

LP47 – MÉCANISMES DE LA CONDUCTION ÉLECTRIQUE DANS LES SOLIDES

30 mars 2016

Un conducteur, 75 chevaux dans le moteur et un âne au volant.

Paul Haddad & David Germain

ROLAND MAGDANE

Niveau : L3

Commentaires du jury

2014 Dans la présentation du modèle de Drude, les candidats doivent être attentifs à discuter des hypothèses du modèle, en particulier celle des électrons indépendants. Le jury se permet par ailleurs de rappeler aux candidats que les solides ne sont pas tous métalliques. Voir également le commentaire sur la leçon 29 [Ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs.].

2009, 2010 Dans cette leçon, il est important de bien distinguer les grandeurs microscopiques et les grandeurs moyennes.

2008 La conduction électrique dans les semi-conducteurs est en général présentée de manière très approximative.

2001 Si l'on utilise le modèle de Drude, on s'efforcera d'en préciser les limites. Une approche probabiliste peut être envisagée. La théorie quantique de la conduction peut être évoquée.

1997 Il est inadmissible de laisser croire à des élèves que le modèle de Drude, si respectable et si utile soit-il, s'applique réellement aux métaux et de ne pas évoquer les limites du modèle imposées par la mécanique quantique et le principe de Pauli. La confusion entre force de Lorentz et force de Laplace n'est pas davantage admissible.

1996 Trop peu de candidats réalisent que la relation $\vec{j} = \rho \vec{v}$ est une définition de la vitesse d'ensemble \vec{v} plutôt que de \vec{j} . Par ailleurs, trop de candidats se figurent que le modèle de Drude est une description suffisante de la réalité microscopique.

Bibliographie

- *Solid State Physics*, Ashcroft et Mermin
- *Bup 550*, A. Guinier et. al.

→ Quasiment tout le cours

→ Compléments cools, notamment sur les limites du modèle de Drude

Prérequis

- > Mécanique quantique ondulatoire
- > Force de Lorentz
- > Loi d'Ohm locale

Expériences

- 🔧 Mesure conductivité du cuivre

Table des matières

1	Modèle de Drude	2
1.1	Hypothèses du modèle	2
1.2	Mécanisme de conduction électrique et loi d'Ohm	3
1.3	Défauts du modèle	4
2	Amélioration du modèle	5
2.1	Théorie de Sommerfeld	5
2.2	Structure de bande	7
3	Conclusion	10

Introduction

Nous savons que certains matériaux conduisent le courant électrique alors que d'autre non. Jusqu'à présent, la capacité d'un matériau à conduire le courant était modélisée par des lois phénoménologiques comme la loi d'Ohm, $U = RI$. Au cours de cette leçon, nous allons comprendre microscopiquement l'origine de cette loi, et plus généralement les mécanismes qui régissent la conduction électrique dans les solides, que nous limiterons ici aux solides cristallins. A travers une étude historique, nous établirons différents modèles qui permettront d'affiner notre compréhension de ces mécanismes.

1 Modèle de Drude

Établi seulement 3 ans après la découverte de l'électron par J. J. Thomson, le modèle de Drude propose une première explication des mécanismes de conduction dans les solides, aussi bien électrique que thermique.

1.1 Hypothèses du modèle

✍ Ashcroft

Afin d'établir son modèle, Drude dû réaliser un certain nombre d'hypothèses.

- La conduction dans les métaux est alors déjà connue pour être portée par le mouvement des électrons. Afin de modéliser ce mouvement, on considère que ces derniers se comportent comme un gaz (on parle de *gaz d'électrons*), il est alors possible d'appliquer la théorie cinétique des gaz en utilisant une distribution de vitesse de type Maxwell-Boltzmann.
- Le métal étant globalement neutre, il ne peut être simplement constitué d'électrons. On considère ce dernier constitué alors d'ions positifs, lourds comparés aux électrons et donc supposés immobiles dans le métal, et d'électrons, légers et mobiles.
- Lorsque des atomes se rassemblent pour former un métal, ces derniers sont constitués de leur noyaux et de leurs électrons. Ces électrons sont séparés en 2 catégories que sont les *les électrons de cœurs*, proches du noyaux, et les *les électrons de valence*, à la périphérie du nuage électronique. On considère ici que les électrons participant aux mécanismes de conduction sont uniquement les électrons de valence, qui se sont séparés de leur noyau d'origine et peuvent se déplacer librement dans le métal.

Drude a également émis certaines hypothèses concernant les interactions que subissent les électrons constituant le métal. En effet, selon l'image de Drude, la diffusion des électrons par les ions ne se fait que par collision avec ces derniers, et ce n'est que durant ces collisions que les électrons peuvent changer de trajectoire. Entre les collisions, les électrons voyagent en ligne droite, jusqu'à la prochaine collision avec un autre ion.

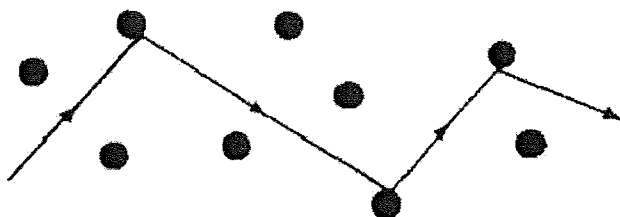


FIGURE 1 – Trajectoire d'un électron de conduction dans le modèle de Drude

Plusieurs interactions sont alors négligées. Tout d'abord, on néglige toutes les interactions électron-électron. On fait ce qu'on appelle l'*approximation des électrons indépendants*. De même, l'interaction des ions sur les électrons se résume à dire que les électrons sont confinés dans le métal. Toute autre interaction électron-ion entre chaque collision est négligée, on fait l'*approximation des électrons libres*. La trajectoire d'un électron peut toutefois être modifiée par l'action d'un champ extérieur. L'électron répond alors, entre 2 collisions, au principe fondamental de la dynamique.

Nous appellerons τ le temps moyen que passe un électron entre 2 collisions. Il en résulte que la probabilité de collision par unité de temps est $1/\tau$. Ce temps τ peut également être vu comme un temps de libre parcours moyen.

La thermalisation du métal ne se fait que via les collisions des électrons avec les ions. En effet, après chaque collision, l'électron émerge avec une vitesse indépendante de la vitesse qu'il avait avant la collision, de direction aléatoire, et dont

l'amplitude dépend de la température dominante au lieu de collision. Ainsi, plus la température du lieu de collision est grande, plus l'électron sera ré-émis avec une vitesse grande.

1.2 Mécanisme de conduction électrique et loi d'Ohm

✎ Bup 550

En électrocinétique, la loi d'Ohm est connue sous la forme suivante : $U = RI$ avec U la tension appliquée au dipôle considéré, I l'intensité qui le parcourt et R sa résistance. R est une grandeur dépendant directement de la forme géométrique du matériau traversé par le courant I . On peut outrepasser cette dépendance en considérant la loi d'Ohm locale, équivalente, et qui relie le champ électrique \vec{E} et la densité de courant \vec{j} de la manière suivante :

$$\vec{E} = [\rho]\vec{j}$$

Avec $[\rho]$ le tenseur résistivité. Nous allons voir que le modèle de Drude permet, avec les hypothèses précédemment faites, de justifier la forme de cette loi et d'en déduire une expression de la résistivité.

En l'absence de champ \vec{E} et de champ magnétique \vec{B} , la vitesse d'ensemble des électrons dans le métal est nulle :

$$\sum_{\text{electrons}} \vec{v}_n = \vec{0}$$

Toutefois, si on soumet un électron à un champ \vec{E} , il subit alors une force $\vec{f} = e\vec{E}$. On suppose également que, après chaque collision, ils repartent avec une vitesse aléatoire \vec{v}_0 . Il est possible alors, pour un électron, d'appliquer le PFD en prenant pour origine de temps la dernière collision subie. On obtient alors :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 - \frac{e\vec{E}}{m}t$$

Considérons alors un volume du métal, petit devant la taille du système considéré, mais assez grand pour avoir un nombre suffisant d'électrons de telle sorte à pouvoir réaliser des moyennes. On peut alors moyenner la relation précédente ce qui donne :

$$\langle \vec{v} \rangle = \underbrace{\langle \vec{v}_0 \rangle}_{\vec{0}} - \frac{e\vec{E}}{m}\tau$$

Soit n la densité d'électrons. Dans le même petit volume, ces derniers se déplacent avec une vitesse globale $\langle \vec{v} \rangle$. Ainsi, pendant un temps dt , ils parcourent une distance $\langle v \rangle dt$ dans la direction de $\langle \vec{v} \rangle$. Considérons une surface S orthogonale à la direction du flux d'électrons. Sachant que les électrons sont chargés de charge $-e$, il passe par S , pendant un temps dt , une charge totale égale à $-ne \langle v \rangle S dt$. On en déduit alors :

$$\vec{j} = -ne \langle \vec{v} \rangle$$

Les 2 résultats précédents permettent de relier directement le champ \vec{E} et la densité de courant \vec{j} de la manière suivante :

$$\vec{j} = \left(\frac{ne^2\tau}{m} \right) \vec{E}$$

On obtient alors une grandeur σ , appelée conductivité, telle que :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

La résistivité ρ est simplement l'inverse de σ . Dans le modèle de Drude, la conductivité σ ne dépend alors du matériaux que par les valeurs de n et de τ . La mesure du temps τ se fait par celle de la conductivité du matériau.

Mesure de la conductivité du cuivre

✎

⊙ 2 min

On prend un fil de cuivre de longueur et diamètre connu, et on mesure sa résistance. On en déduit la conductivité $\sigma = \frac{L}{RS}$ (ou la résistivité $\rho = 1/\sigma$).

Élément	n (10^{28} m^{-3})	ρ (77 K)	ρ (273 K)	τ (77 K)	τ (273 K)
Li	4.70	1.04 $\mu\Omega \text{ cm}$	8.55 $\mu\Omega \text{ cm}$	$7.3 \times 10^{-14} \text{ s}$	$0.88 \times 10^{-14} \text{ s}$
Ag	5.86	0.3 $\mu\Omega \text{ cm}$	1.51 $\mu\Omega \text{ cm}$	$20 \times 10^{-14} \text{ s}$	$4.0 \times 10^{-14} \text{ s}$
Zn	13.2	1.1 $\mu\Omega \text{ cm}$	5.5 $\mu\Omega \text{ cm}$	$2.4 \times 10^{-14} \text{ s}$	$0.49 \times 10^{-14} \text{ s}$
Fe	17.0	0.66 $\mu\Omega \text{ cm}$	8.9 $\mu\Omega \text{ cm}$	$3.2 \times 10^{-14} \text{ s}$	$0.24 \times 10^{-14} \text{ s}$
Cu	8.47	0.2 $\mu\Omega \text{ cm}$	1.56 $\mu\Omega \text{ cm}$	$21 \times 10^{-14} \text{ s}$	$2.7 \times 10^{-14} \text{ s}$

TABLE 1 – Densité d'électrons, résistivité et temps de relaxation τ mesurés pour différents métaux.

On constate que τ est de l'ordre de 10^{-14} s . Pour estimer si ce nombre est raisonnable, il est possible d'estimer l'ordre de grandeur du libre parcours moyen :

$$l = v_0 \tau \sim (1 - 10) \text{ \AA}$$

Ce qui est cohérent avec l'ordre de grandeur de la distance inter-ions, donc cohérent avec le modèle qu'avait proposé Drude. Pour obtenir l'ordre de grandeur de v_0 dans l'expression précédente, considérant les électrons comme dans un état gazeux, il était naturel d'utiliser le théorème de l'équipartition de l'énergie :

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{3}{2} k_B T \quad \Rightarrow \quad v_0 \sim 10^7 \text{ cm s}^{-1}$$

A priori, en ne considérant que ce qui a été dit jusqu'à présent, les hypothèses du modèle de Drude semblent correctes. Il a permis de retrouver la loi d'Ohm locale et les ordres de grandeur obtenus pour le libre parcours moyen semblent cohérent avec le modèle de collision sur les ions. Un des plus grand succès du modèle de Drude est également qu'il a pu expliquer la loi empirique de WIEDEMANN-FRANZ, stipulant que le rapport de la conductivité thermique sur la conductivité électrique était proportionnelle à la température avec une constante de proportionnalité approximativement la même pour tous les métaux.

Cependant des mesures plus précises ainsi que l'avènement de la mécanique quantique ont mis en évidence la présence de nombreux défauts de ce modèle.

1.3 Défauts du modèle

✦ Ashcroft et Bup

Drude avait fait l'hypothèse que la vitesse des électrons suivait une distribution de Maxwell-Boltzmann. Il utilisa donc le théorème de l'équipartition de l'énergie pour obtenir une estimation de la vitesse des électrons après collisions. Les résultats obtenus par cette méthode ne sont pas en accord avec l'expérience. En effet, à température ambiante, la vitesse v_0 obtenue est d'un à deux ordres de grandeur trop faible par rapport aux mesures doit être indépendante de la température. Le libre parcours moyen réel peut alors atteindre des valeurs de 10^3 \AA , ce qui s'oppose au modèle des simples collisions sur les ions. La valeur cohérente de τ dans le modèle de Drude est alors une simple coïncidence.

L'utilisation de la distribution de Maxwell-Boltzmann implique aussi que la contribution des électrons à la chaleur spécifique volumique du métal est de la forme suivante :

$$c_v = \frac{3}{2} n k_B$$

Les résultats obtenus expérimentalement sont approximativement 100 fois plus faibles que ceux obtenus avec ce modèle.

la dépendance de la conductivité électrique obtenue via le modèle de Drude n'est également pas bonne :

$$\tau = \frac{l}{v_0}$$

Toujours en utilisant le théorème de l'équipartition de l'énergie, on a $v_0 \propto \sqrt{T}$. Cela implique que :

$$\tau \propto \frac{1}{\sqrt{T}} \quad \Rightarrow \quad \sigma \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$$

Or l'expérience indique que : $\sigma \propto \frac{1}{T}$ à suffisamment haute température :

Les différents défauts cités précédemment, notamment la mauvaise dépendance de la capacité calorifique, ont poussé les physiciens à chercher à améliorer le modèle de Drude. L'avènement de la théorie quantique a permis, dans une certaine mesure, de lever certains de ces défauts. La théorie de Sommerfeld notamment prend en compte le caractère fermionique des électrons, qui sont alors soumis au principe de Pauli. Ces considérations prises en compte, il est évident que les électrons ne peuvent suivre la distribution de vitesse de Maxwell-Boltzmann, c'est pourquoi elle a été remplacée par la distribution de Fermi-Dirac :

$$f(v) = \frac{m^3}{4\hbar^3\pi^3} \times \frac{1}{\exp\left(\frac{1/2mv^2 - k_B T_0}{k_B T}\right) + 1}$$

Ce changement de distribution est au cœur de la théorie de Sommerfeld, et nous allons voir qu'elle permet de lever certains paradoxes du modèle de Drude classique.

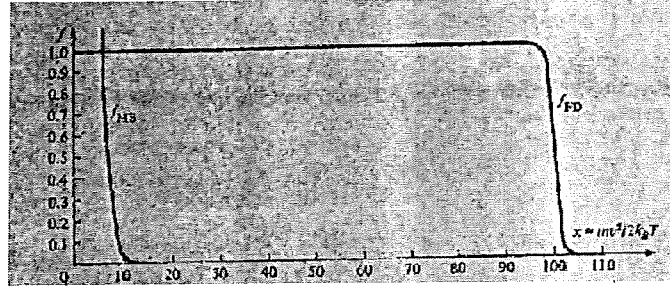


FIGURE 4 – Distribution de Fermi-Dirac et de Maxwell-Boltzmann à température ambiante et pour des densités électroniques typiques.

Contrairement au modèle classique, le fait que les électrons soient ici confinés à l'intérieur du métal implique l'apparition de niveaux d'énergies que peuvent prendre les électrons. On peut également associer une longueur d'onde et donc un vecteur d'onde \vec{k} aux électrons. Si on considère un métal de taille typique L dans les 3 directions de l'espace, et qu'on impose des conditions aux limites périodiques, il apparaît que les composantes de \vec{k} ne peuvent prendre que certaines valeurs quantifiées.

$$k_{x,y,z} = \frac{2\pi}{L} n_{x,y,z}$$

Chaque triplet x, y, z peut être occupé par un maximum de 2 électrons (un pour chaque spin). L'énergie d'un électron est donc également dépendante de ce triplet x, y, z étant donnée la relation :

$$\mathcal{E} = \frac{(\hbar|\vec{k}|)^2}{2m}$$

Considérons que notre métal contient N électrons de conduction. Dans l'état fondamental ($T = 0K$) ces derniers vont occuper les états d'énergie les plus bas, c'est à dire les états de $|\vec{k}|$ le plus petit. On remplit alors chacun des niveaux en prenant garde à respecter le principe de Pauli. Une fois tous les électrons placés, la valeur de $|\vec{k}|$ de l'électron d'énergie la plus élevée est appelée *vecteur d'onde de Fermi* et est notée k_F , tous les niveaux dont le vecteur d'onde est plus grand que k_F sont inoccupés et tout ceux en dessous de k_F sont occupés. La valeur de k_F est reliée aux caractéristiques du métal par la relation :

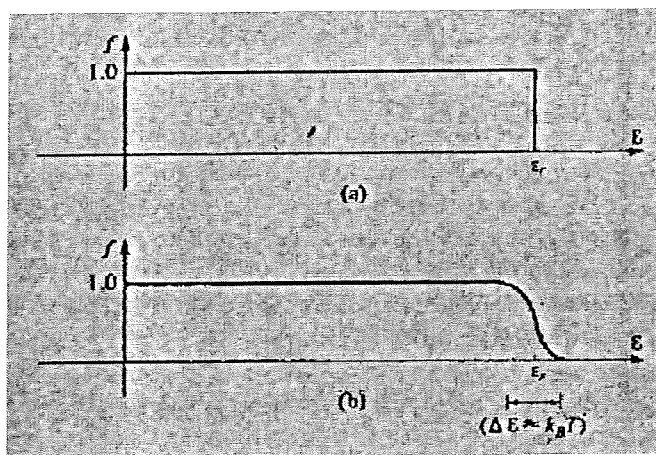
$$n = \frac{k_F^3}{3\pi^2}$$

De la même manière, on définit $p_F = \hbar k_F$ qui est la *quantité de mouvement de Fermi*, $v_F = p_F/m$ est la *vitesse de Fermi* et $\mathcal{E}_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$ qui est l'*énergie de Fermi* et enfin $T_F = \mathcal{E}_F / k_B$, qui est la *température de Fermi*.

Afin de calculer la capacité calorifique dans ce cas, il est nécessaire d'obtenir la densité u d'énergie à température finie. Elle se calcule de la manière suivante :

$$u = \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathcal{E} g(\mathcal{E}) \mathcal{E} f(\mathcal{E})$$

Où $g(\mathcal{E})$ est le nombre de niveau par unité de volume et d'énergie et $f(\mathcal{E})$ la probabilité qu'un niveau à un électron d'énergie \mathcal{E} soit occupé. Si on observe la forme de la distribution $f(\mathcal{E})$ à température $T \ll T_F$, on remarque que la forme de la distribution ne varie que peu par rapport à celle à $T = 0K$ et ce seulement sur un intervalle $k_B T$ autour de \mathcal{E}_F .

FIGURE 5 – Distribution de Fermi-Dirac à $T = 0$ K (a) et $T \sim 300$ K (b)

La valeur de u à température T est donc égale à la valeur de l'énergie u à $T = 0$ K, que l'on notera u_0 , plus une petite perturbation. Le calcul complet montre que :

$$u = u_0 + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \frac{3n}{2\mathcal{E}_F}$$

On peut donc aisément remonter à la densité de capacité calorifique c_v :

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_n = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{k_B T}{\mathcal{E}_F} \right) n k_B$$

Cette nouvelle valeur est, à température ambiante, environ 100 fois inférieure à celle obtenue avec la statistique de Maxwell-Boltzmann, et est donc en accord avec l'expérience.

Une seconde correction qu'apporte le modèle de Sommerfeld porte sur la vitesse des électrons et sur le libre parcours moyen. En effet, dans le métal, la vitesse moyenne des électrons est de l'ordre de $v_F \sim 10^6 \text{ m s}^{-1}$. Comme prévu, cette vitesse est bien supérieure à celle obtenue via l'équipartition de l'énergie. Elle implique alors un libre parcours moyen $l \sim 100 \text{ \AA}$, ce qui est également en accord avec ce que nous avons annoncé comme faisant partie des défauts du modèle de Drude. Cela met en exergue que les collisions ne se font pas avec les ions du cristal, mais avec un autre type de particule, une pseudo particule, appelée phonon, qui est liée au caractère cristallin du solide.

Il apparaît jusqu'à présent que les modèles précédents n'ont été développés que pour expliquer les phénomènes de conduction dans les métaux. Or, il existe des solides non métalliques dont la conductivité est très faible, mais dont les atomes possèdent également des électrons de valence et qui devraient alors, selon le modèle du gaz d'électrons, tout aussi bien conduire le courant. De même, l'existence des semi-conducteurs, pourtant essentiels aujourd'hui, ne peut pas être expliquée avec ce qui a été présenté jusqu'à maintenant. Pour ce faire, il va falloir prendre en compte la contribution des atomes constituant le solide cristallin, et non plus seulement les électrons.

2.2 Structure de bande

⚡ Bup

Pour expliquer l'existence des conducteurs, isolants et semi-conducteurs, il apparaît nécessaire d'abandonner l'hypothèse des électrons libres, et donc de considérer l'influence du réseau cristallin sur les électrons.

Pour expliquer ce phénomène, nous allons nous placer dans le cas simple d'un réseau d'atomes à 1 dimension sur laquelle arrive une onde électronique de vecteur d'onde k . Cette onde de probabilité est donc du type $\psi = \exp(ikx)$. On considère également que les atomes du réseau sont distants d'une longueur a .

Chaque atome du réseau va partiellement diffuser l'onde considérée, ce qui revient à dire, dans notre exemple à une dimension, que cette onde sera partiellement réfléchi. Tant que la longueur d'onde λ de l'onde incidente est très différente de a , la superposition de l'ensemble des ondes réfléchies et transmises n'est pas constructive et le réseau n'aura que peu d'influence sur la dynamique des électrons. Toutefois, lorsque λ se rapproche de a , il apparaît un phénomène d'interférences constructives et le rôle du réseau devient alors prépondérant.

Pour $k = 2\pi/a$, les ondes réfléchies par chaque atome sont en phase, l'onde progressive ψ doit alors être remplacée par des ondes stationnaires dues à la superposition des ondes :

$$\exp\left(i\frac{\pi x}{a}\right) \quad \text{et} \quad \exp\left(-i\frac{\pi x}{a}\right)$$

On peut alors construire 2 ondes stationnaires indépendantes :

$$\psi_+ = \frac{1}{2} \left(\exp\left(i\frac{\pi x}{a}\right) + \exp\left(-i\frac{\pi x}{a}\right) \right) = \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

$$\psi_- = \frac{1}{2i} \left(\exp\left(i\frac{\pi x}{a}\right) - \exp\left(-i\frac{\pi x}{a}\right) \right) = \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

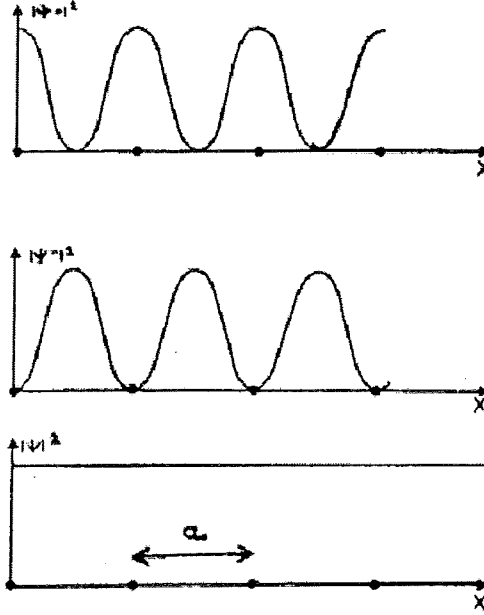
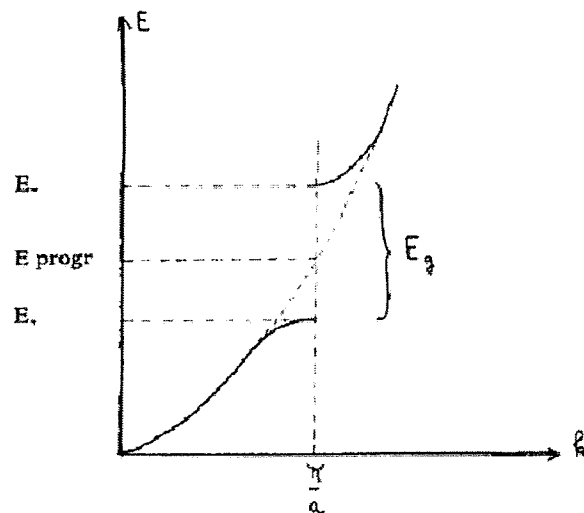


FIGURE 6 – Densité de probabilité associées à ψ_+ , ψ_- et ψ

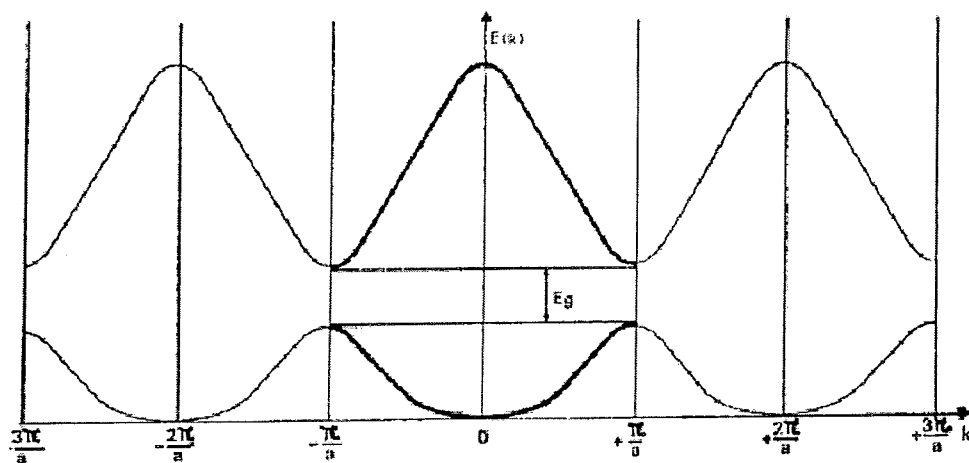
L'onde ψ_+ correspond au cas où la densité de probabilité de présence des électrons est maximale au niveau des ions positifs. La configuration est donc plus stable que pour l'onde ψ_- . On a donc $E_+ < E_-$. L'énergie correspondant à l'onde progressive ψ se trouve entre les deux : $E_+ < E_{\text{progr.}} < E_-$. Ainsi, pour k très $\neq \pi/a$, l'énergie d'un électron est donnée par la relation :

$$E(k) = \frac{(\hbar k)^2}{2m}$$

Le réseau n'a aucune influence et l'approximation des électrons libres est valable. Mais pour k s'approchant de π/a , la relation $E(k)$ précédente est modifiée et l'énergie possible est E_+ ou E_- . Il apparaît alors un gap, de largeur $E_g = E_- - E_+$, qui correspond à un domaine d'énergie que les électrons ne peuvent pas avoir.

FIGURE 7 – Énergie E possible pour les électrons en fonction de k

Or, du fait du caractère périodique du cristal, la forme de $E(k)$ est également périodique, de période $2\pi/a$, la courbe précédente se répète alors de la forme suivante :

FIGURE 8 – Énergie E possible pour les électrons en fonction de k

La position du niveau de Fermi par rapport à la bande interdite dicte alors le comportement d'un matériau vis à vis de la conduction électrique, pour cela, plaçons nous à basse température ($T \ll T_F$) :

- Si l'énergie de Fermi E_F se trouve au milieu d'une bande permise, les électrons dont l'énergie est juste inférieure à E_F pourront être accélérés par un champ électrique de telle sorte à avoir une énergie juste au dessus de E_F . Ce changement d'énergie est possible car il existe des états libres disponibles. Le matériau est alors *conducteur*.
- Si par contre, le niveau de Fermi se trouve au niveau d'une bande interdite, et que la dernière bande occupée est pleine, alors les électrons ne pourront pas être accélérés par un champ électrique, car les niveaux d'énergie supérieurs ne leur sont pas accessibles. Le matériau est alors un *isolant*.
- Enfin, si la largeur du gap est proche de l'énergie thermique $k_B T$, une fraction des électrons peut être excitée, via l'agitation thermique, au dessus de la bande interdite et trouvent des états accessibles dans la bande supérieure appelée *bande de conduction*. Plus la température est élevée, plus le matériau sera conducteur. Le matériau est alors appelé un *semi-conducteur*.

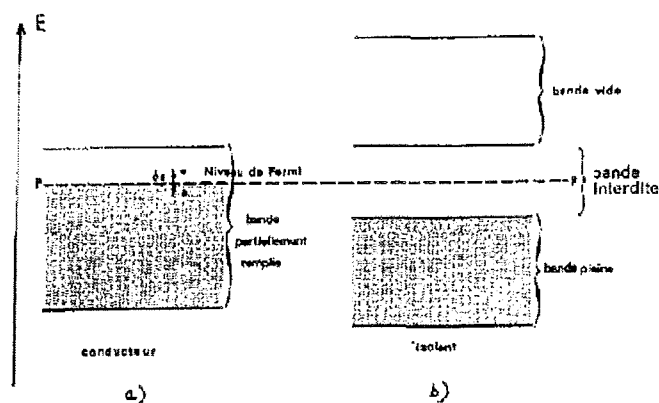


FIGURE 9 – Bande de conduction et niveau de Fermi dans le cas d'un conducteur et d'un isolant

3 Conclusion

A travers différents modèles et hypothèses, nous avons pu établir des explications microscopiques permettant d'expliquer l'origine de différentes lois, notamment la loi d'Ohm, mais aussi l'existence de matériaux conducteurs, isolants ainsi que semi-conducteurs. Nous avons vu que ces mécanismes nécessitaient de prendre en compte à la fois la dynamique des électrons, mais également l'influence du réseau d'atomes constituant le solide. Toutefois, il serait nécessaire de pousser plus loin l'étude faite dans cette leçon pour expliquer les mécanismes régissant le comportement de matériaux de type supraconducteur, où la conductivité devient alors infinie, et que les modèles présentés ici ne peuvent expliquer.