passer de la lumière à travers une solution de sulfate de cuivre (ou tout autre complexe, colorant, etc...), certains photons sont absorbés. Cette absorption nous permet d'ailleurs de mesurer la concentration de matière grâce à la loi de Beer-Lambert.

Aujourd'hui, nous allons étudier ces phénomènes d'absorption et d'émission de la lumière.

Remarque : "Quoi! mais pendant une désintégration β^- , un électron est produit!" - Certes, mais également un anti-neutrino électronique. La nombre quantique leptonique électronique $L_e = 1 + (-1) = 0$ est conservé.

1 Un problème historique : le corps noir

Voir les photos pour les calculs.

1.1 Présentation du problème

On définit un corps noir de la manière suivante : il s'agit d'un corps qui absorbe parfaitement la lumière, à toute les longueurs d'onde. Le corps est ainsi chauffé, et il ré-émet des photons par rayonnement thermique.

On suppose par ailleurs un système fermé : les photons ne sortent pas du corps. Il y a ainsi un équilibre thermodynamique entre le corps et le gaz de photon à la température T .

Dans les fait, les atomes situés à la surface du corps émettent vers l'extérieur : c'est le rayonnement du corps noir. C'est d'ailleurs ce rayonnement que nous pouvons mesurer. On suppose que la perte d'énergie dû à cette émission est très lente devant la vitesse de mise à l'équilibre thermodynamique.

1.2 Modélisation

Boite carrée de taille L à la température T , remplie d'ondes stationnaires / gaz de photon. On cherche à caractériser ce gaz de photon.

On présente la densité d'état lié à la quantification de du vecteur d'onde k . Pour connaître densité spectrale d'énergie $u(\omega, T)$, il suffit de multiplier l'énergie $\hbar\omega$ par le nombre d'état $\rho(\omega)$ et par le taux d'occupation de ces états.

Mais quelle est ce taux ?

1.3 Approche continue

On fait le calcul en supposant que tout les taux d'occupation sont accessibles.

Passer directement par la moyenne de l'énergie dans un mode plutôt que de faire énergie d'un photon fois nombre de photon (non entier ici) dans le mode. Cela évite de faire apparaître des h alors qu'on a encore rien quantifié!

On trouve la Loi de Rayleigh-Jeans et sa catastrophe ultraviolette!

1.4 Quantification du photon

Un mode ne peut plus contenir n'importe quelle quantité d'énergie, mais seulement $p\hbar\omega$, avec p un entier.

On retrouve la loi de Planck!

Expérience : on peut tenter de vérifier la loi de Stefan $P \propto T^4$ grâce à une lampe...

2 Lumière et matière

Nous venons d'introduire la quantification du photon! Mais aujourd'hui, nous savons que le photon n'est pas seul à être quantique, c'est aussi le cas de toute la matière.

Par conséquent, on peut s'attendre à ce que les processus d'émission est d'absorption de la lumière par un atome ou une molécule soient aussi quantique.

2.1 Absorption, émission spontanée et stimulée

Les électrons autour d'un noyau peuvent peupler différents état d'énergie. Si un électron se trouve sur un niveau $E_2 > E_1$, il pourra spontanément passer au niveau E_1 en libérant un photon $h\nu = \Delta E$.

De même, si un photon de la bonne énergie passe par là, il pourra l'absorber pour passer de l'état 1 à l'état 2.

Enfin, l'émission peut être stimulée si un photon de même énergie passe : l'électron va changer de niveau en émettant un photon de même énergie, direction et polarisation.

Ainsi, si on étudie des atomes d'hydrogène, donc les états sont d'énergie $E_n = -R_\infty/n^2$, on devrait voir des raies d'émission à des longueurs d'onde $1/\lambda_{nm} = R_H(1/n^2 - 1/m^2)$ avec $R_H = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

Expérience : mesure de la constante de Rydberg (Tp optique p49).

Mesure de la constante de Rydberg

✎ Sextant, poly de TP, la plupart des bouquins d'optique ☹ 10 min

On focalise la lumière de la lampe à hydrogène (P1.15/1) sur l'entrée d'un spectromètre (P17.24), on identifie les raies en sachant vaguement où elles doivent se trouver, et on les mesure précisément. Longueurs d'onde attendues :

- $\lambda_{n=3}^{tab} = 656,27 \text{ nm}$
- $\lambda_{n=4}^{tab} = 486,13 \text{ nm}$
- $\lambda_{n=5}^{tab} = 434,05 \text{ nm}$
- $\lambda_{n=6}^{tab} = 410,17 \text{ nm}$

La dernière ($n=6$) est plus difficile à observer en pratique, ça dépend de la résolution du spectromètre. N'oubliez pas de moyenner sur plusieurs acquisitions, d'augmenter le temps d'intégration sans saturer, etc, pour bien utiliser le spectro. On trace ensuite $\frac{1}{\lambda}$ en fonction de $\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}$. La valeur de la pente permet de remonter à la constante de Rydberg de l'hydrogène tabulée à :

- $R_H^{tab} = 1,09677 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

2.2 Les coefficients d'Einstein

2.3 Laser

Le principe d'un laser est le suivant : on fait faire des aller-retour à des photons entre deux miroirs (cavité Fabry-Perot). Les photons traversent un amplificateur. Une partie d'entre eux sont absorbés, une autre induit des émissions spontanées de photons identiques.

Si les émissions spontanées sont plus nombreuses que les absorptions, alors le signal est amplifié et on obtient une source lumineuse extrêmement cohérente : le Laser.

La distribution de Boltzmann impose que $N_2 < N_1$ dans un système à deux niveaux : ceux-ci ne peuvent pas amplifier le laser.

On utilise donc des systèmes à trois niveaux. On pompe (lampe flash, diodes lasers, pompage élec) les électrons du niveau 1 au niveau 3, et on choisit un milieu tel que l'émission spontanée de 3 vers 2 soit rapide. On peut ainsi obtenir une inversion de population : il y a plus d'électrons dans 2 que dans 1, le laser amplifie.

2.4 Fluorescence et phosphorescence

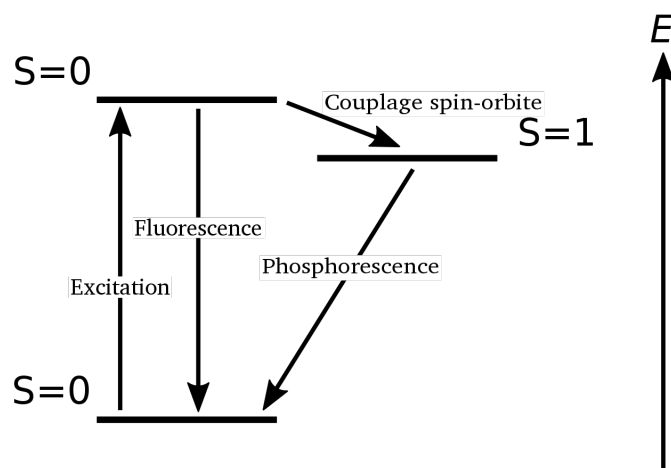
Lire la page wikipedia.

Expérience : fluorescence d'une plaque CCM sous lampe UV

Conclusion

Dans la leçon d'aujourd'hui, nous avons étudié les interactions matière/lumière. Ces propriétés sont extrêmement utiles pour étudier la matière, notamment en astrophysique, où la lumière est la seule donnée disponible !

La lumière permet en effet de déterminer les compositions, grâce aux raies d'absorptions et d'émission, ainsi que la température grâce au corps noir, de corps par ailleurs inaccessibles.



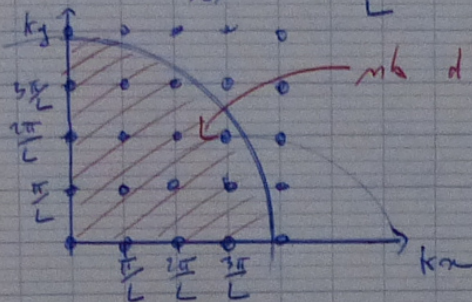
Corps noir

Soit une caverne $L \times L \times L$

→ à l'intérieur, il y a des ondes stationnaires

→ Contrainte sur les vecteurs d'ondes

$$\vec{k}_{n,j,k} = \frac{i\pi}{L} \vec{u}_x + j \frac{\pi}{L} \vec{u}_y + k \frac{\pi}{L} \vec{u}_z$$



nb d'états accessibles si $h\nu < h\nu_{\max}$

On pose $E_{\max} = \hbar c |\vec{k}_{\max}|$

On compte le nb d'états d'énergie inf à E_{\max} :

$$\mathcal{N}_{E < E_{\max}} = 2 \times \frac{1}{8} \times \frac{4\pi}{3} \left(\frac{E_{\max}}{\hbar c} \right)^3 \times \frac{1}{\left(\frac{\pi}{L} \right)^3}$$

polarisation

1/8 de sphère
($k_x, k_y, k_z > 0$)

$|\vec{k}_{\max}|$

volume
d'une maille
du réseau d'états

$$\mathcal{N}_{E < E_{\max}} = \frac{L^3}{3\pi^2 \hbar^3 c^3} E_{\max}^3 = \frac{L^3}{3\pi^2 c^3} \omega^3$$

→ On en déduit la densité d'état:

$$\left[\rho(E) = \frac{L^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3} E^2 \right] \quad \text{ou} \quad \left[\rho(\omega) = \frac{L^3}{\pi^2 c^3} \omega^2 \right]$$

→ On a densité d'énergie

$$u(\omega, T) = \frac{\rho(\omega)}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1} \times \hbar\omega \times \frac{1}{L^3} = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}$$

énergie de l'état

volume

loi de Planck

$$u(\nu, T) = 2\pi u(\omega, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\hbar\nu/k_B T} - 1}$$

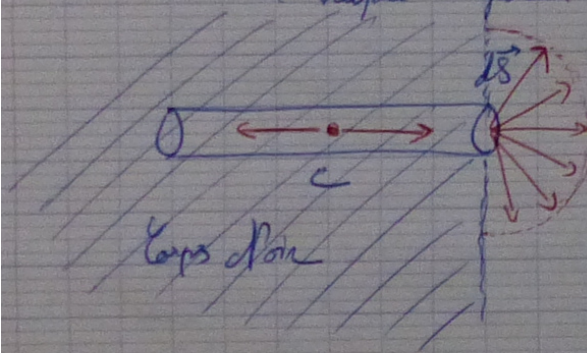
Loi de Planck

La luminance d'un corps noir :

$$L(\omega, T) = \frac{c}{4\pi} \nu(\omega, T) = \frac{hc\omega^3}{4\pi^3 c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc\omega}{k_B T}\right) - 1} \quad \text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}.\text{Hz}^{-1}$$

→ La lumière sortant d'un "trou" dS du corps noir en une seconde correspond à la lumière dans le volume $c dS$ sur deux (le moitié sort, l'autre va vers l'intérieur)

→ Cette lumière se répartit sur une demi-sphère de surface angulaire 2π sr



En longueur d'onde :

$$L(\lambda, T) = \frac{4\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} \quad \text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}.\text{m}^{-1}$$

Loi de Wien

$$\lambda_{\text{max}} T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$$

La puissance totale rayonnée par unité de surface

$$P = \sigma T^4 \quad \text{W.m}^{-2}$$

$$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$$

La constante de Stefan

Distribution de Bose-Einstein

Ensemble grand canonique appliqué à un état d'énergie E pouvant contenir $n=0$ à ∞ bosons

$$[-] = \sum_{l=0}^{+\infty} \exp\left(-\frac{(E-\mu)l}{k_B T}\right) = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right)}$$

$$J = U - TS - \mu N = -k_B T \ln [-]$$

$$J = k_B T \ln \left(1 - \exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right)\right)$$

$$dJ = -SdT - pdV - Nd\mu$$

$$\hookrightarrow N = -\frac{\partial J}{\partial \mu}$$

$$N = \frac{\exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right)}$$

$$N = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) - 1}$$

pour les photons, $\mu=0$

Approche sans quantification

$$P(N) \propto \exp\left(-\frac{EN}{k_B T}\right)$$

$$\langle N \rangle = \frac{\int_0^{+\infty} N \exp\left(-\frac{EN}{k_B T}\right) dN}{\int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{EN}{k_B T}\right) dN}$$

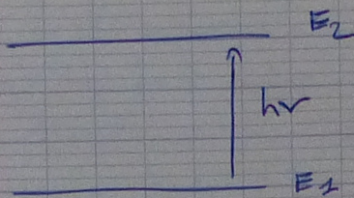
$$\langle N \rangle = \frac{k_B T}{E} \quad \left(\text{on a dans } \langle E \rangle = \frac{\int E \exp\left(-\frac{EN}{k_B T}\right) dN}{\int \exp\left(-\frac{EN}{k_B T}\right) dN} \text{ et } \langle E \rangle = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \langle N \rangle \right)$$

$$\rightarrow u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \left[\frac{k_B T}{\omega} \right] = \frac{\omega^2 k_B T}{\pi^2 c^3}$$

$$L(\omega, T) = \frac{k_B T}{4\pi^3 c^2} \omega^2 \rightarrow \text{"catastrophe U-V!"}$$

énergie dans le mode

Le même résultat mais il n'apparaît pas le ω dans le dénominateur

Coeff d' EinsteinPopulation dans 1: N_1 2: N_2

densité d'énergie

$$\text{absorption: } \frac{\partial N_1}{\partial t} \Big|_{\text{abs}} = N_1 \rho(\nu) B_{12}$$

$$\text{émission stim: } \frac{\partial N_2}{\partial t} \Big|_{\text{stim}} = -N_2 \rho(\nu) B_{21}$$

$$\text{émission spont: } \frac{\partial N_2}{\partial t} \Big|_{\text{spont}} = -N_2 A_{21}$$

à l'équilibre thermique, $\frac{dN_i}{dt} = 0$ et $\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right)$

$$\Rightarrow N_1 \rho(\nu) B_{12} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) N_1 (\rho(\nu) B_{21} + A_{21}) = 0$$

$$\Rightarrow \rho(\nu) = \frac{\frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) A_{21}}{B_{12} - \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) B_{21}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{\frac{g_1}{g_2} B_{12} \exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - B_{21}}}$$

$$\Rightarrow \text{On retrouve Planck avec } \frac{B_{12}}{B_{21}} = \frac{g_2}{g_1} \text{ et } A_{21} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{21}$$