

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

LES CERFS DU PARC MICHEL-CHARTRAND : L'INTÉRÊT
BIO-MATHÉMATIQUE

PAR
NOÉMIE CHENAIL
SIMON-OLIVIER LAPERRIÈRE
SHOPHIKA VAITHYANATHASARMA

MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUES
FACULTÉ DES ARTS ET DES SCIENCES

TRAVAIL PRÉSENTÉ À MORGAN CRAIG
DANS LE CADRE DU COURS MAT 3450
MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

1er Décembre 2020

Résumé

La maladie de Lyme est une maladie émergente au Québec. Sa transmission se fait par la tique *Ixodes scapularis* qui peut être contaminée par la bactérie *Borrelia burgdorferi* lorsqu'elle se nourrit du sang de son hôte. À chaque stade de son cycle de vie, la tique change d'hôte, son choix variant selon son stade. Le cerf étant l'hôte de choix pour la tique adulte, la relation entre le nombre de cerfs et la population de tiques dans un milieu fermé, soit le parc Michel-Chartrand à Longueuil, a été étudiée. Plus particulièrement, le lien entre le nombre de cerfs et le risque de la maladie de Lyme pour l'humain a été modélisé. Deux scénarios tirés de l'actualité ont été étudiés, soit l'abattage ou non de 15 cerfs dans une population de 32 cerfs dans ce parc. Une relation entre la taille de la population de cerfs et la taille de la population de tiques a été établie. De même, un seuil de 25 cerfs a été déterminé : en dessous de ce seuil, la population de tiques s'éteint. Le scénario de 17 cerfs mène donc à l'extinction de la population de tiques contrairement à celui de 32 cerfs qui permet la continuité de cette même population.

Table des matières

1	Introduction	3
2	Méthodologie	3
2.1	Hypothèses	3
2.2	Variables et paramètres	4
3	Modèle	6
3.1	Explication du modèle	6
3.2	Explication des calculs	7
4	Résultats et discussion	8
4.1	L'effet de la variation du nombre de cerfs sur la population de tiques	8
4.2	L'effet de la variation du nombre de cerfs sur le risque de maladie de Lyme	9
4.3	L'effet d'un changement tardif dans la population de cerfs	11
4.4	Apports et limites du modèle	11
5	Conclusion	12
A	Annexes	14

1 Introduction

Bien que repérée en Amérique du Nord pour la première fois en 1977 [10], la maladie de Lyme est présente au Québec depuis 2006, année où le premier cas acquis en sol québécois a été rapporté [7]. La maladie de Lyme est une zoonose causée par la bactérie *Borrelia burgdorferi*, de la famille des spirochètes, transmise à l'humain par la piqure d'une tique *Ixodes scapularis* (en Amérique du Nord). Les tiques *Ixodes scapularis* ont un cycle de vie d'environ 2 ans divisé en 4 grands stades : oeuf, larve, nymphe et adulte [2]. Les oeufs sont habituellement pondus au printemps et ils deviennent des larves au début de l'été. Le printemps suivant, les larves deviennent des nymphes et à l'automne de cette même année, elles deviennent des adultes. À chaque début de stade excepté celui d'oeuf, les tiques ont besoin de s'établir sur un hôte pour se nourrir de son sang. C'est aussi ce qui permet à la tique femelle adulte, après s'être accouplée avec un mâle, de produire des oeufs. La tique adulte décède par la suite. Le choix de l'hôte varie en fonction du stade. Les larves et les nymphes préfèrent les souris, les tamias ainsi que les oiseaux [11]. Quant aux tiques adultes, plus de 90% choisissent le cerf comme hôte [3]. L'infection à *Borrelia burgdorferi* peut être transmise aux tiques lorsqu'elles se nourrissent sur leur hôte, que ce soit au stade de larve, de nymphe ou d'adulte. En effet, un oeuf n'est jamais infecté. Toutefois, le stade de larve est très peu fréquemment infecté [11]. L'infection à *Borrelia burgdorferi* peut être transmise aux humains au stade nymphal.

Le lien entre la population de cerfs et la population de tiques a été étudiée à maintes reprises. Une étude par Kilpatrick et al [3] rapporte qu'une réduction de 87% de la population de cerf est associée à une réduction de presque 50% dans le taux d'infection des tiques et de 80% dans le nombre de cas de maladie de Lyme rapportés. De même, Kilpatrick [3] a rapporté qu'une densité de cerfs de moins de 5.1/km² est associée à une réduction importante du nombre de tiques infectées et du nombre de cas de maladie de Lyme. La mesure de cette densité varie toutefois dans la littérature. Un modèle de Van Buskirk [6] basé sur la dynamique de population de tiques s'intéresse plus particulièrement à l'influence de la densité des cerfs sur la quantité de nymphes infectées, ce qui est un indicateur du risque de contracter la maladie de Lyme.

En tenant compte de ces informations, nous souhaitons étudier la relation entre le nombre de cerfs et la population de tiques dans le cas particulier du parc Michel-Chartrand, à Longueuil. À la suite de la polémique entourant l'abattage de 15 cerfs dans ce parc d'une superficie de 185 hectares, nous avons décidé de mesurer l'impact de l'application de cette mesure ou non sur le nombre de tiques infectées. Ce parc d'une superficie de 1,85km² contient une population de 32 cerfs présentement[1]. La densité de cerfs est donc d'environ 17,3 cerfs/km², ce qui est associé à un taux élevé de tiques infectées comme mentionné précédemment. L'abattage de cerfs pourrait donc représenter une option viable pour faire diminuer ce risque. Pour étudier ces deux scénarios, nous allons utiliser un modèle de temps continu de croissance de population par structures d'âge[5]. Ce modèle ressemble à celui de Leslie à la différence qu'on utilise des équations différentielles pour l'appliquer à un temps continu.

2 Méthodologie

2.1 Hypothèses

1. Tous les oeufs deviennent des larves, donc l'état d'oeuf est négligé. Trois stades uniquement seront étudiés.
2. Seules les tiques étant infectées par la bactérie *Borrelia burgdorferi* sont prises en compte comme étant infectées. Les autres espèces de *Borrelia* ne sont pas considérées.
3. Les larves ne peuvent être infectées par la *Borrelia burgdorferi*.
4. La population de cerfs étudiée est spécifique au parc Michel-Chartrand uniquement. Ce parc est considéré comme un système fermé : il n'y a pas de variation démographique autre que celles provoquées par l'abattage de cerfs.
5. Les nymphes et les larves ont toujours un hôte duquel se nourrir.
6. Les tiques ne peuvent donc que changer leur statut d'infection lorsqu'elles évoluent vers leur prochain stade et ne peuvent pas changer d'hôte au sein du même stade. Une tique infectée ne peut pas devenir

non infectée.

7. Le taux de mortalité des tiques adultes est indépendant de la population de cerfs.
8. Nous négligeons le cas où les tiques ne peuvent pas pondre d'oeufs en hiver. Comme le modèle est continu, les tiques pondent des oeufs en tout temps et ne prend pas en compte les différentes saisons.
9. Étant donné que le sexe des tiques n'a pas été pris en compte, il sera stipulé que toute tique pond 3000 oeufs. Le nombre d'oeufs pondus est aussi constant.

2.2 Variables et paramètres

Voici l'ensemble des symboles utilisés dans notre modèle :

Variables	Symbole	Unité
Variable dépendante		
Nombre de tiques dans la classe i	x_1	larves
	x_2	nymphes infectées
	x_3	nymphes non-infectées
	x_4	adultes infectés
	x_5	adultes non-infectés
Variable indépendante		
Temps	t	années
Paramètres		
Taux de mortalité	d_i	année ⁻¹
Taux de fécondité	b_i	larves/(adultes · années)
Taux de passage du stade i au stade j	$m_{i,j}$	année ⁻¹
Densité de la population de cerfs au parc Michel-Chartrand	z	cerfs
Constante correctrice des unités	α_1	(nymphes infectées)/(larve)
	α_2	(nymphes non-infectées)/(larve)
	α_3	(adultes infectés)/(nymphes infectées)
	α_4	(adultes infectés)/(nymphes non-infectées)
	α_5	(adultes non-infectés)/(nymphes non-infectées)

Tableau 1 : Variables et paramètres

Les informations du modèle de Nonaka et al [2] suggèrent que seules les tiques adultes vont se servir du cerf comme hôte principal, les nymphes et les larves préférant les oiseaux et les petits mammifères [6]. Dès lors, la population de cerfs a un effet uniquement sur les paramètres des tiques adultes. Ainsi, seul le taux de fécondité des tiques adultes sera affecté par la population de cerfs.

En nous basant sur les données de l'INSPQ [4], nous utiliserons la proportion de tiques soumises à la surveillance en Montérégie en 2019 (où est situé le parc Michel-Chartrand) infectées et non infectées pour déterminer la probabilité qu'une tique passe du statut non infectée à infectée lors de son changement de stade :

$$\mathbb{P}[I] = \frac{\text{tiques infectées}}{\text{tiques non infectées}} = \frac{61}{225} \approx 0.27$$

Par un raisonnement analogue, la probabilité de demeurer non infecté lors d'un changement de stade est donnée par :

$$1 - \mathbb{P}[I] = \frac{\text{tiques non infectées}}{\text{tiques non infectées}} \approx 0.73$$

Stade larval

Par souci de simplicité, nous supposons que le stade larval commence au moment où un oeuf est pondus et

dure jusqu'à la mue vers le stade nymphal. La tique adulte pond généralement ses oeufs au printemps, puis ceux-ci éclosent vers la fin de l'été. La larve cherche un hôte pendant 3-4 mois, puis entre dans une période de latence jusqu'au prochain printemps où elle mue en nymphe. La période à l'état de larve s'étale donc sur 1 an et le taux de migration du stade larval au stade nymphal est donné par 1 année^{-1} .

En utilisant les probabilités de devenir infecté ou de demeurer non infecté calculées précédemment, le taux de migration du stade larval au stade nymphal infecté est donné par :

$$m_{1,2} = \mathbb{P}[I] \text{ année}^{-1} = 0.27 \text{ année}^{-1}$$

et le taux de migration du stade larval au stade nymphal non infecté est donné par :

$$m_{1,3} = (1 - \mathbb{P}[I]) \text{ année}^{-1} = 0.73 \text{ année}^{-1}$$

Nonaka et al suggère [2] qu'il est possible d'approximer le taux de mortalité quotidien par capita de la tique nourrie, au stade larval, par $\frac{-\log((1-0.00208)^{30})}{\text{jour}} \approx \frac{0.0271}{\text{jour}}$. Dès lors, le taux de mortalité annuel est donné par :

$$d_1 = \frac{0.0271}{\text{jour}} \cdot 365 \frac{\text{jours}}{\text{année}} \approx \frac{9.9}{\text{année}}$$

Stade nymphal

Après avoir émergées au printemps, les nymphes vont chercher un hôte pendant 3-4 mois, puis vont se muer en adulte en automne. La période au stade nymphal s'étale donc sur environ 6 mois du printemps à l'automne et le taux de migration du stade nymphal au stade adulte est donné par 1 année^{-1} si les saisons sont prises en compte.

Étant donné qu'il est supposé que les tiques infectées demeurent infectées :

$$m_{2,4} = 1 \text{ année}^{-1}$$

En utilisant les probabilités de devenir infecté ou de demeurer non infecté de façon analogue au stade larval :

$$m_{3,4} = 0.24 \text{ année}^{-1}$$

$$m_{3,5} = 0.76 \text{ année}^{-1}$$

Nonaka et al [2] suggère qu'il est possible d'approximer le taux de mortalité quotidien par capita de la tique nourrie, au stade nymphal, par $\frac{-\log((1-0.0007)^{30})}{\text{jour}} \approx \frac{0.0091}{\text{jour}}$. Dès lors, les taux de mortalité annuels sont donnés par :

$$d_2 = d_3 = \frac{0.0091}{\text{jour}} \cdot 365 \frac{\text{jours}}{\text{année}} \approx \frac{3.33}{\text{année}}$$

Stade adulte

Après avoir émergé en automne, les adultes vont chercher un hôte pendant 3-4 mois, entre ensuite dans une période de latence, puis vont pondre leur oeufs au printemps. La littérature [2, 9] suggère qu'une femelle pond environ 3000 oeufs, qui ont un taux de survie au stade larval de 0.4. Comme mentionné précédemment, le taux de fécondité des tiques adultes dépendra de la population de cerfs. Plus spécifiquement, celui-ci sera proportionnel à la probabilité qu'une tique adulte trouve un cerf comme hôte (H) [6]. Il sera supposé que cette probabilité est donnée par :

$$\mathbb{P}[H] = 1 - e^{-x}$$

où x correspond à la densité de cerfs par hectare. Dès lors, pour une densité de cerfs x donnée, les taux de fécondité du modèle sont :

$$b_4 = b_5 = 0.4 \cdot 3000 \frac{\text{larves}}{\text{adultes} \cdot \text{années}} \mathbb{P}[H] = 800 \frac{\text{larves}}{\text{adultes} \cdot \text{années}} (1 - e^{-x})$$

Nonaka et al [2] suggère que nous pouvons approximer le taux de mortalité quotidien par capita de la tique nourrie, au stade adulte, par $\frac{-\log((1-0.0006)^{30})}{\text{jour}} \approx \frac{0.0078}{\text{jour}}$. Dès lors, les taux de mortalité annuels sont donnés par :

$$d_4 = d_5 \frac{0.0078}{\text{jour}} \cdot 365 \frac{\text{jours}}{\text{année}} \approx \frac{2.85}{\text{année}}$$

3 Modèle

3.1 Explication du modèle

L'objectif est de modéliser la croissance d'une population de tiques, à leurs différents stades de développement et selon leur statut d'infection à la *Borrelia burgdorferi*, en fonction du temps et d'un facteur biotique. Le facteur biotique considéré est le parasitisme, qui est la relation interspécifique contribuant à la transmission du pathogène de la maladie de Lyme.

Pour ce faire, nous utiliserons un modèle de population structurée. Ce modèle pourra être traduit en modèle de Kapur [5] qui est une variante du modèle de Leslie, mais qui est continu.

Pour les raisons mentionnées dans les hypothèses, la population de tiques sera divisée en 5 classes, soient les larves, les nymphes (infectées ou non infectées) et les adultes (infectés ou non infectés).

Soit $x_i(t)$ la densité de tiques appartenant à la i ème classe au temps t . Plus spécifiquement :

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \text{Nombre de larves au temps } t \\ x_2(t) &= \text{Nombre de nymphes infectées au temps } t \\ x_3(t) &= \text{Nombre de nymphes non infectées au temps } t \\ x_4(t) &= \text{Nombre d'adultes infectés au temps } t \\ x_5(t) &= \text{Nombre d'adultes non infectés au temps } t \end{aligned}$$

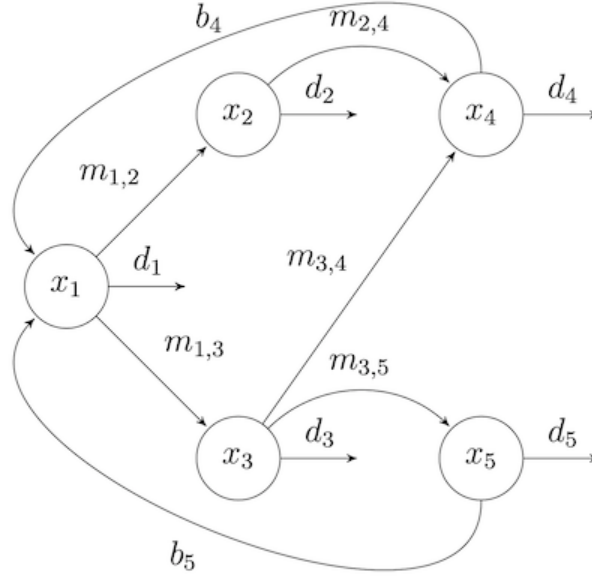
Soient b_i et d_i le taux de naissance et de mort de la classe i . Dans le modèle, il est supposé que seules les tiques adultes peuvent se reproduire, c'est-à-dire que $b_1, b_2, b_3 = 0$ et $b_4, b_5 > 0$.

Soit également $m_{i,j}$, le taux de migration des individus de la classe i vers la classe j . Pour les raisons mentionnées dans les hypothèses concernant les changements de stade et d'infection, $m_{1,2}, m_{1,3}, m_{2,4}, m_{3,4}, m_{3,5} > 0$ et les autres taux de migration sont nuls.

Soient finalement les constantes correctrices des unités α_i dont la valeur est 1 et l'utilité est d'uniformiser les unités des différentes équations.

Il est possible de schématiser ce modèle par le diagramme suivant :

Figure 1 : Diagramme de la dynamique de la population de tiques



3.2 Explication des calculs

À présent, la croissance de la population de tiques sera modélisée par un système d'équations différentielles ordinaires (EDO) :

$$\begin{aligned}\frac{dx_1(t)}{dt} &= b_4x_4(t) + b_5x_5(t) - (d_1 + m_{1,2} + m_{1,3})x_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= \alpha_1m_{1,2}x_1(t) - (d_2 + m_{2,4})x_2(t) \\ \frac{dx_3(t)}{dt} &= \alpha_2m_{1,3}x_1(t) - (d_3 + m_{3,4} + m_{3,5})x_3(t) \\ \frac{dx_4(t)}{dt} &= \alpha_3m_{2,4}x_2(t) + \alpha_4m_{3,4}x_3(t) - d_4x_4(t) \\ \frac{dx_5(t)}{dt} &= \alpha_5m_{3,5}x_3(t) - d_5x_5(t)\end{aligned}$$

Ce système d'EDO peut être représenté sous forme matricielle par :

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$$

où

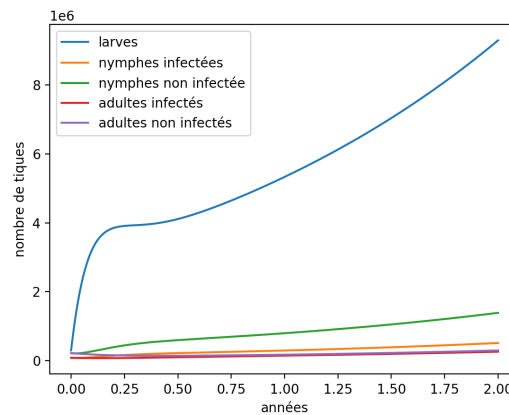
$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t), x_5(t))^T,$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -(d_1 + m_{1,2} + m_{1,3}) & 0 & 0 & b_4 & b_5 \\ \alpha_1m_{1,2} & -(d_2 + m_{2,4}) & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_2m_{1,3} & 0 & -(d_3 + m_{3,4} + m_{3,5}) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_3m_{2,4} & \alpha_4m_{3,4} & -d_4 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_5m_{3,5} & 0 & -d_5 \end{pmatrix}$$

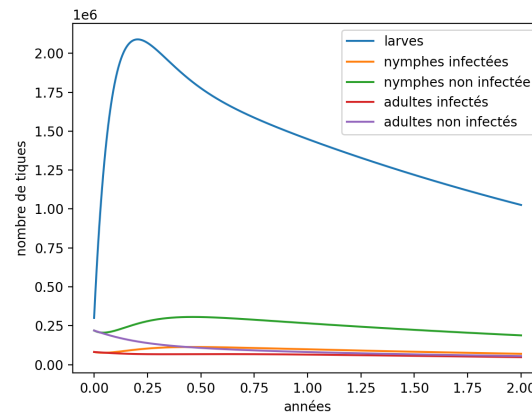
4 Résultats et discussion

4.1 L'effet de la variation du nombre de cerfs sur la population de tiques

Il est supposé que la population initiale au parc Michel-Chartrand comporte 300 000 tiques dans chaque classe avec un taux de 27% d'infection : il y a donc 300 000 larves, 81 000 nymphes infectées, 219 000 nymphes non infectées 81 000 tiques adultes infectées, 219 000 tiques adultes non infectées. L'évolution de la population de tiques sera mesurée sur 2 ans selon la variation du nombre de cerfs dans ce parc. Le graphique 1 montre l'évolution de la population de tiques si aucun cerf n'est abattu (il y a donc 32 cerfs) et le graphique 2 l'évolution si 15 cerfs sont abattus (il en reste donc 17).



Graphique 1 : Dynamique des populations lorsque le nombre de cerfs au parc Michel-Chartrand est de 32.



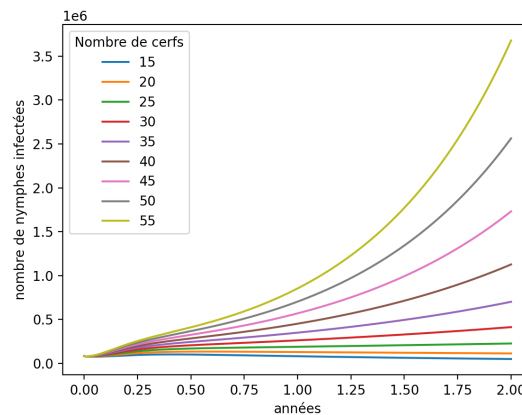
Graphique 2 : Dynamique des populations lorsque le nombre de cerfs au parc Michel-Chartrand est de 17.

Ces deux scénarios confirment les données de la littérature recensant un lien entre la population de tiques et celles de cerfs. Dans le cas du graphique 1, il est possible de remarquer que la population de larves est beaucoup plus grande que celle des autres stades de la tique. Cela est dû à l'hypothèse que tous les oeufs deviennent des larves et que toutes les tiques adultes pondent le même nombre d'oeufs. En regardant sur les courbes représentant les autres stades, il est possible d'observer que ces courbes sont croissantes, et que l'effet du nombre de cerfs touche particulièrement le stade de nymphe. Dans le cas du graphique 2, une baisse dans la population est observée ; cette population tend même vers l'extinction. L'allure de la courbe représentant le nombre de tiques au stade de développement larval présente un changement drastique : une

hausse au début et une chute vers l'extinction. Ceci peut être expliqué par le fait que le cycle de vie de la tique est de deux ans : l'effet de la diminution du nombre de cerfs n'est pas instantanée. Cet effet se voit après 0.25 années dans la population larvale, car le nombre de cerfs affecte la population de tiques adultes, ce qui affecte la population de larves lors de la période de reproduction. Le changement dans la population de nymphe est constaté plus tard, vers 0.50 années, car il faut attendre que la population de larves baisse pour qu'une diminution dans la population de nymphes suive. Toutefois, il aurait été attendu que ces effets se constatent après davantage de temps. En effet, Kilpatrick [3] rapporte dans son modèle que le nombre de nymphes diminue au début de la deuxième année, ce qui n'est pas le cas ici. Cela est en partie dû au fait que le modèle est continu et ne peut pas représenter l'effet des saisons sur le cycle de vie de la tique. Quant à la population de tiques adultes, celle-ci décroît dès le début de la période d'observation, car le taux de mortalité est supérieur au taux de migration des nymphes vers le stade de tique adulte. À plus long terme, le nombre de cerfs, qui a un impact sur la fécondité des tiques adultes, contribue à la baisse de la population de tiques adultes. Ainsi, nous constatons une certaine dépendance entre les dynamiques des populations de tiques et de cerfs : lorsque le nombre de cerfs diminue, le nombre de tiques diminue également.

Comme nous pouvons l'observer dans la figure 1, le stade nymphal est un stade clé dans lequel toutes les tiques en développement ont la possibilité de contracter l'infection. Il s'agit aussi du stade où les tiques transmettent la maladie de Lyme à l'être humain. Ainsi, il serait pertinent de regarder l'effet de la variation du nombre de cerfs sur la population des nymphes infectées, ce qui permet d'estimer le risque de maladie de Lyme.

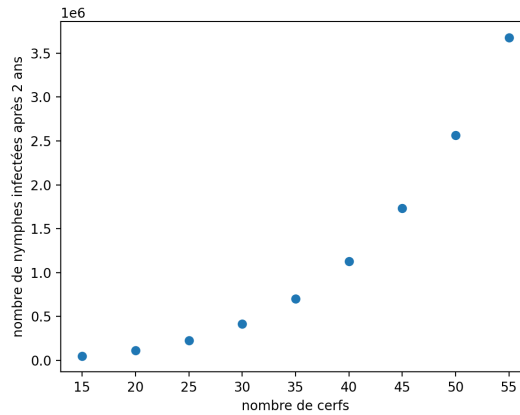
4.2 L'effet de la variation du nombre de cerfs sur le risque de maladie de Lyme



Graphique 3 : Dynamique des populations entre les cerfs et les nymphes infectées

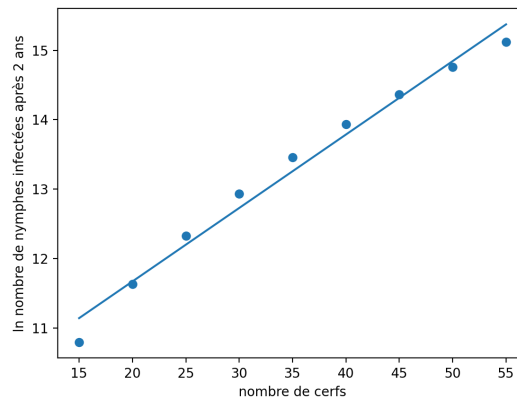
Le graphique 3 permet d'estimer la population de nymphes infectées selon différentes tailles de population de cerfs. Il est possible de remarquer que la population de nymphes infectées tend vers l'extinction lorsqu'il y a 25 cerfs et moins. Dans le cas du parc Michel-Chartrand, cela signifie qu'abattre sept cerfs aurait été suffisant pour mener à l'extinction de la population de nymphes infectées. Cela s'explique par la diminution de la probabilité de la tique adulte pour trouver un hôte. Biologiquement parlant, ceci peut être interprété par la présence d'une compétition intraspécifique au sein de la population de tiques adultes pour accéder aux cerfs. Toutefois, ce concept biologique n'a pas été pris en compte dans la construction et l'évaluation de notre modèle. Cette compétition intraspécifique est donc davantage présente lorsque 25 cerfs et moins sont présents, car les cerfs sont saturés de tiques adultes. Un risque pour l'humain d'attraper la maladie de Lyme est donc présent lorsqu'il y a plus de 25 cerfs. Après ce seuil, le risque croît avec le nombre de cerfs. Cela s'explique par la relation partagée entre l'hôte et le parasite, comme les cerfs ne sont pas saturés dans cette situation, l'existence des tiques est assurée et moins de compétition intraspécifique est présente. Toutefois,

comme le rapportait Van Buskirk [6], le seuil de saturation du nombre de tiques par cerf est variable, ce qui n'est pas pris en compte dans le présent modèle. Si cet effet avait été pris en compte, le seuil d'extinction de la population de tiques aurait probablement été plus bas que 25 cerfs. Le seuil représente la quantité minimale de ressources disponibles pour que les tiques puissent se reproduire. Le seuil de 25 cerfs est une trouvaille quelque peu étonnante, car elle indique que la densité seuil de cerfs est d'environ 13.5 cerfs/km² alors que Kilpatrick [3] rapportait une densité de 5.1 cerfs/km². Cette valeur varie toutefois dans la littérature alors que Rand [9] rapporte une densité seuil d'environ 7 cerfs/km².



Graphique 4 : Relation entre le nombre de nymphes infectées et le nombre de cerfs

Le graphique 4 permet aussi de voir la relation entre le nombre de cerfs et le nombre de nymphes infectées par un spirochète, toutefois à un moment précis, soit deux ans après le début de la simulation. Comme le rapporte Van Buskirk [6], la taille de la population de nymphes infectées peut être interprété comme le risque pour l'humain d'être infecté par la maladie de Lyme. Ce graphique peut donc être interprété comme la relation entre le nombre de cerfs et le risque pour l'humain d'attraper la maladie de Lyme est exponentielle. Donc, plus le nombre de cerfs augmente, plus le risque pour l'humain de contracter la maladie de Lyme croît. C'est une des raisons pour lesquelles les politiques de gestion de la faune recommande de diminuer le nombre de cerfs afin de contrôler le risque de maladie de Lyme.

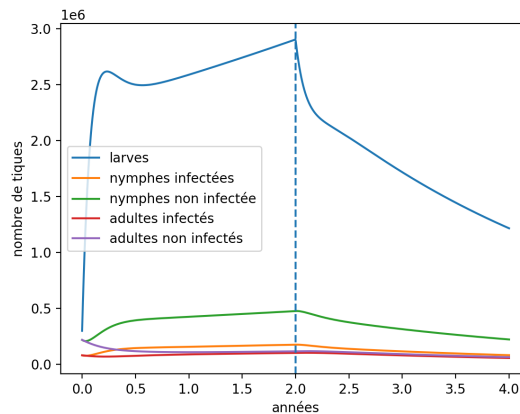


Graphique 5 : Corrélation entre le nombre de nymphes et de cerfs

Afin d'étudier cette relation non-linéaire, il serait pertinent de vérifier la corrélation entre le logarithme

du nombre de nymphes infectées après deux ans et le nombre de cerfs, ce qui est fait au graphique 5. Le coefficient de corrélation de Pearson est de 0.99068. Nous pouvons donc confirmer la présence d'une forte corrélation entre la croissance du nombre de cerfs et le nombre de nymphes infectées et donc du risque de maladie de Lyme pour l'humain.

4.3 L'effet d'un changement tardif dans la population de cerfs



Graphique 6 : Scénario d'abattage de 15 cerfs deux ans après le début de la simulation

Finalement, un scénario a été imaginé impliquant le parc Michel-Chartrand. Dès lors, la simulation débute avec 32 cerfs et après 2 ans, le nombre de cerfs diminue à 17. À première vue, nous pouvons constater que la diminution du nombre de cerfs a une incidence sur les tiques : leur population diminue elle aussi.

Ce scénario est toutefois intéressant, car il permet de comprendre certaines failles dans l'établissement de nos paramètres initiaux. En effet, il est possible de voir dans le graphique que la population de larves diminue soudainement dès que les cerfs sont abattus et que les populations de nymphes diminuent environ 0.05 années après. Quant à la population de tiques adultes, celle-ci semble décroître très faiblement. Ces conclusions, lorsque comparées au scénario du graphique 2, permettent de penser que notre estimation du nombre de larves et du nombre de nymphes était probablement trop petite par rapport au nombre de tiques adultes, ce qui a causé le délai entre le moment où les cerfs sont abattus et celui où le nombre de larves et de nymphes diminue dans le graphique 2.

4.4 Apports et limites du modèle

La matrice de Kapur [5] utilisée dans ce modèle peut permettre de calculer les valeurs propres afin de faire une évaluation de la stabilité de système d'équations différentielles, ce qui permettrait de comprendre et d'illustrer la dynamique entre les populations de cerfs et de tiques. Cela dit, dans les simulations, il est possible de constater que les deux populations atteignent une certaine stabilité, soit une tendance vers l'extinction, lorsque le nombre de cerfs est inférieur à 25. Toutefois, biologiquement parlant, il est erroné de croire que la population de tiques pourrait complètement s'éteindre à la suite d'une grande diminution du nombre de cerfs. En effet, les tiques adultes peuvent trouver un autre hôte, comme un autre mammifère, puisque les cerfs ne sont pas les seuls hôtes possibles pour la tique [9]. Devant la complexité des valeurs propres obtenues par la matrice de Kapur, l'analyse graphique sera le seul outil choisi pour l'analyse de la stabilité des populations étudiées.

Il aurait été pertinent de tenir en compte certains facteurs abiotiques pour davantage préciser notre modèle tels que la météo et la quantité de ressources disponibles pour les cerfs. En effet, les températures

extrêmes ont des effets négatifs sur la population de tiques et de cerfs, tandis que des températures chaudes et humides durant l'été ont un effet sur le taux d'infection intraspécifique à *B. burgdorferi* [8]. De plus, nous avons émis l'hypothèse que chaque tique au stade larval et nymphal trouve un hôte, mais en réalité, cela dépend des ressources disponibles pour assurer que les hôtes se nourrissent bien. Le nombre de tiques par cerfs peut aussi évoluer dépendamment de la densité de cerfs afin de diminuer les impacts de la variation du nombre de cerfs sur la population de tiques [6], ce qui n'a pas été pris en compte dans notre modèle. De même, la population de cerfs n'est vraisemblablement pas constante, considérant que la mortalité et la nativité ne sont pas constantes et qu'il y a un apport migratoire, surtout considérant la proximité d'une réserve naturelle abritant 73 cerfs avec le parc Michel-Chartrand.

5 Conclusion

Le projet d'abattre des cerfs au Parc Michel-Chartrand a suscité différentes réactions polarisées au sein de la population. Cela dit, les médias ont peu parlé de la réelle problématique entourant le problème d'une densité de cerfs trop élevée dans ce parc, soit la maladie de Lyme. Force est de constater que notre modèle a permis d'éclairer le lien entre la maladie de Lyme et les cerfs qui n'a pas été couvert par les médias cet automne. La population de cerfs a impact sur celle de tiques. Plus particulièrement, la population de cerfs a un impact sur la population de nymphes infectées par les spirochètes et le risque de maladie de Lyme pour l'humain, ce que nous avons établi en mesurant un coefficient de Pearson qui a montré une forte corrélation. Nous avons aussi trouvé que le seuil où la population de tiques va s'éteindre est de 25 cerfs. Le scénario où 15 cerfs seraient abattus dans le parc Michel-Chartrand permettrait donc d'amener l'extinction de la population de tiques. Quand au scénario où aucun cerf n'est abattu, la population de tiques croîtraient sans limite ciblée par notre modèle.

Dans ce modèle, nous avons pu utiliser le modèle de Kapur qui est similaire au modèle de Leslie, mais en temps continu. D'un point de vue biologique, nous avons appris les spécificités des différents stades du cycle de la vie de la tique ainsi que les mécanismes de transmission de maladies transmises par des vecteurs. Comme notre sujet est d'actualité, nous n'avons pas eu des modèles de base étudiant la relation entre les cerfs et la population de tiques desquels s'inspirer au Québec. Ainsi, force est de constater que nous avons été en mesure de combiner nos connaissances théoriques sur la transmission de la maladie de Lyme avec les connaissances acquises à travers l'actualité.

La problématique du parc Michel-Chartrand témoigne de toute évidence qu'un déséquilibre au niveau de l'écosystème existe, en raison du besoin de l'intervention humaine en lien avec l'abatage. Cela pourrait être en raison de différents facteurs, notamment les changements climatiques. Afin de tenter de préserver l'équilibre de l'écosystème, il serait intéressant d'introduire des coyottes pour réduire le nombre de cerfs d'une manière organique au lieu de les abattre comme songeait le faire la mairie de Longueuil. D'un point de vue mathématique, il serait pertinent de voir l'effet de cet ajout sur la dynamique des populations des tiques et des cerfs.

Remerciements

Nos remerciements à la Professeure Morgan Craig pour son appui tout au long du projet et à la mairie de Longueuil d'avoir créé une telle polémique au sein de la population québécoise. Cela nous a grandement inspiré.

Références

- [1] Éric-Pierre Champagne. *Les cerfs de la discorde à Longueuil*, La Presse, 12 novembre 2020, [shorturl.at/kmA57](https://www.lapresse.ca/mon-quebec/2020/11/12/les-cerfs-de-la-discorde-a-longueuil/).
- [2] Etsuko Nonaka, Gregory D Ebel, Helen J Wearing. *Persistence of Pathogens with Short Infectious Periods in Seasonal Tick Populations : The Relative Importance of Three Transmission Routes*, Plos One. **5**(2010), 7, 1-12 <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0011745>.
- [3] Howard J Kilpatrick, Andrew M Labonte, Kirby C. Stafford *The Relationship Between Deer Density, Tick Abundance, and Human Cases of Lyme Disease in a Residential Community*, J MED ENTOMOL, **51**(2014), 4,777-784, <https://doi.org/10.1603/ME13232>.
- [4] Institut national de santé publique du Québec, *Résultats annuels de surveillance de la maladie de Lyme*, (4 novembre 2020), <https://www.inspq.qc.ca/node/14951>
- [5] J.N. Kapur, *A continuous time age structured population growth model*, APPL MATH MODEL, **3**(1979), 6, [https://doi.org/10.1016/S0307-904X\(79\)80028-1](https://doi.org/10.1016/S0307-904X(79)80028-1)
- [6] Josh Van Buskirk, Richard S Ostfeld. *Controlling Lyme Disease by Modifying the Density and Species Composition of Tick Hosts*, ECOL APPL, **5**(1995),4, <https://doi.org/10.2307/2269360>
- [7] Ministère de la santé et des services sociaux du Québec *Maladie de lyme : Tableau des cas - Archives 2014 à 2019* (4 novembre 2020) <https://www.msss.gouv.qc.ca/professionnels/zoonoses/maladie-lyme/tableau-des-cas-humains-lyme-archives/>
- [8] Nicolas H Ogden, C Ben Beard, Howard S Ginsberg, Jean I Tsao. *Possible Effects of Climate Change on Ixodid Ticks and the Pathogens They Transmit : Predictions and Observations*, J Med Entomol, (2020), <https://doi.org/10.1093/jme/tjaa220>
- [9] Peter W Rand, Charles Lubelczyk, Gerald R Lavigne, Susan Elias, Mary S Holman, Eleanor H Lacombe, Robert P Smith Jr, *Deer density and the abundance of Ixodes scapularis (Acari : Ixodidae)*, J Med Entomol, **40**(2003), 2, 179-184 <https://doi.org/10.1603/0022-2585-40.2.179>
- [10] Pierre Valois, David Bouchard, Cécile Aenishaenslin, Catherine Bouchard, Sandie Briand, Maxime Tessier. *Development and validation of a behavioral index for adaptation to lyme disease*, BMC Public Health **20**(2020), 1435, <https://doi.org/10.1186/s12889-020-09535-2>
- [11] University of Wisconsin-Madison. *Ixodes Scapularis Life Cycle* (28 novembre 2020) <https://wisconsin-ticks.russell.wisc.edu/ixodes-scapularis-life-cycle/>

A Annexes

Voici un lien vers notre collab pour regarder le code derrière notre modèle :

https://colab.research.google.com/drive/1ZJUWvBgbkW3AWrHUQ6QxmJ-NSz_d4uiN?usp=sharing