

D10 – INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

10 juin 2021

Corentin Naveau & Simon Jeanne

Niveau : L2

Prérequis

- Équation de Maxwell

Expériences

- ☞ apparition d'un courant dans les rails de Laplace
- ☞ Chute d'un aimant dans un tube de cuivre
- ☞ Induction mutuelle entre deux bobines

Table des matières

1	Origine de l'induction	2
1.1	Loi de Faraday	2
1.2	Induction de Neumann et de Lorentz	2
2	Induction et couplage	3
2.1	Auto-induction	3
2.2	Induction mutuelle	3
2.3	Exemple : le transformateur	4
2.4	Chauffage et freinage par Induction	4

Introduction

Nous avons déjà étudié, via les équations de Maxwell et le théorème d'ampère, les champ magnétiques produit par une circulation de charge : champ produit par un fil, pour une spire, par une bobine, etc...

Mais qu'en est-il du phénomène inverse ? Si on impose un champ magnétique à travers une spire, peut-on y induire un courant ? C'est le phénomène d'induction que nous allons étudier aujourd'hui.

1 Origine de l'induction

1.1 Loi de Faraday

Prenons un circuit électrique quelconque. En condition initiale, aucune force électromotrice ne s'applique sur le circuit. On applique alors un champ magnétique \vec{B} . Les charges vont-elles se mettre en mouvement ? Intuitivement, on pourrait penser que non : la force magnétique ne travail pas. Seul le champ électrique travail.

Mais ce serait oublier que les champs électrique et magnétique sont couplés. En particulier par l'équation de Maxwell-Faraday :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

Passons cette équation sous forme intégrale (théorème de Stokes) :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left[\iint \vec{B} \cdot d\vec{S} \right] \quad (2)$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (3)$$

Avec e la force électromotrice s'appliquant sur le circuit et ϕ le flux du champ magnétique à travers le circuit.

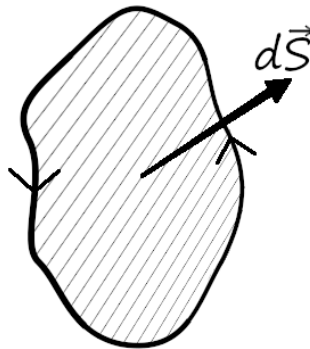


FIGURE 1 – circuit élémentaire

Remarque : Historiquement, le raisonnement c'est fait dans le sens inverse : c'est la découverte des phénomènes d'induction qui a conduit à la formulation de l'équation de Maxwell-Faraday

1.2 Induction de Neumann et de Lorentz

Il existe deux possibilité pour faire varier le flux du champ magnétique à travers le circuit : soit le circuit est fixe mais le champ change (induction de Neumann). Soit le champ est constant et le circuit se déforme (induction de Lorentz).

D'après ce que nous venons de voir les deux cas de figure doivent être équivalents.

Vérifions cela avec des rails de Laplace. On impose un champ \vec{B} normal au plan du circuit. Ce dernier possède une barre mobile de longueur L à laquelle on impose une vitesse \vec{v} .

D'après la force de Lorentz, la force électromotrice s'appliquant sur la barre est (attention aux orientations!) :

$$e = \vec{L} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}) = -B \frac{dS}{dt} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

On retombe bien sur la même équation.

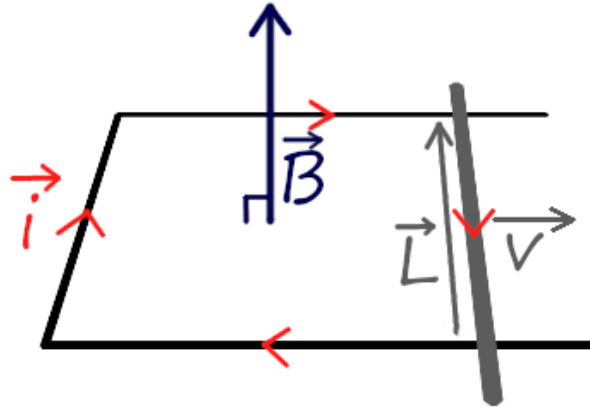


FIGURE 2 – Induction dans les rails de Laplace

Pour aller plus loin : derrière cette équivalence ce cache un problème important de la physique : celui de la relativité restreinte et des équations de Maxwell. On peut montrer, en faisant des changement de référentiel galiléen ($B' = B$ et $E' = E + v \wedge B$) que cette équivalence aboutit à des situations paradoxales. En réalité, l'induction de Faraday n'est valable que au premier ordre en v/c . Je ne pense pas qu'il faille en parler durant la leçon, mais il faut l'avoir en tête pour les questions.

On peut montrer qualitativement et simplement ce phénomène en faisant tomber un aimant dans un tube de cuivre. Le mouvement de l'aimant engendre une variation de flux magnétique dans le tube : un courant électrique y apparaît. Ce courant engendre lui même un champ magnétique opposé à celui de l'aimant : l'aimant est freiné.

2 Induction et couplage

2.1 Auto-induction

Nous venons de voir qu'un circuit traversé par un flux magnétique non constant engendre une certaine fem. Mais nous savons aussi qu'un circuit parcouru par un courant engendre un certain flux champ magnétique : $\phi = Li$ ou L est l'inductance du circuit, exprimée en Henry.

Par exemple, on a déjà vu que le champ magnétique à l'intérieur d'une bobine vaut $\vec{B} = \frac{\mu_0 N}{l} i \vec{u}_x$ où l est la longueur de la bobine. Ainsi, le flux de ce champ magnétique à travers la bobine vaut :

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \frac{\mu_0 N}{l} i \vec{u}_x \cdot 4\pi r^2 N \vec{u}_x = \frac{4\pi r^2 \mu_0 N^2}{l} i \quad (5)$$

Ainsi, un élément de circuit électrique d'inductance L et soumis à un courant $i(t)$ génère une force électromotrice $e = -L \frac{di}{dt}$. En passant en convention récepteur, on retrouve la loi d'électronique bien connue : $u = L \frac{di}{dt}$

2.2 Induction mutuelle

Si, au passage d'un courant, un élément de circuit peut d'induire à lui-même une force électromotrice, il peut également en induire au autre.

Prenons deux circuit \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 . On impose un courant $i(t)$ dans le circuit 1. Cela engendre un champ magnétique \vec{B} . Ce champ traverse le circuit 2 : on écrit ce flux $\phi_{1 \rightarrow 2}$. Le circuit 2 subit alors une force électromotrice. Il va lui même engendrer un champ magnétique, opposer au premier, et induire en retour un flux $\phi_{2 \rightarrow 1}$.

Calculons le flux du champ magnétique créé par le circuit 1 à travers le circuit 2 :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \iint_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} \quad (6)$$

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \iint_{S_2} \vec{\nabla} \wedge \vec{A}_1 \cdot d\vec{S} = \oint_{C_2} \vec{A}_1 \cdot d\vec{l} \quad (7)$$

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \oint_{C_2} \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\oint_{C_1} \frac{i_1}{r_{12}} d\vec{l}_1 \right] \cdot d\vec{l}_2 \quad (8)$$

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r_{12}} = L_{12} i_1 \quad (9)$$

$$(10)$$

Par symétrie, on a également $\phi_{2 \rightarrow 1} = L_{21} i_2$. On remarque par ailleurs que $L_{21} = L_{12}$. Il s'agit du coefficient d'inductance mutuelle, généralement noté M .

2.3 Exemple : le transformateur

Un transformateur fonctionne schématiquement de la façon suivante : on envoie une tension d'entrée u_e sur une bobine d'induction L_1 et de résistance R_1 . Cette bobine envoie un champ magnétique dans une seconde bobine L_2, R_2 et y induit une tension. On place une charge utile R_u au borne de cette seconde bobine, qui reçoit la puissance utile. Dans le circuit 1, on a :

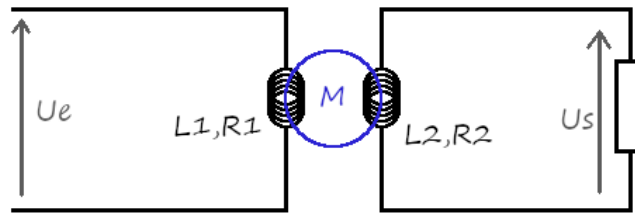


FIGURE 3 – Transformateur

$$u_e(t) - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = R_1 i_1 \quad (11)$$

Et dans le circuit 2 :

$$-L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = R_2 i_2 + R_u i_2 \quad (12)$$

On réalise un transfo en suivant le TP électromagnétisme p19. Le circuit magnétique permet de garantir que le flux à travers chaque bobine est à peu près similaire (cela revient à dire que $M = \sqrt{L_1 L_2}$). On aura donc $u_s/u_e = n_2/n_1$. Discussions perte fer (dans le milieu ferromagnétique) et perte cuivre (dans les bobines).

2.4 Chauffage et freinage par Induction

L'entrefer qui sert dans le transformateur est feuilleté : cela permet de limiter les pertes fer.

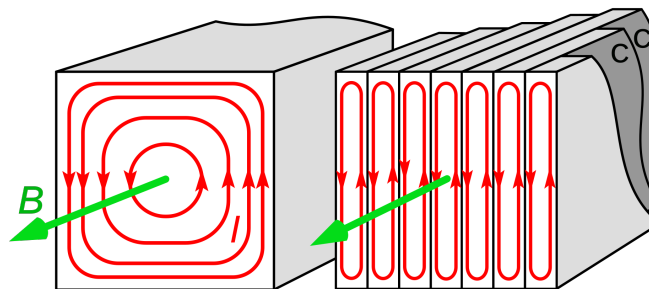


FIGURE 4 – feuilletage

A l'inverse, on peut chercher à augmenter ce courant afin de dissiper de l'énergie. Soit pour chauffer (plaque à induction), soit pour freiner un élément mobile (comme l'aimant dans le tube).

Conclusion

Dans cette leçon, nous avons vu comment un champ magnétique peut engendrer un courant dans un circuit.

Nous avons vu que ce phénomène peut servir à transformer un courant haute tension en courant basse tension (et vice versa), ou encore à chauffer une casserole à induction. Dans tout c'est cas, c'est le champ magnétique qui évolue, tandis que le circuit est fixe.

Mais ce n'est pas la seule possibilité : nous avons vu que l'induction se manifeste également si c'est le circuit qui bouge et tandis que le champ magnétique reste constant (freinage d'un train, chute de l'aimant dans le tube si on se met dans le ref de l'aimant). Ce dernier point est intéressant : il signifie que l'induction offre une passerelle entre énergie mécanique et énergie électrique.

Dans une prochaine leçon, nous étudierons plus en profondeur les conversions d'énergie électromécanique.