Eksamensopgave 1

Kristoffer Herrig Thorndal

6 sep 2021

Opgave 1

1. Explain crucial differences between the Solow model and the Ramsey, Cass and Koopman model. Does it affect the overall conclusions?

Solow antager konstant opsparingsrate (lille s), så kapitalakkumuleringen kan skrives som: $\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$, da $I = S$

Den største forskel mellem Solow-modellen og Ramsey-Kass-Koopman modellen er, at sidstnævnte implementerer opsparing som en endogen faktor i modellen.

Solow-modellen holder opsparingsraten konstant, og således eksogent bestemt i modellen.

I Ramsey-modellen vælger husholdningerne den optimale opsparingsrate og denne er således endogeniseret. Her introduceres en utålmodighedsrate, ρ, og en rate der "smoother" forbruget, *theta*. Således vil opsparingsraten ikke længere være konstant udenfor steady state.

Derudover ligger der en forskel i de 2 modellers "balanced growth paths": Det er nemlig ikke muligt for Ramsey-Cass-Koopman at have en balanced growth path med kapitalniveau over golden rule niveauet (golden rule kapitalniveauet er det højeste niveau af forbrug som kan vedligeholdes. Det er givet ved $f'(k) = n + g$). Dette skyldes, at opsparingsraten er udledt af husholdningerne ud fra nyttemaksimering.

Udover ovenstående faktorer, er Ramsey- og Solow-modellen ens og der er ikke forskel på de overordnede konklusioner.

2. Piketty (2014) argues that a fall in the growth rate of the economy is likely to an increase in the difference between the real interest rate and the growth rate. This problem asks you to investigate this issue in the context of the Ramsey Cass Koopmans model. Specially, consider a Ramsey Cass Koopmans economy that is on its balanced growth path, and suppose there is a permanent fall in g.

2.1 How, if at all, does this affect the $\dot{k} = 0$ curve?

Det vides fra opgaven, at der sker et permanent fald i vækstraten g Her skal vi kigge på følgende ligning:

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - (n + g)k(t)$$

.

Effekten skal udledes fra sidste led af ligningen:

$$-(n + g)k(t)$$

.

Da g falder bliver tallet større (mindre negativt). Vi ser ved denne omskrivning (hvor $\dot{k} = 0$),

$$c = f(k) - (n+g)k$$

at faldet i g medfører en stigning i $c(t)$ for at opretholde niveauet i $\dot{k}(t)$. Denne stigning i c skubber $\dot{k}$ kurven op og gør den dermed højere.

Derudover ved vi, at $f'(k) = n + g$ (ved at sætte $\dot{k} = 0$ og isolere f(k) og differentiere). Her ser vi, at et fald i g, får marginalproduktet af kapital ($f'(k)$) til at falde, hvilket får k til at stige, hvilket ligeledes forskyder kurven opad og udad.

(Inada betingelsen)

2.2 How, if at all, does this affect the $\dot{c} = 0$ curve?

Vi starter med Eulerligningen:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{r(t) - \rho - \theta g}{\theta}$$

Her ved vi, at $r(t)$ (realrenten) er lig med $f'(k(t))$ (marginalproduktet af kapital), da der ingen depreciering antages, hvorved vi også kan få:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{f'(k(t)) - \rho - \theta g}{\theta}$$

Her sætter vi $\dot{c} = 0$ og isolerer for $f'(k(t))$:

$$f'(k(t)) = \rho + \theta g$$

Her ser vi, at et fald i g må betyde et tilsvarende fald i $f'(k(t))$. Dermed må det betyde at det k som er nødvendigt for at opretholde $\dot{c} = 0$ stiger, og således bliver kurven skubbet til højre, som det ses på billedet.

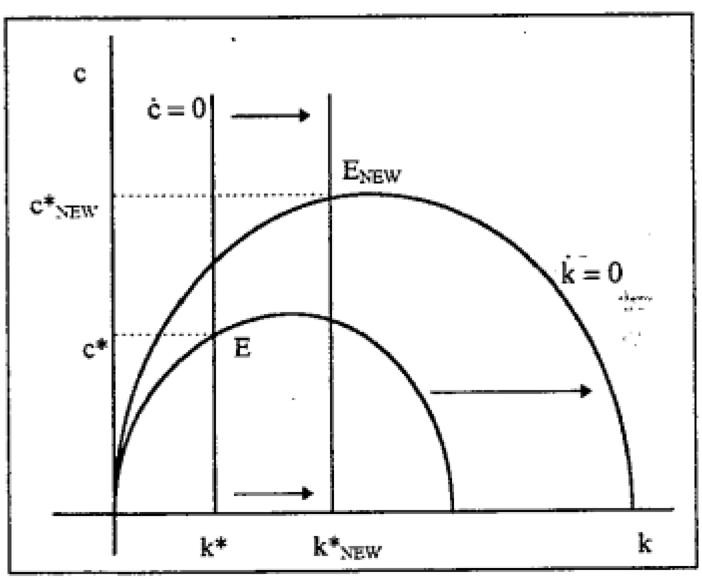

Figure 1: dotkc

2.3 At the time of the change, does c rise, fall, or stay the same, or is it not possible to tell?

Her starter vi: $f'(k) = r$ og $c = 0$ $\frac{f(k)-\rho-\theta * g}{\theta} = 0$

$f(k) - \rho - \theta g = 0$

simpel matematik (og faktorering)

Her slutter vi: $\frac{\partial r-g}{\partial g} = (\theta - 1)$

Saddelpunkt - vi ved ikke om C stiger eller falder (figur)

$\bar{r} - g$. g falder og r ændrer sig ikke (da k ikke ændrer sig som vi lige har fundet ud af)

2.4 At the time of the change, does r-g rise, fall, or stay the same, or is it not possible to tell?

2.5 In the long run, does r-g rise, fall, or stay the same, or is it not possible to tell?

Der er nok en masse opgaver her i mellem

Analyze the effect of a public procurement, including a thorough presentation of the dynamics in Figures 2.8 and 2.9

$T = G$ $\dot{k} = f(k) - C - T - (n+g)k$

$\dot{c} = 0$ kurven (den som er lodret) og 2 halvcirkler med $\dot{k} = 0$

Opgave 2

Set up the intertemporal maximazation problem and derive the EUler equation:

sæt op lagrangian (ln af nyttefunktionerne og lambda ganget med budgetrestriktionen) og for at finde euler ligningen differentiere man i forhold til den ene forbrug og sætter ind i den anden forbrug.

facit bliver: $\frac{1+r}{1+\rho} = \frac{c_2}{c_1}$

Derive S_t as a function of r, w and T. How does an increase in T affect savings (show mathematically)? Discuss the result.

Brug facit ovenfra: $\frac{1+r}{1+\rho} = \frac{c_2}{c_1}$